

به نام خدا



درسنامه ،، مثال های کاربردی و حل چند تمرین از فصل دوم ریاضی پایه هفتم (حیدری)

یادآوری:

در سال های گذشته با اعداد طبیعی ، حسابی و اعداد صحیح آشنا شده اید.

اعداد طبیعی: ... و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ که برای شمارش به کار می روند .

اعداد حسابی: ... و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰

اعداد صحیح: که به سه دسته تقسیم می شوند اعداد صحیح مثبت ، صفر و اعداد منفی .

... و ۵ و ۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰ و -۱ و -۲ و -۳ و -۴ و -۵ و ...

مثال: کدام یک از اعداد زیر صحیح می باشد؟

الف) $\frac{3}{9}$ ب) $-\frac{2}{3}$ ج) صفر د) $-\frac{3}{9}$



محور اعداد صحیح:

اگر اعداد صحیح را روی محور نشان دهیم به آن ، محور اعداد صحیح می گویند.



نه مثبت است نه منفی ، بلکه مبدأ است

باید بدانیم که:

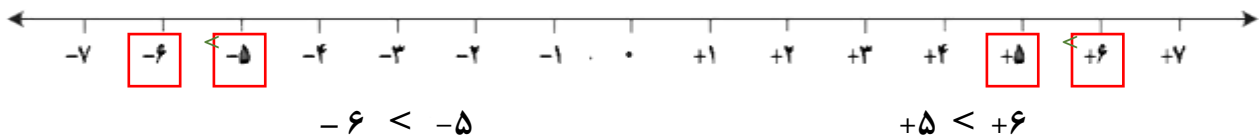
- ❖ هر عدد صحیح مثبت از صفر بزرگ تر است. مانند: $+1 > 0$
- ❖ هر عدد صحیح منفی از صفر کوچک تر است. مانند: $-1000 < 0$
- ❖ هر عدد صحیح مثبت از هر عدد صحیح منفی بزرگ تر است. مانند: $+1 > -1000$
- ❖ نامنفی یعنی صفر و اعداد مثبت. ... , ۱, ۲, ۳, ۰

❖ نامثبت یعنی صفر و اعداد منفی $۰, -۱, -۲, -۳, \dots$

❖ بر روی محور اعداد صحیح هرچه به سمت راست پیش برویم اعداد بزرگ تر می شوند و هرچه به سمت چپ پیش برویم اعداد کوچک تر می شوند.



❖ بر روی محور اعداد صحیح همیشه عددی که سمت راست قرار می گیرد بزرگ تر است.



❖ در نوشتن اعداد مثبت می توان علامت + را حذف کرد یعنی اعداد طبیعی (بدون علامت) همان اعداد

مثبت هستند. مانند: $۱۰ = +۱۰$

❖ عدد صفر نه مثبت است نه منفی.

مثال ۱: کوچک ترین عدد صحیح بزرگ تر از -۹ چیست؟

حل: ابتدا اعداد بزرگ تر از -۹ را می نویسیم $\dots, -۶, -۷, -۸$ که در بین این اعداد، عدد -۸ از بقیه کوچک تر است.

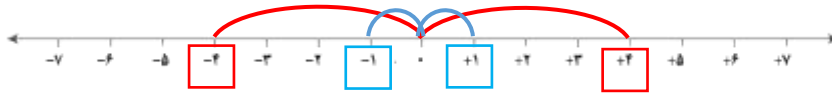
مثال ۲: بزرگ ترین عدد صحیح کوچک تر از -۴ چیست؟

حل: ابتدا اعداد کوچک تر از -۴ را می نویسیم $\dots, -۷, -۶, -۵$ که در بین این اعداد، عدد -۵ از بقیه بزرگ تر است.



قرینه یک عدد صحیح:

با توجه به محور عدد های صحیح می بینیم که در مقابل هر عدد صحیح مثبت یک عدد صحیح منفی قرار دارد به طوری که فاصله این دو عدد تا مبدأ با هم برابر است.



به این اعداد که فاصله آن ها تا مبدأ برابر اما در جهت مخالف یکدیگر قرار دارند دو عدد قرینه می گویند. برای نمایش قرینه هر عدد از نماد (-) در سمت چپ عدد استفاده می کنیم.

مانند: $-(+4) = -4$ $-(-1) = +1$ ↑ نماد قرینه

❖ هر گاه علامت عددی را تغییر دهیم قرینه آن عدد به دست می آید. مانند:

$+10 \xrightarrow{\text{قرینه}} -10$ $-7 \xrightarrow{\text{قرینه}} +7$

❖ قرینه عدد صفر خودش می باشد.

❖ قرینه قرینه هر عدد برابر با خودش است. $+10 \xrightarrow{\text{قرینه}} -10 \xrightarrow{\text{قرینه}} +10$

❖ هرگاه تعداد قرینه کردن ها فرد باشد عدد قرینه می شود. مانند:

$$\underbrace{-(-(-(...(-(-5))...)))}_{37 \text{ بار}} = +5$$

۳۷ بار

❖ هرگاه تعداد قرینه کردن ها زوج باشد عدد تغییر نمی کند. مانند:

$$\underbrace{-(-(-(...(-(-11))...)))}_{42 \text{ بار}} = -11$$

۴۲ بار

مثال: قرینه اعداد -13 , 27 , 9 را بدست آورید.

حل: $-(-13) = +13$ $-(27) = -27$ $-(+9) = -9$ ↑ نماد قرینه

مثال: قرینه ی یک عدد صحیح ، از خودش بزرگ تر است. در این صورت این عدد حتما :

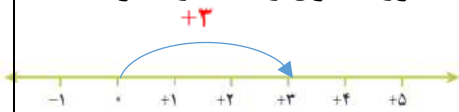
(الف) صفر است (ب) مثبت است (ج) منفی است (د) بدون علامت است

حرکت بر روی محور اعداد صحیح:

با جابه جایی از یک نقطه روی محور اعداد صحیح به نقطه ایی دیگر یک حرکت انجام می شود برای هر حرکت روی محور عدد های صحیح می توان یک عدد علامت دار تعیین کرد به این صورت که:

جهت حرکت ، علامت را مشخص می کند. (حرکت به سمت راست علامت + و حرکت به سمت چپ با علامت - مشخص می شود)

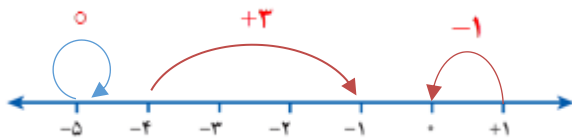
طول حرکت عدد را مشخص می کند. (با شمارش واحدهای محور طول و اندازه حرکت مشخص می شود).



۳ تا در جهت مثبت ها حرکت کرده

اگر بر روی محور اعداد صحیح ابتدا و انتهای حرکت هر دو روی یک عدد صحیح باشد آن حرکت را با عدد صفر نمایش می دهند.

مثال: برای هر حرکت روی محور یک عدد صحیح بنویسید.

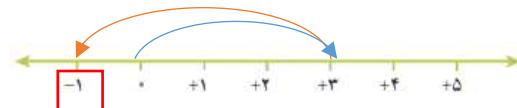


اگر دو یا چند حرکت روی محور پشت سرهم انجام شود می توان با آن ها یک جمع نوشت

مثال: متناظر با هر محور یک جمع بنویسید.



$$(+3) + (+2) = (+5)$$



$$(+3) + (-4) = (-1)$$

حل:



جمع اعداد صحیح:

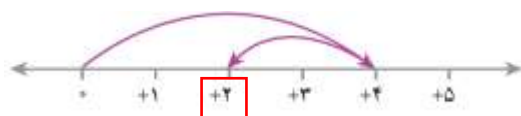
برای جمع اعداد صحیح از روش های زیر استفاده می کنیم

الف) محور اعداد صحیح ، ب) دایره توپر و توخالی ، ج) محاسبه از طریق علامت ها ، د) جدول ارزش مکانی

الف) محور اعداد صحیح:

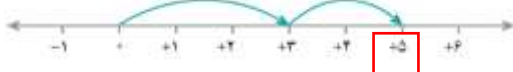
برای یافتن حاصل جمع در این روش به ترتیب حرکت ها را روی محور رسم می کنیم ، انتهای آخرین حرکت ، پاسخ مورد نظر است. دقت کنید اولین حرکت را از صفر (مبدأ) شروع کنیم.

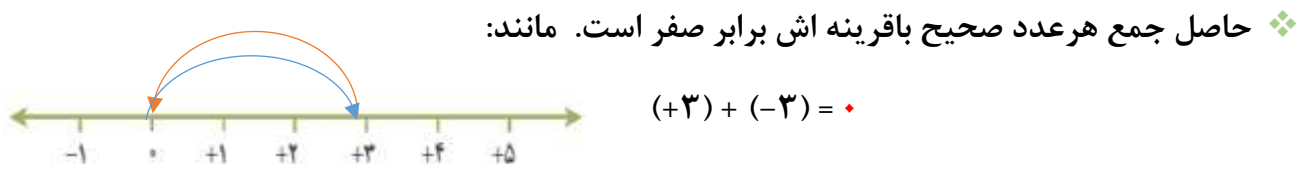
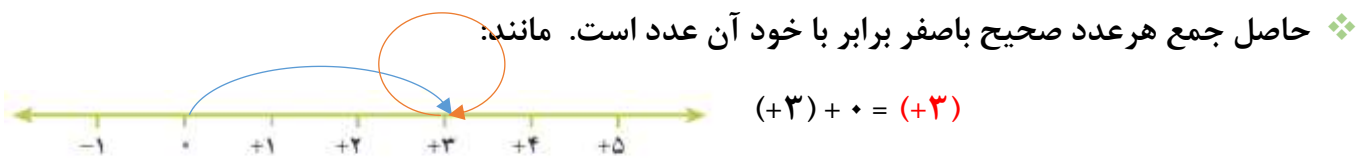
مثال: حاصل جمع های زیر را به کمک محور به دست آورید.



$$\text{الف) } (+4) + (-2) = (+2)$$

$$(+3) + (+2) = (+5)$$

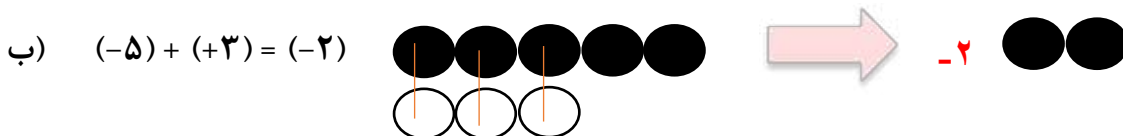
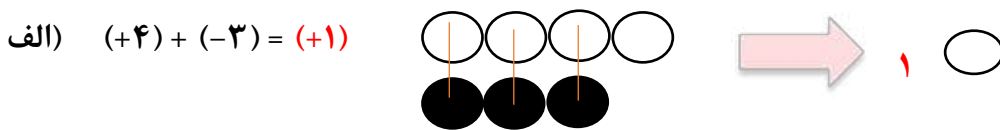




ب) دایره توپر و توخالی:

در این روش برای اعداد مثبت دایره های توخالی ($\bigcirc = +1$) و برای اعداد منفی دایره های توپر ($\bullet = -1$) رسم می کنیم. هر دایره توپر با یک دایره توخالی حذف می شود (صفر می شود) آن چه باقی می ماند حاصل جمع است.

مثال: با رسم شکل دایره های توپر و توخالی حاصل جمع های زیر را به دست آورید.



ج) محاسبه از طریق علامت ها:

با توجه به پاسخ های به دست آمده در دو قسمت قبل نتیجه می گیریم:

❖ اگر دو عدد صحیح مثبت باشند ، حاصل جمع آن ها مانند جمع دو عدد طبیعی است.

مثال: $(+3) + (+5) = 3 + 5 = 8$

❖ اگر دو عدد صحیح با علامت های مختلف باشند ، حاصل جمع برابر است با تفاضل آن دو عدد با علامت

عددی که مقدار آن (بدون در نظر گرفتن علامت ها) بیش تر است .

مثال: $(+3) + (-5) = (-2)$ $(-3) + (+5) = (+2)$

❖ اگر دو عدد صحیح منفی باشند ، حاصل جمع آن ها مانند جمع دو عدد طبیعی است البته با علامت منفی .

$$(-3) + (-5) = (-8)$$

مثال:

(د) جدول ارزش مکانی

در این روش پس از گسترده نویسی و قرار دادن اعداد صحیح در جدول ارزش مکانی به این صورت عمل می کنیم:

علامت مثبت یا منفی هر عدد به تمام دسته هایش تعلق دارد. در هر ستون اگر هر دو عدد هم علامت باشند آن ها را با هم جمع می کنیم یکی از علامت ها را می نویسیم

اگر هر دو عدد هم علامت نباشند آن ها را از هم کم می کنیم با علامت عددی که مقدار آن (بدون در نظر گرفتن علامت ها) بیش تر است.

مثال: حاصل عبارات زیر را به روش ارزش مکانی به دست آورید:

الف) $27 - 39$

د	ی
۲	۷
۳	۹

$$= \begin{array}{r} 20 + 7 \\ -30 + (-9) \\ \hline (-10) + (-2) = -12 \end{array}$$

ب) $21 - 13 - 67$

د	ی
۶	۷
۲	۳
۳	۱

$$= \begin{array}{r} +60 + 7 \\ -20 - 3 \\ \hline -30 - 1 \\ \hline +10 + 3 = 13 \end{array}$$

❖ عبارت $(+9) - (+7)$ را می توانید به صورت تفریقی که در دوره ابتدایی می نوشتید ، تبدیل کنید یعنی :

$$9 - 7 = 9 + (-7) \text{ ؛ مانند: } (+9) - (+7) = 9 - 7$$

یعنی ابتدا عبارت را به جمع تبدیل می کنیم سپس حاصل جمع را به روش دلخواه به دست می آوریم.

قرینه منفی مثبت می شود

$$(+3) - (-5) = (+3) + (+5) = +8$$

مثال: حاصل عبارات مقابل را به دست آورید.

قرینه مثبت منفی می شود

$$(+7) - (+4) = (+7) + (-4) = +3$$

می توان با حذف پرانتز و مثبت های اضافی عبارت را به صورت ساده تر در آورد:

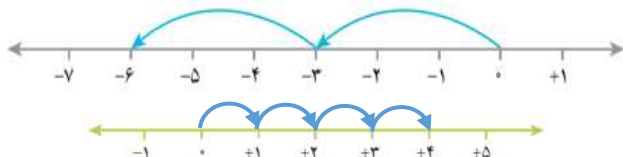
$$(+11) - (+5) = 11 - 5 = 6$$

$$(+23) - (-10) = 23 + 10 = 33$$

ضرب اعداد صحیح:

هرگاه روی یک محور چند حرکت برابر (هم اندازه و هم جهت) پشت سرهم انجام شود می توان متناظر با آن ها یک ضرب نوشت. دقت کنید نقطه شروع بردارها از صفر باشد و انتهای بردار آخر حاصل ضرب را نشان می دهد

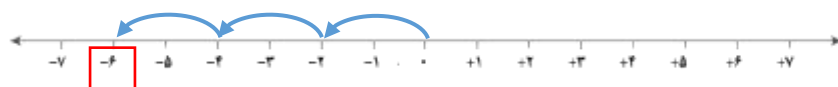
مثال: با توجه به محور و حرکت های انجام شده یک ضرب بنویسید.



$$2 \times (-3) = (-6)$$

$$4 \times (+1) = (+4)$$

مثال: ضرب $3 \times (-2)$ را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید.



حل:

برای ضرب دو عدد صحیح باید ابتدا علامت حاصل ضرب را تعیین کنیم سپس اعداد را درهم ضرب کنیم

تعیین علامت حاصل ضرب اعداد صحیح:

حاصل ضرب یک عدد مثبت در عددی مثبت برابر عددی مثبت خواهد شد.

$$\text{مانند: } (+2) \times (+3) = (+6)$$

حاصل ضرب یک عدد مثبت در عددی منفی برابر عددی منفی خواهد شد.

$$\text{مانند: } (+2) \times (-3) = (-6)$$

حاصل ضرب یک عدد منفی در عددی مثبت برابر عددی منفی خواهد شد.

$$\text{مانند: } (-2) \times (+3) = (-6)$$

حاصل ضرب یک عدد منفی در عددی منفی برابر عددی مثبت خواهد شد.

$$\text{مانند: } (-2) \times (-3) = (+6)$$

به زبان ساده تر حاصل ضرب دو عدد هم علامت، عددی مثبت خواهد شد و حاصل ضرب دو عدد غیر هم علامت، عددی منفی خواهد شد. پس از تعیین علامت، برای یافتن حاصل ضرب دو عدد صحیح دو عدد را بدون در نظر گرفتن علامت درهم ضرب می کنیم. حاصل ضرب دو یا چند عدد صحیح، خود یک عدد صحیح است.

عمل ضرب برای اعداد صحیح خاصیت جابجایی و شرکت پذیری دارد.

مثال: جابه جایی

$$(+3) \times (-2) = (-6) \quad (-2) \times (+3) = (-6)$$

مثال: توزیع پذیری

$$(+3) \times ((+2) \times (-5)) = (-30) \quad ((+3) \times (+2)) \times (-5) = (-30)$$

تقسیم اعداد صحیح:

در تقسیم اعداد صحیح نیز مانند ضرب آن ها عمل می کنیم. ابتدا باید تعیین علامت کنیم (مانند آن چه در قسمت ضرب توضیح داده شد) برای یافتن حاصل تقسیم دو عدد صحیح دوعدد را بدون در نظر گرفتن علامت ها برهم تقسیم می کنیم.

مثال: حاصل تقسیم های زیر را به دست آورید.

$$(-12) \div (+6) = (-2) \quad (-12) \div (-3) = (+4)$$

- ❖ حاصل ضرب هر عدد صحیح در صفر برابر با صفر است مانند: $(-2) \times 0 = 0$
- ❖ حاصل تقسیم هر عدد صحیح بر صفر تعریف نشده است مانند: $(-2) \div 0 = \infty$
- ❖ حاصل ضرب هر عدد صحیح در یک برابر با خود آن عدد است مانند: $(-2) \times 1 = (-2)$
- ❖ حاصل تقسیم هر عدد صحیح بر یک برابر با خود آن عدد است مانند: $(-2) \div 1 = (-2)$
- ❖ حاصل ضرب هر عدد صحیح در -1 برابر با قرینه آن عدد است مانند: $(-2) \times (-1) = (+2)$
- ❖ حاصل تقسیم هر عدد صحیح بر -1 برابر با قرینه آن عدد است مانند: $(-2) \div (-1) = (+2)$
- ❖ حاصل تقسیم عدد صفر بر هر عدد صحیح غیر صفر برابر صفر است مانند: $0 \div (-2) = 0$

حل مسئله به کمک عددهای صحیح:

در حل بسیاری از مسائل با تبدیل عددها به عددهای علامت دار حل مسئله ساده تر خواهد بود.

مثال: رایان روی یک نردبان بلند ایستاده بود. او ابتدا ۵ پله بالا رفت و سپس ۲ پله پایین آمد و دوباره ۴ پله بالا رفت در آخر ۶ پله پایین آمد. در این صورت رایان نسبت به جای اول خود چه وضعی دارد؟

حل: نسبت به وضعیت اولیه یک پله بالاتر است $+5 - 2 + 4 - 6 = +1$

در حل مسائل اعداد صحیح به نکات زیر توجه کنید:

۱- اگر در سوال اختلاف یا فاصله دو عدد خواسته شده باشد، یعنی در کلمات پایانی سوال از عباراتی مانند سردتر، گرم تر، جلوتر، عقب تر، بالاتر، پایین تر و خود کلمه اختلاف و فاصله استفاده شده باشد از رابطه زیر استفاده می کنیم

عدد کوچک تر - عدد بزرگ تر = اختلاف دو عدد

مثال: در یک روز زمستانی دمای هوای دزفول ۳ درجه بالای صفر و دمای هوای اراک ۵ درجه زیر صفر می باشد
اختلاف دمای این دو شهر را به دست آورید.

$$(+3) - (-5) = (+3) + 5 = +8$$

حل:

۲- اگر در سوال میانگین عددها را خواسته باشند ، ابتدا عددها را با هم جمع کرده سپس حاصل را بر تعداد تقسیم می کنیم.

مثال: شهر رشت ۸ متر از سطح دریا پایین تر ، اهواز ۱۰ متر بالاتر از سطح دریا است میانگین فاصله آن ها از سطح دریا چه قدر است؟

$$\text{متر بالاتر از سطح دریا } 1 = 2 \div (+2) \quad (+2) + (+10) = (+8)$$

حل:

۳- اگر در مساله نشانه یا مفهومی از اختلاف نباشد بین عددها علامت جمع می گذاریم.

مثال: در یک روز تابستان دمای هوای اهواز ۳۱ درجه بالای صفر و تبریز ۱۵ درجه خنک تر از اهواز است دمای هوای تبریز چند درجه است؟



$$\text{دمای هوای تبریز } (+16) = (+15) + (-1)$$

حل:

ترتیب عملیات:

در محاسبه یک عبارت ریاضی از چپ به راست بر اساس آن چه تا به حال خوانده ایم به ترتیب زیر عمل میکنیم

(۱) پرانتز (۲) ضرب و تقسیم (۳) جمع و تفریق

اگر در یک عبارت چند ضرب و تقسیم یا جمع و تفریق داشته باشیم از چپ به راست با توجه به ترتیب قرار گرفتن آن ها عمل می کنیم .

مثال: حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } -6 + 9 \times 3 = 21$$

$$\text{ب) } -5 - 30 \div (-2 \times 3) \times 4 = -5 - 30 \div -6 \times 4 = -5 + 5 \times 4 = 15$$



بیش تر بدانیم:

❖ برای پیدا کردن قرینه یک نقطه نسبت به یک نقطه خاص کافی است طول آن نقطه خاص را دو برابر کرده از طول نقطه مورد نظر کم کنیم. به زبانی دیگر قرینه یک نقطه به طول x نسبت به نقطه ای به طول y از رابطه $y - x$ به دست می آید.

مثال: قرینه نقطه ۵- نسبت به نقطه ۷+ کدام نقطه است؟

$$2 \times (+7) - (-5) = 14 + 5 = 19$$

حل:

❖ با داشتن مجموع یا اختلاف دو عدد صحیح می توان آن دو عدد را به کمک رابطه های زیر به دست آورد:

$$\text{تفاضل دو عدد} - \text{مجموع دو عدد} = \frac{\text{تفاضل دو عدد} + \text{مجموع دو عدد}}{2} = \text{عدد کوچک تر}$$

$$\text{تفاضل دو عدد} + \text{مجموع دو عدد} = \frac{\text{تفاضل دو عدد} - \text{مجموع دو عدد}}{2} = \text{عدد بزرگ تر}$$

مثال: مجموع دو عدد صحیح ۱۰ و اختلاف آن ها ۵۰ است. آن دو عدد کدام هستند؟

$$\text{عدد کوچک تر} = \frac{10 - 50}{2} = -20$$

$$\text{عدد بزرگ تر} = \frac{10 + 50}{2} = 30$$

حل:

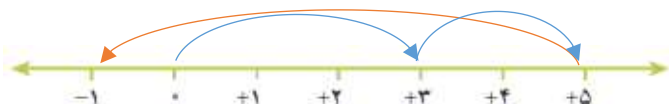


تمرین:

(۱) در بین اعداد علامت مناسب $<$ ، $=$ یا $>$ بگذارید.

$$+1 \quad \square \quad -12 \div (4 \times -3) \quad , \quad -11 + 11 \quad \square \quad (-3 - 2) \quad , \quad 14 \quad \square \quad -231$$

(۲) با توجه به محور زیر یک جمع بنویسید.



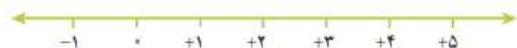
(۳) با رسم شکل دایره های توپر و توخالی حاصل $7 - 5$ را به دست آورید.

۴) حاصل عبارت $۷۱ - ۳۹$ را به روش ارزش مکانی به دست آورید:

د	ی

$$۳ \times (+۱) =$$

۵) ضرب مقابل را روی محور نشان دهید و حاصل را به دست آورید.



۶) حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

$$\text{الف) } (-۱۶ + ۹) - [(-۴۰) \div (-۸)] =$$

$$\text{ب) } (-۱۱ + ۵) \times (-۳ - (-۷)) =$$

۷) در یک روز بهاری دمای هوای میانرود ۱۷ درجه بالای صفر و تبریز ۵ درجه زیر صفر و شیراز ۱۱ درجه بالای صفر است. میانگین دمای هوای این سه شهر چند درجه است؟