



RIAZISARA

www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های ریاضی
سوالات و پاسخنامه تشریحی کنکور
نمونه سوالات امتحانات ریاضی
نرم افزارهای ریاضیات**

و...

[@riazisara](https://t.me/riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام:



<https://t.me/riazisara>

[@riazisara.ir](https://www.instagram.com/riazisara.ir) ریاضی سرا در اینستاگرام:



<https://www.instagram.com/riazisara.ir>

سراسری تجربی ۹۸

سرعت یک قایق موتوری ، در آب راکد ۱۰۰ متر در دقیقه است . این قایق فاصله ۱۲۰۰ متری در رودخانه را رفته و برگشته است . اختلاف زمان رفت و برگشت ۵ دقیقه است . سرعت آب رودخانه ، چند متر در دقیقه است ؟

۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۲۵ (۴)

$$v = \frac{x}{t} \rightarrow t = \frac{x}{v} \rightarrow t_r - t_1 = 5 \rightarrow \frac{1200}{100-v} - \frac{1200}{100+v} = 5 \rightarrow \boxed{v=20}$$

سراسری تجربی ۹۸

اگر $2 = 3a + \sqrt{2a^2 + 4a}$ باشد ، عدد $\frac{a+1}{a}$ ، کدام است ؟

۱/۵ (۱) ۲/۵ (۲) ۳/۵ (۳) ۴/۵ (۴)

$$\sqrt{2a^2 + 4a} = 2 - 3a \rightarrow \begin{cases} 2a^2 + 4a \geq 0 \rightarrow (-\infty, -2] \cup [0, +\infty) \\ 2 - 3a \geq 0 \rightarrow a \leq \frac{2}{3} \rightarrow (-\infty, \frac{2}{3}] \end{cases} \rightarrow (-\infty, -2] \cup [0, \frac{2}{3}]$$

$$2a^2 + 4a = (2 - 3a)^2 \rightarrow 7a^2 - 16a + 4 = 0 \xrightarrow[b'=-8]{b=-16} \Delta' = (-8)^2 - (7)(4) = 64 - 28 = 36$$

$$a = \frac{8+6}{7} = \frac{14}{7} = 2 \qquad a = \frac{8-6}{7} = \frac{2}{7}$$

$$\frac{a+1}{a} = 1 + \frac{1}{a} = 1 + \frac{7}{2} = \frac{9}{2} = \frac{4}{5}$$

سراسری تجربی ۹۸ - خارج از کشور

پرنده ای فاصله یک کیلومتر را در جهت موافق باد رفته و در جهت مخالف باد برگشته است . اگر سرعت باد ۵ کیلومتر در ساعت و مدت رفت و برگشت ۹ دقیقه باشد ، سرعت پرنده در هوای آرام ، چند کیلومتر در ساعت است ؟

۱۲ (۱) ۱۲/۵ (۲) ۱۳/۵ (۳) ۱۵ (۴)

فرض کنیم سرعت پرنده در هوای آرام برابر v باشد .

سرعت پرنده در جهت موافق باد $v_1 = v + 5$ و در جهت مخالف باد $v_2 = v - 5$ باشد .

$$t_1 + t_2 = 9' = \frac{9}{60} h = \frac{3}{20} h$$

$$\frac{1}{v+5} + \frac{1}{v-5} = \frac{3}{20} \rightarrow \frac{v-\cancel{5} + v+\cancel{5}}{v^2 - 25} = \frac{3}{20} \rightarrow \frac{2v}{v^2 - 25} = \frac{3}{20}$$

$$3v^2 - 40v - 75 = 0 \xrightarrow[b'=-20]{b=-40} \Delta' = (-20)^2 - (3)(-75) = 400 + 225 = 625$$

$$v = \frac{20+25}{3} = \frac{45}{3} = 15 \text{ km/h} \qquad v = \frac{20-25}{3} = \frac{-5}{3}$$

ولی بهتر است برای حل معادله گویا ، از گزینه ها استفاده می کردیم .

سراسری تجربی ۹۸ - خارج از کشور

اگر $1 = 2a + \sqrt{3a + 16}$ باشد ، عدد $4a + 9$ ، کدام است ؟

۲۱ (۴)

۱۵ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

$$1 - 2a = \sqrt{3a + 16} \rightarrow \begin{cases} 1 - 2a \geq 0 \rightarrow a \leq \frac{1}{2} \\ 3a + 16 \geq 0 \rightarrow a \geq -\frac{16}{3} \end{cases} \rightarrow \cap \rightarrow \left[-\frac{16}{3}, \frac{1}{2} \right]$$

$$\xrightarrow{\wedge^2} 1 - 4a + 4a^2 = 3a + 16 \rightarrow 4a^2 - 7a - 15 = 0$$

$$\frac{16a^2 - 7(4a) - 60}{4} = 0 \rightarrow \frac{(4a - 12)(4a + 5)}{4} = 0 \rightarrow \frac{4(a - 3)(4a + 5)}{4} = 0$$

$$\rightarrow a = 3 \wedge \boxed{a = -\frac{5}{4}} \quad 4a + 9 = 4\left(-\frac{5}{4}\right) + 9 = -5 + 9 = 4$$

۴

سراسری ریاضی ۹۸

بهر روز یک مجله را به تنهایی ۹ ساعت زودتر از فرهاد تایپ می کند . اگر هر دو با هم کار کنند ، در ۲۰ ساعت این کار انجام می شود ، بهروز به تنهایی در چند ساعت این کار را انجام می دهد ؟

۳۶ (۴)

۳۵ (۳)

۳۳ (۲)

۳۲ (۱)

در یک روز ، بهروز $\frac{1}{x}$ و فرهاد $\frac{1}{x+9}$ و هر دو با هم $\frac{1}{20}$ کار را انجام می دهند .

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+9} = \frac{1}{20} \rightarrow \frac{x+9+x}{x(x+9)} = \frac{1}{20} \rightarrow \frac{2x+9}{x^2+9x} = \frac{1}{20} \rightarrow x^2+9x = 40x+180$$

$$x^2 - 31x - 180 = 0 \rightarrow (x - 36)(x + 5) = 0 \rightarrow \boxed{x = 36} \wedge x = -5$$

۵

سراسری تجربی ۸۷

اگر $x = 4$ یکی از جواب های معادله $x + a = \sqrt{5x - x^2}$ باشد ، جواب دیگر آن ، کدام است ؟

۴ (جواب دیگر ندارد)

۳ (۳)

۲ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

نکته : جواب معادله در خود معادله صدق می کند .

$$x + a = \sqrt{5x - x^2} \xrightarrow{x=4} 4 + a = 2 \rightarrow a = -2$$

$$x - 2 = \sqrt{5x - x^2} \xrightarrow{x-2 \geq 0} x^2 - 4x + 4 = 5x - x^2 \rightarrow 2x^2 - 9x + 4 = 0 \xrightarrow{\Delta=49}$$

$$x_1 = \frac{9+7}{4} = 4 \rightarrow \text{True}$$

$$x_2 = \frac{9-7}{4} = \frac{1}{2} \rightarrow \text{false}$$

۶

<p>سراسری تجربی ۸۷ - خارج از کشور</p> <p>معادله $3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0$ ، از نظر تعداد جواب ها ، چگونه است ؟</p> <p>(۱) یک جواب (۲) دو جواب هم علامت (۳) دو جواب با علامت مخالف (۴) جواب ندارد</p>	<p>۷</p> $3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0 \rightarrow \sqrt{4x - 3} = 2 - 3x \rightarrow \begin{cases} 4x - 3 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{3}{4} \\ 2 - 3x \geq 0 \rightarrow x \leq \frac{2}{3} \end{cases} \rightarrow \emptyset$
<p>معادله $\frac{2x+1}{x^2-x-12} + \frac{3}{8-2x} = -\frac{1}{8}$ ، چند ریشه دارد ؟</p> <p>(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳</p>	<p>۸</p> $\frac{2x+1}{x^2-x-12} + \frac{3}{8-2x} = -\frac{1}{8} \rightarrow \frac{2x+1}{(x-4)(x+3)} - \frac{3}{2(x-4)} = -\frac{1}{8}$ $8(x-4)(x+3) \left[\frac{2x+1}{(x-4)(x+3)} - \frac{3}{2(x-4)} = -\frac{1}{8} \right]$ $8(2x+1) - 12(x+3) = -x^2 + x + 12 \rightarrow 16x + 8 - 12x - 36 + x^2 - x - 12 = 0$ $x^2 + 3x - 40 = 0 \rightarrow (x+8)(x-5) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -8 \\ x = 5 \end{cases}$
<p>اگر $x - \sqrt{2x+11} = 2$ باشد ، آن گاه حاصل $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+1}$ کدام است ؟</p> <p>(۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴) $\frac{5}{8}$</p>	<p>۹</p> $x - \sqrt{2x+11} = 2 \rightarrow x - 2 = \sqrt{2x+11} \rightarrow x^2 - 4x + 4 = 2x + 11 \rightarrow x^2 - 6x - 7 = 0$ $(x-7)(x+1) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 7 \\ x = -1 \end{cases} \quad \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$
<p>ریشه های معادله $\sqrt{2x-5} + 2\sqrt{1-x} = 1$ چگونه است ؟</p> <p>(۱) یک ریشه مثبت (۲) یک ریشه منفی (۳) دو ریشه منفی (۴) فاقد ریشه</p>	<p>۱۰</p> $\sqrt{2x-5} + 2\sqrt{1-x} = 1 \rightarrow \begin{cases} 2x - 5 > 0 \rightarrow x > \frac{5}{2} \\ 1 - x > 0 \rightarrow x < 1 \end{cases} \rightarrow \emptyset$ <p>معادله رادیکالی وقتی مفهوم دارد که عبارت هر دو عدد زیر رادیکال ها ، مثبت باشد .</p>

دو شیر آب A و B ، یک استخر خالی را با هم در $\frac{7}{5}$ ساعت پر می کنند ، اگر مدت زمانی که شیر A به تنهایی استخر خالی را پر می کند ، 20 ساعت بیشتر از مدت زمانی باشد که شیر B به تنهایی همان استخر را پر می کند ، شیر A به تنهایی پس از چند ساعت استخر خالی را پر خواهد کرد ؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۵ (۳) ۲۵ (۴) ۳۰

$$15t(t-20) \left[\frac{1}{t} + \frac{1}{t-20} = \frac{1}{7/5} = \frac{2}{15} \right] \rightarrow 2t^2 - 70t + 300 = 0 \rightarrow t^2 - 35t + 150 = 0$$

۱۱

$$\rightarrow (t-30)(t-5) = 0 \rightarrow \boxed{t=30} \vee t=5$$

ولی بهتر است برای حل معادله گویا ، از گزینه ها استفاده می کردیم .

یک استاد نجاری ۱۲ ساعت نیاز دارد تا کاری را کامل کند و دستیار او این کار را به تنهایی در ۱۶ ساعت انجام می دهد . استاد کار پس از ۴ ساعت کار را به تنهایی کار را ترک می کند و ادامه کار را به دستیارش می سپارد تا کار را تمام کند . چند دقیقه طول می کشد تا دستیارش کار را تمام کند ؟

(۱) ۳۸۰ (۲) ۴۲۰ (۳) ۴۸۰ (۴) ۶۴۰

۱۲

استاد در هر ساعت $\frac{1}{12}$ و دستیارش در هر ساعت $\frac{1}{16}$ کار را داده است .

$$\frac{1}{16} \rightarrow x = \frac{32}{3} \rightarrow \frac{32}{3} \times 60 = 640'$$

x

پس از ۴ ساعت ، استاد کار $\frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ کار را انجام داده است و $\frac{2}{3}$ کار برای دستیارش باقی مانده است .

علی و حسن ۲ نقاش ساختمان هستند که سرعت کار کردن علی ، ۳ برابر حسن است . اگر هر دو با هم کار کنند ، در ۶ روز می توانند یک کار را تمام کنند . اگر حسن به تنهایی کار کند ، در چند روز می تواند آن کار را تمام کند ؟

(۱) ۱۲ (۲) ۸ (۳) ۳۲ (۴) ۲۴

۱۳

زمان کار کردن علی t و مقدار کار انجام شده در یک روز $\frac{1}{t}$ است .

زمان کار کردن حسن ۳t و مقدار کار انجام شده در یک روز $\frac{1}{3t}$ است .

$$6t \left[\frac{1}{t} + \frac{1}{3t} = \frac{1}{6} \right] \rightarrow 6 + 2 = t \rightarrow t = 8$$

$$\boxed{3t=24}$$

معادله $\sqrt{3x-2x^2} + \frac{1}{\sqrt{3x-2x^2}} = 2$ ، دارای چند ریشه طبیعی است ؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

I) $a + \frac{1}{a} = 2 \rightarrow a = 1$ II) $a + \frac{1}{a} = -2 \rightarrow a = -1$

$$\sqrt{3x-2x^2} + \frac{1}{\sqrt{3x-2x^2}} = 2 \rightarrow \sqrt{3x-2x^2} = 1 \rightarrow 3x-2x^2 = 1$$

$$2x^2 - 3x + 1 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \boxed{x=1} \quad x = \frac{1}{2} \notin \mathbb{N}$$

۱۴

اگر $x = -1$ جواب معادله $2x - \sqrt{3x-a} = -4$ باشد ، کدام گزینه در مورد جواب دیگر معادله ، صحیح است ؟

(۱) فقط یک جواب منفی (۲) فقط یک جواب مثبت

(۴) فاقد جواب دیگر

(۳) دو جواب منفی

$$2x - \sqrt{3x-a} = -4 \xrightarrow{x=-1} -2 - \sqrt{-3-a} = -4 \rightarrow \sqrt{-3-a} = 2$$

$$-3-a = 4 \rightarrow \boxed{a=-7} \rightarrow \boxed{2x - \sqrt{3x+7} = -4}$$

$$2x+4 = \sqrt{3x+7} \rightarrow \begin{cases} 3x+7 \geq 0 \rightarrow x \geq -\frac{7}{3} \\ 2x+4 \geq 0 \rightarrow x \geq -2 \end{cases} \cap \rightarrow \boxed{x \geq -2}$$

$$4x^2 + 16x + 16 = 3x + 7 \rightarrow 4x^2 + 13x + 9 = 0 \rightarrow (x+1)(4x+9) = 0$$

$$\boxed{x=-1} \wedge x = -\frac{9}{4}$$

۱۵

حاصل ضرب ریشه های حقیقی معادله $x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 5}$ کدام است ؟

(۱) -۲ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

$$x^2 + 4x + 3 = \sqrt{x^2 + 4x + 5} \rightarrow x^2 + 4x + 3 = t \rightarrow t = \sqrt{t+2} \xrightarrow{t \geq 0}$$

$$t^2 - t - 2 = 0 \xrightarrow{b=a+c} t = -1 \vee \boxed{t=2}$$

$$x^2 + 4x + 3 = 2 \rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0 \rightarrow P = \frac{c}{a} = 1$$

از روش تغییر متغیر استفاده می کنیم . معادله درجه دومی که به دست می آید بایستی دلتای آن مثبت باشد .

۱۶

حاصل ضرب جواب های حقیقی معادله $(x+1)(2x+5) = \sqrt{-(x+3)(2x+1)}$ کدام است ؟

7 (۴) -2 (۳) 2 (۲) $-\frac{11}{2}$ (۱)

$$(x+1)(2x+5) = \sqrt{-(x+3)(2x+1)} \longrightarrow 2x^2 + 7x + 5 = \sqrt{-(2x^2 + 7x + 3)}$$

$$2x^2 + 7x + 3 = t \longrightarrow \boxed{t+2 = \sqrt{-t}} \longrightarrow \begin{cases} -t \geq 0 \longrightarrow t \leq 0 \\ t+2 \geq 0 \longrightarrow t \geq -2 \end{cases} \xrightarrow{\cap} \boxed{-2 \leq t \leq 0}$$

$$t^2 + 4t + 4 = -t \longrightarrow t^2 + 5t + 4 = 0 \xrightarrow{b=a+c} \boxed{t = -1} \vee t = -4$$

$$2x^2 + 7x + 3 = -1 \longrightarrow 2x^2 + 7x + 4 = 0 \longrightarrow P = \frac{c}{a} = 2$$

۱۷

معادله $3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0$ از نظر تعداد جواب ها ، چگونه است ؟

(۲) دو جواب هم علامت دارد

(۱) یک جواب دارد

(۴) جواب ندارد

(۳) دو جواب با علامت مختلف دارد

$$3x - 2 + \sqrt{4x - 3} = 0 \longrightarrow \sqrt{4x - 3} = 2 - 3x \longrightarrow \begin{cases} 4x - 3 \geq 0 \longrightarrow x \geq \frac{3}{4} \\ 2 - 3x \geq 0 \longrightarrow x \leq \frac{2}{3} \end{cases} \xrightarrow{\cap} \emptyset$$

$$4x - 3 = 4 - 12x + 9x^2 \longrightarrow 9x^2 - 16x + 7 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} x = 1 \vee x = \frac{7}{9}$$

$$x = 1 \longrightarrow 1 = -1 \qquad x = \frac{7}{9} \longrightarrow \frac{1}{3} = -\frac{1}{3}$$

۱۸

به ازای کدام مقدار k ، حاصل ضرب ریشه های معادله $\frac{x-3}{x-1} - \frac{2x-8}{x^2-x} = \frac{k}{x^2-x}$ ، برابر ۶ است ؟

-14 (۴) 14 (۳) 8 (۲) 2 (۱)

$$x(x-1) \left[\frac{x-3}{x-1} - \frac{2x-8}{x(x-1)} = \frac{k}{x(x-1)} \right] \xrightarrow{\substack{x \neq 0 \\ x \neq 1}} x^2 - 3x - 2x + 8 = k$$

$$x^2 - 5x + 8 - k = 0 \longrightarrow P = \frac{c}{a} \longrightarrow 6 = 8 - k \longrightarrow \boxed{k = 2}$$

$$x^2 - 5x + 6 = 0 \longrightarrow (x-2)(x-3) = 0 \longrightarrow \boxed{x = 2} \wedge \boxed{x = 3}$$

چون جواب های $x = 2 \wedge x = 3$ مخرج کسر را صفر نمی کنند پس $k = 2$ قابل قبول است .

۱۹

<p>اگر $\frac{5a+10}{a+5} = \frac{5b+6}{b+3}$ باشد ، نسبت $\frac{a}{b}$ کدام است ؟ $(b \neq 0)$</p> <p>(۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{5}{7}$ (۳) $\frac{3}{5}$ (۴) $\frac{7}{5}$</p> <p>$\frac{5a+10}{a+5} = \frac{5b+6}{b+3} \rightarrow 5ab + 15a + 10b + 10 = 5ab + 25b + 6a + 10$</p> <p>$9a = 15b \rightarrow \frac{a}{b} = \frac{15}{9} = \frac{5}{3}$</p>	<p>۲۰</p>
<p>معادله های $\frac{2x}{x+1} + \frac{1}{x} = 2$ و $\frac{x+a}{x-3} + \frac{2x}{x^2+1} = 4$ دارای جواب مشترک می باشند ، مقدار a کدام است ؟</p> <p>(۱) -7 (۲) -6 (۳) 6 (۴) 7</p> <p>$x(x+1) \left[\frac{2x}{x+1} + \frac{1}{x} = 2 \right] \rightarrow 2x^2 + x + 1 = 2x^2 + 2x \rightarrow \boxed{x=1}$</p> <p>$\frac{x+a}{x-3} + \frac{2x}{x^2+1} = 4 \xrightarrow{x=1} \frac{1+a}{-2} + \frac{2}{2} = 4 \rightarrow \frac{1+a}{-2} = 3 \rightarrow 1+a = -6 \rightarrow \boxed{a=-7}$</p>	<p>۲۱</p>
<p>ریشه های معادله $\sqrt{2x-5} + 2\sqrt{1-x} = 1$ چگونه است ؟</p> <p>(۱) یک ریشه مثبت (۲) یک ریشه منفی (۳) دو ریشه منفی (۴) فاقد ریشه</p> <p>معادله رادیکالی وقتی مفهوم دارد که عبارت هر دو عدد زیر رادیکال ها ، مثبت باشد .</p> <p>$\begin{cases} 2x-5 \geq 0 \rightarrow x \geq \frac{5}{2} \\ 1-x \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \end{cases} \rightarrow \emptyset$</p>	<p>۲۲</p>
<p>تعداد ریشه های حقیقی معادله $x^2 - 4x + \sqrt{x+1} + 5 = 0$ ، کدام است ؟</p> <p>(۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) ۰</p> <p>$x^2 - 4x + \sqrt{x+1} + 5 = 0 \rightarrow x^2 - 4x + 4 + \sqrt{x+1} + 1 = 0 \rightarrow (x-2)^2 + \sqrt{x+1} = -1$</p> <p>دو جمله اول نامنفی است پس معادله جواب ندارد .</p>	<p>۲۳</p>

جواب معادله $\sqrt{x-2} + \sqrt{2x-5} + \sqrt{x+2} + 3\sqrt{2x-5} = 7\sqrt{2}$ کدام است ؟

۱۵ (۴)

۱۲ (۳)

۷ (۲)

۵ (۱)

$$\sqrt{2x-5} = t \rightarrow 2x-5 = t^2 \rightarrow \boxed{x = \frac{t^2+5}{2}}$$

$$\sqrt{\frac{t^2+5}{2}} - 2 + t + \sqrt{\frac{t^2+5}{2}} + 2 + 3t = 7\sqrt{2} \rightarrow \sqrt{\frac{(t+1)^2}{2}} + \sqrt{\frac{(t+3)^2}{2}} = 7\sqrt{2}$$

$$\frac{|t+1|}{\sqrt{2}} + \frac{|t+3|}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2} \rightarrow \frac{2t+4}{\sqrt{2}} = 7\sqrt{2} \rightarrow \boxed{t=5} \rightarrow x = \frac{25+5}{2} = 15$$

۲۴

در مورد معادله $3x^2 - 4x - \sqrt{3} = 1$ ، کدام گزینه صحیح است ؟

(۲) دو ریشه حقیقی منفی دارد

(۱) دو ریشه حقیقی مثبت دارد

(۴) ریشه حقیقی ندارد

(۳) دو ریشه حقیقی مختلف علامت دارد

۲۵

چون در معادله $3x^2 - 4x - \sqrt{3} - 1 = 0$ ، حاصل $\Delta > 0$ است و همچنین حاصل $P = \frac{c}{a} = \frac{-\sqrt{3}-1}{3} < 0$

است پس معادله دو ریشه حقیقی مختلف علامت دارد .

معادله $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4$ ، چند ریشه دارد ؟

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۰ (۱)

$$\sqrt{x+3} = 4 - \sqrt{3x+1} \rightarrow x+3 = 16 + 3x+1 - 8\sqrt{3x+1}$$

$$8\sqrt{3x+1} = 2x+14 \rightarrow 4\sqrt{3x+1} = x+7 \rightarrow 16(3x+1) = x^2 + 14x + 49$$

$$x^2 - 34x + 33 = 0 \rightarrow (x-33)(x-1) = 0 \rightarrow x = 33 \wedge \boxed{x=1}$$

۲۶

مربع ریشه معادله $\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{2x+7}{x^2-1}$ ، کدام است ؟

۴ (۴)

۹ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

$$(x+1)(x-1) \left[\frac{2}{x+1} + \frac{3}{x-1} = \frac{2x+7}{(x-1)(x+1)} \right] \rightarrow 2(x-1) + 3(x+1) = 2x+7$$

$$2x-2+3x+3 = 2x+7 \rightarrow 3x = 6 \rightarrow \boxed{x=2}$$

۲۷

اگر $\sqrt[3]{a+\sqrt{a-1}} = \sqrt[3]{a+2}$ باشد ، حاصل $\sqrt[3]{\sqrt[3]{a+3}+a+1}$ ، کدام است ؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۸

$$\sqrt[3]{a+\sqrt{a-1}} = \sqrt[3]{a+2} \xrightarrow{\wedge^3} a+\sqrt{a-1} = a+2 \longrightarrow \sqrt{a-1} = 2 \longrightarrow \boxed{a=5}$$

$$\sqrt[3]{\sqrt[3]{a+3}+a+1} \longrightarrow \sqrt[3]{\sqrt[3]{8}+5+1} = \sqrt[3]{2+5+1} = \sqrt[3]{8} = 2$$

معادله $\frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{9-x^2}$ دارای چند ریشه حقیقی است ؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۹

$$x(3-x)(3+x) \left[\frac{3}{x} + \frac{2}{3-x} = \frac{12}{(3-x)(3+x)} \right] \longrightarrow 3(9-x^2) + 2x(3+x) = 12x$$

$$x^2 + 6x - 27 = 0 \longrightarrow (x+9)(x-3) = 0 \longrightarrow \boxed{x=-9} \wedge x=3$$

معادله $2\sqrt{4-x^2} + \sqrt{x^3+x-10} = 0$ ، چند ریشه دارد ؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۰

نکته: مجموع چند عبارت نامنفی ، در صورتی صفر می شود که همگی آن ها صفر باشند .

$$2\sqrt{4-x^2} = 0 \longrightarrow \sqrt{4-x^2} = 0 \longrightarrow x^2 = 4 \longrightarrow x = \pm 2$$

یک آشپز به همراه شاگردش ، غذائی را در ۷۲ دقیقه آماده می کند ، اگر شاگرد بخواهد به تنهایی آن غذا را آماده کند ،

یک ساعت بیشتر از مدت زمانی طول می کشد آشپز بخواهد آن را به تنهایی آماده کند . شاگرد آشپز ، آن غذا را به

تنهایی در چند ساعت آماده می کند ؟

- (۱) ۱/۵ (۲) ۲ (۳) ۲/۵ (۴) ۳

اگر آشپز غذا را در x ساعت درست کند ، شاگردش آن غذا را $x+1$ ساعت درست می کند . پس در یک ساعت ، آشپز

$\frac{1}{x}$ و شاگردش $\frac{1}{x+1}$ آن غذا را درست می کنند و در یک ساعت $\frac{5}{6}$ غذا را درست خواهند کرد .

$$6x(x+1) \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{x+1} = \frac{5}{6} \right] \longrightarrow 6x+6+6x = 5x^2 + 5x \longrightarrow 5x^2 - 7x - 6 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta=169} x = \frac{7 \pm 13}{10} \longrightarrow \boxed{x=2} \wedge x = -\frac{3}{5}$$

بنابراین آشپز غذا را در ۲ ساعت آماده می کند پس شاگرد آشپز غذا را در ۳ ساعت آماده می کند .

۳۱

چند عدد صحیح وجود دارد که تفاضل جذرش از آن عدد برابر نصف آن عدد باشد ،

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۲

$$x - \sqrt{x} = \frac{1}{4}x \longrightarrow \frac{1}{4}x = \sqrt{x} \longrightarrow x = 2\sqrt{x} \longrightarrow x^2 - 4x = 0 \longrightarrow \boxed{x=0} \vee \boxed{x=4}$$

اگر $x = a$ جوابی برای معادله $\frac{2x-2}{x^2-a} + \frac{1-a}{x+2} = \frac{3}{x}$ باشد ، چند مقدار قابل قبول برای a وجود دارد ؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) بی شمار

۳۳

نکته : جواب معادله در خود معادله صدق می کند .

$$\frac{2x-2}{x^2-a} + \frac{1-a}{x+2} = \frac{3}{x} \xrightarrow{x=a} \frac{2a-2}{a^2-a} + \frac{1-a}{a+2} = \frac{3}{a} \longrightarrow \frac{2(a-1)}{a(a-1)} + \frac{1-a}{a+2} = \frac{3}{a}$$

$$a(a+2) \left[\frac{2}{a} + \frac{1-a}{a+2} = \frac{3}{a} \right] \longrightarrow 2a+4+a-a^2 = 3a+6 \longrightarrow a^2 = -2$$

جواب های معادله $\sqrt{2x+3} - 2x = 3$ ، چگونه است ؟

۲ (دو ریشه منفی)

۱ (یک ریشه منفی)

۳۴

۴ (یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی)

۳ (دو ریشه مثبت)

$$\sqrt{2x+3} = 2x+3 \longrightarrow 2x+3 = 4x^2+9+12x \longrightarrow 4x^2+10x+6=0$$

$$2x^2+5x+3=0 \xrightarrow{b=a+c} x=-1 \wedge x=-\frac{3}{2}$$

$$x=-1 \longrightarrow \sqrt{-2+3} = -2+3 \longrightarrow 1=1$$

$$x=-\frac{3}{2} \longrightarrow \sqrt{-3+3} = -3+3 \longrightarrow 0=0$$

اگر $x=0$ یک جواب معادله $\frac{x+a}{3x+6} + \frac{a+1}{x^2-4} = \frac{1-x}{x-2}$ باشد ، مقدار a کدام است ؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۹

۳۵

نکته : جواب معادله در خود معادله صدق می کند .

$$\frac{x+a}{3x+6} + \frac{a+1}{x^2-4} = \frac{1-x}{x-2} \xrightarrow{x=0} \frac{a}{6} + \frac{a+1}{-4} = \frac{1}{-2} \longrightarrow \frac{a}{6} - \frac{a+1}{4} = -\frac{1}{2}$$

$$12 \left[\frac{a}{6} - \frac{a+1}{4} = -\frac{1}{2} \right] \longrightarrow 2a-3a-3 = -6 \longrightarrow -a = -3 \longrightarrow \boxed{a=3}$$

۲۰۰ گرم از محلولی با غلظت ۶۰ درصد موجود است ، چند گرم ماده حل شدنی به آن اضافه کنیم تا غلظت محلول به ۸۰ درصد برسد ؟

- ۲۰۰ (۴) ۱۶۰ (۳) ۸۰ (۲) ۴۰ (۱)

۳۶

$$\frac{100}{200} \times 60 \xrightarrow{\quad} x = \frac{200 \times 60}{100} = 120 \text{ g}$$

$$\frac{120+x}{200+x} = \frac{80}{100} \xrightarrow{\quad} \frac{120+x}{200+x} = \frac{4}{5} \xrightarrow{\quad} 600 + 5x = 800 + 4x \xrightarrow{\quad} \boxed{x = 200 \text{ g}}$$

اگر k جوابی برای معادله $\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1$ باشد ، جواب معادله $\sqrt{x-k} = k$ کدام است ؟

- ۱۲ (۴) ۲۴۰ (۳) ۱۵ (۲) ۳۰ (۱)

۳۷

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{2x-5} = 1 \xrightarrow{\quad} \sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{2x-5} \xrightarrow{\quad} x+1 = 1 + 2x-5 + 2\sqrt{2x-5}$$

$$5-x = 2\sqrt{2x-5} \xrightarrow{\quad} 25 + x^2 - 10x = 8x - 20 \xrightarrow{\quad} x^2 - 18x + 45 = 0$$

$$(x-15)(x-3) = 0 \xrightarrow{\quad} x = 15 \wedge \boxed{x = 3} \xrightarrow{\quad} \boxed{k = 3}$$

$$\sqrt{x-k} = k \xrightarrow{k=3} \sqrt{x-3} = 3 \xrightarrow{\quad} x-3 = 9 \xrightarrow{\quad} \boxed{x = 12}$$

اگر $\sqrt{2x+4} - \sqrt{2x-1} = 2$ باشد ، حاصل $\sqrt{2x+4} + \sqrt{2x-1}$ کدام است ؟

- $\frac{7}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$ (۳) ۲ (۲) $\frac{3}{2}$ (۱)

۳۸

$$(\sqrt{2x+4} - \sqrt{2x-1})(\sqrt{2x+4} + \sqrt{2x-1}) = 2(\sqrt{2x+4} + \sqrt{2x-1})$$

$$2x+4 - 2x+1 = 2(\sqrt{2x+4} + \sqrt{2x-1}) \xrightarrow{\quad} 2(\sqrt{2x+4} + \sqrt{2x-1}) = 5$$

$$\sqrt{2x+4} + \sqrt{2x-1} = \frac{5}{2}$$

معادله $x = x^2 - 5x + 2 + \sqrt{2x^2 - 5x + 2}$ ، چند ریشه حقیقی دارد ؟

- ۰ (۴) ۳ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۳۹

$$\sqrt{2x^2 - 5x + 2} = x - 2 \xrightarrow{\quad} 2x^2 - 5x + 2 = x^2 + 4 - 4x \xrightarrow{\quad} x^2 - x - 2 = 0$$

$$(x-2)(x+1) = 0 \xrightarrow{\quad} \boxed{x = 2} \wedge x = -1$$

معادله $\sqrt{x+1} - \sqrt{x+4} = 1$ چند ریشه حقیقی دارد ؟

- ۴ (۴) ۰ (۳) ۲ (۲) ۱ (۱)

۴۰

$$\sqrt{x+1} = 1 + \sqrt{x+4} \xrightarrow{\quad} x + 1 = 1 + x + 4 + 2\sqrt{x+4} \xrightarrow{\quad} \sqrt{x+4} = -2$$

بهبود یک مجله را در ۵ ساعت ویرایش می کند ، اگر فرزند به او کمک کند ، کار ویرایش ۳ ساعت و ۲۰ دقیقه انجام می شود ، فرزند به تنهایی برای ویرایش چند ساعت وقت لازم دارد ؟

(۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۴۰. بهبود در هر ساعت ، $\frac{1}{5}$ و فرزند در هر ساعت $\frac{1}{x}$ مجله را به تنهایی ویرایش می کنند و هر دو با هم در $\frac{10}{3}$ ساعت ویرایش می کنند پس در هر ساعت $\frac{3}{10}$ ویرایش می کنند .

$$10 \times \left[\frac{1}{5} + \frac{1}{x} = \frac{3}{10} \right] \rightarrow 2x + 10 = 3x \rightarrow \boxed{x = 10}$$

قطاری فاصله ۸۰ کیلومتر را طی کرده است . در برگشت از سرعت رفت ۸ کیلومتر در ساعت کاسته و در نتیجه ۲۰ دقیقه دیر رسیده است ، سرعت قطار در زمان رفت ، کدام است ؟

(۱) ۴۰ (۲) ۴۴ (۳) ۴۸ (۴) ۵۲

$$v_1 = \frac{d_1}{t_1} = \frac{80}{t_1} \quad (I) \quad \wedge \quad v_2 = \frac{d_2}{t_2} \rightarrow v_1 - 8 = \frac{80}{t_1 + \frac{1}{3}} \quad (I) \rightarrow \frac{80}{t_1} - 8 = \frac{80}{t_1 + \frac{1}{3}}$$

$$\frac{80}{t_1} - \frac{80}{t_1 + \frac{1}{3}} = 8 \rightarrow \frac{10}{t_1} - \frac{10}{t_1 + \frac{1}{3}} = 1 \rightarrow t_1^2 + \frac{1}{3}t_1 - \frac{10}{3} = 0$$

$$3t_1^2 + t_1 - 10 = 0 \rightarrow t_1 = -2 \quad \wedge \quad t_2 = \frac{5}{3} \quad (I) \rightarrow v_1 = 80 \times \frac{3}{5} = 48 \text{ km/h}$$

ماشین A کار چاپ یک کتاب را در ۵ روز زودتر از ماشین B انجام می دهد ، اگر دو ماشین با هم کار کنند ، چاپ کتاب ۶ روزه تمام می شود . اگر ماشین چاپ A به تنهایی کار می کرد ، این کتاب چند روزه تمام می شود ؟

(۱) ۱۵ (۲) ۲۰ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

$$6x(x+5) \left[\frac{1}{x} + \frac{1}{x+5} = \frac{1}{6} \right] \rightarrow 6x + 30 + 6x = x^2 + 5x \rightarrow x^2 - 7x - 30 = 0$$

$$(x-10)(x+3) = 0 \rightarrow \boxed{x = 10} \quad \wedge \quad x = -3$$

کارگری یک کار را در ۸ ساعت و کارگر دیگر همان کار را در ۱۲ ساعت انجام می دهند . اگر هر دو با هم کار کنند ، پس از چه مدت این کار ، تمام می شود ؟

(۱) ۵/۲ (۲) ۳/۶ (۳) ۴/۸ (۴) ۴/۲

$$24t \left[\frac{1}{8} + \frac{1}{12} = \frac{1}{t} \right] \rightarrow 3t + 2t = 24 \rightarrow 5t = 24 \rightarrow \boxed{t = 4/8}$$

علی به تنهایی ۲ ساعت برای ویرایش یک مجله ادبی وقت صرف می کند ، اگر رضا به او کمک کند ، کار ویرایش ۱ ساعت و ۲۰ دقیقه به طول می انجامد . اگر رضا بخواهد به تنهایی کار ویرایش مجله را انجام دهد ، نیازمند چه میزان وقت خواهد بود ؟

(۱) ۴ ساعت و ۴۰ دقیقه (۲) ۴ ساعت و ۴۰ دقیقه (۳) ۳ ساعت (۴) ۴ ساعت

۴۴

علی به تنهایی کار را در ۲ ساعت انجام می دهد ، پس در یک ساعت ، $\frac{1}{2}$ کار را انجام می دهد ، هر دو نفر کار را در

۱ ساعت و ۲۰ دقیقه ، یعنی $\frac{4}{3}$ ساعت انجام می دهند ، پس در یک ساعت $\frac{3}{4}$ کار را انجام می دهند .

فرض کنیم رضا به تنهایی کل کار را در t ساعت انجام بدهد ، در این صورت در یک ساعت ، $\frac{1}{t}$ کار را انجام می دهد ،

$$4t \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{t} = \frac{3}{4} \right] \rightarrow 2t + 4 = 3t \rightarrow \boxed{t = 4}$$

دو نفر یک ساختمان را با هم در ۵ روز رنگ کرده اند . سرعت کار آن ها ۲ به ۳ می باشد ، اگر نفر کم کار به تنهایی کار می کرد ، در چند روز این ساختمان را رنگ می کرد ؟

(۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۱۲/۵ (۴) ۱۳

۴۵

$$\frac{a}{b} = \frac{2}{3} \rightarrow a = \frac{2}{3}b$$

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{x} \rightarrow \frac{3}{2b} + \frac{1}{b} = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{3+2}{2b} = \frac{1}{5} \rightarrow 2b = 25 \rightarrow \boxed{b = 12/5}$$

چند عدد طبیعی وجود دارد که مجموع نصف آن و دو برابر معکوس اش ، برابر $\frac{10}{3}$ شود ؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۶

$$6x \left[\frac{x}{2} + \frac{2}{x} = \frac{10}{3} \right] \rightarrow 3x^2 + 12 = 20x \rightarrow 3x^2 - 20x + 12 = 0 \rightarrow \Delta' = 64$$

$$x = \frac{10 \pm 8}{3} \rightarrow \boxed{x = 6} \wedge x = \frac{2}{3} \notin \mathbb{N}$$

معادله $\frac{2x^2 - 4x + 2}{x^2 - 2x} = \frac{2x - 3}{x - 2} + \frac{x + 1}{x}$ ، چند ریشه حقیقی دارد ؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۴۷

$$x(x-2) \left[\frac{2x^2 - 4x + 2}{x(x-2)} = \frac{2x-3}{x-2} + \frac{x+1}{x} \right] \rightarrow x^2 = 4 \rightarrow x = 2 \wedge \boxed{x = -2}$$

معادله $\frac{2x+3}{x} + \frac{2}{3-x} = \frac{30-2x^2}{9-x^2}$ ، چند ریشه حقیقی دارد ؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$$x(9-x^2) \left[\frac{2x+3}{x} + \frac{2}{3-x} = \frac{9-x^2}{(3+x)(3-x)} \right]$$

$$(2x+3)(9-x^2) + 2x(3+x) = x(9-x^2)$$

$$x^2 + 6x - 27 = 0 \longrightarrow (x+9)(x-3) = 0 \longrightarrow \boxed{x = -9} \wedge x = 3$$

۴۸

معادله $\sqrt{x+3} + \sqrt{2-x} = x^2 - 9$ ، چند ریشه حقیقی دارد ؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$$x+3 \geq 0 \longrightarrow x \geq -3$$

$$2-x \geq 0 \longrightarrow x \leq 2 \quad \cap \longrightarrow x = -3$$

$$9-x^2 \geq 0 \longrightarrow -3 \leq x \leq 3$$

عدد -3 در معادله صدق نمی کند پس این معادله جواب ندارد .

۴۹

مجموع ریشه های معادله $\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x} = \frac{x+3}{x^2-4}$ ، کدام است ؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$$x(x-2)(x+2) \left[\frac{1}{x-2} + \frac{2}{x} = \frac{x+3}{x^2-4} \right] \longrightarrow \cancel{x^2} + 2x + 2x^2 - 8 = \cancel{x^2} + 3x$$

$$2x^2 - x - 8 = 0 \longrightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{65}}{4} \longrightarrow x_1 + x_2 = \frac{1 + \sqrt{65}}{4} + \frac{1 - \sqrt{65}}{4} = \frac{1}{2}$$

۵۰

ریشه بزرگتر معادله $\frac{2}{x-2} + \frac{3}{x} = \frac{2x-1}{x^2-4}$ ، کدام است ؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$$x(x-2)(x+2) \left[\frac{2}{x-2} + \frac{3}{x} = \frac{2x-1}{(x-2)(x+2)} \right]$$

$$2x(x+2) + 3(x^2-4) = x(2x-1) \longrightarrow \cancel{2x^2} + 4x + 3x^2 - 12 = \cancel{2x^2} - x$$

$$3x^2 + 5x - 12 = 0 \xrightarrow{\Delta=169} x_1 = \frac{-5+13}{6} = \frac{4}{3} \wedge x_2 = \frac{-5-13}{6} = -3$$

۵۱

<p>اگر $x^3 - 9x = 0$ ، کدام است ؟</p> <p>۰ (۴) ۷ (۳) $\frac{5}{16}$ (۲) $-\frac{3}{8}$ (۱)</p> <p>$3x + 3 = -\sqrt{x^2 - 9x} \rightarrow 9x^2 + 9 + 18x = x^2 - 9x \rightarrow 8x^2 + 27x + 9 = 0$</p> <p>$\Delta = 441 \rightarrow x = \frac{-27 \pm 21}{16} \rightarrow x = -\frac{3}{8} \wedge \boxed{x = -3}$ $x^3 - 9x = -27 + 27 = 0$</p>	<p>۵۲</p>
<p>قدر مطلق تفاضل ریشه های معادله $\frac{x+1}{x} + \frac{x}{x+1} = \frac{5}{2}$ ، کدام است ؟</p> <p>۴ (۴) ۳ (۳) ۲/۵ (۲) ۲ (۱)</p> <p>$2x(x+1) \left[\frac{x+1}{x} + \frac{x}{x+1} = \frac{5}{2} \right] \rightarrow 2(x+1)^2 + 2x^2 = 5x(x+1)$</p> <p>$x^2 + x - 2 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} x = 1 \wedge x = -2$ $-2-1 =3$</p>	<p>۵۳</p>
<p>اگر $x + \sqrt{x} = 6$ باشد ، مقدار $x^2 - 6x$ کدام است ؟</p> <p>-۶ (۴) -۸ (۳) ۱۲ (۲) ۲۷ (۱)</p> <p>$\sqrt{x} = 6 - x \rightarrow x = 36 + x^2 - 12x \rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0 \rightarrow (x-4)(x-9) = 0$</p> <p>$\boxed{x=4} \wedge x=9$ $x^2 - 6x = 16 - 24 = -8$</p>	<p>۵۴</p>
<p>ریشه های معادله $5 - \sqrt{2x+1} = \sqrt{2x-4}$ ، چگونه است ؟</p> <p>۲) یک ریشه مثبت</p> <p>۴) فاقد ریشه</p> <p>$5 - \sqrt{2x+1} = \sqrt{2x-4} \xrightarrow{\wedge^2} 25 - 10\sqrt{2x+1} + \cancel{x+1} = \cancel{x} - 4$</p> <p>$\sqrt{2x+1} = 3 \rightarrow 2x+1 = 9 \rightarrow \boxed{x=4}$</p>	<p>۵۵</p> <p>(۱) یک ریشه منفی</p> <p>(۳) دو ریشه مثبت</p>
<p>جواب معادله $\frac{2-2\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$ با شرط $x \neq 1$ ، کدام است ؟</p> <p>۱-√۲ (۴) ۳-۲√۲ (۳) ۱+√۲ (۲) ۳+۲√۲ (۱)</p> <p>$\frac{2(1-\sqrt{x})}{1+\sqrt{x}} = 1-x \rightarrow \frac{2(1-x)}{(1+\sqrt{x})^2} = 1-x \rightarrow (1+\sqrt{x})^2 = 2$</p> <p>$1+\sqrt{x} = \sqrt{2} \rightarrow \sqrt{x} = -1+\sqrt{2} \rightarrow x = 1+2-2\sqrt{2} \rightarrow \boxed{x=3-2\sqrt{2}}$</p>	<p>۵۶</p>

<p>ریشه های معادله $\frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 2}}{x - 2} = 1$ چگونه است ؟</p> <p>(۱) فاقد ریشه</p> <p>(۲) یک ریشه مثبت</p> <p>(۳) دو ریشه مثبت</p> <p>(۴) یک ریشه منفی و یک ریشه مثبت</p>	<p>۵۷</p> $\frac{\sqrt{2x^2 - 5x + 2}}{x - 2} = 1 \xrightarrow{x \neq 2} \sqrt{2x^2 - 5x + 2} = x - 2 \rightarrow 2x^2 - 5x + 2 = x^2 - 4x + 4$ $x^2 - x - 2 = 0 \rightarrow (x - 2)(x + 1) = 0 \rightarrow x = 2 \wedge x = -1$
<p>محیط یک قاب عکس با نسبت طولی ۵۲ سانتی متر است ، بعد بزرگتر آن کدام است ؟</p> <p>(۱) $13(-1 + \sqrt{3})$</p> <p>(۲) $13(-1 + \sqrt{5})$</p> <p>(۳) $13(-1 + 2\sqrt{3})$</p> <p>(۴) $26(-1 + \sqrt{5})$</p>	<p>۵۸</p> $\frac{x}{y} = \frac{x+y}{x} \rightarrow 2x + 2y = 52 \rightarrow x + y = 26 \rightarrow y = 26 - x$ $\frac{x}{y} = \frac{x+y}{x} \rightarrow \frac{x}{26-x} = \frac{26}{x} \rightarrow x^2 + 26x - 676 = 0 \xrightarrow{\Delta' = 845}$ $x_1 = -13 + 13\sqrt{5} \wedge x_2 = -13 - 13\sqrt{5}$
<p>اگر یکی از جواب های معادله $\frac{12-x}{x^2+x} = \frac{x}{x+1} + \frac{A}{x}$ برابر با $x=1$ باشد ، جواب دیگر آن کدام است ؟</p> <p>(۱) ۷</p> <p>(۲) -۷</p> <p>(۳) ۱</p> <p>(۴) -۱</p>	<p>۵۹</p> $\frac{12-x}{x^2+x} = \frac{x}{x+1} + \frac{A}{x} \xrightarrow{x=1} \frac{11}{2} = \frac{1}{2} + \frac{A}{1} \rightarrow A = 5$ $x(x+1) \left[\frac{12-x}{x^2+x} = \frac{x}{x+1} + \frac{5}{x} \right] \rightarrow 12-x = x^2 + 5x + 5 \rightarrow x^2 + 6x - 7 = 0$ $\xrightarrow{a+b+c=0} x = 1 \wedge x = -7$
<p>اگر $x = 2 + \sqrt{2x-1}$ باشد ، حاصل $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+1}$ کدام است ؟</p> <p>(۱) $-\frac{1}{2}$</p> <p>(۲) $\frac{1}{2}$</p> <p>(۳) $\frac{3}{4}$</p> <p>(۴) $\frac{4}{3}$</p>	<p>۶۰</p> $x = 2 + \sqrt{2x-1} \rightarrow x - 2 = \sqrt{2x-1} \rightarrow x^2 - 4x + 4 - 2x + 1 = 0$ $x^2 - 6x + 5 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} x = 1 \wedge x = 5$ $\frac{1}{x-2} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

اگر $x - \sqrt{2x+11} = 2$ باشد ، حاصل $\frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+1}$ کدام است ؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{5}{8}$

$$x - \sqrt{2x+11} = 2 \rightarrow x - 2 = \sqrt{2x+11} \rightarrow x^2 - 4x + 4 - 2x - 11 = 0$$

$$x^2 - 6x - 7 = 0 \xrightarrow{b=a+c} x = -1 \wedge \boxed{x=7} \quad \frac{1}{x-3} + \frac{1}{x+1} = \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{3}{8}$$

۶۱

از معادله $4 + \sqrt{5x+11} = 2x$ ، مقدار $\frac{1}{x-3} + \frac{2}{x-1}$ ، کدام است ؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) $\frac{3}{2}$

$$4 + \sqrt{5x+11} = 2x \rightarrow 2x - 4 = \sqrt{5x+11} \rightarrow 4x^2 - 16x + 16 - 5x - 11 = 0$$

$$4x^2 - 21x + 5 = 0 \rightarrow x = \frac{1}{4} \wedge \boxed{x=5} \quad \frac{1}{x-3} + \frac{2}{x-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{4} = 1$$

۶۲

جواب معادله $\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2} = 2\sqrt{x-4}$ ، در کدام بازه قرار دارد ؟

- (۱) $[4, 4/5]$ (۲) $(4/5, 5)$ (۳) $[5, 5/5]$ (۴) $[5/5, 6]$

$$\sqrt{x+2} - \sqrt{x-2} = 2\sqrt{x-4} \rightarrow x + \cancel{x} - 2\sqrt{(x-2)(x+2)} + x - \cancel{x} = 4(x-4)$$

$$2x - 2\sqrt{x^2-4} - 4 = 4(x-4) \rightarrow x - \sqrt{x^2-4} - 4 = 2x - 8 \rightarrow 8 - x = \sqrt{x^2-4}$$

$$64 - 16x + \cancel{x^2} = \cancel{x^2} - 4 \rightarrow 16x = 68 \rightarrow \boxed{x = 4/25}$$

۶۳

معادله $\sqrt{x^2-9} + 9 = x(6-x)$ ، چند جواب دارد ؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

نکته: برای آن که مجموع دو عبارت نامنفی برابر صفر باشد ، آن است که همزمان هر دو عبارت برابر صفر باشند .

$$\sqrt{x^2-9} + 9 = 6x - x^2 \rightarrow \sqrt{x^2-9} + x^2 - 6x + 9 = 0 \rightarrow \sqrt{x^2-9} + (x-3)^2 = 0$$

$$x^2 - 9 = 0 \rightarrow x = \pm 3 \wedge (x-3)^2 = 0 \rightarrow \boxed{x=3}$$

۶۴

تعداد جواب های معادله $\sqrt{3x^2+2x-1} + \sqrt{2x+2+3x^2} = 1$ ، کدام است ؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

$$\sqrt{3x^2+2x-1} + \sqrt{2x+2+3x^2} = 1 \xrightarrow{3x^2+2x=t} \sqrt{t-1} + \sqrt{t+2} = 1$$

$$\sqrt{t+2} = 1 - \sqrt{t-1} \rightarrow \cancel{t} + 2 = 1 + \cancel{t} - 1 - 2\sqrt{t-1} \rightarrow \sqrt{t-1} = -1$$

۶۵

جواب های مورد قبول معادله رادیکالی $\sqrt{x+2} - \sqrt{3x+3} = 1$ چگونه اند ؟

(۱) فقط یک جواب منفی (۲) فقط یک جواب مثبت

(۳) دو جواب مثبت (۴) یک جواب منفی و یک جواب مثبت

۶۶

$$\begin{aligned} \sqrt{x+2} - \sqrt{3x+3} = 1 &\longrightarrow \sqrt{x+2} = 1 + \sqrt{3x+3} \longrightarrow x+2 = 1 + 3x+3 + 2\sqrt{3x+3} \\ 2\sqrt{3x+3} = -2 - 2x &\longrightarrow \sqrt{3x+3} = -1 - x \longrightarrow 3x+3 = 1 + 2x + x^2 \\ x^2 - x - 2 = 0 &\xrightarrow{b=a+c} \boxed{x = -1} \wedge x = 2 \end{aligned}$$

معادله $\sqrt{3} - \sqrt{4-x} = \sqrt{-6-x}$ ، چند جواب دارد ؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) جواب ندارد (۴) ۴

۶۷

$$\begin{aligned} \sqrt{3} - \sqrt{4-x} = \sqrt{-6-x} \\ 4-x \geq 0 &\longrightarrow -x \geq -4 \longrightarrow x \leq 4 \\ -6-x \geq 0 &\longrightarrow -x \geq 6 \longrightarrow x \leq -6 \quad \xrightarrow{\cap} \emptyset \\ 3 - \sqrt{4-x} \geq 0 &\longrightarrow \sqrt{4-x} \leq 3 \longrightarrow x \geq -5 \end{aligned}$$

اگر α و β جواب های معادله $\frac{2}{x^2+x-2} - \frac{2}{x^2-5x+6} = \frac{1}{x^2-4}$ باشند ، حاصل $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است ؟

(۱) ۳۸ (۲) ۴۲ (۳) ۳۶ (۴) ۹۰

۶۸

$$(x+2)(x-1)(x-3)(x-2) \left[\frac{2}{(x+2)(x-1)} - \frac{2}{(x-2)(x-3)} = \frac{1}{(x-2)(x+2)} \right]$$

$$2(x^2 - 5x + 6) - 2(x^2 + x - 2) = x^2 - 4x + 3 \longrightarrow x^2 - 8x - 13 = 0$$

$$\alpha^2 + \beta^2 = (\alpha + \beta)^2 - 2\alpha\beta = (8)^2 - 2(-13) = 64 + 26 = 90$$

معادله $\sqrt{x-2} + \frac{4}{\sqrt{x-2}+1} = 3$ ، چند جواب دارد ؟

(۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۹

$$\sqrt{x-2} + \frac{4}{\sqrt{x-2}+1} = 3 \xrightarrow{+1} \sqrt{x-2} + 1 + \frac{4}{\sqrt{x-2}+1} = 4 \longrightarrow \sqrt{x-2} + 1 = t$$

$$t + \frac{4}{t} = 4 \longrightarrow t^2 - 4t + 4 = 0 \longrightarrow (t-2)^2 = 0 \longrightarrow t = 2$$

$$\sqrt{x-2} + 1 = 2 \longrightarrow \sqrt{x-2} = 1 \longrightarrow x-2 = 1 \longrightarrow \boxed{x = 3}$$

اگر معادله $\frac{ax^2 - 2}{3x - 3} + x = 1$ دارای دو جواب حقیقی متمایز باشد، آن گاه a چند مقدار طبیعی می تواند اختیار کند

- ۳ (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴)

$$3(x-1) \left[\frac{ax^2 - 2}{3x - 3} + x = 1 \right] \rightarrow ax^2 - 2 + 3x^2 - 3x - 3x + 3 = 0$$

$$(a+3)x^2 - 6x + 1 = 0 \xrightarrow{\Delta' > 0} 9 - (a+3) > 0 \rightarrow a < 6 \rightarrow a = \{1, 2, 3, 4, 5\}$$

if $a = 2 \rightarrow \frac{2x^2 - 2}{3x - 3} + x = 1 \rightarrow \frac{2(x+1)}{3} + x = 1 \rightarrow 2x + 2 + 3x = 3 \rightarrow x = \frac{1}{5}$

۷۰

در مورد جواب های معادله $\frac{x^3 + 3x^2 + x + 3}{x + 3} = \frac{10x - 30}{x - 3}$ کدام گزینه درست است؟

(۲) فاقد ریشه

(۱) یک ریشه مثبت دارد

(۴) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد

(۳) یک ریشه منفی دارد

۷۱

$$\frac{x^3 + 3x^2 + x + 3}{x + 3} = \frac{10x - 30}{x - 3} \rightarrow \frac{x^2(x+3) + (x+3)}{x+3} = \frac{10(x-3)}{x-3}$$

$$\frac{(x+3)(x^2+1)}{x+3} = \frac{10(x-3)}{x-3} \rightarrow x^2+1=10 \rightarrow x^2=9 \rightarrow x = \pm 3$$

هر دو ریشه، جواب های مخرج کسرها هستند پس نمی توانند جواب های معادله باشند بنابراین معادله جواب ندارد.

معادله $\sqrt{x-3} + \sqrt{x+9\sqrt{x-3}} = 7$ ، چند جواب دارد؟

- ۳ (۴) ۲ (۳) ۱ (۲) ۰ (۱)

$$\sqrt{x-3} + \sqrt{x+9\sqrt{x-3}} = 7 \xrightarrow{\substack{\sqrt{x-3}=t \\ x=t^2+3}} t + \sqrt{t^2+3+9t} = 7 \rightarrow \sqrt{t^2+3+9t} = 7-t$$

$$t^2+3+9t = 49 - 14t + t^2 \rightarrow 23t = 46 \rightarrow \boxed{t=2}$$

$$\sqrt{x-3} = 2 \rightarrow x-3 = 4 \rightarrow \boxed{x=7}$$

۷۲

در مورد جواب های معادله $\frac{2x}{x-1} - \frac{x+3}{x+1} = 1$ کدام گزینه درست است؟

(۱) یک جواب منفی دارد (۲) دو جواب دارد (۳) یک جواب مثبت دارد (۴) معادله جواب ندارد

$$(x-1)(x+1) \left[\frac{2x}{x-1} - \frac{x+3}{x+1} = 1 \right] \rightarrow 2x(x+1) - (x-1)(x+3) = x^2 - 1$$

$$2x^2 + 2x - x^2 - 2x + 3 - x^2 + 1 = 0 \rightarrow 4 = 0$$

۷۳

اگر مجموعه جواب معادله $\frac{m+1}{3x} = \frac{5-x}{4x-x^2}$ تهی باشد، مقدار m کدام است؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) $\frac{11}{4}$ (۴) $\frac{3}{4}$

$$3x(4-x) \left[\frac{m+1}{3x} = \frac{5-x}{x(4-x)} \right] \rightarrow (m+1)(4-x) = 3(5-x)$$

$$4m - mx + 4 - x = 15 - 3x \rightarrow x(2-m) = 11 - 4m \rightarrow x = \frac{11-4m}{2-m}$$

if $x = 0 \rightarrow 11 - 4m = 0 \rightarrow m = \frac{11}{4}$

if $x = 4 \rightarrow \frac{11-4m}{2-m} = 4 \rightarrow 11 - 4m = 8 - 4m \rightarrow 11 = 8$

۷۴

کدام گزینه در خصوص ریشه یا ریشه های معادله $\frac{\sqrt{x^2-4x}}{x-2} = \frac{1}{2}$ ، درست است؟

- (۱) ریشه ندارد (۲) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد

(۴) دو ریشه منفی دارد

(۳) یک ریشه مثبت دارد

۷۵

$$\frac{\sqrt{x^2-4x}}{x-2} = \frac{1}{2} \xrightarrow{x \neq 2} 2\sqrt{x^2-4x} = x-2 \rightarrow 4x^2 - 16x = x^2 - 4x + 4$$

$$3x^2 - 12x - 4 = 0 \xrightarrow{\Delta' = 48} x_1 = \frac{6+4\sqrt{3}}{3} \wedge x_2 = \frac{6-4\sqrt{3}}{3}$$

معادله $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} = -1$ ، چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۰ (۴) بی شمار

$$x(x+1) \left[\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} = -1 \right] \rightarrow x^2 - x^2 + 1 = -x^2 - x \rightarrow x^2 + x + 1 = 0 \rightarrow \Delta < 0$$

۷۶

معادله $\sqrt{x+1} - \sqrt{x+4} = 1$ ، چند ریشه حقیقی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۰ (۴) ۴

$$\sqrt{x+1} - \sqrt{x+4} = 1 \rightarrow \sqrt{x+1} - 1 = \sqrt{x+4} \rightarrow x + 1 - 2\sqrt{x+1} + 1 = x + 4$$

$$-2\sqrt{x+1} = 4 \rightarrow \sqrt{x+1} = -2$$

۷۷

کدام گزینه در مورد معادله رادیکالی $2\sqrt{x} - \sqrt{3x-3} = 0$ ، درست است ؟

(۲) فاقد ریشه

(۱) فقط یک ریشه مثبت دارد

۷۸

(۴) یک ریشه مثبت و یک ریشه منفی دارد

(۳) فقط یک ریشه منفی دارد

$$2\sqrt{x} - \sqrt{3x-3} = 0 \rightarrow 2\sqrt{x} = \sqrt{3x-3} \rightarrow 4x = 3x-3 \rightarrow x = -3$$

یکی از ریشه های معادله $\frac{1}{x^2-x} - \frac{1}{x^2+x} = \frac{1}{3}$ برابر ۲ است ، ریشه های حقیقی دیگر چگونه اند ؟

(۲) ریشه مضاعف

(۱) دو ریشه مثبت

۷۹

(۴) ریشه حقیقی دیگر ندارد

(۳) دو ریشه غیر هم علامت

$$3x(x-1)(x+1) \left[\frac{1}{x(x-1)} - \frac{1}{x(x+1)} = \frac{1}{3} \right] \rightarrow 3(x+1) - 3(x-1) = x(x^2-1)$$

$$3x + 3 - 3x + 3 = x^3 - x \rightarrow x^3 - x - 6 = 0 \xrightarrow{x=2} (x-2)(x^2+2x+3) = 0 \rightarrow \Delta < 0$$

جواب معادله $\frac{2x-2}{x^2+x-2} + \frac{3x}{x^2+x} = \frac{1}{3}$ ، کدام است ؟

$7 \pm \sqrt{65}$ (۴)

$5 \pm \sqrt{94}$ (۳)

$6 \pm \sqrt{104}$ (۲)

$6 \pm \sqrt{58}$ (۱)

۸۰

$$\frac{2(x-1)}{(x-1)(x+2)} + \frac{3x}{x(x+1)} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{2}{(x+2)} + \frac{3}{(x+1)} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{2x+2+3x+6}{(x+2)(x+1)} = \frac{1}{3}$$

$$\frac{5x+8}{(x+2)(x+1)} = \frac{1}{3} \rightarrow x^2+3x+2 = 15x+24 \rightarrow x^2-12x-22 = 0$$

$$\xrightarrow{b'=-6} \Delta' = (-6)^2 - (-22) = 58 \rightarrow x_1 = x_2 = 6 \pm \sqrt{58}$$

به ازای چند مقدار k ، معادله $\frac{x+k}{-2} = \frac{x+k+2}{x}$ فقط یک ریشه دارد ؟

(۴) ۱

(۳) ۲

(۲) ۳

(۱) ۴

۸۱

$$\frac{x+k}{-2} = \frac{x+k+2}{x} \rightarrow x^2+kx = -2x-2k-4 \rightarrow x^2+(k+2)x+2k+4 = 0$$

$$\Delta = 0 \rightarrow k^2+4k+4-4k-16 = 0 \rightarrow k^2-4k-12 = 0 \rightarrow (k-6)(k+2) = 0$$

$$\boxed{k=6} \rightarrow x^2+8x+16 = 0 \rightarrow (x+4)^2 = 0 \rightarrow x = -4$$

$$k = -2 \rightarrow x^2 = 0 \rightarrow x = 0$$

چند نقطه روی سهمی $y = 2x^2 - 5x + 2$ واقع است به طوری که طول آن از جذر عرض آن ۲ واحد بیشتر باشد ؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$$y = 2x^2 - 5x + 2 \longrightarrow x = \sqrt{y} + 2 \longrightarrow x = \sqrt{2x^2 - 5x + 2} + 2$$

$$x - 2 = \sqrt{2x^2 - 5x + 2} \longrightarrow x^2 - 4x + 4 = 2x^2 - 5x + 2 \longrightarrow x^2 - x - 2 = 0$$

$$\xrightarrow{b=a+c} x = -1 \longrightarrow -1 = 3 + 2 \vee \boxed{x = 2} \longrightarrow 2 = 0 + 2$$

۸۲

مجموع جواب های معادله رادیکالی $\sqrt{3x+4} - \sqrt{2x+1} = 1$ کدام است ؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$$\sqrt{3x+4} = 1 + \sqrt{2x+1} \longrightarrow 3x+4 = 1 + 2\sqrt{2x+1} + 2x+1$$

$$x+2 = 2\sqrt{2x+1} \longrightarrow x^2 + 4x + \cancel{4} = 8x + \cancel{4} \longrightarrow x^2 - 4x = 0$$

$$\boxed{x=0} \longrightarrow 2 = 1+1 \wedge \boxed{x=4} \longrightarrow 4 = 1+3$$

۸۳

اختلاف ریشه های معادله $\sqrt{4x^2 - 8x} = (x-1)^2$ چند برابر $\sqrt{2}$ است ؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

$$\sqrt{4x^2 - 8x} = (x-1)^2 \longrightarrow \sqrt{4(x^2 - 2x)} = x^2 - 2x + 1 \xrightarrow{x^2 - 2x = t} \sqrt{4t} = t + 1$$

$$4t = t^2 + 2t + 1 \longrightarrow t^2 - 2t + 1 = 0 \longrightarrow (t-1)^2 = 0 \longrightarrow t = 1 \longrightarrow x^2 - 2x = 1$$

$$x^2 - 2x - 1 = 0 \longrightarrow (\alpha - \beta)^2 = (\alpha + \beta)^2 - 4\alpha\beta = (2)^2 - 4(-1) = 8 \longrightarrow \alpha - \beta = 2\sqrt{2}$$

۸۴

برای تعویض و شماره گذاری ۷۸۰۰۰ صندوقی استادیوم آزادی ، جهت شروع مسابقات لیگ برتر ، دو شرکت A و B

با هم انتخاب شده اند تا ۱۰ روزه کار را انجام دهند ، اگر شرکت A به تنهایی در ۳۰ روز این کار را انجام دهد ،

شرکت B در چند روز این کار را انجام می دهد ؟

- ۱ (۱) ۱۲ روز ۲ (۲) ۱۵ روز ۳ (۳) ۲۰ روز ۴ (۴) ۲۵ روز

اگر شرکت A در ۳۰ روز و شرکت B در X روز ، این کار را انجام دهند ، آنگاه شرکت A هر روز $\frac{1}{30}$ و شرکت B

هر روز $\frac{1}{X}$ کار را انجام می دهند . بنابراین هر دو با هم هر روز $\frac{1}{10}$ کار را انجام داده اند .

$$30 \times \left[\frac{1}{X} + \frac{1}{30} = \frac{1}{10} \right] \longrightarrow 30 + X = 3X \longrightarrow 2X = 30 \longrightarrow \boxed{X = 15}$$

۸۵



همکاران و دانش آموزان عزیز ، تست هایی که در اختیار شما قرار گرفته است ، زحمات چندین ساله بنده می باشد ، به همین خاطر قبل از مطالعه هزینه این جزوات را پرداخت کنید و هزینه آن یک صلوات و یک فاتحه برای روح پدر عزیزم است .
با تشکر : سید علی موسوی

همکاران و دانش آموزان عزیز اگر اشکال تایپی یا راه حل های بهتری داشتید بنده را همراهی کنید و پیشنهادات و نظرات خود را به آدرس تلگرام (۰۹۱۵۳۲۱۵۶۱۴) و یا به ایمیل seyedalimousavi48@gmail.com ارسال فرمائید .

با سپاس فراوان از شما عزیزان

متأسفانه با خبر شدم برخی از همکاران مشخصات بنده را پاک کرده و مشخصات خود را نوشته و استفاده شخصی می کنند ، از نظر شرعی ایراد داشته و تحت هیچ شرایطی راضی نیستم .