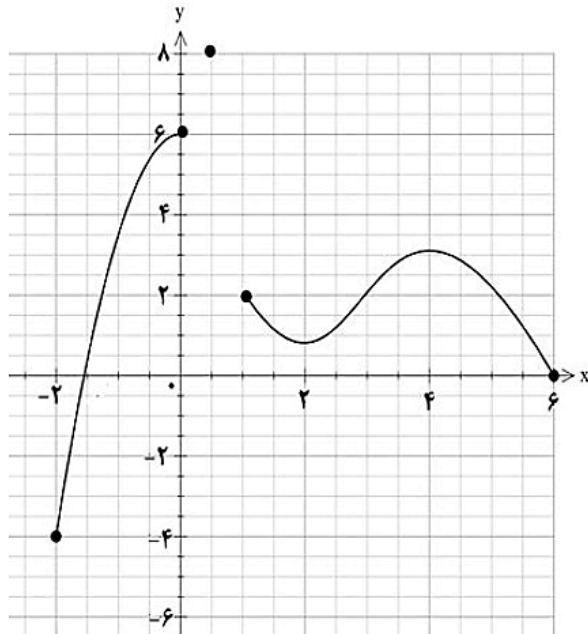


دی ۹۸	۰/۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. سرعت لحظه ای در $t = ۲$ برای متحرکی با معادله ی حرکت $f(t) = t^2 + ۳t$ برابر ۷ است.	۲۱۹
شهریور ۹۸	۱	آهنگ تغییر لحظه ای تابع $f(x) = ۲x^2 + ۵x + ۱$ در نقطه ی $x = ۲$ چند برابر آهنگ تغییر لحظه ای آن در $x = ۱$ - است؟	۲۲۰
تیر ۹۸	۰/۷۵	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + ۲t^2$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده ی باکتری در لحظه ی $t = ۴$ چقدر است؟	۲۲۱
خرداد ۹۸	۱	آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = x^3 - ۲x$ را در بازه ی $[۰, ۲]$ و آهنگ تغییر لحظه ای تابع f را در $x = ۱$ محاسبه کنید.	۲۲۲
دی ۹۷	۰/۷۵	یک توده باکتری پس از t ساعت دارای جرم $m(t) = \sqrt{t} + t^2$ گرم است. آهنگ رشد جرم توده ی باکتری در لحظه ی $t = ۹$ چقدر است؟	۲۲۳

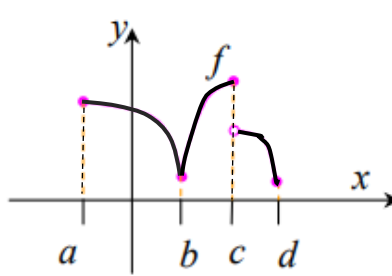
فصل ۵: کاربردهای مشتق

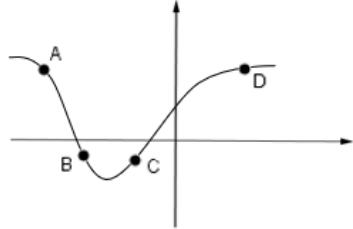
درس اول: اکستریم های یک تابع و توابع صعودی و نزولی

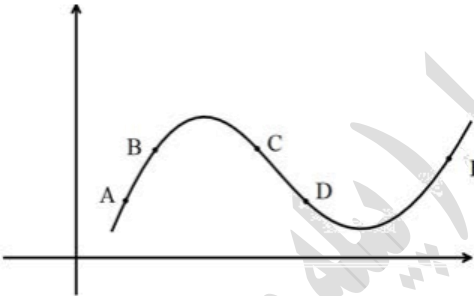
شهریور ۱۴۰۱	۰/۲۵	جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید. اگر f یک تابع و $I \subseteq D_f$ یک همسایگی از نقطه c باشد که به ازای هر x متعلق به I داشته باشیم $f(x) \leq f(c)$ ، در این صورت $f(c)$ را یک تابع f می نامیم.	۲۲۴
شهریور ۱۴۰۱	۱	ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^3 + ax - b$ طوری پیدا کنید که نقطه $(۱, ۲)$ اکستریم نسبی تابع باشد.	۲۲۵
خرداد ۱۴۰۱		درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. هر نقطه بحرانی تابع $f(x)$ ، یک نقطه اکستریم تابع $f(x)$ است.	۲۲۶
خرداد ۱۴۰۱		جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. اگر برای هر x در بازه I ؛ $f''(x) > 0$ ، آنگاه نمودار $f(x)$ در این بازه تقعر رو به دارد.	۲۲۷

<p>خرداد ۱۴۰۱</p>		<p>با توجه به نمودار داده شده، به سؤالات زیر پاسخ دهید.</p>  <p>الف) مقدار ماکزیمم مطلق را بنویسید . ب) مقدار مینیمم مطلق را بنویسید . پ) طول نقطه ماکزیمم نسبی را بنویسید . ت) طول نقطه مینیمم نسبی را بنویسید .</p>	<p>۲۲۸</p>
<p>دی ۱۴۰۰</p>	<p>۱</p>	<p>مقادیر اکسترمم مطلق تابع $g(x) = x^3 + 2x - 5$ را در بازه $[-2, 1]$ در صورت وجود تعیین کنید.</p>	<p>۲۲۹</p>
<p>شهریور ۱۴۰۰</p>	<p>۱/۲۵</p>	<p>ورق فلزی مستطیل شکل، به طول ۱۶ سانتی متر و عرض ۶ سانتی متر در نظر بگیرید. می خواهیم از چهار گوشه آن مربع های کوچکی به ضلع x برش بزنیم و آن ها را کنار بگذاریم. سپس لبه جعبه را به اندازه x برمی گردانیم تا یک جعبه سر باز ساخته شود. مقدار x چقدر باشد تا حجم جعبه حداکثر مقدار ممکن گردد.</p>	<p>۲۳۰</p>
<p>خرداد ۱۴۰۰</p>	<p>۰/۲۵</p>	<p>درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. اگر تابع f در هر نقطه اکسترمم نسبی مشتق پذیر باشد، آنگاه مشتق تابع f در این نقاط صفر می شود.</p>	<p>۲۳۱</p>
<p>خرداد ۱۴۰۰</p>	<p>۱/۵</p>	<p>اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$ را در بازه $[-1, 1]$ تعیین کنید.</p>	<p>۲۳۲</p>
<p>دی ۹۹</p>	<p>۱/۵</p>	<p>مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را در بازه $[-1, 2]$ تعیین کنید.</p>	<p>۲۳۳</p>
<p>شهریور ۹۹</p>	<p>۲</p>	<p>اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = 2x^3 + 3x^2 - 12x$ را در بازه $[-1, 3]$ مشخص کنید.</p>	<p>۲۳۴</p>

خرداد ۹۹ خ	۱/۲۵	اگر نقطه ی $(۲, ۱)$ نقطه ی اکسترمم نسبی تابع $f(x) = x^3 + bx^2 + d$ باشد، مقادیر b و d را بدست آورید.	۲۳۵
خرداد ۹۹ خ	۱/۷۵	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = x^2 + x + ۱ $ را در بازه ی $[-۲, ۲]$ بیابید.	۲۳۶
خرداد ۹۹ خ	۱	نقاط بحرانی تابع $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ را مشخص کنید.	۲۳۷
خرداد ۹۹ خارج	۲	تابع $f(x) = x^2 - ۱ $ در بازه ی $[-۲, ۳]$ در نمودار زیر رسم شده است. الف: نقاط اکسترمم های نسبی تابع را در صورت وجود بیابید. ب: نقاط اکسترمم مطلق تابع را در صورت وجود بیابید. پ: آیا تابع f در بازه ی $[۰, ۳]$ مشتق پذیر است؟ چرا؟	۲۳۸
خرداد ۹۹ خ	۰/۲۵	در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید. بزرگترین بازه ای از R که تابع $h(x) = x^3 - ۱۲x + ۴$ در آن نزولی اکید باشد، بازه ی است.	۲۳۹
خرداد ۹۹ خ	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. تابعی وجود ندارد که برای آن هم $f'(a) = ۰$ و هم $f(a) = ۰$	۲۴۰
دی ۹۸	۱/۲۵	اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = ۲x^3 + ۳x^2 - ۱۲x$ را در بازه ی $[-۱, ۲]$ مشخص کنید.	۲۴۱
شهریور ۹۸	۱/۷۵	مقادیر اکسترمم نسبی و مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 + x^2$ را در بازه ی $[-۲, ۳]$ به دست آورید.	۲۴۲
تیر ۹۸	۱	ضرایب a و b را در تابع $f(x) = x^3 + ax + b$ طوری تعیین کنید که در نقطه ی $(۱, ۲)$ ماکزیمم نسبی داشته باشد.	۲۴۳

۹۸ تیر	۱/۷۵	مقادیر اکسترمم های مطلق تابع $f(x) = \frac{1}{3}x^3 - x$ را در بازه ی $[0, 2]$ بیابید.	۲۴۴
۹۸ تیر	۰/۵	درست یا نادرست بودن جملات زیر را با توجه به نمودار تابع f که در ذیل آورده شده ، مشخص کنید. الف : نقطه ای به طول b مینیمم نسبی تابع f نیست. ب: نقطه ای به طول c یک نقطه بحرانی برای تابع f است.	۲۴۵
			
۹۸ تیر	۰/۲۵	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. اگر تابع $y = f(x)$ در بازه ی (a, b) صعودی باشد، علامت مشتق تابع f در این بازه است.	۲۴۶
۹۸ خرداد	۱/۲۵	تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ در چه بازه ای صعودی و در چه بازه ای نزولی است ؟ راه حل خود را بنویسید.	۲۴۷
۹۸ خرداد	۱/۵	مقادیر ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x) = \sqrt{x^2 - 2x + 4}$ را در بازه ی $[0, 2]$ تعیین کنید.	۲۴۸
۹۷ دی	۱/۵	ضرایب a و b را در تابع $f(x) = -x^4 + ax + b$ طوری تعیین کنید که در نقطه ی $(1, 2)$ ماکزیمم نسبی داشته باشد.	۲۴۹
۹۷ دی	۰/۲۵	جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید. اگر تابع $y = f(x)$ در بازه ی $[a, b]$ صعودی باشد ، علامت مشتق تابع f در این بازه است.	۲۵۰
درس دوم : جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه عطف آن			
شهریور ۱۴۰۱	۰/۲۵	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را تعیین کنید. اگر برای تابع f داشته باشید $f''(c) = 0$ آن گاه همواره نقطه $(c, f(c))$ نقطه عطف تابع است .	۲۵۱
شهریور ۱۴۰۱	۱	جهت تقعر و مختصات نقطه عطف تابع $f(x) = x(x^2 - 3) + 1$ را تعیین کنید .	۲۵۲

۲۵۳	جاهای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. اگر برای هر x در بازه I ؛ $f''(x) > 0$ ، آنگاه نمودار $f(x)$ در این بازه تقعر رو به دارد.	۰/۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۵۴	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را تعیین کنید. هر نقطه بحرانی تابع $f(x)$ ، یک نقطه اکسترمم تابع $f(x)$ است.	۰/۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۵۵	اگر نقطه $A(-1, 1)$ نقطه عطف تابع با ضابطه $f(x) = ax^3 + bx^2 + 2$ باشد. مقادیر a و b را به دست آورید.	۱/۵	خرداد ۱۴۰۱
۲۵۶	مقادیر a و b و c را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$ طوری به دست آورید که در شرایط زیر صدق کند. $f(0) = 1$ و $f(1) = 2$ و $x = \frac{1}{4}$ طول نقطه عطف نمودار تابع f باشد.	۱/۵	دی ۱۴۰۰
۲۵۷	درستی یا نادرستی عبارت زیر را تعیین کنید. هر نقطه ای که در آن مقدار $f''(x)$ برابر صفر شود، یک نقطه عطف تابع $f(x)$ است.	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۲۵۸	جای خالی را با عدد یا کلمه مناسب کامل کنید. در نقطه از نمودار مقابل، مقادیر f' و f'' هر دو مثبت است.	۰/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
			
۲۵۹	جهت تقعر تابع $f(x) = \sqrt{x-1}$ را در دامنه اش بررسی کرده و نقطه عطف آن را در صورت وجود به دست آورید.	۱/۲۵	شهریور ۱۴۰۰
۲۶۰	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف: تابع صعودی اکید، نقطه عطف ندارد. ب: اگر علامت f' بر بازه ای منفی باشد، آنگاه تابع f بر آن بازه اکیدا نزولی است. پ: در نقطه عطف علامت $f''(x)$ تغییر می کند.	۰/۷۵	خرداد ۱۴۰۰
۲۶۱	اگر نقطه $A(-1, 1)$ نقطه عطف منحنی $f(x) = x^3 + ax^2 + bx - 1$ باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.	۱	خرداد ۱۴۰۰

دی ۹۹	۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت را تعیین کنید.</p> <p>الف: در هر نقطه ای که جهت تقعر منحنی تابع عوض شود آن نقطه ی عطف تابع است.</p> <p>ب: اگر $x = c$ طول نقطه اکسترمم نسبی تابع $f'(c)$ و $f(x)$ موجود باشد، آنگاه $f'(c) = 0$</p>	۲۶۲
خرداد ۹۹ خ	۱/۲۵	<p>جهت تقعر و نقطه ی عطف نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 + 1$ را بدست آورید.</p>	۲۶۳
خرداد ۹۹ خارج	۰/۵	<p>مقادیر a و b را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + 1$ به ترتیب کدام یک از موارد زیر است. اگر $f(1) = 2$ و $x = \frac{1}{3}$ طول نقطه ی عطف آن باشد.</p> <p>الف: $a = 1, b = -2$</p> <p>ب: $a = 4, b = -4$</p> <p>ج: $a = 4, b = 4$</p> <p>د: $a = -2, b = 3$</p>	۲۶۴
خرداد ۹۹	۲	<p>جهت تقعر و نقطه ی عطف نمودار تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ را بدست آورید.</p>	۲۶۵
دی ۹۹	۱	<p>شکل زیر را در نظر بگیرید. تعیین کنید که در کدام یک از پنج نقطه ی مشخص شده در نمودار:</p>  <p>الف: $f'(x)$ و $f''(x)$ هر دو منفی اند.</p> <p>ب: $f'(x)$ منفی و $f''(x)$ مثبت است.</p>	۲۶۶
شهریور ۹۸	۱/۵	<p>ابتدا جهت تقعر تابع $y = \frac{x+1}{x-1}$ را مشخص کرده، سپس وجود نقطه ی عطف آن را بررسی کنید.</p>	۲۶۷
تیر ۹۸	۱	<p>جهت تقعر و نقطه ی عطف نمودار تابع $f(x) = x^3 + 3x + 1$ را به دست آورید.</p>	۲۶۸
خرداد ۹۸	۱/۲۵	<p>مقادیر a و b را در تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 - 1$ چنان بیابید که $A(1,1)$ نقطه ی عطف منحنی باشد.</p>	۲۶۹
دی ۹۷	۱	<p>جهت تقعر و نقطه ی عطف نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x + 1$ را به دست آورید.</p>	۲۷۰

درس سوم : رسم نمودار تابع

شهریور ۱۴۰۱	۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+2}{1-x}$ رسم کنید .	۲۷۱
خرداد ۱۴۰۱	۲/۵	جدول رفتار و نمودار تابع $y = \frac{2x-1}{x-2}$ را رسم کنید .	۲۷۲
دی ۱۴۰۰	۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x-2}{x+2}$ را رسم کنید.	۲۷۳
شهریور ۱۴۰۰	۱/۵	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9$ را رسم کنید.	۲۷۴
خرداد ۱۴۰۰	۲/۵	جدول رفتار و نمودار $f(x) = \frac{2x-1}{x+1}$ را رسم کنید.	۲۷۵
دی ۹۹	۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x-2}$ را رسم کنید.	۲۷۶
شهریور ۹۹	۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = x^3 - 3x + 1$ را رسم کنید.	۲۷۷
خرداد ۹۹	۱/۷۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ را رسم کنید.	۲۷۸
خرداد ۹۹	۱/۷۵	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+2}{x-1}$ را رسم کنید.	۲۷۹
خرداد ۹۹	۲	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{x-1}{x+1}$ را رسم کنید.	۲۸۰

دی ۹۸	۱/۷۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را رسم کنید.	۲۸۱
شهریور ۹۸	۱/۲۵	جدول تغییرات و نمودار تابع $f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$ را رسم کنید.	۲۸۲
تیر ۹۸	۱/۵	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x-1}{x+2}$ را رسم کنید.	۲۸۳
خرداد ۹۸	۱/۷۵	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-1}$ را رسم کنید.	۲۸۴
دی ۹۷	۱/۷۵	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$ را رسم کنید.	۲۸۵

امیدواریم این فایل در جهت پیشبرد اهداف آموزشی مورد استفاده همکاران و دانش آموزان گرامی قرار بگیرد.

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پيله ور - میکائيل صدقی

شهریور ۱۴۰۱

۱/۵	$f(5) = 5^2 - 5 + 10 = 30$, $f(0) = 0^2 - 0 + 10 = 10$ $\text{سرعت متوسط} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{f(5) - f(0)}{5 - 0} = \frac{30 - 10}{5} = 4$ $\text{سرعت لحظه ای} = f'(t) = 2t - 1 = 4 \Rightarrow t = \frac{5}{2}$	۲۱۸
۰/۵		درست ۲۱۹
۱	$f'(t) = 4x + 5 \Rightarrow f'(-1) = 1$, $f'(2) = 13$	۱۳ برابر ۲۲۰
۰/۷۵	$m(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 4t \Rightarrow m(4) = \frac{1}{2\sqrt{4}} + 4 \times 4 = \frac{65}{4}$	۲۲۱
۱	$f(x) = x^3 - 2x$, $f(x2) = 2^3 - 2 \times 2 = 4$, $f(0) = 0^3 - 2 \times 0 = 0$ $\text{آهنگ تغییر متوسط} = \frac{f(2) - f(0)}{2 - 0} = \frac{4 - 0}{2} = 2$ $f'(x) = 3x^2 - 2 \Rightarrow f'(1) = 3 \times 1^2 - 2 = 1$	۲۲۲
۰/۷۵	$m(t) = \frac{1}{2\sqrt{t}} + 2t \Rightarrow m(9) = \frac{1}{2\sqrt{9}} + 2 \times 9 = \frac{109}{6}$	۲۲۳

فصل ۵ : کاربردهای مشتق

درس اول : اکستریم های یک تابع و توابع صعودی و نزولی

۰/۲۵		ماکزیمم نسبی (تعریف صفحه ۱۱۲)	۲۲۴
۱	$f(1) = 2 \Rightarrow a - b = 1$ $f'(x) = 3x^2 + a \Rightarrow 3 + a = 0 \Rightarrow a = -3$, $b = -4$ $f'(1) = 0$	تمرین ۷ صفحه ۱۲۶	۲۲۵
۰/۵		نادرست (صفحه ۱۲۴ کتاب)	۲۲۶

۰/۵	بالا (قضیه صفحه ۱۲۹ کتاب)	۲۲۷
۱	مشابه فعالیت صفحه ۱۱۵ کتاب الف) ۸ (ب) -۴ (پ) ۴ (ت) ۲	۲۲۸
۱	(مشابه تمرین ۶ صفحه ۱۲۵ کتاب) $g'(x) = 3x^2 + 2 \neq 0$ (۰/۵) $g(-2) = -8 - 4 - 0 = -12$ min (۰/۲۵) , $g(1) = 1 + 2 - 0 = 3$ max (۰/۲۵)	۲۲۹
۱/۲۵	$x \in [0, 3]$ عرض جعبه = $6 - 2x$, $x \in [0, 8]$ طول جعبه = $16 - 2x$ $\Rightarrow v(x) = x(16 - 2x)(6 - 2x) = 4x^3 - 44x^2 + 96x$, $0 \leq x \leq 3$ $v'(x) = 12x^2 - 88x + 96 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 6 \notin [0, 3] \\ x = \frac{4}{3} \in [0, 3] \end{cases}$ چون $v(0) = v(3) = 0$ پس به ازای $x = \frac{4}{3}$ بیشترین مقدار حجم حاصل می شود.	۲۳۰
۰/۲۵	درست	۲۳۱
۱/۵	$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 2 \notin [-1, 1] \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(1) = -1 \\ f(0) = 1 \\ f(-1) = -3 \end{cases} \begin{matrix} \max \\ \min \end{matrix}$	۲۳۲
۱/۵	$f'(x) = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -1 \end{cases}$ $f(1) = -1$, $f(-1) = 3$, $f(2) = 3$ $\max f(x) = 3$ $\min f(x) = -1$	۲۳۳
۲	$f'(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -2$ $f(-1) = 13$, $f(1) = -7$, $f(3) = 45$ $\min: (1, -7)$, $\max: (3, 45)$	۲۳۴
۱/۲۵	$f(2) = 1 \Rightarrow 1 = 8 + 4 + d \Rightarrow 4b + d = -7$ $f'(x) = 3x^2 + 2bx$, $f'(2) = 0 \Rightarrow 0 = 12 + 4b \Rightarrow b = -3$ $4b + d = -7$, $b = -3 \Rightarrow -12 + d = -7 \Rightarrow d = 5$	۲۳۵

۱/۷۵	$-2 \leq x < -1 \Rightarrow f(x) = x^2 - x - 1 \Rightarrow f'(x) = 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$ <p>غير قابل قبول</p> $-1 \leq x \leq 2 \Rightarrow f(x) = x^2 + x + 1 \Rightarrow f'(x) = 2x + 1 = 0 \Rightarrow x = -\frac{1}{2}$ $f(-2) = (-2)^2 + -2 + 1 = 5$ $f(2) = (2)^2 + 2 + 1 = 7 \text{ ماکزیمم مطلق}$ $f\left(-\frac{1}{2}\right) = \left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left -\frac{1}{2} + 1\right = \frac{3}{4} \text{ ماکزیمم مطلق}$ $f(-1) = (-1)^2 + -1 + 1 = 1$	۲۳۶																		
۱	$x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = -1 \Rightarrow \text{معادله ریشه ندارد} \Rightarrow D_f = R$ $f'(x) = \frac{1(x^2 + 1) - 2x(x)}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-x^2 + 1}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Rightarrow -x^2 + 1 = 0 \Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$ <p>نقاط بحرانی</p>	۲۳۷																		
۲	<p>الف: $(0, 1), (1, 0), (-1, 0)$</p> <p>ب: $(3, 8), (1, 0), (-1, 0)$</p> <p>پ: خیر، زیرا در نقطه ی $(1, 0)$ از این فاصله مشتق پذیر نیست.</p>	۲۳۸																		
۰/۲۵		۲۳۹																		
۰/۲۵		۲۴۰																		
۱/۲۵	$f(x) = 6x^2 + 6x - 12 = 0 \Rightarrow x = 1, x = -2$ <p>غ ق ق</p> $f(-1) = 13, f(2) = 4, f(1) = -7 \Rightarrow \min: (1, -7), \max: (-1, 13)$	۲۴۱																		
۱/۷۵	$f(x) = x^2 + 2x = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2$ $f(0) = 0 \text{ مینیمم نسبی و مینیمم مطلق}, f(-2) = \frac{2}{3}, f(2) = 18 \text{ ماکزیمم مطلق}$ <table border="1" style="margin-top: 10px;"> <tr> <td>x</td> <td></td> <td>-2</td> <td>0</td> <td></td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td></td> <td>\nearrow</td> <td>$\frac{2}{3}$</td> <td>\searrow</td> <td>0</td> <td>\nearrow</td> </tr> </table>	x		-2	0		f'	$+$	0	$-$	0	$+$	f		\nearrow	$\frac{2}{3}$	\searrow	0	\nearrow	۲۴۲
x		-2	0																	
f'	$+$	0	$-$	0	$+$															
f		\nearrow	$\frac{2}{3}$	\searrow	0	\nearrow														

۱	$f(x) = 3x^2 + a$, $f(1) = 0 \Rightarrow 3 + a = 0 \Rightarrow a = -3$ $f(1) = 2 \Rightarrow 1 + a + b = 2 \xrightarrow{a=-3} b = 4$	۲۴۳												
۱/۷۵	$f(x) = x^2 - 1 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ $f(0) = 0$, $f(1) = -\frac{2}{3}$ مینیمم مطلق و $f(-1) = f(2) = \frac{2}{3}$ ماکزیمم مطلق	۲۴۴												
۰/۵		الف : نادرست ب : درست												
۰/۲۵		مثبت												
۱/۲۵	$f(x) = \frac{2x}{(x^2 + 1)^2} = 0 \Rightarrow x = 0$	۲۴۷												
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f'</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f</td> <td style="padding: 5px;"></td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">تابع در بازه $(-\infty, 0)$ نزولی و در بازه $(0, +\infty)$ صعودی است.</p>	x	$-\infty$	۰	$+\infty$	f'	-	۰	+	f		۰		
x	$-\infty$	۰	$+\infty$											
f'	-	۰	+											
f		۰												
۱/۵	$f(x) = \frac{2x - 2}{2\sqrt{x^2 - 2x + 4}} = 0 \Rightarrow 2x - 2 = 0 \Rightarrow x = 1$ $f(0) = f(2) = 2$ ماکزیمم مطلق $f(1) = \sqrt{3}$ مینیمم مطلق	۲۴۸												
۱/۵	$f(x) = -4x^3 + a$, $f(1) = 0 \Rightarrow -4 + a = 0 \Rightarrow a = 4$ $f(1) = 2 \Rightarrow -1 + 4 + b = 2 \Rightarrow b = -1$	۲۴۹												
۰/۲۵		مثبت												
درس دوم : جهت تقعر نمودار یک تابع و نقطه عطف آن														
۰/۲۵		نادرست (صفحه ۱۳۲)												
		۲۵۱												

۱	$f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f''(x) = 6x = 0 \Rightarrow x = 0$ نقطه $(0, 1)$ نقطه عطف تابع است. 	تمرین ۲ صفحه ۱۳۶	۲۵۲
۰/۵		بالا (قضیه صفحه ۱۲۹ کتاب)	۲۵۳
۰/۵		نادرست (صفحه ۱۲۴ کتاب)	۲۵۴
۱/۵	$\begin{cases} f(-1) = -a + b + 2 = 1 \Rightarrow -a + b = -1 \\ f''(-1) = 0 \Rightarrow -6a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = \frac{-1}{2}, b = \frac{-3}{2}$	(مشابه تمرین ۴ صفحه ۱۳۶ کتاب)	۲۵۵
۱/۵	$f(0) = 1 \Rightarrow c = 1 \quad (././20) \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx^2 + 1$ $f(1) = 2 \Rightarrow a + b + 1 = 2 \Rightarrow a + b = 1 \quad (././20) \Rightarrow a = -2$ $\Rightarrow 3a + 2b = 0 \quad (././5) \Rightarrow b = 3 \quad (././5) f''(\frac{1}{3}) = 0$	(تمرین صفحه ۱۳۶ کتاب)	۲۵۶
۰/۲۵		نادرست	۲۵۷
۰/۲۵		C	۲۵۸
۱/۲۵	$D_f = R$ $f'(x) = \frac{1}{3\sqrt{(x-1)^2}} \Rightarrow f''(x) = \frac{-2}{9\sqrt{(x-1)^3}}$ 	$f'(1) = +\infty$ پس تابع در $x = 1$ مماس قائم دارد و $x = 1$ نقطه عطف است.	۲۵۹
۰/۷۵		الف: نادرست ب: درست پ: درست	۲۶۰

۱	$f(-1) = 1 \Rightarrow a - b = 3$, $f''(-1) = 0 \Rightarrow -6 + 2a = 0 \Rightarrow a = 3, b = 0$	۲۶۱												
۱	ب : درست الف : نادرست	۲۶۲												
۱/۲۵	$f(x) = -3x^2 + 6x \Rightarrow f'(x) = -6x + 6 = 0 \Rightarrow x = 1$ نقطه عطف (۱,۳)	۲۶۳												
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;">x</td> <td style="border-bottom: 1px solid black;">$-\infty$</td> <td style="border-bottom: 1px solid black;">1</td> <td style="border-bottom: 1px solid black;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">y''</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">۰</td> <td style="text-align: center;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">y</td> <td style="text-align: center;">∪</td> <td style="text-align: center;">۳</td> <td style="text-align: center;">∩</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y''	+	۰	-	y	∪	۳	∩	
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y''	+	۰	-											
y	∪	۳	∩											
۰/۱۵	$f(x) = 3ax^2 + 2bx \Rightarrow f'(x) = 6ax + 2b$, $x = \frac{1}{2} \Rightarrow 6a\left(\frac{1}{2}\right) + 2b = 0 \Rightarrow 3a + 2b = 0$ $f(1) = 2 \Rightarrow a \times 1^2 + b \times 1^2 + 1 = 2 \Rightarrow a + b = 1$ $\begin{cases} 3a + 2b = 0 \\ a + b = 1 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 2$	۲۶۴												
۲	$f(x) = 3x^2 + 6x \Rightarrow f'(x) = 6x + 6 = 0 \Rightarrow x = -1$ $f(-1) = (-1)^3 + 3(-1)^2 + 1 = 3$ نقطه عطف (-۱,۳)	۲۶۵												
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;">x</td> <td style="border-bottom: 1px solid black;">$-\infty$</td> <td style="border-bottom: 1px solid black;">1</td> <td style="border-bottom: 1px solid black;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">y''</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">۰</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">y</td> <td style="text-align: center;">∩</td> <td style="text-align: center;">۳</td> <td style="text-align: center;">∪</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y''	-	۰	+	y	∩	۳	∪	
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y''	-	۰	+											
y	∩	۳	∪											
۱	الف : نقطه ی C ب : نقطه ی D	۲۶۶												
۱/۵	$y' = \frac{-2}{(x-1)^2}$, $y'' = \frac{4}{(x-1)^3}$, $x-1 = 0 \Rightarrow x = 1$ در بازه ی $(1, +\infty)$ تقعر روبه بالا و در بازه ی $(-\infty, 1)$ تقعر رو به پایین است. تابع نقطه عطف ندارد.	۲۶۷												
	<table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; border-bottom: 1px solid black;">x</td> <td style="border-bottom: 1px solid black;">$-\infty$</td> <td style="border-bottom: 1px solid black;">1</td> <td style="border-bottom: 1px solid black;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">f''</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">+</td> <td style="text-align: center;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black;">f</td> <td style="text-align: center;">∩</td> <td style="text-align: center;">-</td> <td style="text-align: center;">∪</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	f''	-	+	+	f	∩	-	∪	
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
f''	-	+	+											
f	∩	-	∪											

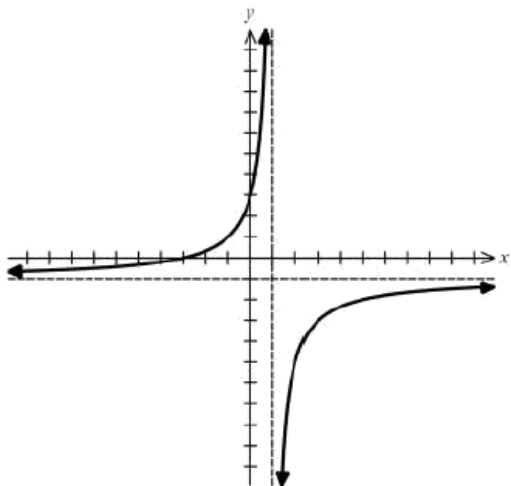
۱	$f(x) = 3x^2 + 3 \Rightarrow f'(x) = 6x = 0 \Rightarrow x = 0$	۲۶۸												
	<table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td>$-$</td> <td>0</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>\cap</td> <td>\cup</td> <td>\cup</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">عطف</p> <p style="text-align: right;">نقطه عطف $(0, 1)$</p>	x	$-\infty$	0	$+\infty$	y''	$-$	0	$+$	y	\cap	\cup	\cup	
x	$-\infty$	0	$+\infty$											
y''	$-$	0	$+$											
y	\cap	\cup	\cup											

۱/۲۵	$f(1) = 1 \Rightarrow a + b - 1 = 1 \Rightarrow a + b = 2$ $f(x) = 3ax^2 + 2bx \Rightarrow f''(x) = 6ax + 2b, f''(1) = 0 \Rightarrow 6a + 2b = 0$ $\begin{cases} a + b = 2 \\ 6a + 2b = 0 \end{cases} \Rightarrow a = -1, b = 3$	۲۶۹
------	--	-----

۱	$f(x) = -3x^2 + 6x \Rightarrow f'(x) = -6x + 6 = 0 \Rightarrow x = 1$	۲۷۰												
	<p style="text-align: center;">نقطه عطف $(1, 3)$</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y''</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>\cup</td> <td>\cup</td> <td>\cap</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	y''	$+$	0	$-$	y	\cup	\cup	\cap	
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
y''	$+$	0	$-$											
y	\cup	\cup	\cap											

درس سوم: رسم نمودار تابع

۲	<p>مجانِب قائم $x = 1$ ، $y = -1$ مجانِب افقی</p> <p style="text-align: right;">نقطه بحرانی ندارد $f'(x) = \frac{4}{(1-x)^2}$</p> <table border="1"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>1</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>$+$</td> <td></td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>-1</td> <td>$+\infty$</td> <td>-1</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	1	$+\infty$	f'	$+$		$+$	f	-1	$+\infty$	-1	<p>مشابه تمرین ۱ صفحه ۱۴۴</p> <p>۲۷۱</p>
x	$-\infty$	1	$+\infty$											
f'	$+$		$+$											
f	-1	$+\infty$	-1											

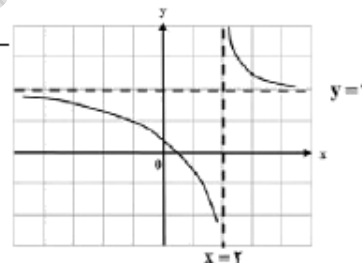


۲/۵

$x = 2$ مجانب قائم
 $y = 2$ مجانب افقی

$$y' = \frac{-3}{(x-2)^3} < 0$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
y'	-		-
y	2	$-\infty$	2



(تمرین ۱ صفحه ۱۴۴)

۲۷۲

۲

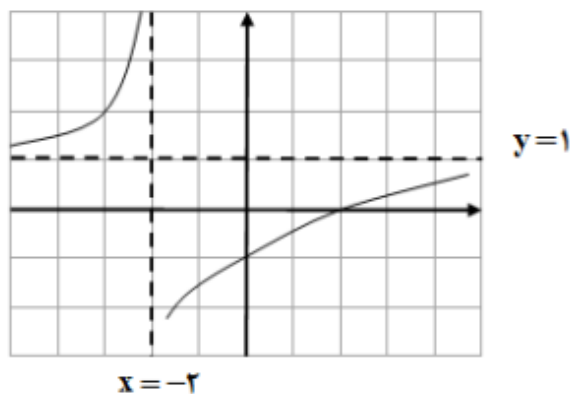
$x = -2$ مجانب قائم $(0/25)$

$y = 1$ مجانب افقی $(0/25)$

$$y' = \frac{4}{(x+2)^3} > 0 \quad (0/25)$$

جدول $(0/5)$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
f'	+		+
f	1	$+\infty$	1



(مشابه تمرین ۱ صفحه ۱۴۴)

رسم شکل $(0/5)$

۲۷۳

۱/۵ $f(x) = -x^3 + 6x^2 - 9$, $D_f = R$
 $f'(x) = -3x^2 + 12x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = 4 \end{cases}$
 $f''(x) = -6x + 12 = 0 \Rightarrow x = 2$

x	$-\infty$	0	2	4	$+\infty$
f'	-	+	+	-	-
f''	+	+	-	-	-
f	$+\infty \searrow$	\nearrow	\nearrow	$\searrow -\infty$	
	\cup	\cup	\cap	\cap	
		min		max	

۲۷۴

۲/۵ $x = -1$ مجانب قائم
 $y = 2$ مجانب افقی
 $y' = \frac{3}{(x+1)^2} > 0$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
$f'(x)$	+	+	
$f(x)$	2	$+\infty$	2

۲۷۵

۲ $y' = \frac{-2}{(x-2)^2} < 0$

مجانِب قائم $x = 2$
 مجانب افقی $y = 1$

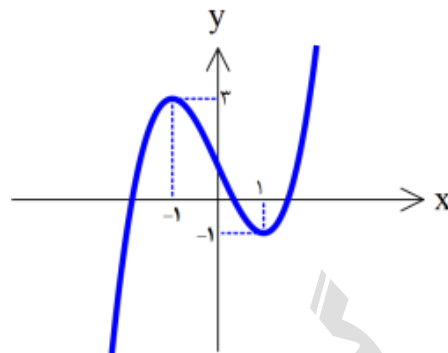
x	$-\infty$	0	2	2	$+\infty$
$f'(x)$	-	-	-	-	
$f(x)$	1	0	$+\infty$	2	1

۲۷۶

۲ $\dot{y} = 3x^2 - 3 = 0 \Rightarrow x = \pm 1$ نقاط بحرانی

$y'' = 6x = 0 \Rightarrow x = 0$ نقطه عطف $(0, 1)$

x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
y'	$+$	0	$-$	$-$	$+$
y''	$-$	$-$	0	$+$	$+$
y	$-\infty$	3	1	-1	$+\infty$
		max		min	



۲۷۷

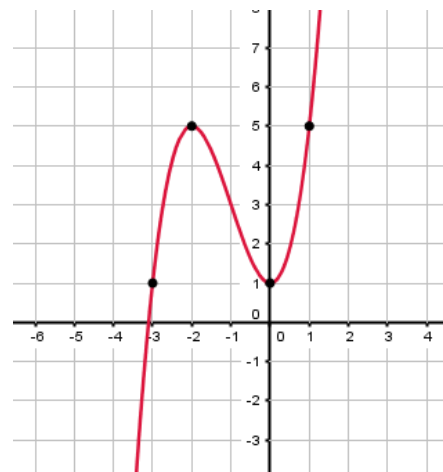
۱/۷۵ $D_f = R$, $\dot{y} = 3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow 3x(x + 2) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2$

$y'' = 6x + 6 = 0 \Rightarrow x = -1$

$x = -3 \Rightarrow y = -27 + 27 + 1 = 1 \Rightarrow A(-3, 1)$ نقطه کمکی

$x = 1 \Rightarrow y = 1 + 3 + 1 = 5 \Rightarrow B(1, 5)$ نقطه کمکی

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$	$+$
f	$-\infty$	5	1	$+\infty$
		ماکزیمم	مینیمم	



۲۷۸

۱/۷۵ $x - 1 = 0 \Rightarrow x = 1$ مجانب قائم و $D_f = R - \{1\}$

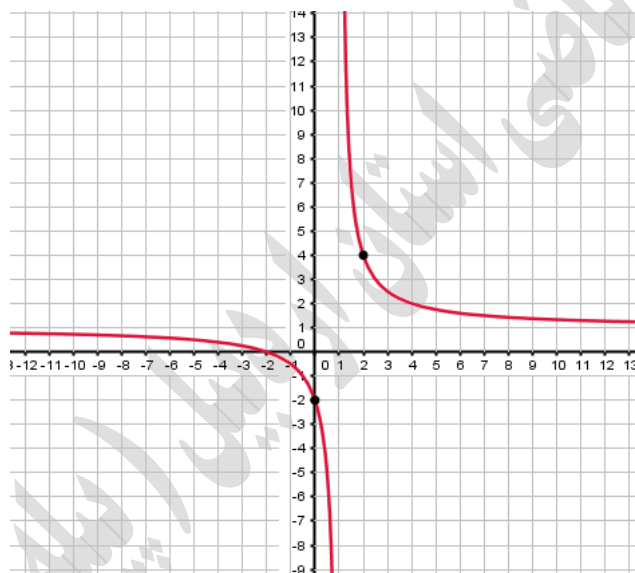
۲۷۹

$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x+2}{x-1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x}{x} = 1 \Rightarrow y = 1$ قائم افقی

$f'(x) = \frac{1(x-1) - 1(x+2)}{(x-1)^2} = \frac{-3}{(x-1)^2} < 0$

نقاط کمکی $(0, -2), (2, 4)$

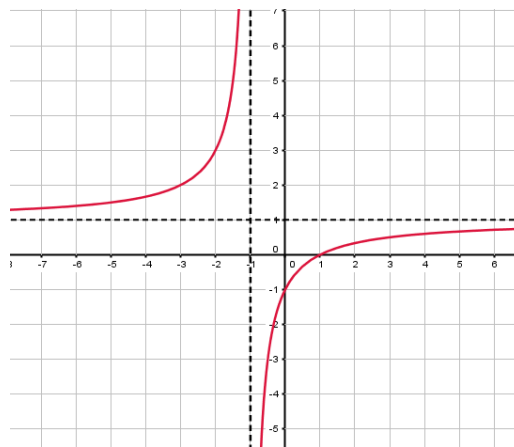
x	$-\infty$		1		$+\infty$
y'		-			
y	-1		$+\infty$		1



۲ $y = 1$ مجانب افقی $x = -1$ مجانب قائم

۲۸۰

$f'(x) = \frac{1(x+1) - 1(x-1)}{(x+1)^2} = \frac{2}{(x+1)^2} > 0$

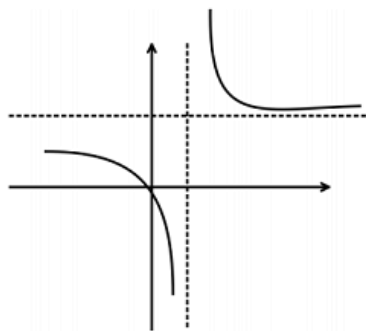


x	$-\infty$	-1	$+\infty$
f'		+	
f	1	$+\infty$	1

۱/۷۵ $y = 2$ مجانب افقی و $x = 1$ مجانب قائم

۲۸۱

$$f(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0$$



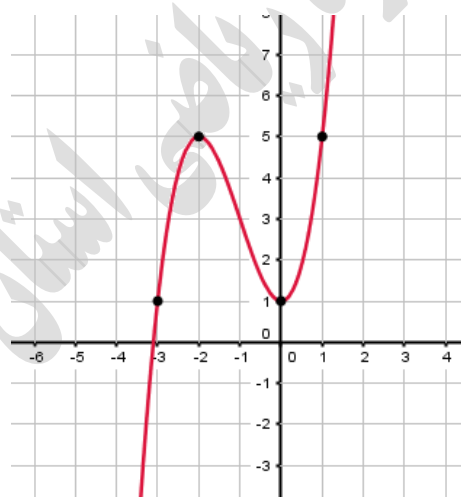
x	$-\infty$	1	$+\infty$
f'	$-$	$+$	$-$
f	2	$+\infty$	2

۱/۲۵ $y' = 3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow x = 0, x = -2$

۲۸۲

x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$
f'	$+$	0	$-$	$+$
f	$-\infty$	5	1	$+\infty$

ماکزیم مینیمم

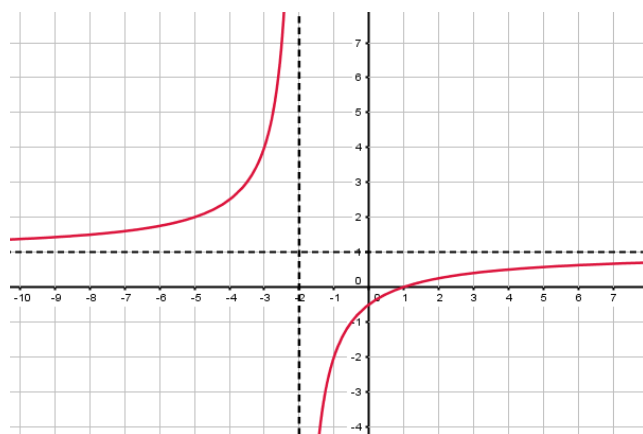


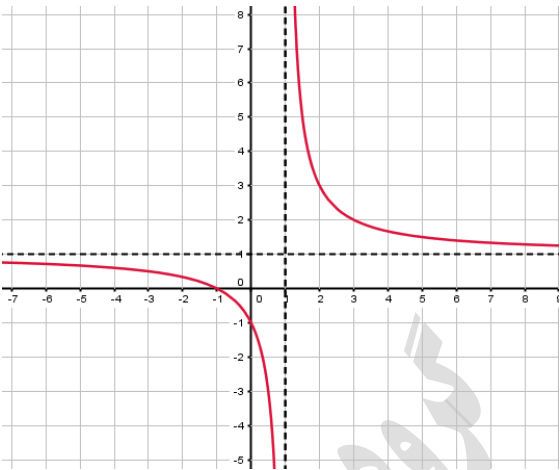
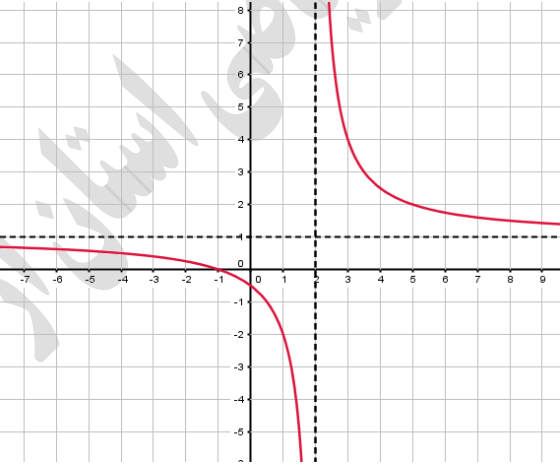
۱/۵ $y = 1$ مجانب افقی و $x = -2$ مجانب قائم

۲۸۳

$$f(x) = \frac{3}{(x-2)^2} < 0$$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
y'	$+$	$ $	$+$
y	1	$+\infty$	1



<p>۱/۷۵</p>	<p>مجانب قائم $x = 1$ و مجانب افقی $y = 1$</p> $f'(x) = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>1</td> <td>\searrow</td> <td>\nearrow</td> <td>\searrow</td> <td>\nearrow</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	f'	-	-	-	-	-	f	1	\searrow	\nearrow	\searrow	\nearrow		<p>۲۸۴</p>
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$																
f'	-	-	-	-	-																
f	1	\searrow	\nearrow	\searrow	\nearrow																
<p>۱/۷۵</p>	<p>مجانب قائم $x = 2$ و مجانب افقی $y = 1$</p> $f'(x) = \frac{-3}{(x-2)^2} < 0$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td>-</td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td>\searrow</td> <td>\nearrow</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	2	$+\infty$	y'	-	-	-	y	1	\searrow	\nearrow		<p>۲۸۵</p>						
x	$-\infty$	2	$+\infty$																		
y'	-	-	-																		
y	1	\searrow	\nearrow																		

امیدواریم این فایل در جهت پیشبرد اهداف آموزشی مورد استفاده همکاران و دانش آموزان گرامی قرار بگیرد.

گروه ریاضی دوره دوم متوسطه استان اردبیل

رقیه پيله ور - میکائيل صدقی

شهریور ۱۴۰۱