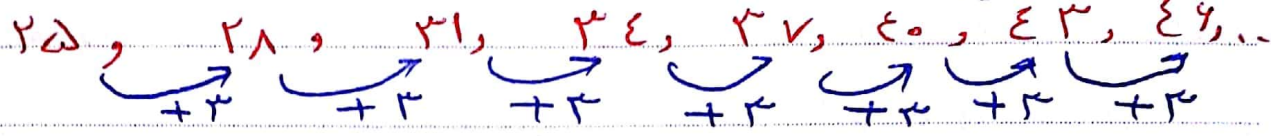


درس دوم فصل دوم

دنباله های حسابی : قبل از تعریف و معرفی دنباله های حسابی ابتدا سبب است که مثال در نظر بگیریم :

فرض کنید حوضی در ابتدا دارای ۲۵ لیتر آب باشد و شیر آبی در هر دقیقه ۳ لیتر آب وارد حوض می کند. اگر  $a_n$  میزان آب در دقیقه  $n$  ام باشد در این صورت این دنباله را به صورت بازگشتی و ضرایب آن تابع بنویسید.



$a_1 = 25$

$a_1 = 25$

$a_2 = a_1 + 3$

$\Rightarrow a_2 = a_1 + 1 \times 3$

$a_3 = a_2 + 3$

$\longrightarrow a_3 = a_1 + 2 \times 3$

$a_4 = a_3 + 3$

$\longrightarrow a_4 = a_1 + 3 \times 3$

$a_5 = a_4 + 3$

$\longrightarrow a_5 = a_1 + 4 \times 3$

$a_6 = a_5 + 3$

$\longrightarrow a_6 = a_1 + 5 \times 3$

$a_7 = a_6 + 3$

$\longrightarrow a_7 = a_1 + 6 \times 3$

سپس خواهیم داشت :

$a_n = a_1 + (n-1) \times 3$

$a_n - a_{n-1} = 3$  ← راجعاً بازگشتی

$a_n - a_m = (n-m) \times 3$  ,  $n > m$

$$a_n = a_1 + (n-1) \times r$$

مضامین تابع:

$$a_n = a_1 + 3n - 3$$

$$a_n = 3n + 22$$

فصول تابع محض آن به صورت  $y = 3x + 22$  است.

**دنباله حسابی:** به دنباله‌هایی که هر جمله (عبارت جمله‌ی اول) با اضافه شدن یک عدد ثابت به جمله‌ی قبلی بدست می‌آید. دنباله‌های حسابی می‌گویند. یعنی در دنباله‌های حسابی اختلاف هر دو جمله‌ی متوالی عددی ثابت است. به این عدد ثابت اختلاف متدرک با  $d$  نشان می‌دهند.

(همین تمام جملات دنباله در یک ویرگی متدرک هستند و اختلاف آن‌ها مقدار ثابت  $d$  است)

**متدرک:** معمولاً جمله‌ی اول یک دنباله حسابی را به طریقی  $a$  بنامند  $a$  محض می‌گویند.

**متدرک:** در دنباله حسابی عدد ثابت از تفاضل هر جمله از جمله‌ی بعدی بدست می‌آید.

2, 4, 6, ...

$$a = 2, d = 4 - 2 = 2$$

Ex

2,  $\frac{7}{3}$ ,  $\frac{1}{3}$ , ...

$$a = 2, d = \frac{7}{3} - 2 = \frac{1}{3}$$

7, 5, 3, 1, -1, ...

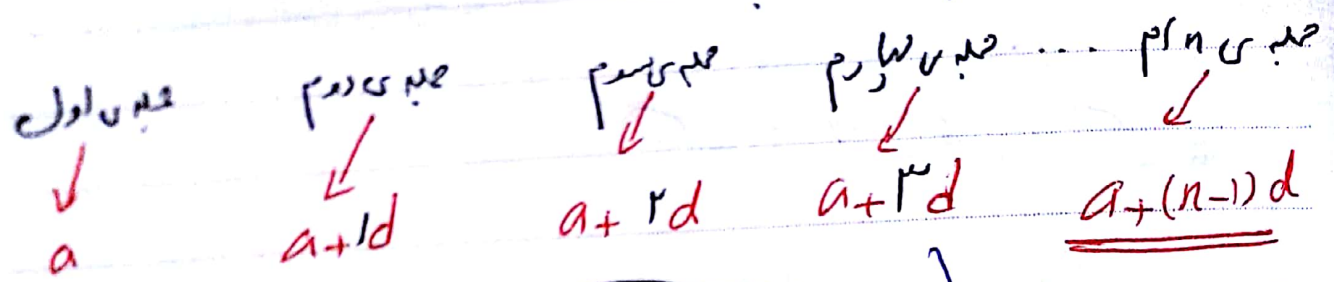
$$a = 7, d = 5 - 7 = -2$$

3, 3, 3, 3, ...

$$a = 3, d = 3 - 3 = 0$$



جدولی مجموعی دنباله حسابی :



$$a_n = a + (n-1)d$$

ضریب  $d$  یک تکرار شماره‌هاست.  
 ضابطه

1)  $a_{n+1} - a_n = d$  ← تفاضل هر جمله از جمله بعدی است

2)  $d > 0 \Rightarrow$  جداول دنباله با افزایش شماره، عملیات به‌اندازه‌ها بیشتر افزایش می‌یابند

$d < 0$  جداول به‌اندازه‌ها کمتر کاهش می‌یابند  
 $d = 0$  دنباله ثابت است

**فرم بازگشتی دنباله حسابی**

از آن جایی که اهداف هر دو جمله متوالی در یک دنباله حسابی برابر است. پس رابطه بازگشتی دنباله حسابی به صورت زیر است که  $k$  یک عدد حقیقی است:

$$a_{n+1} = a_n + d \text{ و } a_1 = k$$

یا  $a_{n+1} - a_n = d \text{ و } a_1 = k$

مسائل (جدولهای حسابی) زیر بدست آورید.  
الف) ... و 11 و 7 و 3 و 1 -

$$a = (-1), d = 7 - 3 = 4$$

$$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow a_n = -1 + (n-1)4$$

$$\Rightarrow a_n = -1 + 4n - 4 \Rightarrow a_n = 4n - 5$$

ب) ... و 8 و 5 و 2 -

$$a = -2, d = -5 - (-2) = -5 + 2 = -3$$

$$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow a_n = -2 + (n-1)(-3)$$

$$\Rightarrow a_n = -2 - 3n + 3 \Rightarrow a_n = -3n + 1$$

ج) ... و 1/4 و 1 و 5/4 و 9/4  
 $a = 2, d = 5/4 - 2 = -1/4$

$$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow a_n = 2 + (n-1)(-1/4)$$

$$a_n = 2 - 1/4 n + 1/4 \Rightarrow a_n = -1/4 n + 5/2$$

مسائل: یک دنباله حسابی جدولی جدولی بدست آورید.  
 $a_n = \frac{Vn+1}{F}$  است. قدر نسبت را بیابید.

$$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow a_n = a + nd - d = (nd) + a - d$$

$$a_n = \frac{V}{F}n + \frac{1}{F}$$

SHAHAB

$$d = \frac{V}{F}$$



در یک دنباله حسابی  $a_1 = 4$ ,  $a_{n-1} = a_n - 3$ , پس نام  $a_n$  کلام است EX  
 $\Leftrightarrow a_n = a_{n-1} + 3$   
 $a_1 = 4, a_2 = 7, a_3 = 10 \quad d = 7 - 4 = 3$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a_n = 4 + (n-1) \times 3 = 4 + 3n - 3 \Rightarrow a_n = 3n + 1$$

شکل:  $-2, 2, 6, \dots$  نام  $a_n$  است EX  
 $a = -2, d = 6 - 2 = 4$

$a_{15} = ? \Rightarrow a_{15} = a + 14d$

$\rightarrow a_{15} = -2 + 14(4) = -2 + 56 = 54$

در دنباله حسابی  $2.1, 2.4, \dots$  نام  $a_n$  EX

$a_1 = 2.1, d = 2.4 - 2.1 = 0.3$

$a_n = 0 \Rightarrow a + (n-1)d = 0 \Rightarrow 2.1 + (n-1)(0.3) = 0$

$-0.3n + 0.3 = -2.1 \Rightarrow -0.3n = -2.4 \Rightarrow n = \frac{-2.4}{-0.3}$

$= 8 \quad \rightarrow n = 8$

در دنباله حسابی  $a_n = ?$   $22a + 11d = 11$  EX

$22a + 11d = 11 \quad \div 11 \rightarrow a + d = 1$

$a = 0$

کدام یک از دنباله های زیر دنباله حسابی است  $a_n = a + (n-1)d$

$a_n = n^2$  X

$a = 1n - 1$  ✓

$a_n = \frac{1}{n}$  X

$a_n = n^3 - 2n$  X

حدهمین جمله دنباله  $7, 2, -3, \dots$  برابر 57 است

$a = -3, d = 5$

$a_n = 57 \Rightarrow a + (n-1)d = 57 \Rightarrow -3 + (n-1)5 = 57$

$\Rightarrow 5n - 5 = 57 + 3$

$5n = 60 + 5 \Rightarrow 5n = 65 \Rightarrow n = \frac{65}{5} = 13$

جمله ی نهم یک دنباله حسابی به صورت  $a_n = (a-2)n^2 + an - 3$

است. جمله ی دهم آن چند است؟

$n^2$  ضریب = 0  $\Rightarrow a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$

$a_n = 2n - 3 \rightarrow a_{10} = 2 \times 10 - 3 = 20 - 3 = 17$

4 متری متر از یک میخ در دیوار فرودگاه است. با هر ضربه چکش

4 متری متر آن داخل دیوار می شود. جمله ی نهم دنباله سیران

فرودگاه میخ در دیوار پس از ضرب در n ام را بنویسید.

$a_1 = 4, d = 4$

$a_n = a + (n-1)d$

$a_n = 4 + (n-1)4 = 4 + 4n - 4$

$a_n = 4n$



بازرسی کردن جوابات را جابجا بازنویس، بعضی سید بزرگم یک دنباله حسابی است

ا)  $a_{n+1} = \frac{3}{a_n}$  و  $a_1 = 3$

$a_2 = \frac{3}{a_1} = \frac{3}{3} = 1$

--- د ا و 3 و ا و 3  
-2 + 2 -2

X

$a_3 = \frac{3}{a_2} = \frac{3}{1} = 3$

دنباله حسابی نیست

$a_4 = \frac{3}{a_3} = \frac{3}{3} = 1$

ب)  $a_{n+1} = a_n + 4$   $a_1 = -3$

$a_2 = a_1 + 4 = -3 + 4 = 1$   $-3, 1, 5, 9, 13$

$d = 4$  ✓

$a_3 = a_2 + 4 = 1 + 4 = 5$

$a_4 = a_3 + 4 = 5 + 4 = 9$

ج)  $a_{n+1} = 4a_n + 1$   $a_1 = -2$

$a_2 = 4(-2) + 1 = -8 + 1 = -7$

$-2, -7, -27, -107, \dots$

$a_3 = 4(-7) + 1 = -28 + 1 = -27$

$a_4 = 4(-27) + 1 = -108 + 1 = -107$

X

د)  $a_{n+1} - a_n = n - 1$

این دنباله منحصر به فرد نیست فرض کنیم  $a_1 = 1$

$a_2 = 1 + (1-1) = 1$

$a_3 = 1 + (2-1) = 2$

$a_4 = 1 + (3-1) = 2$

$a_5 = 2 + (4-1) = 5$

SHAHAB  
NOTEBOOKS

نکته: اگر  $a_n$  و  $a_m$  دو جمله درخواه از دنباله حسابی را داشته باشیم

میخواهم قدر نسبت را بیابیم از رابطه زیر استفاده میکنیم

$$a_m = a_n + (m-n)d$$

$$\Rightarrow a_m - a_n = (m-n)d$$

$$\Rightarrow d = \frac{a_m - a_n}{m-n}$$

Ex سوال ۱) دو جمله ۱۱ و ۳۵ جمله سوم و ۱۱ و ۳۵ جمله پنجم در دنباله حسابی قدر نسبت چقدر است؟

$$a_3 = 11 \quad a_9 = 35 \quad d = \frac{35 - 11}{9 - 3} = \frac{24}{6} = 4$$

Ex سوال ۲) در یک دنباله حسابی  $a_1 = 3$  و  $d = 5$  در این صورت  $a_{20}$  را بیابید.

$$a_{20} = a_1 + (20-1)d \Rightarrow a_{20} = 3 + 19(5) = 98$$

Ex جمله هفتم یک دنباله حسابی ۱۶ و جمله یازدهم آن ۲۸ است. جمله بیستم و پنجم و هفتم آن را بیابید.

$$a_7 = 16 \quad a_{11} = 28 \quad d = \frac{28 - 16}{11 - 7} = \frac{12}{4} = 3$$

$$a_7 = 16 \Rightarrow a + 6d = 16 \Rightarrow a + 6(3) = 16$$

$$a = 16 - 18 = -2$$



$$a_n = a + (n-1)d$$

$$a_n = -2 + (n-1)3 = -2 + 3n - 3 \Rightarrow a_n = 3n - 5$$

$$a_{20} = ?$$

روش اول: به جای n در جمله عمومی قرار دهیم

$$a_{20} = 3 \times 20 - 5 = 60 - 5 = 55$$

$$a_{20} = a + 19d = -2 + 19(3) = 57 - 2 = 55$$

روش دوم:

در یک دنباله حسابی جمله چهارم و هفتم برابر 2 و 5 است به ترتیب

$$a_4 = 2$$

$$a_7 = 5$$

$$\Rightarrow d = \frac{5-2}{7-4} = \frac{3}{3} = 1$$

جمله 10 ام چند است؟

$$a_4 = 2 \Rightarrow a + 3d = 2 \Rightarrow a + 3 = 2 \Rightarrow a = -1$$

$$a_{10} = a + 9d = -1 + 9(1) = -1 + 9 = 8$$

در یک دنباله حسابی جمله اول و نهم آن به ترتیب 3 و 19 میباشند

جمله چندم آن 55 است؟

$$a_1 = 3$$

$$a_9 = 19$$

$$d = \frac{19-3}{9-1} = \frac{16}{8} = 2$$

$$a_n = 55 \Rightarrow a + (n-1)d = 55 \Rightarrow$$

$$3 + (n-1)2 = 55$$

$$2n - 2 = 55 - 3 = 52 \Rightarrow 2n = 54 \Rightarrow n = 27$$

$$n = \frac{54}{2} = 27$$

Ex  
 در یک دنباله حسابی مجموع دو صدی اول برابر ۲۰ و مجموع صدی اول  
 هفتم و دهم برابر ۵۲ است. جمله پنجمی دنباله را بیابید.

$$\begin{cases} a_1 + a_2 = 20 \\ a_9 + a_{10} = 52 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + a + d = 20 \\ a + 9d + a + 9d = 52 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 2a + d = 20 \\ 2a + 18d = 52 \end{cases} \xrightarrow{\substack{\text{از دوم} \\ \text{منها} \\ \text{کم} \\ \text{کنیم}}} \begin{cases} 17d - d = 52 - 20 \\ 17d = 32 \Rightarrow d = \frac{32}{17} = 2 \end{cases}$$

$$2a + d = 20 \Rightarrow 2a + 2 = 20 \Rightarrow 2a = 18 \Rightarrow a = \frac{18}{2} = 9$$

$$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow a_n = 9 + (n-1)2 \Rightarrow$$

$$a_n = 9 + 2n - 2 \Rightarrow a_n = 2n + 7$$

Ex  
 در یک دنباله حسابی  $t_{10} - t_3 = 21$  ، ضریب دنباله را بیابید.

$$t_m - t_n = (m-n)d$$

$$t_{10} - t_3 = (10-3)d = 21$$

$$\rightarrow 7d = 21 \rightarrow d = \frac{21}{7} = 3$$



در یک دنباله حسابی با جمله اول ۵، جمله هفتم از جمله یازدهم ۱۲ واحد بیش تر است. جمله دهم کدام است؟

$$a_1 = 5, a_7 = a_{11} + 12$$

$$a_7 - a_{11} = 12 \Rightarrow (7-11)d = 12 \Rightarrow d = \frac{12}{-4} = -3$$

$$a_{10} = a + 9d = 5 + 9(-3) = 5 - 27 = -22$$

در یک دنباله حسابی جمله دهم برابر ۲۴ و جمله هجدهم آن ۵۶ است. جمله ۲۰ام آن چند است؟

$$a_{10} = 24 \Rightarrow d = \frac{56 - 24}{18 - 10} = \frac{32}{8} = 4$$

$$a_{10} = 24 \Rightarrow a + 9d = 24 \Rightarrow a + 9(4) = 24$$

$$a + 36 = 24 \rightarrow a = 24 - 36 = -12$$

$$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow a_{20} = a + 19d$$

$$\rightarrow a_{20} = -12 + 19(4) = -12 + 76 = 64$$

تعداد جمله‌های دنباله زیر را مشخص کنید.

۳، ۱، ۱۲، ... ، ۱۲۳

$$a = 3, d = -2, a_n = 123$$

$$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow 123 = 3 + (n-1)(-2)$$

$$120 = 5n - 2 \rightarrow 122 = 5n \rightarrow n = \frac{122}{5} = 24.4$$

تذکره: در یک دنباله حسابی اگر مجموع تعداد جمله‌ها را پیدا کنیم از روش زیر  
استفاده می‌کنیم

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\rightarrow (n-1)d = a_n - a \Rightarrow$$

$$n-1 = \frac{a_n - a}{d}$$

$$n = \frac{a_n - a}{d} + 1$$

جمله اول جمله آخر

۳, ۸, ۱۳, ...  $d=5$

$$n = \frac{123 - 3}{5} + 1 \Rightarrow n = \frac{120}{5} + 1 = 24 + 1 = 25$$

جمله عمومی دنباله‌ها به صورت  $a_n = \sqrt{n} - 1$  است. این دنباله  
صغیر همبسته است

$$a_n < 0 \Rightarrow \sqrt{n} - 1 < 0 \Rightarrow \sqrt{n} < 1 \Rightarrow n < \frac{1}{\sqrt{1}} = 1$$

پس ده جمله صغیر دارد.

تذکره: اگر جمله‌های عمومی دنباله حسابی را بنویسیم یک مقدار را رخصا  
به دست می‌آید. پس هر دنباله حسابی یک تابع خطی است که شیب خط

همان اختلاف متتک جمله‌ها را نشان می‌دهد است و برعکس  
دنباله‌ها ساقه رده از یک تابع خطی نیز جمله‌ها یک دنباله حسابی  
را مشخص می‌کند.



مثال دنباله حسابی  $a_n = 2 + 4(n-1)$  را در نظر بگیرید

الف) سه جمله اول آن را بنویسید و نمودار آن را رسم کنید.

ب) معادله حقیقی  $x$  که در دو نقطه آن ریشه را بنویسید.

ج) شیب خط  $y$  را با  $a_n$  با  $d$  در رابطه  $y = mx + c$  شباهت  $d$  بین اختلافات متوالی

$$a_1 = 2 + 4(1-1) = 2$$

$$a_n = 2 + 4(n-1)$$

$$a_2 = 2 + 4(2-1) = 2 + 4 = 6$$

$$a_n = 2 + 4n - 4$$

$$a_3 = 2 + 4(3-1) = 2 + 8 = 10$$

$$a_n = 4n - 2$$

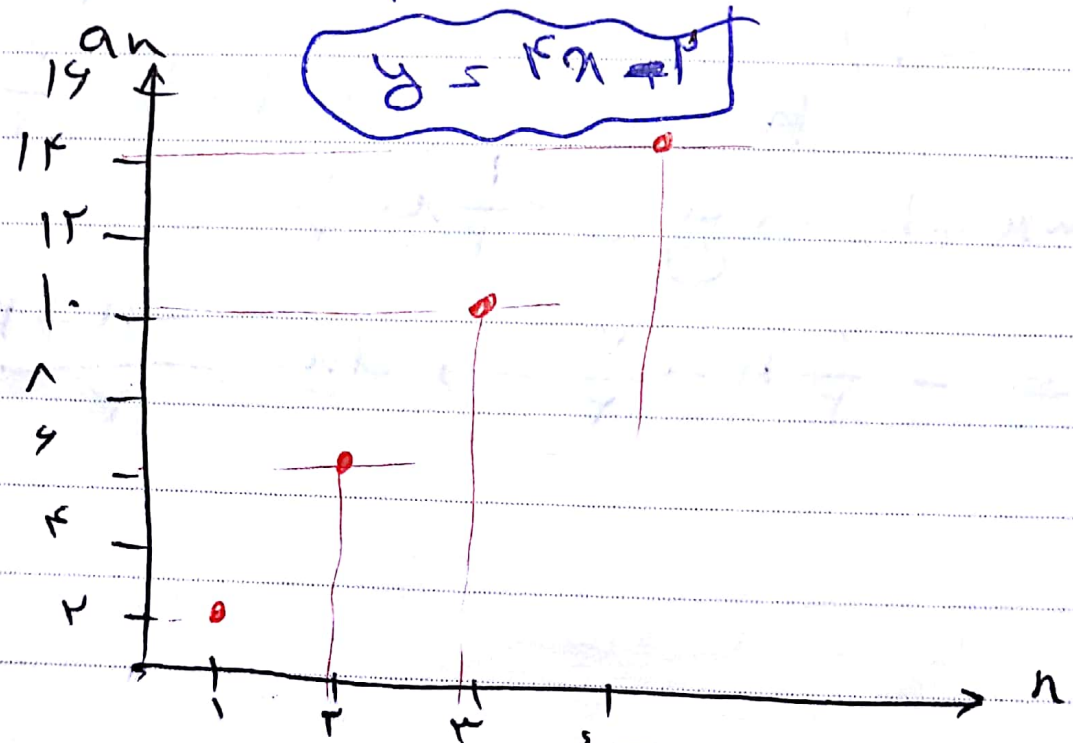
$$a_4 = 2 + 4(4-1) = 2 + 12 = 14$$

$$d = 4$$

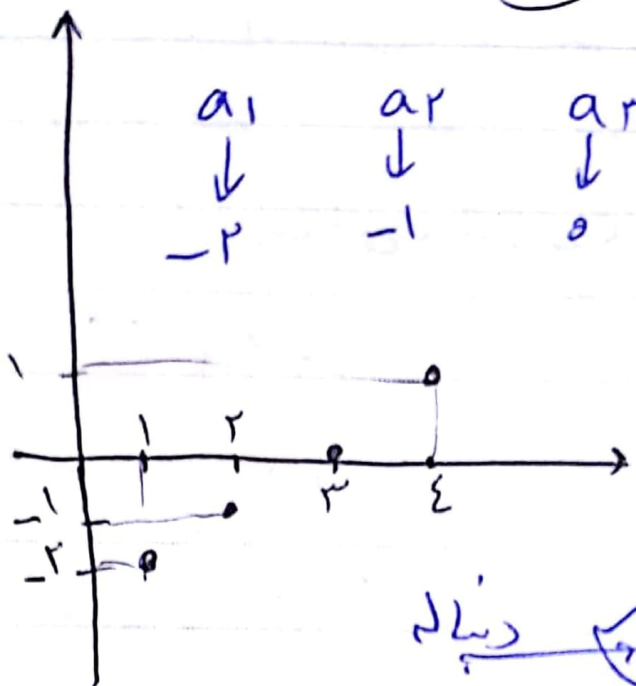
$(1, 2)$   
 $(2, 6)$   
 $m = \frac{6-2}{2-1} = \frac{4}{1} = 4$

$$h = y_1 - mx_1 = 2 - 4(1) = 2 - 4 = -2$$

$$y = 4x - 2$$



Ex با توجه به نمودارها در ادامه مناسبت‌ها را بنویسید و دنباله ساخته شده را از تابع را مشخص کنید.



$a_1$        $a_2$        $a_3$        $a_4$   
 $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$   
 $-2$        $-1$        $0$        $1$

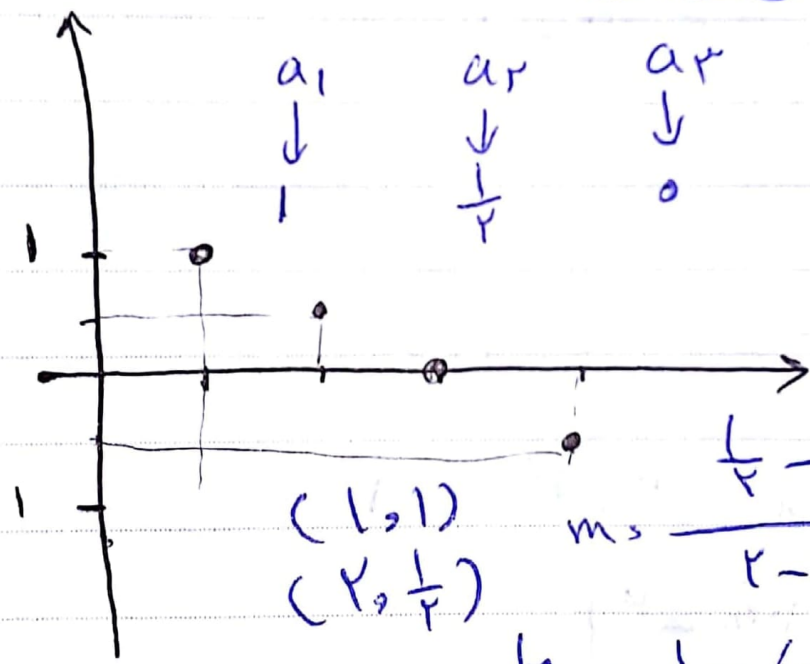
$(1, -2)$      $(2, -1)$

$m = \frac{-1 + 2}{2 - 1} = \frac{1}{1} = 1$

$h = -2 - 1(1) = -3$

$y = mx + h \Rightarrow y = x - 3$

دنباله  $a_n = n - 3$



$a_1$        $a_2$        $a_3$        $a_4$   
 $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$        $\downarrow$   
 $1$        $\frac{1}{2}$        $0$        $-\frac{1}{2}$

$(1, 1)$   
 $(2, \frac{1}{2})$

$m = \frac{\frac{1}{2} - 1}{2 - 1} = \frac{-\frac{1}{2}}{1} = -\frac{1}{2}$

$h = 1 - (-\frac{1}{2})(1) = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$

$y = mx + h \Rightarrow y = -\frac{1}{2}x + \frac{3}{2}$

$\Rightarrow a_n = -\frac{1}{2}n + \frac{3}{2} \rightarrow a_n = \frac{-n + 3}{2}$



مسئله) قطار سریع السیری به طور آنتی‌تانی فاصلی دور را با اول در ساعت طی کرده است. طبق برنامه پیش بین سکه در صورت یا بر سر در دقیقه از مدت زمان نوبت قبل کاسته می شود تا مدت زمان این مسافت به ۲ ساعت پیش بین سکه برسد. تعداد نوبت های آنتی کد است؟

$$a_1 = 4h = 4 \times 4. = 24. \text{ min}$$

$$a_n = 120 \text{ min} = 2h \quad d = -5$$

• 24, 235, 230, --- و 120

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{120 - 24}{-5} + 1 = 24 + 1 = 25$$

خاصیت دنباله حسابی (واسطی حسابی) (دو عدد)

اگر  $x, y, z$  سه جمله‌ی متوالی یک دنباله حسابی باشند آن‌گاه  
 میان واسطی حسابی بین  $x$  و  $z$  وجودش نیست.

$$2y = x + z \quad \text{یا} \quad y = \frac{x+z}{2} \quad x, y, z$$

(اثبات) 
$$\left. \begin{aligned} d &= y - x \\ d &= z - y \end{aligned} \right\} \Rightarrow y - x = z - y \Rightarrow$$

$$y + y = z + x$$

$$2y = z + x \Rightarrow y = \frac{z+x}{2}$$

مثال: اگر  $11$  و  $5$  سه جمله‌ی متوالی یک دنباله حسابی باشند،  $x$  را بیابید. Ex

$$x = \frac{5+11}{2} \Rightarrow x = 8$$

اعداد  $5p-1$ ،  $3p+4$ ، و  $2p+3$  سه جمله‌ی متوالی یک دنباله حسابی هستند. قدر سبب  $p$  را بیابید. Ex

$$2y = x + z \Rightarrow 2(3p+4) = 2p+3 + 5p-1$$

$$\rightarrow 4p + 8 = 7p + 2 \Rightarrow 4p - 7p = 2 - 8$$

$$\rightarrow -3p = -6 \Rightarrow p = 2$$

$$\text{if } p = 2 \Rightarrow 2(2)+3, 3(2)+4, 5(2)-1$$

$$7, 10, 13$$

$$d = 10 - 7 = 3$$



مقدار  $x$  چند راسته آسه جدی حسابی شود؟  
 $2x - 5$  و  $x + 1$  و  $x + 2$  دنبالی

$$2y = x + 2 \Rightarrow 2(x + 1) = 2x - 5 + x + 2$$

$$2x + 2 = 3x + 1$$

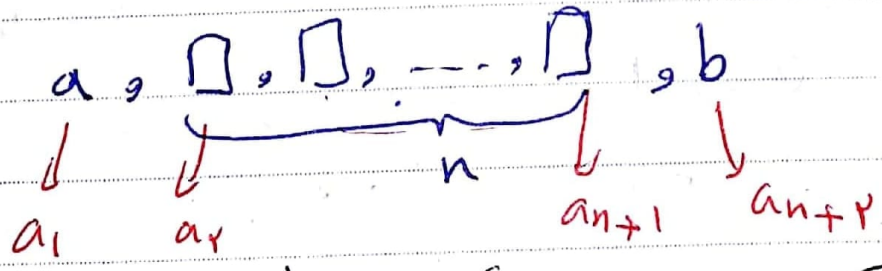
$$2x - 3x = 1 - 2 \Rightarrow -x = -1 \Rightarrow x = 1$$

در دنبالی حسابی  $125$  و  $35$  و  $x$  و  $125$  مقدار  $y$  را بیابید.

$$x = \frac{125 + 35}{2} = \frac{160}{2} = 80$$

$$125 = \frac{y + 80}{2} \Rightarrow 250 = y + 80 \Rightarrow y = -170$$

درج  $n$  واسطی حسابی: در سمت چپ بین دو عدد  $a$  و  $b$   $n$  واسطی حسابی درج کردیم. در این سمت  $n$  فاصله بین دو عدد  $a$  و  $b$   $n+1$  عدد طور قرار دهیم که هم این  $n+1$  عدد متشکل دنبالی حسابی به هند.



$$d = \frac{a_{n+2} - a_1}{n+2 - 1}$$

$$d = \frac{b - a}{n+1}$$

بین اعداد ۵ و ۲۰، چهار عدد طوری قرار دهند که شش دنباله حسابی دهند. ۲۰، ۱۷، ۱۴، ۱۱، ۸، ۵

$$d = \frac{b-a}{n+1} = \frac{20-5}{4+1} = \frac{15}{5} = 3$$

بین اعداد که تفاضل آن ها ۱۴۰ است. پنج عدد درج شده است به طوری که هفت جمله می توانی یک دنباله حسابی را بسازی. راه اند. قدر نسبت چیست است

$$d = \frac{b-a}{n+1} = \frac{140}{5+1} = \frac{140}{6} = 140$$

بین اعداد -۸ و ۲۲، نه واسطی حسابی درج کنید. ۲۲، ۱۹، ۱۶، ۱۳، ۱۰، ۷، ۴، ۱، -۲، -۵، -۸

$$d = \frac{22 - (-8)}{9+1} = \frac{30}{10} = 3$$

بین اعداد  $5 - \sqrt{3}$  و  $5 + \sqrt{3}$  منفر عددی بدان قرار داد تا اعداد حاصل شش دنباله حسابی با قدر نسبت ۱ به دهند

$$d = \frac{b-a}{n+1} = \frac{5 + \sqrt{3} - (5 - \sqrt{3})}{n+1} = 1$$

$$\rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{n+1} = 1 \Rightarrow n+1 = 2\sqrt{3} \Rightarrow n = 2\sqrt{3} - 1$$



اگر شخص با مصرف دارویی، ۵۰۰ میلی گرم دارو به بدنش وارد شود و پس از پایان حرکت سلطت ۱۵ میلی گرم دارو در سطح خونش کاهش یابد:

الف: چند ساعت پس از مصرف دارو سطح آن در بدنش ۳۵۰ میلی گرم باشد.  
 ب: نمودار «سطح دارو در بدن - زمان» سلاسه را رسم کنید.

پس از ۶ ساعت از مصرف دارو این شخص قرص دیگری مصرف کند پس از چند ساعت دارو در بدن او ۴۵۰ میلی گرم خواهد شد الف

$$a_1 = 500 - 15 = 485$$

$$a_1 = 485$$

$$a_2 = 485 - 15 = 470$$

$$a_2 = a_1 = d = 15$$

$$a_3 = 470 - 15 = 455$$

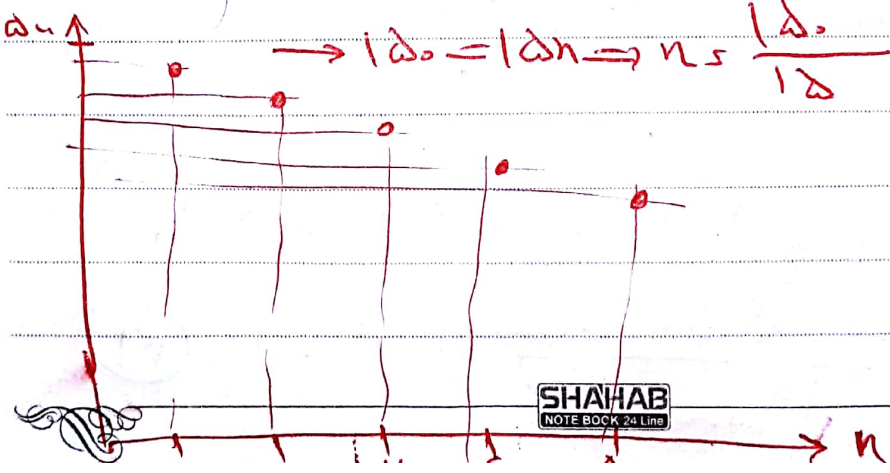
$$a_4 = 455 - 15 = 440$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = 485 + (n-1)15$$

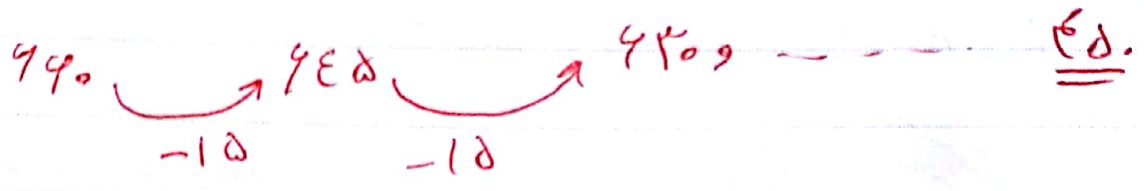
$$a_n = 485 + 15n - 15 = 470 + 15n = 500 - 15n$$

$$a_n = 470 \Rightarrow 500 - 15n = 470 \Rightarrow 500 - 470 = 15n$$

$$30 = 15n \Rightarrow n = \frac{30}{15} = 2$$



مقدار داروی باقی مانده پس از ۶ ساعت برابر  $a_6 = 410$  چون داروی دیگری مصرف کرده است پس  $410 + 250 = 660$



$$a_n = a + (n-1)d$$

$$450 = 660 + (n-1)(-15)$$

$$n = \frac{450 - 660}{-15} + 1 = 14 + 1 = 15$$

درآمد یک کارمند در یک شرکت حقوق ماهیانه ۳,۹۰۰/۰۰۰ تومان است که ۱۰٪ آن به عنوان مالیات کسر می‌شود. اگر این شخص برای هر ساعت ۱۹,۰۰۰ از شرکت دریافت کند و بابت این اضافه کاری مالیات پرداخت نکند پس از روزانه حقوق ساعت اضافه کاری دریافتی خالص ماهیانه او ۴ میلیون تومان خواهد بود؟ (ماه ۳۰ روزه است)

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$a_1 = 3,900,000 - \frac{10}{100} (3,900,000) = 3,410,000$$

$$4,000,000 = 3,410,000 + (n-1) \times 19,000$$

$$\rightarrow n = \frac{4,000,000 - 3,410,000}{19,000} + 1 = 30 + 1 = 31$$



دنبال حسابی  $8^3$  و ... و  $11$  و  $7$  و  $20$  را در نظر بگیرید.  
 الف، این دنباله ضریب دارد؟

ب، عدد  $a_5$  جمله پنجم این دنباله است.

$d = 4$

$a_1 = 2$

$a_n = 8^3$

$$n \leq \frac{a_n - a_1}{d} + 1 \leq \frac{8^3 - 2}{4} + 1 = 20 + 1 = 21$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \rightarrow 2 + (n-1)4 = 8^3 \Rightarrow 4(n-1) = 8^3 - 2$$

$$n-1 = 12 \rightarrow n = 12 + 1 = 13$$

اگر در یک دنباله حسابی جمله پنجم برابر  $11$  و جمله هشتم برابر  $20$  باشد، قدر نسبت این دنباله را بیابید و جمله  $20$  ام چند است؟

$a_5 = 11$

$a_8 = 20$

$$\Rightarrow d = \frac{20 - 11}{8 - 5} = \frac{9}{3} = 3$$

$a_{20} = ?$

$$\frac{a_{20} - a_1}{20 - 1} = \frac{a_1 - a_5}{1 - 5}$$

$$\frac{a_{20} - 2}{19} = \frac{2 - 11}{-4} \rightarrow a_{20} - 2 = 19 \times 3 = 57$$

$$a_{20} = 57 + 2 \Rightarrow a_{20} = 59$$

جلدیں بتیجے ایک دنیالوں حسابی ۱۹ جلدیں ہفتہ آن ۳۵ ہے۔  
 جلدیں ہفتہ آن کد لہم است؟

$$\begin{cases} a_5 = 19 \\ a_9 = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 4d = 19 \\ a + 8d = 35 \end{cases} \xrightarrow{\text{کم}}$$

$$4d - 4d = 35 - 19 \rightarrow 4d = 16 \rightarrow d = \frac{16}{4} = 4 \quad (۴)$$

$$a + 4(4) = 19 \Rightarrow a + 16 = 19 \Rightarrow a = 19 - 16 = 3 \quad (۳)$$

$$a_{۲۰} = a + 19d \Rightarrow a_{۲۰} = 3 + 19 \times 4 = \underline{\underline{۷۹}}$$

اگر دو ایک دنیالوں عددوں رشتہ ہائیم  $t_{۱۴} - t_5 = 72$  و  $a_1 = 12$   
 جلدیں ہفتہ آن چند ہے؟

$$t_{۱۴} - t_5 = (14 - 5)d = 72 \Rightarrow 9d = 72 \rightarrow d = \frac{72}{9} = 8 \quad (۷)$$

$$a_9 = a + 8d = 12 + 8(8) = 12 + 64 = \underline{\underline{۷۶}}$$

چند من جلدیں از دنیالوں حسابی  $93$  و  $17$  و  $13$  برابر  $93$  ہے؟  
 $d = 4$

$$a_n = 93 \Rightarrow a + (n-1)d = 93 \Rightarrow$$

$$13 + (n-1)4 = 93 \Rightarrow$$

$$n = \frac{93 - 13}{4} + 1 = \frac{80}{4} + 1 = 20 + 1 = \underline{\underline{۲۱}}$$



بین دو عدد ۲۰ و ۱۱۰ فرضاً ۱۹ عدد میان درج کنیم که با این دو عدد  
شکل یک دنباله حسابی بدهند. قدر نسبت کدام است؟

$$d = \frac{b-a}{n+1} = \frac{110-20}{19+1} = \frac{90}{20} = 4.5$$

در یک دنباله حسابی  $a_1 = 5$  و  $a_{n+2} = 7n + 12$   
در این صورت  $a_n$  را بیابید.

روش اول

$$a_{1+2} = 7 + 12 = 19 \rightarrow a_3 = 19$$

$$a + 2d = 19 \Rightarrow 5 + 2d = 19 \Rightarrow 2d = 19 - 5 = 14$$

$$\rightarrow d = 7$$

$a_1 = 5$

$$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow a_n = 5 + (n-1)7$$

$$a_n = 5 + 7n - 7 \Rightarrow a_n = 7n - 2$$

روش دوم:

$$n+2 = t \rightarrow n = t-2$$

$$a_{n+2} = 7n + 12 \Rightarrow a_t = 7(t-2) + 12$$

$$a_t = 7t - 14 + 12 \Rightarrow a_t = 7t - 2$$

عدد را میان بیابید که در میان دو عدد ۱ و ۲۰ شکل یک دنباله حسابی بدهد (۲ عدد)

$$y = x + 2 \Rightarrow 2(5a-1) = 4a+7 + 1 \cdot a - 1 \Rightarrow$$

$$10a - 2 = 4a + 7 + a - 1 \Rightarrow 10a - 2 = 5a + 6 \Rightarrow 5a = 8 \Rightarrow a = \frac{8}{5}$$

مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی (عددی)

مثال (مجموع اعداد 1 تا 100 را بیابید)

$$\begin{cases} S = 1 + 2 + 3 + 4 + \dots + 98 + 99 + 100 \\ S = 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1 \end{cases}$$

$$2S = 101 + 101 + \dots + 101 + 101 + 101$$

$$2S = 100 \times 101 \Rightarrow S = \frac{100 \times 101}{2} = 5050$$

به روش گاوس معروف است.

در حالت کلی می توان مجموع n جمله اول یک دنباله را در حالت کلی بدست می آوریم:

$$a, a+d, a+2d, \dots, a_n-2d, a_n-d, a_n$$

مجموع n جمله اول را با  $S_n$  نشان می دهیم:

$$\begin{aligned} S_n &= a + (a+d) + (a+2d) + \dots + (a_n-2d) + (a_n-d) + a_n \\ + S_n &= a_n + (a_n-d) + (a_n+2d) + \dots + (a+2d) + (a+d) + a \end{aligned}$$

$$2S_n = (a+a_n) + (a+a_n) + \dots + (a+a_n)$$

n مرتبه

$$2S_n = n(a+a_n) \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(a+a_n)$$

آنگاه برای  $a_n = a + (n-1)d$  قرار دهیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [a + a + (n-1)d] = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$



مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی  
از رایجای زیر بدست می آید:

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

اگر جمله آخر اول و تعداد جمله را داشته باشیم:

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d]$$

جمله اول و قدر نسبت  
تعداد جمله را  
داشته باشیم:

مثال: مجموع  $n$  جمله های حسابی زیر را بیابید.

\*  $3, 8, \dots, 123$   $d = 5$   
 $a = 3$   $a_n = 123$

$$n = \frac{a_n - a}{d} + 1 = \frac{123 - 3}{5} + 1 = 24 + 1 = 25$$

$$S_{25} = \frac{25}{2} (3 + 123) = \frac{25}{2} \times 126 = 25 \times 63 = 1575$$

\*  $3, 7, 11, \dots$   $S_{20} = ?$   
 $a = 3$   $d = 7 - 3 = 4$   $n = 20$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2(3) + 19 \times 4] = 10 [6 + 76] = 10 \times 82 = 820$$

\*  $2, 5, 8, \dots, 302$   $d = 3$

$$n = \frac{302 - 2}{3} + 1 = \frac{300}{3} + 1 = 100 + 1 = 101$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (2 + 10 \cdot 2) = \frac{10 \times 22}{2} = 110$$

\*  $a_{n+1} = \underbrace{V}_d + a_n$  ,  $a_1 = -3$  ,  $S_{10} = ?$  Ex

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \Rightarrow$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [\cancel{2(-3)} + \cancel{9 \times 2}] = 5 [57] = \underline{285}$$

مجموع چهل جمله اول اعداد فرد و اعداد زوج را بدست آورید. Ex

اعداد فرد  $\rightarrow 1, 3, 5, \dots$

$$a_1 = 1, d = 2 \quad S_{40} = \frac{40}{2} (2(1) + 39 \times 2)$$

$$= 20 (2 + 78) = 20 \times 80 = 1600$$

نکته:  $S_n = n^2$

مجموع n جمله اول اعداد فرد متوالی

اعداد زوج  $\rightarrow 2, 4, 6, \dots$

$$a = 2, d = 2 \quad S_{40} = \frac{40}{2} (\cancel{2(2)} + \cancel{39 \times 2})$$

$$= 20 \times 82 = 1640$$

نکته:  $S_n = n(n+1)$

مجموع n جمله اول اعداد زوج متوالی



در یک سالن اجتماعات یک اداره در ردیف اول ۱۰ در ردیف دوم ۱۶ و در ردیف سوم ۲۲ صندلی قرار دهند. اگر صندلی‌ها با همین نظم ادامه شوند، برای داشتن سالنی با ۷۸۰ صندلی باید چند ردیف صندلی داشته باشیم؟

$S_n = 780$        $a = 10$        $d = 6$

$S_n = \frac{n}{2} (2(10) + (n-1)6) = 780$

$\frac{n}{2} (20 + 6n - 6) = 780 \Rightarrow$

$n(14 + 6n) = 780 \times 2 = 1560$

$6n^2 + 14n - 1560 = 0 \xrightarrow{\div 2} 3n^2 + 7n - 780 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = 7^2 - 4(3)(-780) = 49 + 9360 = 9409$

$\sqrt{\Delta} = 97$

$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 \pm 97}{6}$   
 $\frac{-7 + 97}{6} = \frac{90}{6} = 15$   
 $\frac{-7 - 97}{6} = \frac{-104}{6} \times$

$n = 15$  ردیف

Ex سوال) مجموع چند جمله از دنباله‌ی زیر برابر ۵۲۷ می‌شود!

۷، ۱۳، ۱۹، ...

$$a = 7 : d = 3 \quad S_n = 527 \quad n = ?$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] = \frac{n}{2} [2(7) + (n-1)3] = 527$$

$$n(14 + 3n - 3) = 1054 \Rightarrow 3(3n + 11) = 1054$$

$$3n^2 + 11n - 1054 = 0 \quad \Delta = b^2 - 4ac =$$

$$11^2 - 4(3)(-1054) = (113)^2$$

$$n = \frac{-11 \pm 113}{6} \rightarrow n = 17$$

Ex سوال) مجموع ۴۰ جمله‌ی اول یک دنباله حسابی که جمله‌ی اول آن ۲ است برابر ۳۹۸۰ می‌شود! این دنباله را مشخص کنید.

$$S_{40} = 3980 \Rightarrow \frac{40}{2} [2(2) + 39d] = 3980$$

$$20(4 + 39d) = 3980 \Rightarrow$$

$$4 + 39d = 199 \Rightarrow 39d = 195 \Rightarrow d = 5$$

۲۲، ۲۷، ۳۲، ۳۷، ...



در عقب، فرس از ارتفاع  $h$  متری سقوط کردند در صورتی که فرس در ۲۱ ثانیه اول ۵ متر در ثانیه دوم ۱۵ متر و در ثانیه سوم ۲۵ متر طی کند، با فرض این که افزایش طول مسیر طی شده در هر ثانیه متنوع است، فرس پس از ۲۱ ثانیه به زمین برسد؟ اندازه  $h$  را بیابید.

$a = 5, d = 10 : 5, 15, 25, \dots$

$$h = S_{21} = \frac{21}{2} [2(5) + (21-1)(10)] = \frac{21 \times 21}{2}$$

$\rightarrow h = 220.5 \text{ m}$

جمعی ۱۹ام یک دنباله عددی ۳۴۰ و مجموع ۹ جمله اول آن ۷۹۲ است. مجموع ۴۱ جمله اول آن را بیابید.

$a_{19} = 340 \Rightarrow a + 18d = 340$

$S_9 \Rightarrow 792 \Rightarrow \frac{9}{2} [2a + 18d] = 792$

$2a + 18d = 792 \times \frac{2}{9} = 174$

$$\begin{cases} a + 18d = 340 \\ 2a + 18d = 174 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -2a - 36d = -680 \\ 2a + 18d = 174 \end{cases}$$

$-28d = -506 \rightarrow d = 18$   
 $a + 18(18) = 340 \rightarrow a = 14$

$S_{41} = \frac{41}{2} [2(14) + 40 \times 18] = 1554$

مجموع ۵۰ جمله از یک دنباله حسابی را حساب کنید که جمله ی نهم آن ۳۴ و جمله ی شانزدهم آن ۱۴۲ است.

$$a_5 = 34 \Rightarrow d = \frac{142 - 34}{16 - 5} = \frac{108}{11} = 12$$

$$a_{17} = 142$$

$$a + 14d = 34 \Rightarrow a + 14(12) = 34 \Rightarrow 34 - 168 = -134 = a$$

$$S_{50} = \frac{50}{2} [2(-134) + 49(12)] = \frac{50 \times 56}{2} =$$

$$S_{50} = 14000$$

مجموع ۱۰ جمله ی یک دنباله حسابی برابر ۳۷ و جمله ی نهم آن ۵۲ است.

الف: جمله ی نهم آن را بیابید.

ب: مجموع هفت جمله ی اول آن را بیابید.

$$a_9 = 52$$

$$a_4 = 37 \rightarrow d = \frac{52 - 37}{9 - 4} = \frac{15}{5} = 3$$

$$a + 8d = 37 \Rightarrow a = 37 - 8(3) = 11$$

$$a_{10} = a + 9d \Rightarrow a_{10} = 11 + 9(3) = 38$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} [2(11) + 9(3)] = 119$$



نکته: به طور کلی با معلوم بودن  $t_n$  و  $t_m$  و  $t_k$  می توان از رابطه

$$d = \frac{t_k - t_n}{k - n} = \frac{t_m - t_n}{m - n}$$

حل می دهی مثلاً:

$m \quad a_9 = 37$

$n \quad a_9 = 52$

$k \quad a_{20} = ?$

$$\frac{t_{20} - t_9}{20 - 9} = \frac{t_9 - t_6}{9 - 6}$$

$$\frac{t_{20} - 52}{11} = \frac{52 - 37}{3}$$

$$\frac{t_{20} - 52}{11} = \frac{15}{3} = 5 \Rightarrow t_{20} = 55 + 52$$

$$\rightarrow t_{20} = 107$$

مجموع تمام اعداد طبیعی دورقی مضرب 6 را به دست آورید.

92, 18, 24, ... 12

$$n = \frac{a_n - a_1}{d} + 1 = \frac{92 - 12}{6} + 1 = 14 + 1 = 15$$

$$S_{15} = \frac{15}{2} (12 + 92) = \frac{15}{2} \times 104 = 780$$

در مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی  $(S_n)$  را داشته باشیم

1)  $S_1 = a_1$  (جمله اول دنباله است)

2)  $a_n = S_n - S_{n-1}$  (هر جمله مجموع دنباله است)

مثال: مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی چهارم به صورت یک  
دو جمله در هر دو روز و بدون جمله ثابت است.

$$S_n = an^2 + bn$$

که فرض کنیم  $d = n^2$   
ضریب  $a - \frac{d}{2} = n$  است زیرا

$$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] = \frac{n}{2} \times 2a + \frac{n}{2} (n-1)d$$

$$S_n = na + \frac{n^2}{2}d - \frac{nd}{2} = \frac{d}{2}n^2 + \left(a - \frac{d}{2}\right)n$$

مثال: مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی به صورت

$$S_n = 2n^2 + 3n$$

است.

الف) جمله دهم دنباله

ب) مجموع جمله‌ها تا شروع از جمله ۱ ام تا جمله ۱۰ ام

ج) مجموع پنج جمله (هم دنباله)

$$\frac{d}{2} = 2 \Rightarrow d = 4$$

$$a - \frac{d}{2} = 3 \Rightarrow a - \frac{4}{2} = 3 \Rightarrow a - 2 = 3 \Rightarrow a = 5$$

$$a_{10} = a + 9d = 5 + 9(4) = 5 + 36 = 41$$

$$S_{10} - S_{9} = S_{10} - S_9 = (2 \times 10^2 + 3 \times 10) - (2 \times 9^2 + 3 \times 9) = 74$$

$$S_{10} - S_5 = (2 \times 10^2 + 3 \times 10) - (2 \times 5^2 + 3 \times 5) = 145$$



در یک دنباله حسابی مجموع  $n$  جمله اول برابر  $S_n = \frac{n}{2} (2n+1)$  است. جمله  $n$ ام را بیابید.

$$S_n = \frac{n}{2} \times 2n + \frac{n}{2} \times 1 = n^2 + \frac{n}{2}$$

$$n^2 \text{ ضرب } = \frac{d}{2} \Rightarrow 1 = \frac{d}{2} \Rightarrow d = 2$$

$$a - \frac{d}{2} = n \text{ ضرب} \Rightarrow a - \frac{2}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow a - 1 = \frac{1}{2} \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$a_n = a + (n-1)d \Rightarrow a_n = \frac{3}{2} + (n-1) \times 2$$

$$a_n = \frac{3}{2} + 2n - 2 \Rightarrow a_n = 2n - \frac{1}{2}$$

مجموع  $n$  جمله اول یک دنباله حسابی از رابطه  $S_n = (2n-2)n + a_n + a - 20$  بدست می آید. قدر نسبت این دنباله کدام است؟

$S_n$  فاقد جمله ثابت است پس  $a - 2 = 0 \Rightarrow a = 2$

$$n^2 \text{ ضرب} = 2(2) - 2 = 2 \Rightarrow \frac{d}{2} = 2 \Rightarrow d = 4$$

در یک دنباله حسابی مجموع چهار جمله اول 15 و مجموع شش جمله اول 45 است. آن را بیابید. جمله  $n$ ام را بیابید.

$$\left. \begin{aligned} S_4 &= 15 \\ S_6 - S_4 &= 30 \end{aligned} \right\} \begin{aligned} S_4 &= 4a \\ S_6 - S_4 &= 20 + 4d = 30 \end{aligned}$$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{4}{2} [2a + 3d] &= 15 \\ \frac{6}{2} [2a + 5d] &= 45 \end{aligned} \right. \rightarrow \left\{ \begin{aligned} 2a + 3d &= 15 \\ 2a + 5d &= 15 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} 2a + 3d &= 15 \\ -2a + 5d &= 0 \end{aligned} \right. \rightarrow \left\{ \begin{aligned} 2a + 3d &= 15 \\ -2a + 5d &= 0 \end{aligned} \right.$$

$$a + 4d = 5 \Rightarrow a + 4 \times \frac{1}{2} = 5 \Rightarrow a = 5 - 2 = 3$$

$$a_{11} = a + 10d = 3 + 10 \times \frac{1}{2} = 3 + 5 = 8$$

**EX** در سه عملی اول یک دنباله حسابی، مجموع هجدهمات ردیف فرد برابر ۷۵ و مجموع هجدهمات ردیف زوج برابر ۱۰۰ است. جمله اول و قدر نسبت این دنباله را بیابید.

نکته: اگر هجدهمات ردیف فرد با هم و هجدهمات ردیف زوج نیز با هم ترکیب دنباله حسابی با قدر نسبت ۲ را بسازد.

$$\begin{cases} a_1 + a_3 + a_5 + a_7 + a_9 = 75 \\ a_2 + a_4 + a_6 + a_8 + a_{10} = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2} (2a_1 + 4(2d)) = 75 \\ \frac{5}{2} (2a_1 + 4(2d)) = 100 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5(a_1 + 4d) = 75 \\ 5(a_2 + 4d) = 100 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 + 4d = 15 \\ a_2 + 4d = 20 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 + 4d = 15 \\ a_1 + 5d = 20 \end{cases} \rightarrow d = 5 \text{ و } a_1 = -5$$

**EX** بین ۱ و ۱۱ به تعداد جمله زوج سودا مجموع جمله ها در دنباله حسابی حاصل برابر ۲۴۶ سودا  $n$ ؟  $a_n = 11$   $a_1 = 1$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n) \Rightarrow 246 = \frac{n}{2} (1 + 11)$$

$$246 = \frac{n}{2} \times 12 = 6n \Rightarrow n = \frac{246}{6} = 41$$



Ex در یک فروشگاه قوهل های آب معدنی به طرز منظم چیده شده اند. بالاترین ردیف 3 قوهل زنجیر آن 5 قوهل بعد از قوهل ... اگر قوهل ها در 8 ردیف چیده شده باشند. تعداد کل قوهل ها که این طریق چیده شده اند را بیابید.

$$a_1 = 3, a_2 = 5, a_3 = 7$$

$$a = 3, d = 2, S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] = 4 \times 20 = 80$$

Ex طول پله های یک نردبان به طرز منظم از پایین به بالا از 40 cm به 30 cm می رسد. اگر مجموع طول پله ها 525 m باشد این نردبان چند پله دارد؟ هر پله چند سانتی متر کوتاه تر از پله پیشین است؟

$$a_1 = 40 \text{ cm}$$

$$a_n = 30 \text{ cm}$$

$$S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$$

$$S_n = 525 = 525 \text{ m}$$

$$\rightarrow 525 = \frac{n}{2} (40 + 30) \Rightarrow 20n = 525$$

$$n = \frac{525}{20} = 15 \text{ پله دارد}$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$30 = 40 + (15-1)d \Rightarrow 14d = 30 - 40$$

$$\rightarrow 14d = -10 \Rightarrow d = \frac{-10}{14} = \frac{-5}{7}$$

پله هر پله نسبت به پله پیشین  $\frac{5}{7}$  کمتر است.

EX

آراد برای خرید دوچرخه، بهای آن را مطلق پرداخت می کند. برای متوسط اول ۲۰ هزار تومان، برای متوسط دوم ۲۵ هزار تومان، برای متوسط سوم ۳۰ هزار تومان، بدین شکل هر بار ۵ هزار تومان به متوسط می افزاید. طی چند متوسط آراد بهای دوچرخه را که ۴۵۰ هزار تومان است پرداخت می کند؟

$a_1 = 20 \quad d = 5 \quad S_n = 450 \quad n = ?$

$S_n = \frac{n}{2} [2a + (n-1)d] \Rightarrow 450 = \frac{n}{2} [2(20) + (n-1)5]$

$450 = \frac{n}{2} [40 + 5n - 5] = \frac{n}{2} [5n + 35]$

$1300 = 5n^2 + 35n \Rightarrow 5n^2 + 35n - 1300 = 0$

$\xrightarrow{\div 5} n^2 + 7n - 260 = 0$

$\Delta = b^2 - 4ac = \sqrt{49 - 4(1)(-260)} = 49 + 1040$

$= 1089$

$n = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a} = \frac{-7 \pm 33}{2} \Rightarrow n = \frac{26}{2} = 13$

EX

در یک دنباله حسابی جمله یام آن ۱۱ است مطلوب است  $S_{11}$

$S_{11} = \frac{11}{2} [2a + 10d] = \frac{11}{2} \times 11 = 60.5$

$a_4 = 4 \Rightarrow a + 3d = 4 \xrightarrow{\times 2} 2a + 6d = 8$