



دبيرستان جمهوري اسلامي

فاطمه سرايي

تست فصل اول رياضي دهم

سال دهم
رياضي



۱ در یک دنباله‌ی حسابی، مجموع چهار جمله‌ی اول ۱۵ و مجموع پنج جمله‌ی بعدی آن ۳۰ می‌باشد. جمله‌ی یازدهم این دنباله کدام است؟

- ۱ ۷٫۵
- ۲ ۸
- ۳ ۸٫۵
- ۴ ۹

۲ در دو دنباله‌ی حسابی $۲, ۷, ۱۲, \dots$ و $۸, ۱۱, ۱۴, \dots$ چند عدد سه رقمی مشترک وجود دارد؟

- ۱ ۵۸
- ۲ ۵۹
- ۳ ۶۰
- ۴ ۶۱

۳ اعداد $۲^a, ۲^b$ و $۴\sqrt{۲}$ سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی هندسی‌اند، واسطه‌ی عددی بین a و b کدام است؟

- ۱ ۲٫۵
- ۲ ۲
- ۳ ۱٫۵
- ۴ $\sqrt{۲}$

۴ اگر $n(A - B) = ۲$ ، $n(B - A) = ۸$ و $n(B) = ۳n(A)$ باشد، $n(A \cup B)$ کدام است؟

- ۱ ۱۲
- ۲ ۹
- ۳ ۱۰
- ۴ ۱۱

۵ در یک الگوی خطی، جمله هفتم ۳۱ و جمله دهم $\frac{۸}{۵}$ جمله پنجم است. جمله بیستم این الگو کدام است؟

۶۷ ۷۰ ۶۹ ۷۱

۶ اگر اعداد $۲\sqrt{۲} + \sqrt{۳}$ و $\frac{x}{۲}$ و $۲\sqrt{۲} - \sqrt{۳}$ به ترتیب سه جمله متوالی دنباله هندسی باشند، x کدام می تواند باشد؟

 $\frac{\sqrt{۵}}{۲}$ $\frac{\sqrt{۵}}{۵}$ $\sqrt{۵}$ $۲\sqrt{۵}$

۷ اگر $۲ - \sqrt{۳}, x, ۲ + \sqrt{۳}, y, \dots$ جملات یک دنباله هندسی باشند، y کدام است؟ ($x, y > ۰$)

 $۲ + \sqrt{۳}$ $۴ + ۲\sqrt{۳}$ $۷ + ۲\sqrt{۳}$ $۷ + ۴\sqrt{۳}$



۸ در يك دنباله ی هندسی، نسبت جمله ی هفتم به جمله ی چهارم برابر $\frac{8}{27}$ است. اگر جمله ی اول دنباله $\frac{3}{5}$ باشد، جمله ی

دوم دنباله کدام است؟

$\frac{2}{5}$ ۱

$\frac{9}{10}$ ۲

$\frac{2}{3}$ ۳

$\frac{5}{2}$ ۴

۹ اگر $n(A) = 20$ و $n(B) = 10$ و $2n(A \cap B) = n(B)$ باشد، حاصل $n(A' \cap B)$ کدام است؟

۸ ۱

۱۲ ۲

۵ ۳

۳۰ ۴

۱۰ در یک دنباله حسابی جمله هفتم ۴ برابر جمله سوم است. در این دنباله قدرنسبت چند برابر جمله دوم است؟

۱۱ ۹ ۸ ۳

۱۱ حاصل $[-3, 7] - (-1, 9]$ کدام است؟

∅ [-3, -1] [-3, -1) (-3, -1]

۱۲ در یک دنباله هندسی $t_5 = 81$ و $t_3 = 9$ است. اگر $t_3 > t_4$ باشد، مجموع سه جمله دوم کدام است؟

۳۵۱ -۳۵۱ ۱۸۹ -۱۸۹

۱۳ بین دو عدد 2^{20} و 2^{22} ، پنج واسطه حسابی قرار داده ایم. در این صورت کوچک ترین واسطه حسابی چند برابر قدرنسبت

این دنباله است؟

۲ ۳ ۴ ۵



۱۴ اگر $4x + 4$ و $2x - 4$ و $x - 4$ به ترتیب از چپ به راست سه جمله اول یک دنباله هندسی باشند، جمله هفتاد و یکم کدام گزینه است؟

۱ 3×4^{70}

۲ 4×3^{70}

۳ 3×4^{71}

۴ 4×3^{71}

۱۵ اگر A و B دو مجموعه دلخواه ناتهی باشند، حاصل عبارت $[(A \cap B) - A] \cup [(B - A) \cap A']$ کدام است؟

۱ $B - A$

۲ $A - B$

۳ $A \cap B$

۴ B

۱۶ اگر $2x + 3$ ، واسطه حسابی اعداد $2x - 1$ و $x + 4$ باشد، مقدار x کدام خواهد بود؟

۱ -3

۲ -2

۳ $\frac{3}{2}$

۴ $\frac{2}{3}$

۱۷. مجموعه‌ی $A = \left\{ \frac{x+5}{2x^2+1} \mid x \in \mathbb{N}, -2 < x < 2 \right\}$ چند عضو دارد؟

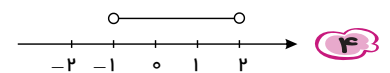
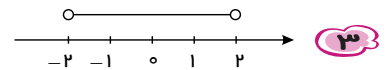
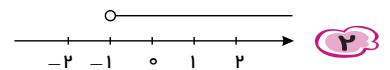
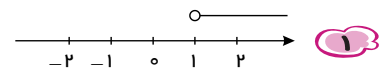
بی‌شمار

۱

۲

۳

۱۸. اگر $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x \leq 2\}$ ، $B = (1, +\infty)$ و $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x > -1\}$ باشند، نمایش هندسی $(A \cup B) \cap C$ کدام است؟



۱۹. متمم مجموعه $[A \cap (B \cup C)] - [(B - C) \cup A]$ کدام است؟ (U مجموعه مرجع است.)

A ۱

U ۲

\emptyset ۳

A' ۴

۲۰. اگر A و B دو مجموعه دلخواه ناتهی باشند، حاصل $(A \cap B') \cup (B - A')$ همواره کدام است؟

$A - B$ ۱

A ۲

B ۳

$B - A$ ۴

پاسخنامه تشریحی

گزینه ۱

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = 15 \\ a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9 = 30 \end{cases} \xrightarrow{(-5) \times} \begin{cases} 4a_1 + 6d = 15 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} -20a_1 - 30d = -75 \\ 5a_1 + 30d = 30 \end{cases} \Rightarrow -15a_1 = -45 \Rightarrow a_1 = 3, d = \frac{1}{2}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 3 + 10 \left(\frac{1}{2}\right) = 8$$

گزینه ۲ جملات مشترک دو دنباله‌ی عددی، یک دنباله‌ی عددی است که قدر نسبت آن ک.م.م قدر نسبت‌های دو دنباله‌ی اصلی است.

$$2, 7, 12, 17, \dots$$

$$8, 11, 14, 17, \dots$$

دنباله‌ی اعضای مشترک 17, 32, 47, ...

$$a_n = 17 + (n-1) \times 15 = 15n + 2$$

$$100 \leq a_n \leq 999 \rightarrow 100 \leq 15n + 2 \leq 999 \rightarrow \frac{98}{15} \leq n \leq \frac{997}{15}$$

$$\rightarrow 7 \leq n \leq 66 \rightarrow \text{تعداد جملات} = 66 - 7 + 1 = 60$$

گزینه ۳

اگر a, b, c سه جمله متوالی یک دنباله هندسی باشند آن گاه: $b^2 = a \cdot c$ و b واسطه هندسی است.

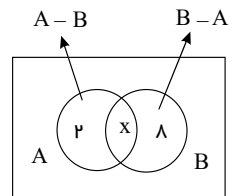
$$\left(4\sqrt{2}\right)^2 = 2^a \times 2^b \Rightarrow 2^5 = 2^{a+b} \Rightarrow a+b = 5 \Rightarrow \frac{a+b}{2} = 2,5$$

گزینه ۴

نمودار زیر را رسم می‌کنیم و تعداد اعضای $A \cap B$ را x می‌نامیم.

$$\left. \begin{aligned} n(A) &= 2 + x \\ n(B) &= 8 + x \\ n(B) &= 3n(A) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 8 + x = 3(2 + x) \Rightarrow 8 + x = 6 + 3x \Rightarrow 2x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$n(A \cup B) = n(A) + n(B) - n(A \cap B) = 3 + 9 - 1 = 11$$

گزینه ۵ جمله عمومی الگوی خطی را به صورت $c_n = an + b$ در نظر می‌گیریم:

$$\xrightarrow{\text{جمله هفتم}} 31 = a \times 7 + b \Rightarrow 7a + b = 31 \quad (1)$$

$$\frac{c_1}{c_5} = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{10a + b}{5a + b} = \frac{8}{5} \Rightarrow 50a + 5b = 40a + 8b \Rightarrow 10a = 3b \Rightarrow b = \frac{10}{3}a \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(2), (1)} 7a + \frac{10}{3}a = 31 \Rightarrow 21a + 10a = 93 \Rightarrow 31a = 93 \Rightarrow a = 3 \text{ و } b = \frac{10}{3} \times 3 = 10$$

پس جمله عمومی دنباله خطی برابر با $c_n = 3n + 10$ می‌شود:

$$\Rightarrow c_{20} = 20 \times 3 + 10 = 70$$

گزینه ۶ اگر a, b, c سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند، آن گاه $b^2 = ac$ است.

$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 = \underbrace{(2\sqrt{2} + \sqrt{3})(2\sqrt{2} - \sqrt{3})}_{\text{مزدوج}}$$

$$\frac{x^2}{4} = 8 - 3 \Rightarrow \frac{x^2}{4} = \frac{5}{1} \Rightarrow x^2 = 20 \Rightarrow x = \pm\sqrt{20} = \pm\sqrt{4 \times 5}$$

$$\Rightarrow x = \pm 2\sqrt{5}$$

گزینه ۷

اگر a, b, c جملات متوالی یک دنباله هندسی باشند $b^2 = ac$ است پس:

$$x^2 = \underbrace{(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3})}_{\text{مزدوج}} \Rightarrow x^2 = 4 - 3 = 1 \Rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{x > 0} x = 1$$

$$\text{بنابراین } q = \frac{2 + \sqrt{3}}{1} = 2 + \sqrt{3} \text{ است.}$$

قدر نسبت \times جمله ی سوم y

$$\Rightarrow y = (2 + \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) = 4 + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 3 \Rightarrow y = 7 + 4\sqrt{3}$$

گزینه ۸

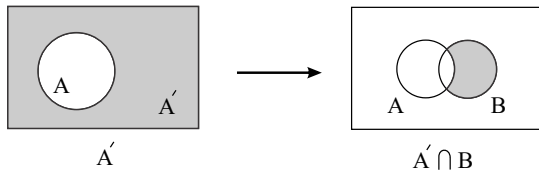
در هر دنباله هندسی با جمله ی اول a_1 و نسبت مشترک r ، $a_n = a_1 r^{n-1}$ است.

$$\frac{a_4}{a_7} = \frac{a_1 r^3}{a_1 r^6} = r^3 = \frac{8}{27} \Rightarrow r = \frac{2}{3}$$

$$a_1 = \frac{3}{5} \Rightarrow a_4 = a_1 \times r = \frac{3}{5} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{5}$$

گزینه ۳

مسئله $n(A' \cap B)$ یعنی تعداد اعضای $A' \cap B$ را خواسته است. آن را روی نمودار ون نمایش می دهیم:



پس تعداد اعضای $A' \cap B$ عبارتست از:

$$n(A' \cap B) = n(B) - n(A \cap B)$$

فرض های مسئله را ببینید:

$$\left. \begin{array}{l} n(B) = 10 \\ 2n(A \cap B) = 10 \Rightarrow n(A \cap B) = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow n(A' \cap B) = 10 - 5 = 5$$

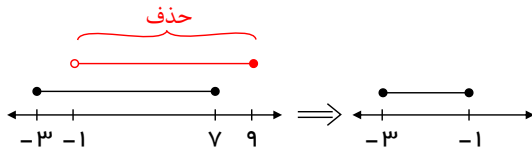
گزینه ۱۰

$$t_4 = 4t_1 \Rightarrow t_1 + 6d = 4(t_1 + 2d)$$

$$\Rightarrow t_1 + 6d = 4t_1 + 8d \Rightarrow 3t_1 = -2d \Rightarrow t_1 = -\frac{2}{3}d$$

$$\frac{d}{t_4} = \frac{d}{t_1 + d} = \frac{d}{-\frac{2}{3}d + d} = \frac{d}{\frac{1}{3}d} = 3$$

گزینه ۲



گزینه ۴

$$r^{m-n} = \frac{t_m}{t_n} \Rightarrow r^2 = \frac{t_5}{t_9} = \frac{81}{9} \Rightarrow r^2 = 9 \Rightarrow r = \pm 3 \xrightarrow{t_9 > t_4} r = -3$$

$$t_4 = \frac{t_5}{-3} = -27, t_6 = t_5 \times -3 = -243$$

در نتیجه:

$$\Rightarrow t_4 + t_5 + t_6 = -27 + 81 - 243 = -189$$

گزینه ۲ * ۱۳

پنج واسطه حسابی

$$a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7$$

\downarrow \downarrow
 2^{20} 2^{22}

$$a_7 = a_1 + 6d \Rightarrow 2^{22} = 2^{20} + 6d \Rightarrow 6d = 2^{22} - 2^{20} \Rightarrow d = \frac{2^{22} - 2^{20}}{6} = \frac{2^2 \times 2^{20} - 2^{20}}{6} = \frac{3 \times 2^{20}}{3 \times 2} = 2^{19}$$

کوچکترین واسطه حسابی: $a_4 = a_1 + d = 2^{20} + 2^{19} = 2 \times 2^{19} + 2^{19} = 3 \times 2^{19}$

در نتیجه داریم:

$$\frac{a_4}{d} = \frac{3 \times 2^{19}}{2^{19}} = 3$$

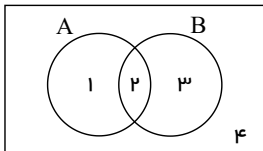
گزینه ۲ * ۱۴ می دانیم: در دنباله هندسی با جملات a, b, c داریم: $b^2 = ac$

$$(2x - 4)^2 = (x - 4)(4x + 4)$$

$$4x^2 - 16x + 16 = 4x^2 + 4x - 16x - 16 \Rightarrow 4x = 32 \Rightarrow x = 8$$

جملات دنباله: $4, 12, 36, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 4 \\ q = 3 \end{cases} \Rightarrow a_{n+1} = a_n q^n = 4 \times 3^n$

گزینه ۱ * ۱۵ با رسم نمودار و عددگذاری داریم:



$$[(A \cap B) - A] \cup [(B - A) \cap A'] = [(1, 2) \cap (2, 3) - (1, 2)] \cup [(3, 2) - (1, 2) \cap (3, 4)]$$

$$= [2 - (1, 2)] \cup [3 \cap (3, 4)] = \emptyset \cup 3 = 3 = B - A$$

گزینه ۱ * ۱۶

می دانیم: واسطه حسابی بین دو عدد a و b برابر است با $\frac{a+b}{2}$

داریم:

$$2x + 3 = \frac{(x + 4) + (2x - 1)}{2} \Rightarrow 4x + 6 = 3x + 3 \Rightarrow x = -3$$

گزینه ۲ * ۱۷ از آنجا که x عددی طبیعی است و از طرفی بین $2, -2$ واقع است، پس $x = 1$ است و مجموعه A فقط شامل عضو 2 خواهد بود.

یعنی: $A = \{2\}$

گزینه ۲ * ۱۸



$$\Rightarrow (A \cup B) \cap C = (-1, +\infty)$$

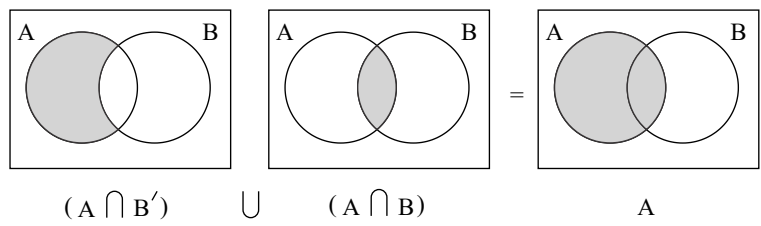
گزینه ۲ * ۱۹ با توجه به ویژگی‌های مجموعه‌ها می دانیم:

$$\begin{cases} [A \cap (B \cup C)] \subseteq A & (1) \\ A \subseteq [(B - C) \cup A] & (2) \end{cases} \Rightarrow [A \cap (B \cup C)] \subseteq [(B - C) \cup A]$$

بنابراین:

$$[A \cap (B \cup C)] - [(B - C) \cup A] = \emptyset \xrightarrow{\text{متمم}} U$$

گزینه ۲ * ۲۰



$$B - A' = B \cap (A')' = B \cap A = A \cap B$$

$$(A \cap B') \cup (B \cap A) = (A \cap B') \cup (A \cap B) = A$$

مطابق شکل داریم:



دورستان جمهوري اسلامي

پاسخنامه کلیدی

۱	۲	۵	۲	۹	۳	۱۳	۲	۱۷	۲
۲	۳	۶	۴	۱۰	۴	۱۴	۲	۱۸	۲
۳	۱	۷	۴	۱۱	۲	۱۵	۱	۱۹	۲
۴	۴	۸	۱	۱۲	۴	۱۶	۱	۲۰	۲



جمهوری اسلامی ایران

فاطمه سرایی