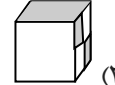
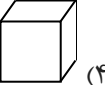
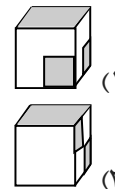
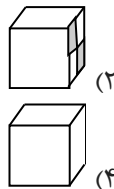
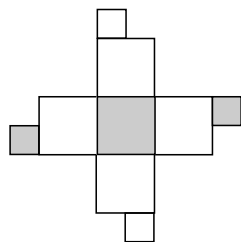
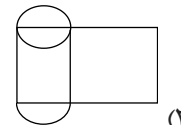
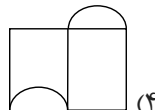
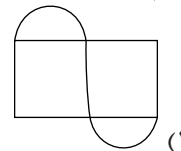
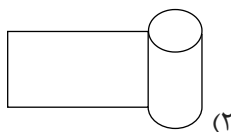


۱. شکل مقابل گسترده‌ی کدام یک از مکعب‌های زیر است؟



۲. نیم استوانه‌ی مقابل را گسترده کردیم. کدام گزینه آن را نشان می‌دهد؟



۳. اگر مجموع اندازه‌های یال‌های یک مکعب ۶۰ سانتی‌متر باشد، حجم آن چند سی سی است؟

۱۷۲۸ (۴)

۱۰۰۰ (۳)

۱۲۵ (۲)

۲۱۶۰۰۰ (۱)

۴. کدام یک از حجم‌های زیر بین دو صفحه‌ی موازی قرار می‌گیرند؟

مخروطی (۴)

کروی (۳)

منشوری (۲)

هرمی (۱)

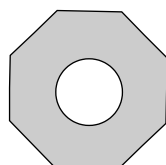
۵. مقطع یک منشور از بالا به صورت مقابل است. این منشور چند وجه دارد؟

۱۰ (۲)

۸ (۱)

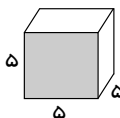
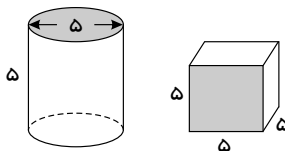
۱۶ (۴)

۱۲ (۳)



۶. یک کارخانه‌ی شکلات‌سازی قصد دارد محصولات کارخانه‌ی خود را به صورت یکی از دو شکل زیر وارد بازار کند. با انتخاب کدام

گزینه می‌تواند محصول بیشتری بفروشد؟



(۱)

(۲)

(۱) بسته‌بندی شکل ۱

(۲) بسته‌بندی شکل ۲

(۳) فرقی ندارد

(۴) نمی‌توان محاسبه کرد

۷. یک مقوا به ابعاد ۹ در ۲۵ سانتی‌متر را به شکل یک استوانه به ارتفاع ۲۵ cm و یک مقوا به ابعاد ۱۵ در ۱۵ سانتی‌متر را نیز به

شکل استوانه در آورده‌ایم. با توجه به این که مساحت جانبی در دو حالت برابر است. کدام یک از استوانه‌ها حجم بیشتری درست

می‌کند؟

(۴) نمی‌توان قضاوت کرد.

(۳) هر دو مساوی

(۲) دومی

(۱) اولی

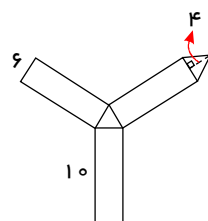
۸. در شکل مقابل که گسترده‌ی یک منشور است، حجم منشور کدام گزینه است؟ (اعداد برحسب سانتی‌متر است.)

$200 \text{ cm}^3$  (۲)

$120 \text{ cm}^3$  (۱)

$400 \text{ cm}^3$  (۴)

$300 \text{ cm}^3$  (۳)



۹. اگر ضلع مکعبی را دو برابر کنیم، مساحت جانبی، مساحت کل و حجم آن به ترتیب چند برابر می‌شوند؟

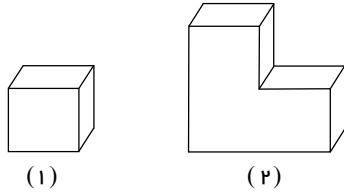
(۲) ۴ و ۴ و ۸ برابر

(۱) ۶ و ۶ و ۸ برابر

(۴) ۴ و ۴ و ۸ برابر

(۳) ۴ و ۴ و ۴ برابر

۱۰. شکل‌های ۱ و ۲ را رنگ‌آمیزی می‌کنیم. نسبت سطح مساحت رنگ شده‌ی شکل ۲ به شکل ۱ برابر است با: (ابعاد دو شکل مساوی هستند)



- (۱)  $\frac{5}{6}$   
 (۲)  $\frac{7}{8}$   
 (۳)  $\frac{11}{12}$   
 (۴)  $\frac{14}{15}$

۱۱. مثلث قائم‌الزاویه‌ای را حول ضلع قائمه‌ی کوچک آن دوران می‌دهیم. اگر طول ضلع‌های قائمه ۳ و ۴ باشد. حجم شکل حاصل کدام است؟

- (۱)  $48\pi$  (۲)  $12\pi$  (۳)  $36\pi$  (۴)  $16\pi$

۱۲. حجم شکل حاصل از دوران متوازی‌الاضلاع با ضلع‌های ۱۲ و ۶ حول ضلع بزرگ آن کدام است؟ (ارتفاع متوازی‌الاضلاع ۵ است)

- (۱)  $144\pi$  (۲)  $300\pi$  (۳)  $480\pi$  (۴)  $240\pi$

۱۳. مستطیلی به طول ۸ و عرض ۴ را حول عرضش به اندازه‌ی ۳۰ درجه دوران می‌دهیم. حجم حاصل چه قدر است؟ ( $\pi = 3$ )

- (۱) ۱۲۸ (۲) ۶۴ (۳) ۶۷ (۴) ۱۲۰

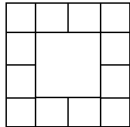
۱۴. مستطیلی به طول ۶ و عرض ۴ را حول عرض آن، چند درجه دوران بدهیم تا حجم حاصل ۲۷۰ شود؟ ( $\pi = 3$ )

- (۱) ۲۲۵ (۲) ۲۷۰ (۳) ۲۳۵ (۴) ۲۴۰

۱۵. اگر مساحت قاعده‌ی منشوری را ۵ برابر و ارتفاع آن را نصف کنیم، حجم آن چند درصد تغییر می‌کند؟

- (۱) ۱۲۵ درصد کاهش (۲) ۲۵۰ درصد افزایش (۳) ۱۵۰ درصد کاهش (۴) ۱۵۰ درصد افزایش

۱۶. تصویر از بالای یک جسم هندسی به صورت زیر است. اگر روی این مربع‌های واحد، منشوری به ارتفاع  $15\text{cm}$  درست کنیم حجم شکل زیر برابر است با:



- (۱)  $180\text{cm}^3$  (۲)  $50\text{m}^3$  (۳)  $60\text{cm}^3$  (۴)  $105\text{cm}^3$

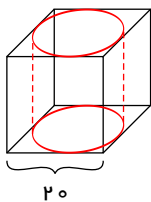
۱۷. استخری به ابعاد ۲۰، ۸ و ۴ متر است. در صورتی که  $\frac{3}{4}$  این استخر آب داشته باشد چند لیتر دیگر باید در استخر آب بریزیم تا کاملاً پر شود؟

- (۱) ۶۴۰ لیتر (۲) ۱۶۰۰۰۰ لیتر (۳) ۴۸۰۰۰۰ لیتر (۴) ۴۸۰ لیتر

۱۸. دو استوانه دارای حجمی مساوی هستند. اگر ارتفاع یکی از آن‌ها ۱۶ برابر دیگری باشد، نسبت شعاع قاعده‌ی دو استوانه به یکدیگر چقدر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۸

۱۹. در شکل زیر استوانه به مکعب از همه طرف چسبیده است. حجم بین استوانه و مکعب مربع چه قدر است؟



- (۱)  $1720\text{cc}$  (۲)  $1820\text{cc}$  (۳)  $1860\text{cc}$  (۴)  $1680\text{cc}$

۲۰. شعاع قاعده‌ی استوانه‌ای را ۲ برابر و ارتفاع آن را ثلث کردیم. حجم استوانه‌ی جدید، چند برابر می‌شود؟

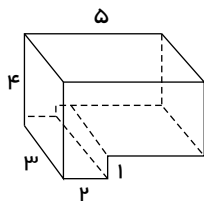
- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $1\frac{1}{3}$  (۳)  $1\frac{2}{3}$  (۴)  $2\frac{1}{3}$

۲۱. ابعاد یک مکعب را با واحد دسی‌متر اندازه‌گیری کرده و حجم آن را محاسبه کرده‌ایم. اگر ۵۰ درصد ابعاد این مکعب را افزایش دهیم و با واحد سانتی‌متر مکعب حجم آن را محاسبه کنیم، عدد به‌دست آمده چند برابر حجم اولیه است؟

- (۱)  $3,764$  (۲)  $3365$  (۳)  $337,5$  (۴)  $3375$

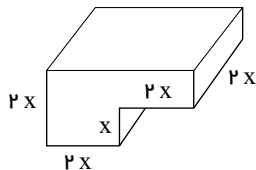
۲۲. مساحت هر یک از وجه‌های جانبی و قاعده‌ی مکعب مستطیلی، به ترتیب ۱۲ و ۸ و ۶ سانتی‌متر مربع است. حجم این مکعب مستطیل چند سانتی‌متر مکعب است؟

- (۱) ۵۷۶ (۲) ۱۰۴ (۳) ۷۲ (۴) ۲۴



۲۳. حجم جسم زیر بر حسب واحد مکعب کدام است؟

- (۱) ۵۱ (۲) ۵۳ (۳) ۵۴ (۴) ۵۸



۲۴. یک منبع آب به گنجایش ۱٫۵ لیتر رسم شده است. مقدار  $x$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳) ۶ (۴) ۷

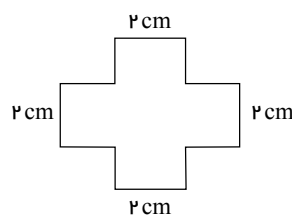
۲۵. تعداد بطری‌های ۲۵۰ سانتی‌متر مکعبی که می‌توان آن‌ها را با ۴۰۰ لیتر آب پر کرد، برابر است با:

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۶۰ (۳) ۱۶۰۰ (۴) ۱۶۰۰۰

۲۶. چند مربع می‌توان ساخت که اندازه‌ی ضلع آن عدد طبیعی و مساحتش از عدد یک تا ۹۹ باشد؟

- (۱) نه تا (۲) ده تا (۳) یازده تا (۴) نود و نه تا

۲۷. مساحت بزرگ‌ترین مربعی که می‌توان از یک تکه مقوا به شکل زیر جدا کرد، چند سانتی‌متر مربع است؟



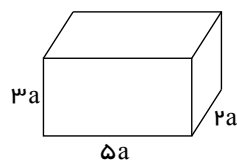
- (۱)  $4cm^2$  (۲)  $8cm^2$  (۳)  $16cm^2$  (۴)  $24cm^2$

۲۸. اگر سطح جانبی یک استوانه که شعاع قاعده‌اش ۳ و ارتفاع آن ۶ است را روی صفحه باز کنیم، یک مستطیل بوجود می‌آید. طول این مستطیل برابر است با:

- (۱) ۶ (۲)  $3\pi$  (۳)  $6\pi$  (۴) ۳

۲۹. ستونی به شکل منشور ۶ پهلو است که هر ضلع آن  $2\sqrt{3}$  متر و ارتفاع آن ۵ متر است. می‌خواهند بدنه‌ی این ستون را کاشی کاری کنند. چند متر مربع کاشی لازم است؟

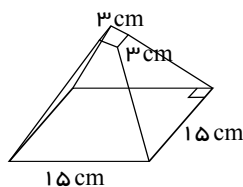
- (۱) ۱۰ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴) ۴



۳۰. می‌خواهیم مکعب مستطیل زیر را بسازیم. حداقل چه قدر مقوا نیاز داریم؟ (بر حسب  $a$ )

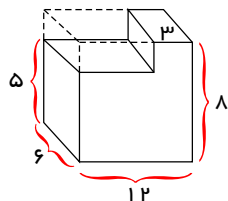
- (۱)  $31a$  (۲)  $31aa$  (۳)  $62a$  (۴)  $62aa$

۳۱. با مقوایی مستطیل شکل به ابعاد  $70cm$  در نیم متر، شکل زیر را ساخته‌ایم. مساحت کل آن کدام گزینه زیر است؟



- (۱)  $1500cm^2$  (۲)  $2500cm^2$  (۳)  $3500cm^2$  (۴)  $4000cm^2$

۳۲. با برداشتن مکعب مستطیل کوچک از مکعب مستطیل شکل زیر، مساحت مکعب مستطیل بزرگ چه قدر کاهش می‌یابد؟



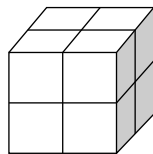
۵۴ (۲)

۲۷ (۱)

۱۰۸ (۴)

۷۲ (۳)

۳۳. مکعب شکل زیر از هشت مکعب هم‌اندازه تشکیل شده است. مساحت جانبی هر مکعب کوچک  $36\text{cm}^2$  است. مساحت کل مکعب کدام است؟



$206\text{cm}^2$  (۲)

$216\text{cm}^2$  (۱)

$180\text{cm}^2$  (۴)

$196\text{cm}^2$  (۳)

۳۴. در گلدان مکعب مستطیل شکلی با قاعده‌ای به طول ۲۴ و عرض ۱۲ سانتی‌متر،  $4608$  سانتی‌متر مکعب خاک ریخته‌ایم. ارتفاع خاک چند سانتی‌متر است؟

۱۴ (۴)

۱۶ (۳)

۴ (۲)

۸ (۱)

۳۵. اگر شعاع قاعده استوانه‌ای را ۵ برابر و ارتفاع آن را ۲ برابر کنیم، حجم اولیه چند درصد حجم جدید است؟

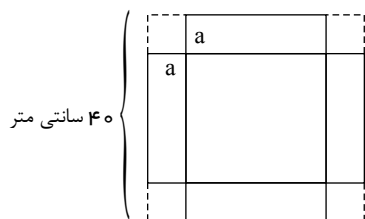
۱۰ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

۵۰ (۱)

۳۶. از چهار گوشه مقوایی به شکل مربع به ضلع ۴۰ سانتی‌متر، چهار مربع کوچک به ضلع  $a$  بریده‌ایم و سپس تا زده‌ایم تا یک جعبه در باز ساخته شود. حجم این جعبه با کدام عبارت جبری بیان می‌شود؟



$40 a \cdot a$  (۱)

$(40 - a)(40 - a) \cdot a$  (۲)

$(40 - a) \cdot a \cdot a$  (۳)

$(40 - 2a)(40 - 2a) \cdot a$  (۴)

۳۷. چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

الف) اگر مستطیلی را حول طولش دوران دهیم، عرض آن، محیط قاعده حجم ایجاد شده است.

ب) حجم حاصل از دوران مستطیل حول طولش، از حجم حاصل از دوران مستطیل حول عرضش بیشتر است.

ج) مقطع یک منشور و یک هرم می‌تواند هم‌شکل باشد.

د) اگر رأس‌های منشوری با قاعده ۶ ضلعی منتظم روی دایره قاعده استوانه قرار بگیرد، این حجم از بالا فقط به شکل ۶ ضلعی دیده می‌شود.

ه) یک منشور با قاعده ۸ ضلعی منتظم، دارای ۲۴ یال است.

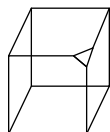
۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

۳۸. یک گوشه از مکعبی مانند شکل بریده شده است. تعداد رأس‌های شکل باقی‌مانده کدام است؟



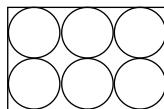
۱۰ (۲)

۱۲ (۱)

۸ (۴)

۹ (۳)

۳۹. شکل زیر دید از بالای شش لیوان استوانه‌ای شکل به شعاع قاعده ۳ و ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر را درون جعبه‌ای به ارتفاع ۱۰ سانتی‌متر نشان می‌دهد. چه مقدار فضا بین لیوان‌ها باقی مانده است؟ ( $\pi = 3$ )



۲۱۶۰ (۱)

۱۶۲۰ (۲)

۲۷۰ (۴)

۵۴۰ (۳)

۴۰. اگر طول ضلع مکعبی را ۳ برابر کنیم، حجم آن چند برابر می‌شود؟

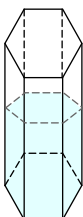
۳ (۴)

۶ (۳)

۲۷ (۲)

۹ (۱)

۴۱.  $\frac{1}{3}$  حجم منشوری با قاعده شش‌ضلعی منتظم به مساحت ۶۴ سانتی‌متر مربع را مطابق شکل از مایعی پر کرده‌ایم. اگر حجم مایع



۲۵۶ سانتی‌متر مکعب باشد، ارتفاع منشور کدام است؟

۱۲ (۲)

۴ (۱)

۲۴ (۴)

۸ (۳)

۴۲. یک قالب یخ به ابعاد  $۱۵ \times ۴۰ \times ۲۵$  سانتی‌متر است و در هر دقیقه ۲۵۰ سانتی‌متر مکعب آن ذوب می‌شود. چند ساعت طول می‌کشد تا این یخ به ابعاد  $۵ \times ۲۰ \times ۳۰$  برسد؟

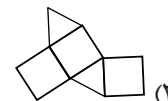
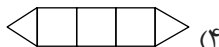
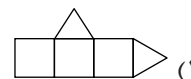
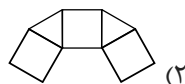
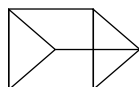
۵ (۴)

۹٫۸ (۳)

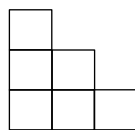
۹ (۲)

۱۰ (۱)

۴۳. با کدام گسترده داده شده در گزینه‌ها می‌توان منشوری به شکل مقابل ساخت؟



۴۴. با روی هم چیدن تعدادی مکعب، واحد یک حجم سه‌بعدی ساخته‌ایم که دید از چپ، راست، بالا و پایین آن به صورت زیر است. حداکثر چند مکعب برای ساختن آن استفاده کرده‌ایم؟



۲۰ (۲)

۱۰ (۱)

۱۸ (۴)

۱۴ (۳)

۴۵. منشوری ۸ وجه جانبی دارد. این منشور چند یال دارد؟

۸ (۴)

۳۲ (۳)

۲۴ (۲)

۱۶ (۱)

۴۶. گوی فلزی توپری را داخل مکعبی پر از آب به ضلع ۱۰ سانتی‌متر می‌اندازیم، به طوری که گوی کاملاً در آب فرو رود. اگر مقدار آبی که بیرون ریخته می‌شود، داخل ظرف مکعبی شکل دیگری به ضلع ۱۵ سانتی‌متر تا ارتفاع ۳ سانتی‌متر جای بگیرد، حجم گوی فلزی چند سانتی‌متر مکعب است؟

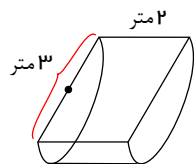
۶۷۵ (۴)

۲۲۵ (۳)

۱۰۰۰ (۲)

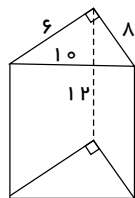
۲۲۵۰ (۱)

۴۷. با تنه درختی کف نیمکتی را مطابق تصویر، به شکل نیم‌استوانه‌ای ساخته‌ایم. اگر برای رنگ کردن کل سطح آن به ازای هر متر مربع، ۲۵ گرم رنگ استفاده شود، چقدر رنگ مورد نیاز است؟ ( $\pi = ۳$ )



۱۸٫۷۵ (۲)  
۳۹۳٫۷۵ (۴)

۵۴۳٫۷۵ (۱)  
۴۷۸٫۱۲۵ (۳)



۲۸۸ (۲)  
۳۶ (۴)

۴۸. مساحت جانبی شکل مقابل کدام است؟

۲۴ (۱)  
۱۴۴ (۳)

۴۹. در ظرفی به شکل مکعب مستطیل که قاعده آن به طول ۱۵ سانتی‌متر و عرض ۶ سانتی‌متر است را تا ارتفاع ۸ سانتی‌متر آب ریخته‌ایم. مکعبی آهنی که اندازه هر یالش ۳ سانتی‌متر است را درون ظرف می‌اندازیم. سطح آب درون ظرف چند سانتی‌متر بالا می‌آید؟

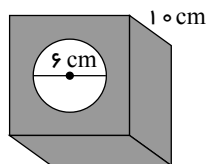
۳ (۴)

۰٫۳ (۳)

۱۰ (۲)

۰٫۱ (۱)

۵۰. درون قطعه‌ای فلزی به شکل مکعب به ابعاد ۱۰ سانتی‌متر، حفره‌ای استوانه‌ای مطابق شکل، به قطر ۶ سانتی‌متر ایجاد کرده‌ایم، برای رنگ‌آمیزی این جسم را در یک سطل رنگ انداخته‌ایم تا کاملاً رنگ شود. مساحت سطح رنگ شده کدام است؟



۷۲۶ (۲)

۴۰۰ (۱)

۷۸۰ (۴)

۵۸۰ (۳)

گزینه ۱

گزینه ۲

گزینه ۳ هر مکعب ۱۲ یال دارد که با هم برابرند پس  $5 = 12 \div 60$  اندازه‌ی یک یال است.

$$\text{حجم} = 5 \times 5 \times 5 = 125 \text{ cm}^3 = 125 \text{ cc}$$

گزینه ۴

گزینه ۵ تعداد وجه‌های یک منشور  $n$  پهلو، برابر  $n + 2$  می‌باشد. چون در این سوال  $n = 8$  پس تعداد وجوه برابر با ۱۰ می‌باشد.

گزینه ۶ بسته‌بندی شکل ۲ حجم بیشتری دارد.

$$\text{شکل ۱} \Rightarrow v = \pi r^2 h = 3,14 \times (2,5)^2 \times 5 = 98,125$$

$$\text{شکل ۲} \Rightarrow v = a^3 = 5 \times 5 \times 5 = 125$$

گزینه ۷

گزینه ۸

$$\text{حجم منشور} = \text{مساحت قاعده} \times \text{ارتفاع} = \left(\frac{6 \times 4}{2}\right) \times 10 = 120 \text{ cm}^3$$

گزینه ۹ اگر ضلع مکعبی را  $m$  برابر می‌کنیم مساحت جانبی و مساحت کل آن  $m \times m$  می‌شود و حجم آن  $m \times m \times m$ ، با یک مثال هم می‌توان به جواب رسید.گزینه ۱۰ بعد مکعب را دو فرض می‌کنیم اگر شکل ۲ را به این صورت در نظر بگیریم، مساحت قسمت رنگ شده‌ی آن فقط به اندازه‌ی دو مربع  $1 \times 1$  از مساحت رنگ شده‌ی شکل ۱ کمتر است.

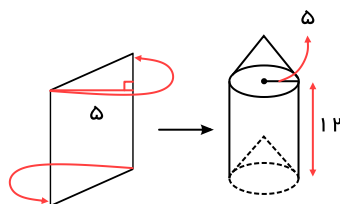
$$(2 \times 2) \times 6 = 24 \Rightarrow 24 - 2 = 22 \Rightarrow \frac{22}{24} = \frac{11}{12}$$

گزینه ۱۱

$$\text{حجم مخروط} = \frac{1}{3} \times \pi \times \text{شعاع} \times \text{شعاع} \times \text{ارتفاع} = \frac{1}{3} \times \pi \times 4^2 \times 16 \times 3 = 16\pi$$

گزینه ۱۲

شکل حاصل از دوران یک متوازی‌الاضلاع حول ضلع بزرگ آن به صورت مقابل است.



با قرار دادن مخروط اضافی بالایی در جای خالی مخروط شکل، در انتهای شکل یک استوانه‌ی کامل ایجاد می‌شود که ارتفاع آن ۱۲ (ضلع بزرگ متوازی‌الاضلاع) و شعاع قاعده‌ی آن ۵ (ارتفاع متوازی‌الاضلاع) است، بنابراین:

$$\text{حجم} = \pi \cdot r \cdot r \cdot h = \pi \times 25 \times 12 = 300\pi$$

گزینه ۱۳

$$\text{مساحت قاعده} = 3 \times 8 \times 8 = 192$$

$$\text{حجم} = 192 \times 4 = 768 \rightarrow \text{این حجم برای دوران } 360^\circ \text{ درجه است}$$

درجه	۳۶۰	۳۰
حجم	۷۶۸	$x$

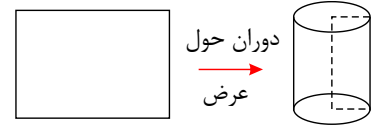
$$\Rightarrow x = \frac{768 \times 30}{360} = 64$$

گزینه ۱۴ حجم حاصل از دوران  $270^\circ$  درجه حول عرض مستطیل برابر است با:

$$\text{حجم} = (3 \times 6 \times 6) \times 4 = 432$$

درجه	۳۶۰	$x$
حجم	۴۳۲	۲۷۰

$$\Rightarrow x = \frac{360^\circ \times 270^\circ}{432} = 225^\circ$$



۱۵. گزینه ۴ زیرا  $2,5 \times \frac{1}{4} = 2,5$  یعنی حجم آن  $250 = 100 \times 2,5$  درصد افزایش می‌یابد و چون ۱۰۰ درصد اولیه مربوط به حجم اولیه بوده بنابراین ۱۵۰ درصد افزایش داشته‌ایم.

گزینه ۱

$$\text{حجم} = \text{ارتفاع} \times \text{مساحت قاعده} = 12 \times 15 = 180 \text{ cm}^3$$

گزینه ۲

$$\text{حجم استخر} = 4 \times 8 \times 20 = 640 \text{ cm}^3 \rightarrow 640 \times 1000 = 640000 \text{ لیتر}$$

$$1 - \frac{3}{4} = \frac{1}{4} \rightarrow \text{حجم باقی‌مانده} = \frac{1}{4} \times 640000 = 160000$$

گزینه ۳

حجم استوانه دومی = حجم استوانه اولی

$$r \times r \times 3,14 \times h = r' \times r' \times 3,14 \times h' \xrightarrow{h=16h'} r \times r \times 16 \times h = r' \times r' \times h'$$

$$\rightarrow \frac{r' \times r'}{r \times r} = \frac{16}{1} = \frac{4 \times 4}{1 \times 1} \rightarrow \frac{r'}{r} = \frac{4}{1} = 4$$

گزینه ۱

حجم استوانه:  $\pi \cdot r \cdot r \cdot h$

$$\text{حجم مکعب مربع} = 20 \times 20 \times 20 = 8000 \text{ cc}$$

$$\text{حجم استوانه} = \pi r h = 3,14 \times 10 \times 10 \times 20 = 6280 \text{ cc}$$

$$\rightarrow 8000 - 6280 = 1720 \text{ cc} \text{ حجم بین استوانه و مکعب}$$

گزینه ۲

$$2 \times 2 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3} = 1 \frac{1}{3}$$

۲۱. گزینه ۴ هر دسی‌متر مکعب، ۱۰۰۰ سانتی‌متر مکعب است. داریم:

$$1,5 \times 1,5 \times 1,5 = 3,375 \rightarrow 3,375 \times 1000 = 3375$$

گزینه ۴

$$6 \times 12 \times 8 = 576 = 24 \times 24 \rightarrow \text{حجم} = 24 \text{ cm}^3$$

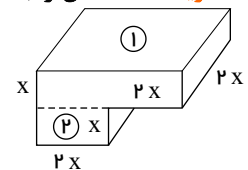
۲۳. گزینه ۱ شکل موجود را به ۲ مکعب مستطیل تبدیل می‌کنیم و حجم آن‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

$$5 \times 3 \times 3 = 45$$

$$1 \times 2 \times 3 = 6$$

$$40 + 6 = 46$$

۲۴. گزینه ۲ شکل را به دو قسمت مجزا تقسیم می‌کنیم:



$$\text{حجم قسمت ۱} = x \times 2x \times 2x = 4x^3$$

$$\text{حجم قسمت ۲} = x \times 2x \times 2x = 4x^3$$

$$\text{حجم کل} = 4x^3 + 4x^3 = 8x^3 \rightarrow 8x^3 = 1200 \rightarrow x^3 = 150 \div 8 = 18,75 \Rightarrow x = 5$$



گزینه ۲۵. ۳

$$\frac{400 \times 1000}{25} = 1600$$

گزینه ۲۶. ۱

$$1 \times 1 = 1, 2 \times 2 = 4, 3 \times 3 = 9, 4 \times 4 = 16, 5 \times 5 = 25$$

$$6 \times 6 = 36, 7 \times 7 = 49, 8 \times 8 = 64, 9$$

$$\times 9 = 81$$

یعنی ۹ تا مربع می توان ساخت.

گزینه ۲۷. ۲ در وسط، مربعی به قطر ۴ پدید می آید.

$$(4 \times 4) \div 2 = 16 \div 2 = 8 \text{ cm}^2$$

گزینه ۲۸. ۳ محیط قاعده و ارتفاع، طول و عرض این مستطیل را تشکیل می دهند. آن که بزرگ تر است طول می باشد، مشخص است در این سوال محیط قاعده، بزرگ تر است.

$$\text{محیط قاعده} = 2 \times 3\pi = 6\pi$$

گزینه ۲۹. ۳

$$6 \times 0.2 = 1.2 \rightarrow \text{محیط قاعده } 1.2 \times 5 = 6 \text{ متر مربع}$$

گزینه ۳۰. ۳

$$\text{مساحت کل مکعب مستطیل} = 2 \times (\underbrace{5a \times 2a}_{10aa} + \underbrace{5a \times 3a}_{15aa} + \underbrace{2a \times 3a}_{6aa}) = 62aa$$

گزینه ۳۱. ۳ هر شکلی ساخته باشیم، در نهایت با مقوایی به اضلاع ۷۰ در ۵۰ سانتی متری ساخته ایم. یعنی مساحت مقوا با مساحت کل شکل ساخته شده برابر است با:

$$70 \times 50 = 3500 \text{ cm}^2$$

گزینه ۳۲. ۲ ابعاد مکعب مستطیل کوچک  $9 \times 3 \times 6$  است. با توجه به این که وجه های روبه رو در مکعب مستطیل نقطه چین،مساوی یکدیگرند، تنها قسمتی که مساحتش از مکعب مستطیل اولیه کم شده است، وجه جلویی و عقبی یک مکعب مستطیل کوچکند که مساحت هر کدام از این وجه ها  $27 = 3 \times 9$  است. در این صورت کل مساحت کم شده  $54 = 2 \times 27$  است.

گزینه ۳۳. ۱

$$36 \div 4 = 9 \text{ cm}^2 \text{ مساحت هر وجه هر مکعب کوچک}$$

$$\text{مساحت کل مکعب بزرگ} = 216 \text{ cm}^2 = 24 \times 9 \rightarrow \text{کل مکعب از } 24 \text{ وجه مکعب کوچک تشکیل شده}$$

گزینه ۳۴. ۳

چون گلدان دارای قاعده مکعب مستطیل شکل است، ابتدا مساحت قاعده را به دست می آوریم:

$$S_{\text{قاعده}} = 24 \times 12 = 288 \text{ cm}^2$$

کافیست برای محاسبه ارتفاع از فرمول زیر استفاده کنیم:

$$h = \frac{V}{S} = \frac{4608}{288} = 16 \text{ cm}$$

گزینه ۳۵. ۳ می دانیم حجم استوانه اولیه به صورت زیر است:

$$V_1 = \pi r^2 h$$

اگر شعاع قاعده را ۵ برابر و ارتفاع آن را ۲ برابر کنیم، خواهیم داشت:

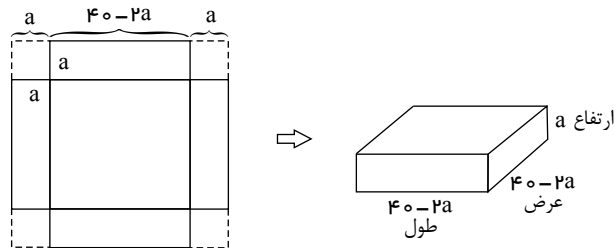
$$V_2 = \pi \times 5r \times 5r \times 2h = \pi \cdot r \cdot r \cdot h \times 50$$

$$\frac{V_1}{V_2} = \frac{\pi r^2 h}{\pi r^2 h \times 50} = \frac{1}{50} = \frac{2}{100} = 2\%$$

پس حجم اولیه ۲٪ حجم جدید است.

گزینه ۳۶. ۴ نکته: حجم مکعب مستطیل به صورت زیر محاسبه می شود:

ارتفاع  $\times$  عرض  $\times$  طول = حجم مکعب مستطیل



مطابق شکل، طول پال‌ها برحسب  $a$  قابل محاسبه است؛  
حال با توجه به نکته بیان شده داریم:

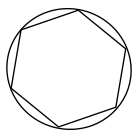
$$\begin{aligned} \text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} &= \text{حجم مکعب مستطیل} \\ &= (40 - 2a) \times (40 - 2a) \times a \end{aligned}$$

پس گزینه ۴ درست است.

۳۷. گزینه ۱ عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا در این حالت عرض مستطیل، شعاع قاعده استوانه است.

عبارت «ب» نادرست است؛ زیرا با توجه به فرمول حجم استوانه  $(V = \pi r^2 h)$ ، تأثیر شعاع در اندازه حجم استوانه از ارتفاع بیشتر است. پس زمانی که استوانه حول عرضش دوران پیدا کند، سطح قاعده بزرگ‌تری دارد، بنابراین حجمش بیشتر است.

عبارت «د» نادرست است؛ زیرا این حجم از بالا مانند شکل مقابل دیده می‌شود.



۳۸. گزینه ۲ راه‌حل اول: مکعب ۸ رأس دارد. با بُرش زدن، یکی از رأس‌ها به سه رأس تبدیل شده است، پس این شکل دارای  $10 = 7 + 3$  رأس می‌باشد.

راه‌حل دوم: می‌توان با استفاده از راهبرد رسم شکل، رئوس را شمرد.

۳۹. گزینه ۳

$$\text{سانتی‌متر مکعب} = \pi r^2 h = 3 \times 3 \times 3 \times 10 = 270$$

$$\text{سانتی‌متر مکعب} = 270 \times 6 = 1620$$

$$\text{ارتفاع} \times \text{عرض} \times \text{طول} = \text{حجم جعبه}$$

$$= \text{ارتفاع} \times (\text{قطر یک لیوان} \times 2) \times (\text{قطر یک لیوان} \times 3)$$

$$= \text{سانتی‌متر مکعب} = 2160 = (3 \times 6) \times (2 \times 6) \times 10$$

$$\text{سانتی‌متر مکعب} = 2160 - 1620 = 540 = \text{فضای بین لیوان‌ها}$$

۴۰. گزینه ۲ اگر ضلع مکعب را  $x$  در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\text{حجم اولیه} = x \times x \times x$$

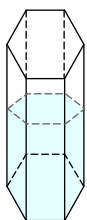
$$\text{حجم جدید} = 3x \times 3x \times 3x = 3 \times 3 \times 3 \times (x \times x \times x) = 27 \underbrace{(x \times x \times x)}_{\text{حجم اولیه}}$$

بنابراین حجم آن ۲۷ برابر می‌شود.

۴۱. گزینه ۲ ابتدا کل حجم منشور را محاسبه می‌کنیم:

$$V = 256 \times 3 = 768 \text{ سانتی‌متر مکعب}$$

با توجه به اینکه مساحت قاعده ۶۴ سانتی‌متر مربع است داریم:



$$V = S \times h \Rightarrow 768 = 64 \times h \Rightarrow h = \frac{768}{64} = 12 \text{ سانتی‌متر}$$

۴۲. گزینه ۳ ابتدا حجم اولیه یخ را به دست می‌آوریم:

$$V_1 = 25 \times 40 \times 150 = 150,000 \text{ سانتی متر مکعب}$$

سپس حجم ثانویه یخ را به دست می آوریم:

$$V_2 = 5 \times 20 \times 30 = 3000 \text{ سانتی متر مکعب}$$

$$V_1 - V_2 = 150,000 - 3000 = 147,000 \text{ حجم یخ آب شده}$$

$$147,000 \div 250 = 588 \text{ دقیقه}$$

$$588 \div 60 = 9,8 \text{ ساعت}$$

۴۳. گزینه ۳ باتوجه به شکل منشور، باید گسترده منشور به شکلی باشد که پس از تا خوردن، هر مربع با دو مربع دیگر ضلع مشترک پیدا کند و هر مثلث نیز با سه مربع دیگر ضلع های مشترک داشته باشد. باتوجه به این نکته، تنها شکل گزینه ۳ می تواند گسترده منشور باشد.

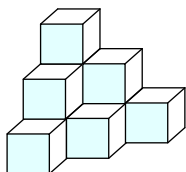
۴۴. گزینه ۱

با کمی دقت اگر شکل را به صورت سه بُعدی در ذهنمان ترسیم کنیم، به شکل مقابل می رسیم. پس تعداد مکعب ها عبارت است از:

ردیف اول: (کف شکل) ۶ مکعب

ردیف دوم: ۳ مکعب

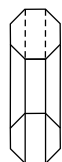
ردیف سوم: ۱ مکعب



$$۱۰ = ۱ + ۳ + ۶ : \text{تعداد کل مکعب ها}$$

۴۵. گزینه ۲

چون منشور دارای ۸ وجه جانبی است، لذا هر قاعده آن دارای ۸ ضلع است. پس تعداد یال ها برابر  $۳ \times ۸ = ۲۴$  است.



۴۶. گزینه ۴ حجم گوی را که با آب بیرون ریخته شده برابر است، به دست می آوریم:

$$\text{سانتی متر مکعب } ۶۷۵ = ۱۵ \times ۱۵ \times ۳ : \text{حجم آب}$$

پس گزینه ۴ درست است.

۴۷. گزینه ۱ ابتدا مساحت کل نیمه استوانه را به دست می آوریم. برای این منظور داریم:

مساحت ۲ سطح قاعده + مساحت جانبی نیمه استوانه = مساحت کل نیمه استوانه

مساحت جانبی نیمکت از مجموع مساحت مستطیلی به ابعاد ۲ و ۳ و نصف مساحت جانبی استوانه به دست می آید.

$$\text{متر مربع } ۹ = \frac{(۳ \times ۳) \times ۲}{۲} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده}}{۲} = \text{نصف مساحت جانبی استوانه}$$

$$\text{متر مربع } ۶ = ۲ \times ۳ = \text{مساحت مستطیل}$$

$$\text{متر مربع } ۶,۷۵ = ۳ \times ۱,۵ \times ۱,۵ = \pi r^2 = \text{مساحت } ۲ \text{ قاعده}$$

$$۲۱,۷۵ = (۹ + ۶) + ۶,۷۵ = \text{مساحت کل نیمکت}$$

$$\text{گرم } ۵۴۳,۵۷ = ۲۱,۷۵ \times ۲۵ = \text{مقدار رنگ مورد نیاز}$$

۴۸. گزینه ۲

$$\text{ارتفاع} \times \text{محیط قاعده} = \text{مساحت جانبی}$$

$$۲۴ = \text{محیط قاعده} = ۶ + ۸ + ۱۰$$

$$۲۸۸ = \text{مساحت جانبی} = ۲۴ \times ۱۲$$

۴۹. گزینه ۳ راه حل اول: با استفاده از راهبرد زیرمسئله، پاسخ می دهیم:

مقدار حجم آب جابه جا شده برابر با حجم مکعب آهنی می باشد:

$$V_1 = 15 \times 6 \times 8 = 720 \text{ cm}^3$$

مسئله ۱: حجم آب درون مکعب مستطیل چقدر است؟

$$V_2 = 3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ cm}^3$$

مسئله ۲: حجم مکعب آهنی چقدر است؟

$$720 + 27 = 747 \text{ cm}^3$$

مسئله ۳: مجموع حجم آب و مکعب آهنی چقدر است؟

$$S = 15 \times 6 = 90 \text{ cm}^2$$

مسئله ۴: مساحت قاعده ظرف مکعب مستطیل چقدر است؟

$$747 \div 90 = 8,3 \text{ cm}$$

مسئله ۵: ارتفاع آب بعد از انداختن مکعب درون ظرف چقدر است؟

$$8,3 - 8 = 0,3 \text{ cm}$$

مسئله ۶: سطح آب نسبت به ۸ سانتی متر قبلی چقدر بالا آمده است؟

سطح آب ۰,۳ سانتی متر بالا می آید.

راه حل دوم:

نکته: حجم آب جابه جا شده در مکعب مستطیل برابر حجم مکعبی است که داخل آن می اندازیم، بنابراین برای یافتن سطح بالا آمده کافی است حجم مکعب آهنی را بر مساحت قاعده مکعب مستطیل تقسیم کنیم:

$$V_{\text{مکعب}} = 3 \times 3 \times 3 = 27 \text{ cm}^3$$

$$S_{\text{مکعب مستطیل}} = 15 \times 6 = 90 \text{ cm}^2$$

$$\text{تفاوت سطح آب: } 27 \div 90 = 0,3 \text{ cm}$$

۵۰. گزینه ۲ قسمت هایی که قرار است رنگ شود، عبارتند از مساحت جانبی استوانه، مساحت جانبی مکعب و مساحت دو قاعده که شامل مربعی است که از وسط آن یک دایره حذف شده است.

$$\text{شعاع قاعده استوانه: } 6 \div 2 = 3 \text{ cm}$$

$$\text{مساحت جانبی استوانه} = p \times h = (2 \times 3 \times 3) \times 10 = 180 \text{ cm}^2$$

$$\text{مساحت جانبی مکعب: } 4 \times (10 \times 10) = 400 \text{ cm}^2$$

$$\text{مساحت قاعده شکل: } 10^2 - (3 \times 3 \times 3) = 100 - 27 = 73 \text{ cm}^2$$

$$\text{مساحت کل} = 180 + 400 + 2 \times 73 = 726 \text{ cm}^2$$

پاسخنامه کلیدی آزمون با کد: ۱۰۰۳۴۱۹

۲ -۵	۲ -۴	۲ -۳	۳ -۲	۲ -۱
۳-۱۰	۲ -۹	۱ -۸	۲ -۷	۲ -۶
۴-۱۵	۱-۱۴	۲-۱۳	۲-۱۲	۴-۱۱
۲-۲۰	۱-۱۹	۳-۱۸	۲-۱۷	۱-۱۶
۳-۲۵	۲-۲۴	۱-۲۳	۴-۲۲	۴-۲۱
۳-۳۰	۳-۲۹	۳-۲۸	۲-۲۷	۱-۲۶
۳-۳۵	۳-۳۴	۱-۳۳	۲-۳۲	۳-۳۱
۲-۴۰	۳-۳۹	۲-۳۸	۱-۳۷	۴-۳۶
۲-۴۵	۱-۴۴	۳-۴۳	۳-۴۲	۲-۴۱
۲-۵۰	۳-۴۹	۲-۴۸	۱-۴۷	۴-۴۶