

هو الحق

"هندسه ۲"

((چهل تست))

تمامی تست های سراسری، سنجش و گزینه ۲ از سال ۸۰ الی ۹۸

علی فقیهی

دبیر ریاضی ناحیه ۴ استان قم

۰۹۱۹۸۶۹۰۴۵۰

تلگرام و اینستاگرام

@aliifaghihi

۱- در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:  $\hat{A} = 90^\circ$ ، ضلع  $AC = 11$  و  $\cos C = \frac{11}{\sqrt{170}}$ . کوچکترین ضلع آن کدام

است؟

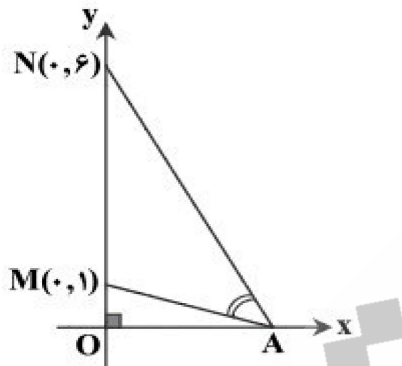
- (۱) ۶ (۲) ۷ (۳)  $\frac{7}{5}$  (۴) ۸

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۲- در مثلث ABC داریم:  $\hat{A} = 75^\circ$ ،  $\hat{B} = 45^\circ$ ،  $AB = \sqrt{6}$ ، اندازه ضلع AC کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$  (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)  $2\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۳- در شکل مقابل، اگر زاویه دید نقطه A نسبت به پاره خط MN برابر با  $45^\circ$  باشد، فاصله A تا مبدأ مختصات کدام می‌تواند باشد؟ (مبدأ مختصات است.)

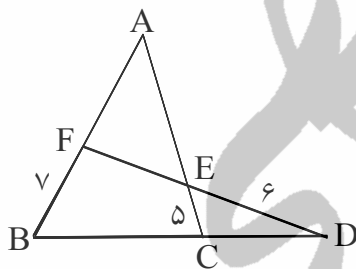
- (۱)  $\frac{2}{5}$  (۲) ۲ (۳) ۶ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴- ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه، ضلع مقابل را به نسبت ۳ و ۵ قطع می‌کند. اگر اندازه ضلع متوسط  $6\sqrt{10}$  باشد، ارتفاع وارد بر وتر کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{15}$  (۲)  $3\sqrt{10}$  (۳)  $2\sqrt{10}$  (۴) ۴

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۵- در شکل مقابل مثلث ABC در رأس A متساوی‌الساقین است. با توجه به اندازه‌های BF، EC، ED و EF، اندازه‌های BC، ED و EC، BF کدام است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳)  $\frac{4}{4}$  (۴)  $\frac{2}{4}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶ و آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۶- در مثلث ABC با معلوم بودن  $a = 4$ ،  $b = 2\sqrt{6}$  و  $\hat{A} = \frac{\pi}{4}$ ، زاویه  $\hat{C}$  چند درجه است؟

- (۱) ۱۵ (۲) ۷۵ (۳) ۱۰۵ (۴) ۱۵، ۷۵

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۷- در مثلث ABC اگر  $b = a\sqrt{2}$ ،  $A = 30^\circ$ ، زاویه C چند درجه است؟

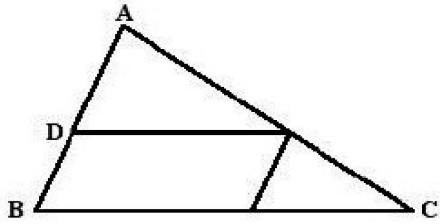
- (۱)  $15^\circ$  (۲)  $105^\circ$  (۳)  $15^\circ$  یا  $105^\circ$  (۴)  $105^\circ$  یا  $75^\circ$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۸- در مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر آن را به دو قطعه به نسبت‌های ۹ و ۱۶ تقسیم کرده است. اگر طول ارتفاع ۳۶ واحد باشد. طول وتر چند واحد است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۷۵ (۳) ۹۰ (۴) ۱۰۰

آزمایشی سنجش = ریاضی = سال تحصیلی ۹۴-۹۵



۹- در شکل روبه‌رو  $\frac{DA}{DB} = \frac{2}{3}$ ، مساحت متوازی‌الاضلاع چند درصد

مساحت مثلث ABC است؟

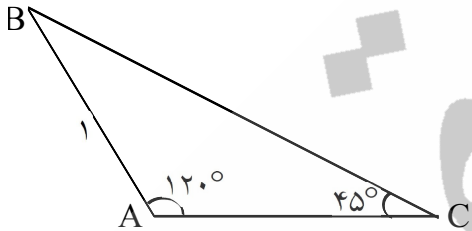
- (۱) ۳۶  
(۲) ۴۰  
(۳) ۴۵  
(۴) ۴۸

سراسری = ریاضی = ۹۵

۱۰- در مثلثی به اضلاع ۲۴، ۱۳ و ۱۳ واحد، شعاع دایره محیطی آن کدام است؟

- (۱) ۱۲/۶۲ (۲) ۱۳/۲ (۳) ۱۵/۳ (۴) ۱۶/۹

آزمایشی سنجش = ریاضی = سال تحصیلی ۹۳-۹۴



۱۱- در شکل زیر اندازه‌ی ضلع BC کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{6}$   
(۲)  $\frac{\sqrt{6}}{2}$   
(۳)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$   
(۴)  $\frac{\sqrt{6}}{4}$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۲- اگر در مثلث قائم‌الزاویه ABC ( $A = 90^\circ$ ) طول میانه‌های  $BM = \sqrt{3}$  و  $CM' = \sqrt{2}$  باشد، طول وتر مثلث

کدام است؟  
(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲ و آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲

۱۳- در مثلث ABC اگر  $AB = 4$  و  $\hat{B} = 60^\circ$  و مساحت مثلث  $12\sqrt{3}$  باشد ضلع AC چقدر است؟

- (۱)  $4\sqrt{7}$  (۲)  $3\sqrt{7}$  (۳)  $4\sqrt{6}$  (۴)  $3\sqrt{6}$

آزمایشی سنجش = ریاضی = سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۴- در یک مستطیل به ابعاد ۷ و ۱۶ واحد دایره‌ای به قطر طول مستطیل ضلع مقابل را در M قطع می‌کند. فاصله M تا

دورترین رأس این مستطیل کدام است؟

- (۱)  $(\sqrt{5} + \sqrt{3})$  (۲)  $2\sqrt{2} + 2\sqrt{30}$  (۳)  $3\sqrt{15}$  (۴)  $6\sqrt{3}$

آزمایشی سنجش = ریاضی = سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۵- در یک مثلث قائم‌الزاویه اگر طول اضلاع قائم به نسبت ۲ و ۳ باشد، مساحت مثلث محدود به میانه و ارتفاع وارد بر وتر و خود وتر، چند برابر مساحت مثلث اصلی است؟

(۱)  $\frac{3}{26}$  (۲)  $\frac{5}{26}$  (۳)  $\frac{4}{13}$  (۴)  $\frac{5}{13}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۱۶- در مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائم ۵ و ۷ واحد ارتفاع AH و میانه AM رسم شده است. مساحت مثلث AMH کدام است؟

(۱)  $\frac{105}{37}$  (۲)  $\frac{105}{34}$  (۳)  $\frac{115}{37}$  (۴)  $\frac{115}{34}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۷- در مثلثی  $AB = 3\sqrt{3}$ ,  $AC = 3$ ,  $\hat{B} = 30^\circ$ ، اندازه‌ی زاویه‌ی A چند درجه است؟

(۱)  $30^\circ$  (۲)  $90^\circ$  (۳)  $30^\circ$  و  $90^\circ$  (۴)  $30^\circ$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۹۰

۱۸- در مثلث ABC داریم:  $\hat{A} = 60^\circ$  و  $\hat{B} = 75^\circ$  و ضلع  $AB = \sqrt{6}$ . اندازه‌ی BC کدام است؟

(۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳) ۳ (۴) ۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۹۰

۱۹- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه‌ی دو ضلع قائم ۱۵ و ۲۰ واحد است. سینوس زاویه‌ی بین ارتفاع و میانه‌ی وارد بر وتر این مثلث کدام است؟

(۱)  $0/28$  (۲)  $0/35$  (۳)  $0/24$  (۴)  $0/32$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۸

۲۰- در مثلث ABC اضلاع  $BC = 2\sqrt{6}$  و  $AC = 4$  و  $\hat{B} = 45^\circ$ ، اندازه‌ی زاویه‌ی C چند درجه است؟

(۱) ۶۰ (۲) ۷۵ (۳) ۹۰ (۴) ۱۰۵

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۷

۲۱- نسبت اضلاع قائم در مثلثی  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  است. اگر ارتفاع وارد بر وتر این مثلث قائم‌الزاویه رسم شود، مساحت مثلث بزرگ‌تر چند برابر مساحت مثلث متوسط است؟

(۱)  $1/25$  (۲)  $1/75$  (۳) ۲ (۴)  $2/25$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۷

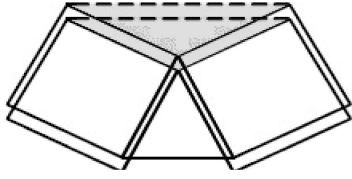
۲۲- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه‌ی پاره خط‌هایی که ارتفاع وارد بر وتر روی آن جدا کرده،  $m^2 a$ ،  $m^2 a$ ،  $(1 - m^2)a$  است. مساحت مثلث برابر با کدام است؟ ( $0 < m < 1$ ) (a وتر است.)

(۱)  $\frac{1}{2} ma^2$  (۲)  $\frac{1}{2} ma^2 \sqrt{1 - m^2}$  (۳)  $a^2 \sqrt{1 - m^2}$  (۴)  $\frac{1}{2} a^2 \sqrt{1 - m^2}$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۶



۲۳- در یک مثلث متساوی الاضلاع، بر روی دو ضلع آن دو مربع ساخته شده است. مساحت مثلث سایه زده، چند برابر مساحت مثلث اصلی است؟



- (۱)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 (۲)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$   
 (۳) ۱  
 (۴)  $\sqrt{3}$

سراسری <= ریاضی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۲۴- در مثلث ABC زاویه  $\hat{A} = 2\hat{B}$  کدام رابطه بین سه ضلع این مثلث برقرار است؟

- (۱)  $a^2 = bc$   
 (۲)  $b^2 = ac$   
 (۳)  $a^2 - c^2 = bc$   
 (۴)  $a^2 - b^2 = bc$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۲۵- در مثلث ABC داریم  $\hat{A} = 60^\circ$ ,  $b = 8$ ,  $a = 4\sqrt{6}$  زاویه C چند درجه است؟

- (۱) ۴۵  
 (۲) ۷۵  
 (۳) ۹۰  
 (۴) ۱۰۵

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۲۶- در مثلث ABC داریم،  $b = a\sqrt{2}$ ,  $A = 30^\circ$  زاویه C چند درجه است؟

- (۱)  $15^\circ$  یا  $105^\circ$   
 (۲)  $15^\circ$   
 (۳)  $105^\circ$   
 (۴)  $75^\circ$  یا  $105^\circ$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۲۷- در مثلثی  $\hat{A} = 60^\circ$  و  $\hat{B} = 75^\circ$  و  $a = \sqrt{6}$ ، اندازه ی ضلع c چه قدر است؟

- (۱)  $\sqrt{3}$   
 (۲)  $2\sqrt{2}$   
 (۳) ۲  
 (۴) ۳

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۶

۲۸- در مثلث ABC اضلاع  $BC = 4\sqrt{6}$  و  $AC = 8$  و زاویه  $A = \frac{\pi}{3}$  اندازه زاویه C چند درجه است؟

- (۱) ۱۵  
 (۲) ۳۰  
 (۳) ۴۵  
 (۴) ۷۵

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۳

۲۹- در مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، وتر را نسبت ۲ به ۳ تقسیم کرده است. اگر ارتفاع وارد بر وتر  $2\sqrt{6}$  واحد باشد، اندازه ی کوچکترین ضلع مثلث کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{5}$   
 (۲)  $\sqrt{10}$   
 (۳)  $2\sqrt{5}$   
 (۴)  $2\sqrt{10}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= ۹۰

۳۰- در مثلث ABC داریم:  $\hat{C} = 15^\circ$ ,  $\hat{B} = 10^\circ$ ,  $\hat{A} = 6^\circ$  و میانه  $AM = 4$  است. مقدار  $AB \cos B + AC \cos C$  کدام است؟

- (۱) ۶  
 (۲)  $7/5$   
 (۳) ۸  
 (۴) ۹

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۳۱- در مثلث  $ABC$  داریم  $\hat{A} = 60^\circ$  و  $\hat{B} = 45^\circ$  و  $BC = 12$  ضلع  $AB$  کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{2} + 3\sqrt{3}$  (۲)  $2\sqrt{3} + 3\sqrt{6}$  (۳)  $3\sqrt{2} + 4\sqrt{6}$  (۴)  $6\sqrt{2} + 2\sqrt{6}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۳۲- ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه ۲۴ و نسبت دو پاره‌خطی که ارتفاع روی وتر پدید می‌آورد  $\frac{9}{16}$  است. طول وتر

کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۸ (۳) ۵۰ (۴) ۵۴

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

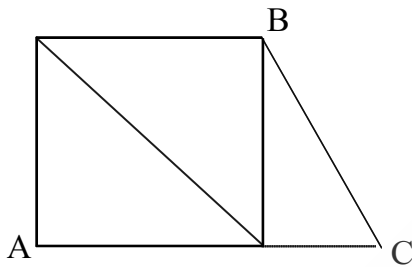
۳۳- در شکل مقابل چهارضلعی مربع است و  $AC$  برابر قطر مربع است مقدار  $\text{tg} \frac{22}{5}$  کدام است؟

(۱)  $\sqrt{2} - 1$

(۲)  $2 - \sqrt{2}$

(۳)  $\frac{1}{2}(2 - \sqrt{2})$

(۴)  $\frac{1}{2}(1 + \sqrt{2})$



آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

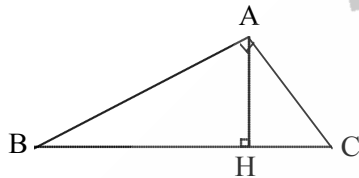
۳۴- در شکل مقابل، در مثلث قائم‌الزاویه  $\triangle BAC$ ، کدام یک از روابط طولی برقرار نیست؟

(۱)  $AH^2 = BH \cdot CH$

(۲)

(۳)  $AH \times AC = BC \times AB$

(۴)  $AH \times BC = AB \times AC$



آزمایشی سنجش <= دهم <= سال تحصیلی ۹۵-۹۶

۳۵- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $\hat{A} = 90^\circ$ ) اندازه زاویه  $B$  برابر ۱۵ درجه است. اگر نقطه  $H$  پای ارتفاع وارد بر وتر باشد، مقدار  $BH \times CH$ ، کدام است؟

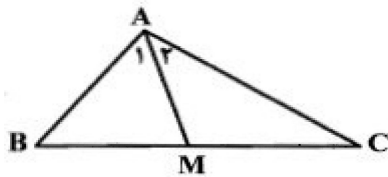
(۴)  $\frac{BC^2}{16}$

(۳)  $\frac{BC^2}{9}$

(۲)  $\frac{BC^2}{12}$

(۱)  $\frac{BC^2}{8}$

آزمایشی سنجش <= یازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۳۶- در شکل مقابل AM میانه است. کدام گزینه درست است؟

$$\frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{A}_1} = \frac{\sin \hat{C}}{\cos \hat{A}_2} \quad (1)$$

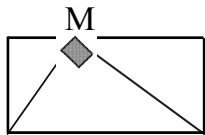
$$\frac{\cos \hat{B}}{\cos \hat{A}_1} = \frac{\cos \hat{C}}{\cos \hat{A}_2} \quad (2)$$

$$\frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{A}_1} = \frac{\sin \hat{C}}{\sin \hat{A}_2} \quad (3)$$

(4)

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۳۷- در شکل مقابل ابعاد مستطیل ۶ و ۱۳ واحد است زاویه M قائم است. فاصله M از نزدیک‌ترین رأس مستطیل



کدام است؟

- (1) ۳  
(2) ۴  
(3) ۴/۵  
(4) ۵

آزمایشی سنجش = تجربی = سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۳۸- در مثلث قائم‌الزاویه به اضلاع قائم‌الزاویه ۳ و  $\sqrt{6}$  ارتفاع وارد بر وتر رسم شده است و مثلث را به دو مثلث

قائم‌الزاویه تقسیم کرده است. نسبت مساحت این دو مثلث کدام است؟

- (1)  $\frac{2}{3}$   
(2)  $\frac{2}{5}$   
(3)  $\frac{3}{4}$   
(4)  $\frac{6}{7}$

آزمایشی سنجش = تجربی = ۸۷

۳۹- در مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر آن را به دو قطعه به اندازه  $1\frac{4}{5}$  و  $1\frac{1}{4}$  تقسیم کرده است. ارتفاع کدام است؟

- (1)  $1\frac{1}{2}$   
(2)  $1\frac{1}{4}$   
(3)  $1\frac{1}{5}$   
(4)  $1\frac{1}{6}$

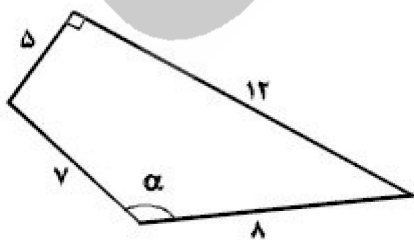
آزمایشی سنجش = تجربی = ۹۰

۴۰- مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع ۸ واحد مفروض است. نقاط D و E را به ترتیب روی اضلاع BC و AC

طوری انتخاب می‌کنیم که  $AD = 7$  و  $CE = 5$  باشند. فاصله بین D و E کدام است؟

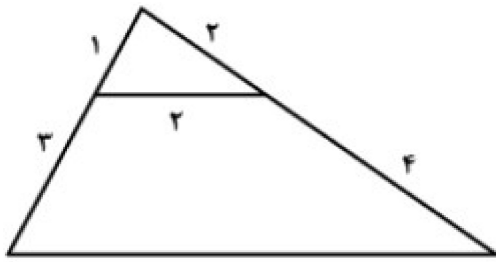
- (1)  $\sqrt{19}$   
(2)  $3\sqrt{2}$   
(3)  $\sqrt{17}$   
(4) ۴

آزمایشی سنجش = یازدهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷



۴۱- در چهارضلعی روبه‌رو، دو ضلع عمود برهم‌اند،  $\sin \alpha$  کدام است؟

- (1)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$   
(2)  $\frac{3}{5}$   
(3)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
(4)  $\frac{4}{5}$



۴۲- در شکل روبه‌رو، اندازه‌ی ضلع بزرگ‌تر چهارضلعی کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{10}$   
 (۲)  $2\sqrt{11}$   
 (۳)  $4\sqrt{3}$   
 (۴)  $5\sqrt{2}$

سراسری <= ریاضی <= ۹۸

۴۳- نقطه D روی ضلع BC از مثلث ABC است. عبارت  $AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot DB - AD^2 \cdot BC$  برابر کدام است؟

- (۱)  $DB \cdot DC \cdot BC$  (۲)  $DC \cdot BC$  (۳)  $DB \cdot BC$  (۴)  $(BC)^2$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۴- در مثلثی دو راس A و B ثابت است. اگر مجموع مربعات دو ضلع دیگر آن همواره ثابت بماند، مکان هندسی رأس سوم مثلث کدام است؟

- (۱) پاره‌خط (۲) نیم‌دایره (۳) دایره (۴) نیم‌خط

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۵- در مثلثی رابطه  $a^3 - b^3 = c^2(a - b)$  بین اضلاع برقرار است. تصویر ضلع b بر امتداد ضلع a کدام است؟

- (۱)  $a - b$  (۲)  $\frac{a}{2}$  (۳)  $\frac{b}{2}$  (۴)  $\frac{a + b}{4}$

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۶- در مثلثی به اضلاع ۳، ۵ و ۶، اندازه کوچکترین میانه آن کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{3}$  (۳)  $3/5$  (۴) ۴

آزمایشی سنجش <= دوازدهم <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۷- در متوازی‌الاضلاع به قطرهای ۱۲ و ۲۰ واحد، زاویه بین دو قطر ۱۲۰ درجه است. ضلع کوچک‌تر کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{17}$  (۲)  $2\sqrt{19}$  (۳)  $3\sqrt{7}$  (۴)  $4\sqrt{3}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۴۸- در مثلث ABC ارتفاع AH رسم شده است،  $HB = 3$  و  $HC = 5$ . اگر مساحت این مثلث ۱۶ واحد مربع باشد،  $\cos A$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{41}}{125}$  (۲)  $\frac{\sqrt{39}}{125}$  (۳)  $\frac{\sqrt{41}}{205}$  (۴)  $\frac{\sqrt{39}}{205}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۴۹- مساحت مثلثی که طول سه میانه آن ۹، ۱۲ و ۱۵ می‌باشد، کدام است؟

- (۱) ۶۱ (۲) ۸۱ (۳) ۴۸ (۴) ۷۲

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۵۰- در مثلث ABC رابطه  $\frac{b}{a} \cos C + \frac{c}{a} \cos B = 1$  برقرار است. نوع این مثلث چگونه است؟

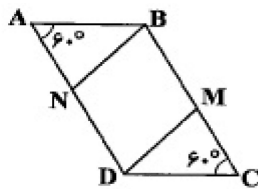
- (۱) فقط قائم الزاویه  
(۲) فقط متساوی الساقین  
(۳) قائم الزاویه و متساوی الساقین  
(۴) غیر مشخص

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۵۱- در بیرون مربعی به ضلع ۱ واحد، بر روی دو ضلع مجاور، دو مثلث متساوی الاضلاع ساخته شده است، فاصله ی دو رأس جدید کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{4 - \sqrt{3}}$  (۲)  $\sqrt{3 - \sqrt{3}}$  (۳)  $\sqrt{1 + \sqrt{3}}$  (۴)  $\sqrt{2 + \sqrt{3}}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴



۵۲- در متوازی الاضلاع ABCD، لوزی BMDN قرار گرفته است. اگر  $AB = 1$  و  $AD = 3$  باشد، اندازه ی ضلع لوزی برابر است با:

- (۱) ۱  
(۲)  $1/2$   
(۳)  $1/4$   
(۴)  $1/5$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۵۳- در مثلثی  $AB = 5$ ,  $AC = 7$ , و  $BC = 6$  فاصله پای ارتفاع AH از وسط ضلع BC کدام است؟

- (۱)  $1/25$  (۲)  $1/54$  (۳) ۱ (۴) ۲

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۵۴- مساحت مثلثی به اضلاع ۶ و ۵ واحد برابر  $\sqrt{189}$  است. ضلع سوم مثلث کدام است؟

- (۱) ۷ (۲)  $\sqrt{37}$  (۳)  $3\sqrt{7}$  (۴)  $\sqrt{29}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۵۵- در مثلثی به اضلاع ۱۲، ۹ و ۶ مقدار کسینوس بزرگترین زاویه ی آن کدام است؟

- (۱)  $1/3$  (۲)  $-1/4$  (۳)  $-7/12$  (۴)  $11/16$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۵۶- در مثلث ABC رابطه ی  $a^3 - c^3 = b^2(a - c)$  بین سه ضلع آن برقرار است زاویه ی B چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۱۲۰

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۵۷- در مثلثی به اضلاع ۷ و ۵ و ۳ واحد، تانژانت بزرگترین زاویه آن کدام است؟

- (۱)  $-\sqrt{3}$  (۲)  $-\sqrt{2}$  (۳)  $\sqrt{5}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۵۸- در مثلثی به اضلاع ۵ و ۷ و ۹ واحد، کسینوس کوچکترین زاویه آن کدام است؟

- (۱)  $-1/10$  (۲)  $19/30$  (۳)  $5/6$  (۴)  $5/7$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۵۹- در مثلثی رابطه  $b^3 + a^2c = c^3 + a^2b$  بین اضلاع برقرار است. زاویه A چند درجه است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۶۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۳۵

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۶۰- در مثلث ABC داریم،  $A = 60^\circ$ ،  $b = \sqrt{3} + 1$ ،  $c = \sqrt{3} - 1$  ضلع کدام a است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}\sqrt{6}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $\sqrt{6}$  (۴)  $2\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۶۱- در مثلثی به اضلاع  $\sqrt{4}$  و  $\sqrt{3}$  و ۲ کسینوس زاویه‌ی بزرگتر کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{6}}{6}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۴)  $\frac{\sqrt{6}}{12}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۳

۶۲- در مثلث ABC داریم،  $AB = 2AC = 6\sqrt{3}$ ، اگر نیمساز AD برابر ۶ باشد، زاویه‌ای حاده‌ای که نیمساز AD

با ضلع BC می‌سازد، کدام است؟

- (۱)  $\frac{\pi}{6}$  (۲)  $\frac{\pi}{4}$  (۳)  $\frac{\pi}{3}$  (۴)  $\frac{\pi}{2}$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۳- اضلاع یک مثلث برابر ۳، ۳ و ۴ هستند. اندازه Cos بزرگ‌ترین زاویه این مثلث کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$  (۲)  $\frac{4\sqrt{5}}{9}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{\sqrt{5}}{3}$

آزمایشی سنجش => یازدهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۴- در هر مثلث  $\triangle ABC$ ، کدام یک از روابط مثلثاتی همواره برقرار است؟

- (۱)  $a = b \operatorname{tg} C + c \operatorname{Cotg} B$   
 (۲)  $a = b \operatorname{tg} C - c \operatorname{Cotg} B$   
 (۳)  $a = b \operatorname{Cos} C + c \operatorname{Cos} B$   
 (۴)  $a = b \operatorname{Cos} C - c \operatorname{Cos} B$

آزمایشی سنجش => دهم => سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۶۵- در متوازی‌الاضلاع به قطرهای ۱۴ و ۱۸ واحد زاویه بین دو قطر ۶۰ درجه است. ضلع بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{193}$  (۲)  $\sqrt{195}$  (۳)  $\sqrt{182}$  (۴)  $\sqrt{187}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۶۶- در مثلثی به اضلاع ۵، ۷، ۹ واحد، کسینوس بزرگ‌ترین زاویه آن کدام است؟

- (۱)  $-\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $-\frac{1}{3}$

آزمایشی سنجش => تجربی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۶۷- در مثلث  $ABC$ ، نقطه  $D$  روی خط  $BC$  داده شده است. اگر  $AC = ۸$ ،  $AB = ۴$  و هریک از دو زاویه  $\hat{DAB}$  و  $\hat{CAD}$  برابر  $۶۰^\circ$  باشد، طول  $AD$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳)  $\frac{۵}{۲}$  (۴)  $\frac{۸}{۳}$

آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۶۸- در مثلثی به اضلاع ۹ و ۶ و ۵ مقدار سینوس بزرگ‌ترین زاویه آن کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$  (۲)  $\frac{\sqrt{۵}}{۳}$  (۳)  $\frac{\sqrt{۶}}{۳}$  (۴)  $\frac{۲\sqrt{۲}}{۳}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۶۹- در مثلثی به اضلاع ۷ و ۶ و ۵ واحد، طول ارتفاع متوسط آن کدام است؟

- (۱)  $۲\sqrt{۶}$  (۲)  $۳\sqrt{۲}$  (۳)  $۳\sqrt{۶}$  (۴) ۴

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۷۰- در مثلث  $ABC$  مقدار  $c \cos B + b \cos C$  همواره برابر کدام است؟

- (۱)  $a$  (۲)  $\frac{1}{2}a$  (۳)  $a \cos A$  (۴)  $a \sin A$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۲-۹۳ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۷۱- در مثلثی  $AB = ۵$ ،  $AC = ۷$  و  $BC = ۶$  فاصله‌ی پای ارتفاع  $AH$  از وسط ضلع  $BC$  کدام است؟

- (۱)  $۱/۲۵$  (۲)  $۱/۵$  (۳) ۲ (۴) ۱

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۷۲- مساحت مثلثی به اضلاع  $\sqrt{۳۷}$ ، ۶، ۵ برابر کدام است؟

- (۱)  $۳\sqrt{۱۴}$  (۲)  $۳\sqrt{۲۱}$  (۳)  $۴\sqrt{۷}$  (۴)  $۵\sqrt{۳۰}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۷۳- در مثلثی به اضلاع ۹ و ۶ و ۵ واحد، ارتفاع نظیر ضلعی با کدام طول در خارج مثلث قرار می‌گیرد؟

- (۱) فقط ۵ (۲) فقط ۶ (۳) ۵ و ۶ (۴) هر سه ارتفاع در داخل

آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۷۴- در بیرون مربعی به ضلع ۱ واحد بر روی دو ضلع مجاور آن، دو مثلث متساوی‌الاضلاع ساخته شده است. فاصله‌ی دو رأس جدید کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{۲}$  (۲)  $\sqrt{۳}$  (۳)  $۱ + \sqrt{۳}$  (۴)  $\sqrt{۲ + \sqrt{۳}}$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۷۵- در مثلثی به اضلاع ۱۰، ۷، ۵ واحد کسینوس زاویه متوسط آن کدام است؟

- (۱)  $۰/۳۵$  (۲)  $۰/۵۴$  (۳)  $۰/۶۳$  (۴)  $۰/۷۶$

آزمایشی سنجش <= تجربی <= سال تحصیلی ۹۳-۹۴



۷۶- دو ضلع مثلثی ۹ و ۷ واحد و زاویه بین آن دو ضلع  $120^\circ$  است، ضلع سوم کدام است؟

(۱)  $\sqrt{139}$  (۲)  $\sqrt{157}$  (۳)  $\sqrt{175}$  (۴)  $\sqrt{193}$

آزمایشی سنجش = تجربی = سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۷۷- در یک مثلث قائم الزاویه، نیمساز زاویه قائمه روی وتر قطعاتی به طول‌های ۵ و ۱۵ ایجاد کرده است. مساحت این مثلث چقدر است؟

(۱) ۴۰ (۲) ۶۰ (۳) ۵۰ (۴) ۷۰

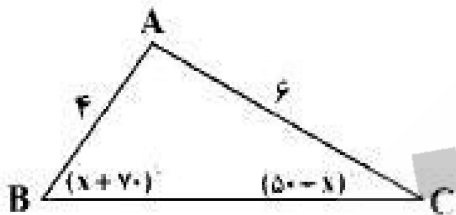
آزمونهای گزینه ۲ = یازدهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۷۸- در متوازی‌الاضلاعی به اضلاع ۳ و ۴، مجموع مربعات طول قطرهای کدام است؟

(۱) ۱۵۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۵۰ (۴) ۱۰۰

آزمونهای گزینه ۲ = یازدهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

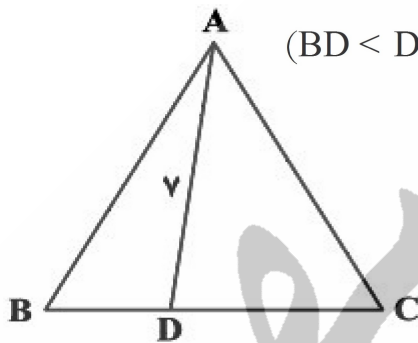
۷۹- در شکل روبه‌رو اندازه‌ی ضلع BC کدام است؟



(۱) ۵  
(۲)  $2\sqrt{19}$   
(۳)  
(۴) ۸

آزمونهای گزینه ۲ = تجربی = سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۸۰- در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع ۸، نسبت  $\frac{BD}{DC}$  چقدر است؟ ( $BD < DC$ )



(۱)  $0/6$   
(۲)  $0/5$   
(۳)  $0/3$   
(۴)  $0/4$

آزمونهای گزینه ۲ = یازدهم = سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۸۱- در مثلث قائم‌الزاویه ABC، زاویه  $A = 90^\circ$  و اندازه‌ی اضلاع قائم ۳ و ۴ واحد است. ارتفاع AH و نیمساز AD رسم شده است. اندازه‌ی DH، کدام است؟

(۱)  $\frac{8}{35}$  (۲)  $\frac{9}{35}$  (۳)  $\frac{12}{35}$  (۴)  $\frac{16}{35}$

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۸۲- در مثلث ABC نقطه‌ی M وسط BC است. نیمسازهای دو زاویه‌ی AMB و AMC دو ضلع مثلث را در P و Q قطع می‌کنند. نقطه‌ی O محل تلاقی AM و PQ است. OM برابر کدام است؟

(۱)  $\frac{1}{4}BC$  (۲) AQ (۳) OA (۴) OP

سراسری = ریاضی = ۹۸



۸۳- در مثلثی به اضلاع ۴، ۷ و ۱۰، طول نیمساز داخلی زاویه متوسط آن کدام است؟

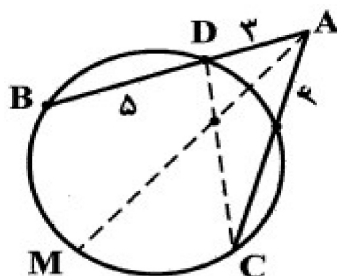
$\sqrt{30}$  (۴)

$4\sqrt{2}$  (۳)

$2\sqrt{7}$  (۲)

$\sqrt{26}$  (۱)

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۸۴- در شکل زیر، M وسط کمان BC است. AM وتر CD را به کدام

نسبت تقسیم می کند؟

$\frac{2}{5}$  (۲)

$\frac{1}{2}$  (۱)

$\frac{2}{3}$  (۴)

$\frac{3}{5}$  (۳)

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸۵- در مثلث قائم الزاویه طول اضلاع قائم ۳ و ۴ واحد است. نیمسازهای زاویه قائمه ضلع مقابل را در D و D' قطع می کند. فاصله رأس قائمه از وسط DD' کدام است؟

$\frac{60}{7}$  (۴)

$\frac{52}{7}$  (۳)

$\frac{48}{7}$  (۲)

$\frac{40}{7}$  (۱)

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸۶- در مثلثی به طول اضلاع ۱۵ و ۱۳ و ۷ واحد، نقطه‌ی تلاقی نیمسازهای درونی، نیمساز بزرگ‌ترین زاویه‌ی مثلث را به کدام نسبت تقسیم می کند؟

$\frac{5}{6}$  (۴)

$\frac{3}{4}$  (۳)

$\frac{2}{3}$  (۲)

$\frac{3}{5}$  (۱)

کنکورهای خارج از کشور => سراسری => ریاضی

۸۷- در مثلث ABC، طول اضلاع  $BC = 9$  و  $AC = 8$  و  $AB = 2$  است. نیمسازهای زاویه‌ی A ضلع BC را در M و N قطع می کنند. اندازه‌ی MN، کدام است؟

$\frac{5}{11}$  (۴)

$\frac{4}{8}$  (۳)

$\frac{4}{5}$  (۲)

$\frac{4}{2}$  (۱)

سراسری => ریاضی => ۹۷

۸۸- در مثلث ABC که  $AB = 6$  و  $AC = 9$  است، نیمساز AD را رسم کرده‌ایم. اگر  $BD = 2$  باشد، اندازه‌ی ضلع BC کدام است؟

۷ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۶

۸۹- سه ضلع مثلثی ۸، ۷ و ۱۲ واحد است. طول قطعه بزرگ‌تر که نیمساز زاویه بزرگ‌تر روی ضلع مقابل ایجاد می کند، کدام است؟

$\frac{8}{4}$  (۴)

$\frac{7}{2}$  (۳)

$\frac{6}{4}$  (۲)

$\frac{6}{3}$  (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۹۰- در مثلث ABC داریم  $6AB = 4AC = 3BC$  است. نقطه D پای نیمساز داخلی زاویه A است. BD چند برابر AB است؟

$\frac{0}{9}$  (۴)

$\frac{0}{8}$  (۳)

$\frac{0}{75}$  (۲)

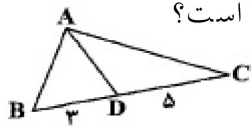
$\frac{0}{6}$  (۱)

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۹۱- در مثلث  $ABC$ ،  $a = 7$ ،  $b = 5$  و  $c = 3$  است. اگر نیمساز  $AD$  و  $BD'$  یکدیگر را در نقطه  $E$  قطع کنند، مقدار  $\frac{EA}{ED}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{3}{8}$  (۳)  $\frac{5}{8}$  (۴)  $\frac{2}{7}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵



۹۲- در شکل داده شده،  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  است. اگر محیط مثلث  $32$  باشد، مقدار  $AD$  کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{15}$  (۲)  $\sqrt{15}$  (۳)  $\sqrt{30}$  (۴)  $2\sqrt{30}$

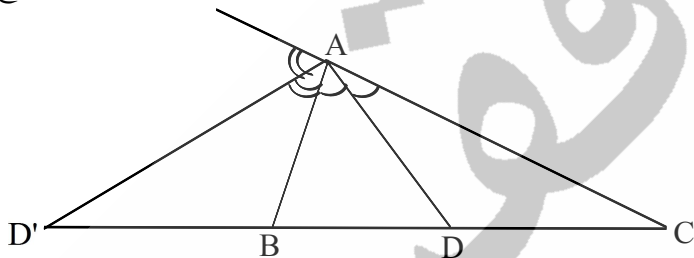
آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۹۳- در مثلثی به اضلاع  $4$ ،  $6$  و  $8$ ، نیمساز بزرگترین زاویه خارجی، کوچکترین ضلع مثلث را قطع می‌کند. نسبت مساحت مثلثی که بیرون مثلث اصلی تشکیل می‌شود به مساحت مثلث اصلی کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $2$  (۳)  $3$  (۴)  $4$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۹۴- در شکل زیر  $AD$  و  $AD'$  نیمسازهای داخلی و خارجی مثلث  $ABC$  می‌باشند، اگر  $a$  و  $b$  و  $c$  اندازه‌های اضلاع باشند نسبت  $\frac{BD}{BD'}$  برابر است با:



- (۱)  $\frac{bc}{b+c}$  (۲)  $\frac{b-c}{b+c}$  (۳)  $\frac{bc}{b-c}$  (۴)  $\frac{bc}{a}$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۹۵- در مثلثی به اضلاع  $12$ ،  $8$ ،  $7$  نیمساز زاویه کوچکتر ضلع مقابل را به دو قطعه تقسیم می‌کند. اندازه کوچکترین قطعه کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$  (۲)  $\frac{2}{1}$  (۳)  $\frac{2}{4}$  (۴)  $\frac{2}{8}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲-۹۳

۹۶- در مثلث  $ABC$  داریم  $AB = 3AC$  و  $BC = 12$ ، نقاط  $D$  و  $D'$  پای نیمسازهای داخلی و خارجی زاویه  $A$  است. مقدار  $AD^2 + AD'^2$ ، کدام است؟

- (۱)  $64$  (۲)  $72$  (۳)  $81$  (۴)  $100$

کنکورهای خارج از کشور => سراسری => ریاضی

۹۷- در مثلث  $ABC$  میانه  $AM$  رسم شده است نیمسازهای زاویه  $M$  اضلاع  $AB$  و  $AC$  را در  $D$  و  $E$  قطع کرده‌اند نسبت  $\frac{DE}{BC}$  برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{AD}{BD}$  (۲)  $\frac{AD}{AB}$  (۳)  $\frac{BD}{AB}$  (۴)  $\frac{EC}{AB}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۹۰

۹۸- در مثلث  $ABC$ : ( $\hat{A} = 90^\circ$ ,  $AB = 3$ ,  $AC = 4$ ) ارتفاع  $AH$  و نیمساز داخلی  $AD$  رسم شده است. اندازه  $DH$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{12}{35}$  (۲)  $\frac{5}{14}$  (۳)  $\frac{7}{15}$  (۴)  $\frac{15}{28}$

سراسری <= ریاضی <= ۹۰

۹۹- اگر فرض شود که در مثلثی، مجذور طول نیمساز داخلی زاویه  $A$  برابر حاصل ضرب اضلاع آن زاویه است، استنباط چگونه است؟

- (۱)  $\hat{A} < 90^\circ$  (۲)  $\hat{A} > 90^\circ$  (۳)  $\hat{A} = 90^\circ$  (۴) نادرستی فرض  
آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۹

۱۰۰- در مثلث  $ABC$  داریم  $a = 2b = 6$ ,  $c = 3b - 1$  نیمساز خارجی زاویه  $A$  امتداد ضلع مقابل را در  $D$  قطع کرده است  $DC$  چقدر است؟

- (۱)  $3/2$  (۲)  $3/5$  (۳)  $3/6$  (۴)  $3/7$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۹

۱۰۱- کوچکترین ضلع مثلثی ۱۰ واحد است. نیمساز زاویه  $A$  کوچکتر، ضلع مقابل را به دو جزء تقسیم می‌کند. کوچکترین جزء، چند واحد است، در صورتی که مثلث مفروض با مثلث به اضلاع ۲، ۴، ۵ متشابه است؟

- (۱)  $4\frac{1}{3}$  (۲)  $4\frac{4}{9}$  (۳)  $4\frac{2}{3}$  (۴)  $4\frac{2}{9}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۹

۱۰۲- در مستطیلی به ابعاد ۳ و ۴ واحد، نیمسازهای داخلی دو زاویه  $A$  متقابل، قطر دیگر مستطیل را در  $M$  و  $N$  قطع می‌کند، اندازه  $MN$  چقدر است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{5}{7}$  (۳)  $\frac{5}{6}$  (۴)  $\frac{5}{3}$

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= ریاضی

۱۰۳- اضلاع مثلثی با اعداد ۲ و ۳ و ۴ متناسب است. نیمساز زاویه  $A$  داخلی متوسط آن را رسم می‌کنیم. مساحت کوچکترین مثلث حاصل، چند برابر مساحت مثلث اصلی است؟

- (۱)  $\frac{2}{9}$  (۲)  $\frac{1}{4}$  (۳)  $\frac{1}{3}$  (۴)  $\frac{2}{5}$

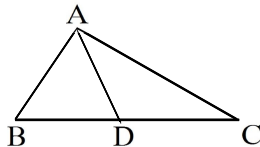
کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= ریاضی

۱۰۴- در مثلث  $ABC$  نیمساز زاویه  $A$  داخلی زاویه  $B$  ضلع  $AC$  را در نقطه  $D$  قطع می‌کند. کدام نامساوی درست است؟

- (۱)  $AB < AD$  (۲)  $BA > BD$  (۳)  $BA > AD$  (۴)  $BA > CD$

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۰۵- در شکل روبرو داریم  $AB = 3$ ,  $AC = 6$ ,  $AD = \sqrt{10}$ ,  $AD$  نیمساز زاویه  $A$  است. طول ضلع  $BC$  کدام



- (۱) ۴ (۲) ۵ (۳)  $\frac{11}{2}$  (۴) ۶

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= ۸۶

۱۰۶- در مثلثی با اضلاع ۸، ۴ و ۶ نیمساز داخلی بزرگترین زاویه، ضلع مقابل را در نقطه‌ی D قطع می‌کند. فاصله‌ی نقطه‌ی D از وسط ضلع چه قدر است؟

- (۱) ۰/۴ (۲) ۰/۵ (۳) ۰/۶ (۴) ۰/۸

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۱۰۷- در مثلث ABC، ضلع AC = ۶ و میانه‌ی BM = ۵، نیمسازهای دو زاویه AMB و CMB دو ضلع دیگر این مثلث را در P و Q قطع می‌کند. اندازه‌ی PQ کدام است؟

- (۱) ۳/۲۵ (۲) ۳/۵ (۳) ۳/۷۵ (۴) ۴

سراسری <= ریاضی <= ۹۳ (سراسری - آزاد)

۱۰۸- در مثلث ABC داریم  $\hat{A} = \frac{\pi}{2}$  و d طول نیمساز داخلی زاویه A است نسبت  $\frac{(b+c)d}{bc}$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۴) ۱

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۱۰۹- در مثلث ABC داریم:  $AC = 4$ ،  $AB = 6$ ،  $BC = 3$  فاصله پای نیمساز داخلی زاویه A تا رأس B چند برابر ضلع AB است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{4}{5}$  (۳)  $\frac{4}{3}$  (۴)  $\frac{5}{4}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱

۱۱۰- در مثلثی به اضلاع ۳ و ۴ و ۵ واحد نیمساز بزرگترین زاویه ضلع مقابل را در D قطع می‌کند از نقطه D خطوطی موازی دو ضلع دیگر مثلث رسم شده است. در مثلث‌های حاصل با کمترین مساحت تفاضل کوچک‌ترین و بزرگ‌ترین ضلع آن کدام است؟

- (۱)  $\frac{3}{5}$  (۲)  $\frac{5}{7}$  (۳)  $\frac{4}{5}$  (۴)  $\frac{6}{7}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۰-۹۱

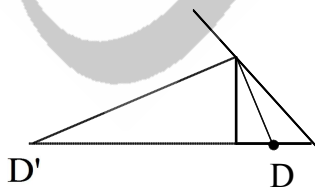
۱۱۱- در مثلثی به اضلاع ۶ و ۵ و ۳ واحد نیمساز کوچک‌ترین زاویه خارجی آن بزرگ‌ترین ضلع مثلث را قطع می‌کند، مساحت مثلثی که در خارج مثلث اصلی تشکیل می‌شود چند برابر مساحت مثلث اصلی است؟

- (۱)  $\frac{3}{4}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳) ۲ (۴)  $\frac{9}{4}$

سراسری <= ریاضی <= ۹۱

۱۱۲- در مثلثی به اضلاع ۸، ۶ و ۵ واحد، نیمسازهای کوچک‌ترین زاویه‌ی آن ضلع مقابل را در D و D' قطع می‌کنند. اندازه‌ی DD' چه قدر است؟

- (۱)  $\frac{195}{14}$  (۲)  $\frac{102}{7}$  (۳)  $\frac{120}{7}$  (۴)  $\frac{124}{7}$



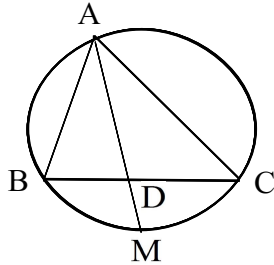
کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= ریاضی

۱۱۳- در مثلث  $ABC$  می‌دانیم  $BC = 4$ ،  $I$  محل تلاقی نیم‌سازها و  $D$  محل برخورد امتداد  $AI$  با ضلع  $BC$  است. اگر  $AI$  دو برابر  $ID$  باشد محیط مثلث  $ABC$  چه قدر است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۶

۱۱۴- در شکل مقابل نقطه‌ی  $M$  وسط کمان  $\widehat{BC}$  است و  $AB = 6$ ،  $AC = 8$ ،  $BC = 7$  است. طول  $AD$  کدام است؟



- (۱) ۶  
(۲) ۷  
(۳) ۷/۵  
(۴) ۸

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۶

۱۱۵- در مثلثی به اضلاع ۷ و ۵ و ۳ واحد نیمساز زاویه بزرگتر، کوچکترین قطعه‌ای که بر روی ضلع مقابل ایجاد کند، چقدر است؟

- (۱) ۲۱/۸ (۲) ۳۵/۸ (۳) ۷/۳ (۴) ۵/۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۷ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => ۸۷

۱۱۶- در مثلث  $ABC$  داریم  $AB = \frac{2}{3} AC$ ،  $BC = 8$ ، کوچکترین قطعه‌ای از  $BC$  که پای نیمساز داخلی زاویه  $A$  جدا

می‌کند، چه قدر است؟

- (۱) ۱/۶ (۲) ۲/۴ (۳) ۲/۵ (۴) ۳/۲

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۱۱۷- دایره محیطی مثلثی به اضلاع ۳ و ۵ و ۷ رسم شده است خطی که وسط کمان بزرگتر را به رأس مقابل مثلث وصل کند مثلث را در نقطه‌ای قطع می‌کند. کوچکترین قطعه ایجاد شده حاصل از این خط چقدر است؟

- (۱) ۲/۳۷۵ (۲) ۲/۴۲۵ (۳) ۲/۵۷۵ (۴) ۲/۶۲۵

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶

۱۱۸- در مثلث  $ABC$  داریم  $AB < AC$  نیمساز داخلی  $AD$  را رسم و از نقطه‌ی  $D$  خطی موازی  $AB$  رسم می‌کنیم تا  $AC$  را در  $E$  قطع کند. کدام تناسب نادرست است؟

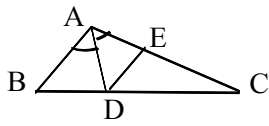
- (۱)  $\frac{CE}{ED} = \frac{CD}{BD}$  (۲)  $\frac{CE}{AE} = \frac{CD}{BD}$  (۳)  $\frac{CE}{AC} = \frac{AE}{AB}$  (۴)

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

۱۱۹- در مثلث  $ABC$  داریم:  $BC = 4$  و  $AB = \frac{2}{3} AC$ . اگر  $D$  پای نیمساز داخلی زاویه  $A$  باشد،  $DB$  چقدر است؟

- (۱) ۱/۲ (۲) ۲/۵ (۳) ۱/۶ (۴) ۲/۴

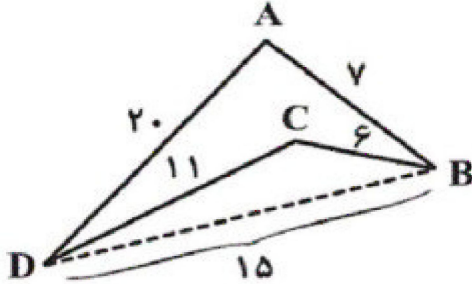
آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۲



۱۲۰- در شکل مقابل  $AD$  و  $AC = 3AB = 60$  نیمساز زاویه  $A$  است،  $DE \parallel AB$ ، اندازه  $EC$  کدام است؟

- (۱) ۱۲  
(۲)  $12/5$   
(۳)  $13/5$   
(۴) ۱۵

سراسری <= ریاضی <= ۸۱



۱۲۱- در شکل روبه‌رو نسبت مساحت مثلث  $ABD$  به مساحت مثلث  $BCD$  چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

- (۱)  $1/5$   
(۲)  $1/1$   
(۳)  $1/0.1$   
(۴)  $1/0.5$

سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۲۲- طول یک ضلع مثلثی ۷ و طول میانه‌های وارد بر دو ضلع دیگر آن  $4/5$  و  $7/5$  واحد است. مساحت این مثلث چند برابر  $\sqrt{3}$  واحد مربع است؟

- (۱)  $11/25$   
(۲)  $11/5$   
(۳)  $11/75$   
(۴) ۱۲

سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۲۳- در مثلث  $ABC$  داریم  $AB = AC = 17$  و  $BC = 16$ ، دایره‌ای به مرکز  $B$  و شعاع ۲۵ واحد، خطی را که از رأس  $A$  موازی  $BC$  رسم شود، در نقطه‌ی  $D$  قطع می‌کند. فاصله‌ی نقطه‌ی  $C$  از خط  $BD$ ، کدام است؟

- (۱)  $7/2$   
(۲)  $8/4$   
(۳)  $9/6$   
(۴)  $10/2$

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= ریاضی

۱۲۴- در مثلثی به طول اضلاع ۲، ۳ و ۴، فاصله‌ی نقطه‌ی هم‌مرسی میانه‌ها از ضلع متوسط کدام است؟

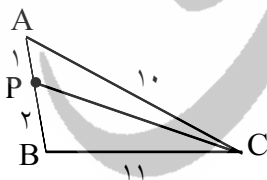
- (۱)  $\frac{\sqrt{15}}{6}$   
(۲)  $\frac{\sqrt{31}}{6}$   
(۳)  $\frac{2}{3}$   
(۴) ۱

سوالات گردآوری شده <= سری ۱ <= سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۲۵- در مثلثی با اضلاع ۱۳، ۱۴ و ۱۵، فاصله‌ی وسط ضلع متوسط از بزرگ‌ترین ضلع کدام است؟

- (۱)  $5/6$   
(۲)  $1/2$   
(۳)  $4/8$   
(۴)  $3/6$

سوالات گردآوری شده <= سری ۴ - آزمونهای نشان برتر <= آزمونهای ۹۷-۹۸



۱۲۶- در شکل مقابل مساحت مثلث  $APC$  کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{6}$   
(۲)  $4\sqrt{6}$   
(۳)  $2\sqrt{6}$   
(۴)  $\frac{3\sqrt{6}}{2}$

سوالات گردآوری شده <= سری ۴ - آزمونهای نشان برتر <= آزمونهای ۹۷-۹۸

۱۲۷- با میانه‌های مثلث ABC با طول اضلاع  $a = 5$ ،  $b = 6$  و  $c = 7$  مثلثی می‌سازیم. مساحت مثلث جدید چه قدر است؟

$$\frac{9}{4}\sqrt{6} \quad (4)$$

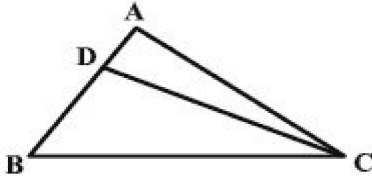
$$3\sqrt{6} \quad (3)$$

$$\frac{9}{2}\sqrt{6} \quad (2)$$

$$6\sqrt{6} \quad (1)$$

سوالات گردآوری شده = سری ۲ = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۲۸- در شکل زیر اگر  $AD = 1$ ،  $BD = 3$ ،  $CD = 5$  و  $BC = 7$  باشد، آنگاه مساحت مثلث ABC کدام است؟



$$\frac{21\sqrt{3}}{4} \quad (2)$$

$$5\sqrt{3} \quad (1)$$

$$\frac{25\sqrt{3}}{4} \quad (4)$$

$$6\sqrt{3} \quad (3)$$

سوالات گردآوری شده = سری ۱ = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۲۹- بزرگ‌ترین ارتفاع مثلث به اضلاع ۵ و ۷ و ۸ کدام است؟

$$2\sqrt{15} \quad (4)$$

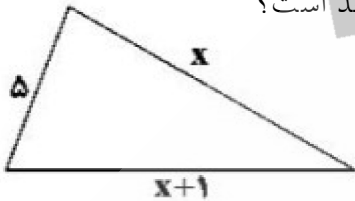
$$3\sqrt{6} \quad (3)$$

$$5\sqrt{2} \quad (2)$$

$$4\sqrt{3} \quad (1)$$

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۳۰- مساحت مثلث زیر  $6\sqrt{6}$  واحد مربع است. شعاع دایره‌ی محاطی داخلی آن چند واحد است؟



$$\frac{3}{2}\sqrt{6} \quad (2)$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{6} \quad (1)$$

$$2\sqrt{6} \quad (4)$$

$$3\sqrt{6} \quad (3)$$

سوالات گردآوری شده = سری ۲ = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۳۱- بزرگ‌ترین ارتفاع مثلث با اندازه‌ی اضلاع ۳، ۵ و ۶ چقدر است؟

$$\frac{3}{2}\sqrt{14} \quad (4)$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{14} \quad (3)$$

$$\frac{3}{4}\sqrt{14} \quad (2)$$

$$\frac{4}{3}\sqrt{14} \quad (1)$$

سوالات گردآوری شده = سری ۲ = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۱۳۲- در مثلثی با اضلاع ۹، ۱۶ و ۲۳ طول ارتفاع وارد بر ضلع متوسط کدام است؟

$$6\sqrt{5} \quad (4)$$

$$3\sqrt{5} \quad (3)$$

$$\frac{8\sqrt{5}}{3} \quad (2)$$

$$\frac{23\sqrt{5}}{2} \quad (1)$$

سوالات گردآوری شده = سری ۴ - آزمونهای نشان برتر = آزمونهای ۹۶-۹۷

۱۳۳- در مثلث به اضلاع ۱۳، ۱۴ و ۱۵ اندازه‌ی شعاع دایره‌ی محاطی داخلی کدام است؟

$$\frac{\sqrt{1263}}{7} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$3 \quad (2)$$

$$2 \quad (1)$$

سوالات گردآوری شده = سری ۴ - آزمونهای نشان برتر = آزمونهای ۹۶-۹۷



۱۳۴- اندازه اضلاع یک مثلث  $\frac{25}{3}$ ،  $\frac{20}{3}$  و ۵ می‌باشند، مقدار حاصل ضرب Sin زوایای مثلث کدام است؟

- (۱)  $0/32$  (۲)  $0/36$  (۳)  $0/42$  (۴)  $0/48$

آزمایشی سنجش  $\leq$  یازدهم  $\leq$  سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۳۵- اضلاع یک مثلث برابر ۳، ۵ و ۷ می‌باشند. بزرگ‌ترین ارتفاع مثلث کدام است؟

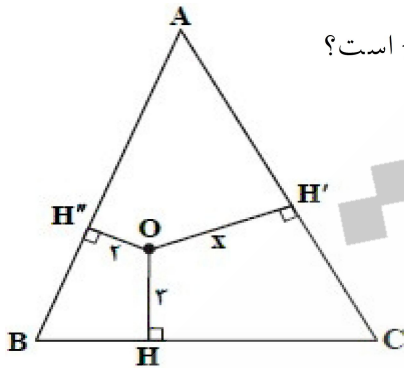
- (۱)  $\frac{15\sqrt{3}}{14}$  (۲)  $\frac{15\sqrt{3}}{7}$  (۳)  $\frac{5\sqrt{3}}{4}$  (۴)  $\frac{5\sqrt{3}}{2}$

آزمایشی سنجش  $\leq$  یازدهم  $\leq$  سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۳۶- در مثلثی به اضلاع ۴، ۱۳ و ۱۵ سانتی‌متر، نقطه‌ای درون مثلث از اضلاع به طول ۴ و ۱۳، به ترتیب به فاصله ۲ و ۱ سانتی‌متر است. این نقطه از ضلع بزرگ‌تر مثلث چه فاصله‌ای بر حسب سانتی‌متر دارد؟

- (۱)  $0/9$  (۲)  $1/8$  (۳)  $2/7$  (۴)  $3/6$

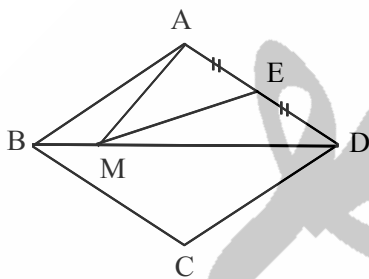
سوالات گردآوری شده  $\leq$  سری ۱  $\leq$  سال تحصیلی ۹۶-۹۷



۱۳۷- در شکل مقابل اگر  $BC = 13$ ،  $AB = 14$  و  $AC = 15$ ، مقدار  $x$  چند برابر  $\frac{1}{15}$  است؟

- (۱) ۱۰۱  
(۲) ۱۰۳  
(۳) ۱۰۰  
(۴) ۱۰۲

آزمونهای گزینه ۲  $\leq$  یازدهم  $\leq$  سال تحصیلی ۹۶-۹۷



۱۳۸- در لوزی ABCD مطابق شکل زیر، E وسط ضلع AD و M نقطه‌ای دلخواه روی قطر BD است. اگر محیط مثلث MAE کم‌ترین مقدار ممکن باشد، آن‌گاه مساحت آن چه کسری از مساحت لوزی است؟

- (۱)  $\frac{1}{12}$  (۲)  $\frac{1}{6}$   
(۳)  $\frac{1}{9}$  (۴)  $\frac{1}{15}$

سوالات گردآوری شده  $\leq$  سری ۲  $\leq$  سال تحصیلی ۹۶-۹۷

۱۳۹- مساحت مثلث با اضلاع ۴، ۵ و ۶ برابر کدام است؟

- (۱)  $\frac{5\sqrt{63}}{4}$  (۲)  $\frac{\sqrt{63}}{4}$  (۳)  $\frac{3\sqrt{63}}{4}$  (۴)  $\frac{7\sqrt{63}}{4}$

سوالات گردآوری شده  $\leq$  سری ۴ - آزمونهای نشان برتر  $\leq$  آزمونهای ۹۳-۹۴

۱۴۰- مساحت مثلثی که طول اضلاع آن ۵ و ۵ و ۶ باشد، چقدر است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۶ (۳) ۱۵ (۴) ۱۲

آزمونهای گزینه ۲  $\leq$  تجربی  $\leq$  سال تحصیلی ۹۱ - ۹۲



۱۴۱- مثلث ABC با اضلاع ۱۴ و ۱۰ و ۶ مفروض می‌باشد، شعاع دایره‌ی محیطی این مثلث کدام است؟

(۴) ۸/۱

(۳) ۳۲/۳۳

(۲) ۰/۴۴

سوال‌ت گردآوری شده = سری ۴ - آزمونهای نشان برتر = آزمونهای ۹۱-۹۰

۱۴۲- شعاع دایره محاطی داخلی مثلث به اضلاع ۸ و ۱۵ و ۱۷ چیست؟

(۴) ۳

(۳) ۲۳

(۲) ۵

(۱) ۱۲

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۲

علی فقیهی

علی

۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\cos C = \frac{AC}{BC} \Rightarrow \frac{11}{\sqrt{170}} = \frac{11}{BC}$$

در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$(BC = \sqrt{170}, AC = 11) \Rightarrow AB^2 = 170 - 121 = 49 \Rightarrow AB = 7$$

$$(\hat{A} = 75^\circ, \hat{B} = 45^\circ) \Rightarrow \hat{C} = 60^\circ$$

۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{AB}{\sin C} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}}{\frac{1}{2}} = \frac{AC}{\frac{1}{2}} \Rightarrow AC = 2$$

۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\text{نکته: } \tan(\alpha + \beta) = \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 - \tan \alpha \tan \beta}$$

فرض کنیم  $OA = x$  و زاویه  $A$  در مثلث OMA برابر  $\alpha$  باشد، در این صورت داریم:

$$\widehat{OMA} : \tan \alpha = \frac{1}{x}$$

$$\tan(45^\circ + \alpha) = \frac{\tan 45^\circ + \tan \alpha}{1 - \tan 45^\circ \tan \alpha} = \frac{1 + \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} \rightarrow \frac{1 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}}$$

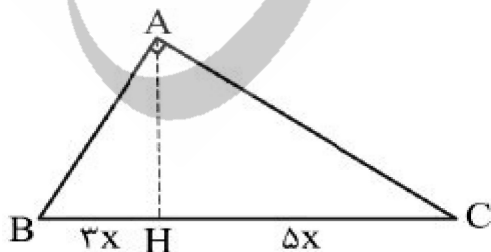
$$\widehat{ONA} : \tan(45^\circ + \alpha) = \frac{ON}{OA} = \frac{6}{x}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + \frac{1}{x}}{1 - \frac{1}{x}} = \frac{6}{x} \Rightarrow \frac{x+1}{x-1} = \frac{6}{x} \Rightarrow x^2 + x = 6x - 6 \Rightarrow x^2 - 5x + 6 = 0$$

$$\Rightarrow (x-2)(x-3) = 0 \Rightarrow x = 2 \text{ یا } x = 3$$

هر دو جواب قابل قبول است. بنابراین با توجه به گزینه‌ها، گزینه‌ی ۲ پاسخ است.

۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

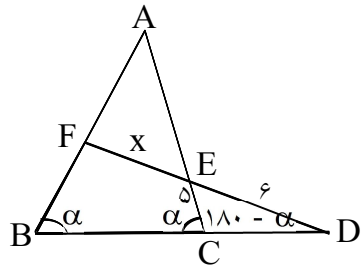


$$AC^2 = BC \times HC = 8k \times 5k = 40k^2$$

$$(6\sqrt{10})^2 = 40k^2 \Rightarrow k^2 = \frac{360}{40} = 9 \Rightarrow k = 3$$

$$\widehat{AHC} : AH^2 = AC^2 - CH^2 = (6\sqrt{10})^2 - (5 \times 3)^2$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در دو مثلث  $\triangle CDE$  و  $\triangle BDF$  قضیه سینوسها را می‌نویسیم:



$$\left. \begin{aligned} \triangle CDE: \frac{5}{\sin D} &= \frac{6}{\sin(180 - \alpha)} \\ \triangle BDF: \frac{7}{\sin D} &= \frac{6+x}{\sin \alpha} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{5}{7} = \frac{6}{6+x}$$

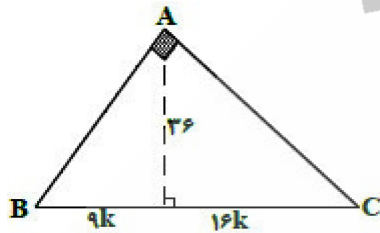
$$\Rightarrow 30 + 5x = 42 \Rightarrow x = \frac{12}{5} = 2/4$$

۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث  $ABC$  داریم: پس  $\frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{8} = \frac{\sin B}{2\sqrt{6}} \Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$\hat{B} = 60$  یا  $120$ ، در نتیجه  $\hat{C} = 180 - 165 = 15$  یا  $\hat{C} = 180 - 105 = 75$  است.

۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر رابطه سینوسها داریم  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} \Rightarrow \frac{a}{\frac{1}{2}} = \frac{a\sqrt{2}}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2}$

$B = 45$  یا  $135$  چون  $A + B + C = 180$  الزاماً  $C = 15$  یا  $105$  است.



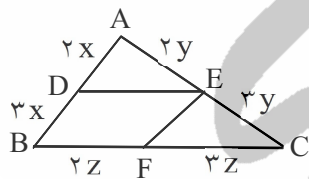
$$9k \times 16k = 36 \times 36$$

$$k^2 = 9 \Rightarrow k = 3 \Rightarrow BC = 75$$

۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

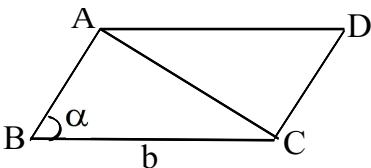
در مثلث قائم‌الزاویه داریم

$$AD = 2x, \frac{AD}{BD} = \frac{2}{3} \Rightarrow BD = 3x$$



حالا مساحت متوازی‌الاضلاع و مساحت مثلث  $ABC$  را با کمک سینوس زاویه  $B$  به دست می‌آوریم.

$$\frac{S_{BDEF}}{S_{ABC}} = \frac{BD \times BF \sin B}{\frac{1}{2} BA \times BC \sin B} = \frac{(3x)(2z)}{\frac{1}{2}(5x)(5z)} = \frac{12}{25} = \frac{48}{100} = 48\%$$

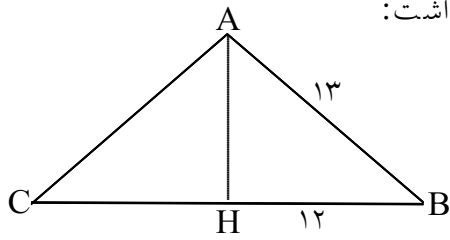


نکته: مساحت هر متوازی‌الاضلاع برابر ضرب دو ضلع مجاور در سینوس زاویه بین آنها است:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} a \cdot b \cdot \sin \alpha \Rightarrow S_{ABCD} = 2 S_{ABC} = a \cdot b \cdot \sin \alpha$$

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. ارتفاع مثلث متساوی الساقین رسم شود خواهیم داشت:



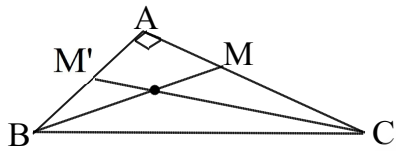
$$AH = \sqrt{13^2 - 12^2} = 5 \Rightarrow \sin B = \frac{5}{13}$$

$$b = 2R \sin B \Rightarrow 13 = 2R \left( \frac{5}{13} \right) \Rightarrow R = 16/9$$

در هر مثلث داریم:

۱۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. قضیه ی سینوس ها:

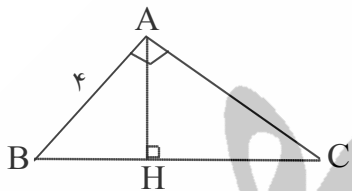
۱۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.



$$\left. \begin{aligned} BM'^2 &= AB^2 + AM^2 \\ CM'^2 &= AM^2 + AC^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow BM^2 + CM^2$$

$$= AB^2 + AC^2 + \left( \frac{AC}{2} \right)^2 + \left( \frac{AB}{2} \right)^2 = \frac{5}{4} (AB^2 + AC^2) = \frac{5}{4} (BC^2)$$

۱۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم الزاویه ABH داریم:

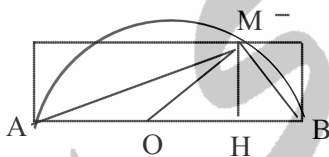


$$(AB = 4, \hat{B} = 60^\circ) \Rightarrow BH = 2, AH = 2\sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2} BC \cdot AH \Rightarrow 12\sqrt{3} = \frac{1}{2} BC (2\sqrt{3}) \Rightarrow BC = 12$$

در مثلث قائم الزاویه ACH ضلع  $CH = 12 - 2 = 10$  پس  $AC = \sqrt{10^2 + 12^2} = \sqrt{144 + 100} = \sqrt{244} = 2\sqrt{61}$  است.

۱۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم الزاویه MOH داریم



$$OH^2 = OM^2 - MH^2 = 64 - 49 \Rightarrow OH = \sqrt{15}$$

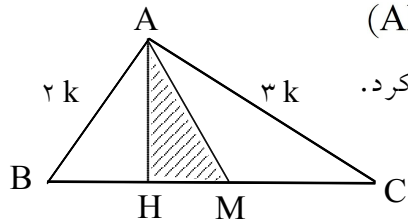
پس  $AH = 8 + \sqrt{15}$  در مثلث قائم الزاویه AMH داریم:

$$AM^2 = AH^2 + MH^2 = (8 + \sqrt{15})^2 + 49 = 128 + 16\sqrt{15} + 64 + 49 = 241 + 16\sqrt{15} = 8(16 + 2\sqrt{15})$$

$$AM = 2\sqrt{2 + 2\sqrt{30}}$$

۱۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

$$(AB = 2k, AC = 3k) \Rightarrow BC = \sqrt{13} k$$



چون نسبت مساحت‌ها خواسته شده است برای سهولت عمل می‌توان  $k = 1$  فرض کرد.

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow BH = \frac{4}{\sqrt{13}}, BM = \frac{\sqrt{13}}{2}$$

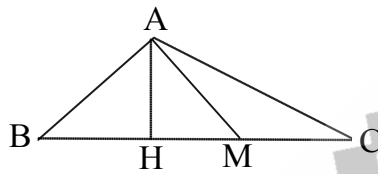
در نتیجه  $MH = \frac{\sqrt{13}}{2} - \frac{4}{\sqrt{13}} = \frac{5}{2\sqrt{13}}$ ، دو مثلث  $ABC$ ،  $AMH$  در ارتفاع  $AH$  مشترک پس نسبت

$$\frac{MH}{BC} = \frac{\frac{5}{2\sqrt{13}}}{\sqrt{13}} = \frac{5}{26}$$

مساحت‌ها برابر نسبت قاعده‌ها است.

۱۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ارتفاع  $AH$  مساحت مثلث را به نسبت ۲۵ و ۴۹

تقسیم می‌کند مساحت مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  برابر  $\frac{35}{2}$  است. مساحت



$ABH$  برابر  $\frac{25}{4} \times \frac{25}{74}$  می‌باشد و مساحت مثلث  $ABM$  برابر  $\frac{35}{4}$  است. لذا

$$\frac{35}{4} \left( \frac{12}{37} \right) = \frac{105}{37} \text{ یا}$$

مساحت مورد نظر برابر است با:

$$C = 3\sqrt{2}, b = 3, \hat{B} = 30^\circ$$

۱۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sin B}{b} = \frac{\sin C}{c} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{\sin C}{3\sqrt{3}} \Rightarrow \sin C = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$C = 60 \text{ یا } 120 \Rightarrow A = 180 - (30 + 60) = 90 \text{ یا } A = 180 - (30 + 120) = 30$$

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$$

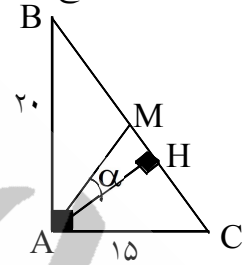
۱۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در مثلث  $ABC$  رابطه‌ی سینوس‌ها را داریم:

طبق فرض:  $C = AB = \sqrt{6}$ ,  $A = 60^\circ$ ,  $B = 75^\circ$  پس  $\hat{C} = 180 - (60 + 75)$  یا  $\hat{C} = 45^\circ$  خواهیم داشت.

$$\frac{a}{\sqrt{3}} = \sqrt{3} \Rightarrow a = 3 \text{ یا } \frac{a}{\sin 60} = \frac{\sqrt{6}}{\sin 45} \Rightarrow \frac{2a}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{2}}$$

$BC = 3$  اندازه‌ی  $a$

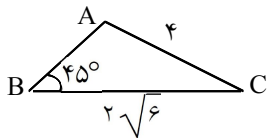
۱۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.



$$\sin \alpha = \frac{3/5}{12/5} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

۲۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به قضیه ی سینوس ها داریم:

$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}}{\sin A} = \frac{4}{\frac{\sqrt{2}}{2}}$$



$$\Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{12}}{4} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$$

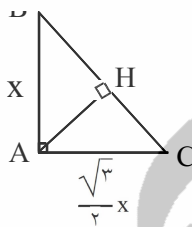
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180 \Rightarrow 60 + 45 + \hat{C} = 180 \Rightarrow \hat{C} = 75^\circ$$

$$AC = \frac{\sqrt{3}}{2}x, AB = x$$

۲۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. فرض کنیم در مثلث قائم الزاویه ی ABC داشته باشیم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = x^2 + \left(\frac{\sqrt{3}}{2}x\right)^2 = \frac{7}{4}x^2 \Rightarrow BC = \frac{\sqrt{7}}{2}x$$

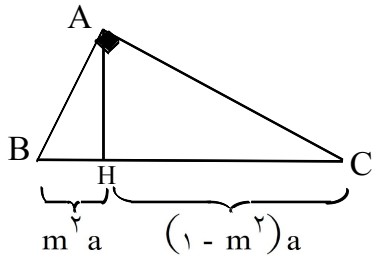
$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AH \times \frac{\sqrt{7}}{2}x = x \times \frac{\sqrt{3}}{2}x \Rightarrow AH = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}x$$



$$AB^2 = BH \times BC \Rightarrow x^2 = BH \times \frac{\sqrt{7}}{2}x \Rightarrow BH = \frac{2}{\sqrt{7}}x$$

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABH}} = \frac{\frac{1}{2}AB \times AC}{\frac{1}{2}AH \times BH} = \frac{x \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}x}{\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{7}}x \cdot \frac{2}{\sqrt{7}}x} = \frac{\sqrt{3}}{4} = 1/1.33$$

۲۲- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.  
داریم:

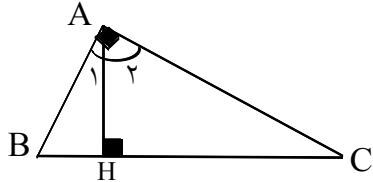


$$BC = BH + CH = m^2 a + (1 - m^2) a = a$$

$$AH^2 = BH \cdot HC \Rightarrow m^2 a (1 - m^2) a = m^2 (1 - m^2) a^2$$

$$\Rightarrow AH = m \sqrt{1 - m^2} a \Rightarrow S = \frac{1}{2} a \times AH = \frac{1}{2} m \sqrt{1 - m^2} a^2$$

نکته: در هر مثلث قائم الزاویه با توجه به تشابه دو به دو مثلث های ABH و ACH و ABC می توان ثابت کرد:



$$AB^2 = BH \times BC$$

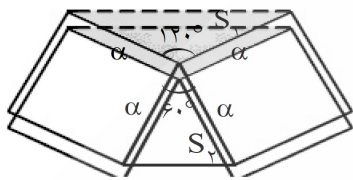
$$AC^2 = CH \times BC$$

$$AH^2 = BH \times CH$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}_1 + \hat{A}_2 &= 90^\circ \\ \hat{A}_1 + \hat{B} &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{B}$$

ضمن آن که  $\hat{A}_2 = \hat{B}$  و  $\hat{A}_1 = \hat{C}$  (و همین دلیل تشابه است) زیرا:

و به دلیل مشابه  $\hat{A}_1 = \hat{C}$



$$S_{ABC} = \frac{1}{2} ab \sin C$$

$$\left\{ \begin{aligned} S_1 &= \frac{1}{2} a \times a \times \sin 120^\circ \\ S_2 &= \frac{1}{2} a \times a \times \sin 60^\circ \end{aligned} \right. \Rightarrow \frac{S_1}{S_2} = \frac{\frac{1}{2} a \times a \times \sin 120^\circ}{\frac{1}{2} a \times a \times \sin 60^\circ} = 1$$

توضیح: از آن جا که  $120^\circ$  و  $60^\circ$  مکمل یکدیگرند، مقدار  $\sin$  شان با هم برابر است.

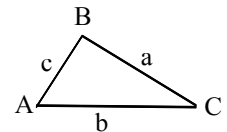
۲۴- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث مفروض با توجه به قضیه سینوس ها داریم:

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin c} \Rightarrow \frac{a}{\sin 2B} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin 2B}$$

$$\frac{a}{2 \cos B} = \frac{b}{1} = \frac{c}{2 \cos B - 1} \Rightarrow \frac{a}{2 \cos B} = \frac{b}{1} = \frac{c}{2 \cos B - 1}$$

$$b(2 \cos^2 B - 1) = c \Rightarrow b \left( \frac{a^2}{b^2} - 1 \right) = c \Rightarrow a^2 - b^2 = bc$$

از روابط  $\sin 2B = 2 \sin B \cos B$  و  $\sin^2 B = 3 \sin B - 2 \sin^3 B$  استفاده کرده ایم.



۲۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. بنابر رابطه سینوس ها:

$$\frac{\sin 60^\circ}{4\sqrt{6}} = \frac{\sin B}{8} \Rightarrow \sin B = \frac{8 \times \frac{\sqrt{3}}{2}}{4\sqrt{6}} = \frac{4\sqrt{3}}{4\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\hat{C} = 180^\circ - (60^\circ + 45^\circ) = 75^\circ, B = 45^\circ$$

پس:

$$\sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \text{ پس } \frac{\sin A}{a} = \frac{\sin B}{b} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{\sin B}{a\sqrt{2}}$$

۲۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC داریم

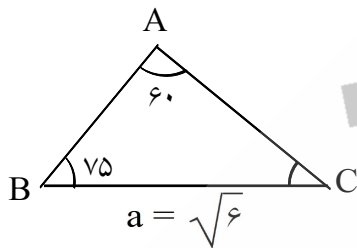
در نتیجه  $B = 45^\circ$  یا  $B = 135^\circ$  می دانیم:

$$C = 105^\circ \text{ یا } C = 15^\circ \text{ در نتیجه } C = 180^\circ - (A+B)$$

۲۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

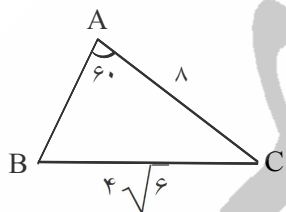
$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \xrightarrow[\hat{B} = 75^\circ]{\hat{A} = 60^\circ} \hat{C} = 45^\circ$$

با توجه به قضیه سینوس ها داریم:



$$\frac{a}{\sin A} = \frac{c}{\sin C} \Rightarrow \frac{\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{c}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow c = 2$$

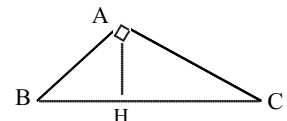
۲۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\frac{BC}{\sin A} = \frac{AC}{\sin B} \Rightarrow \frac{4\sqrt{6}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = \frac{8}{\sin B} \Rightarrow \sin B = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow B = 45^\circ \Rightarrow \hat{C} = 75^\circ$$

۲۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم الزاویه ی ABC ارتفاع  $AH = 2\sqrt{6}$  و  $BH = 2K$  و  $CH = 3K$  است. می توان نوشت:

$$AH^2 = BH \cdot CH \Rightarrow 24 = 2K \times 3K \Rightarrow K = 2$$



پس  $BH = 4$  و  $CH = 6$  و  $BC = 10$ .

$$AB^2 = BH \cdot BC \Rightarrow AB^2 = 4 \times 10$$

هم چنین داریم:

پس  $AB = 2\sqrt{10}$  است.



۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

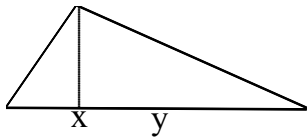
مجموع زاویه‌های مثلث ۱۸۰ درجه است:  $\frac{\hat{A}}{5} = \frac{\hat{B}}{3} = \frac{\hat{C}}{2} = \frac{\hat{A} + \hat{B} + \hat{C}}{10} = 18$  پس:  $\hat{A} = 90^\circ$ . در مثلث قائم‌الزاویه، میانه AM نصف وتر BC است، پس:  $BC = 8$

$$AB \cos B + AC \cos C = BC = 8$$

۳۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. زاویه‌ی C محاسبه شود.  $\hat{C} = 180 - (45 + 60) = 75^\circ$

$$\sin 75 = \sin(30 + 45) = \sin 30 \cos 45 + \cos 30 \sin 45 = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}$$

$$\frac{\sin C}{AB} = \frac{\sin A}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4AB} = \frac{\sqrt{3}}{2(12)} \Rightarrow \frac{\sqrt{2} + \sqrt{6}}{AB} = \frac{\sqrt{3}}{6} = \frac{1}{2\sqrt{3}} \Rightarrow AB = 2\sqrt{6} + 6\sqrt{2}$$

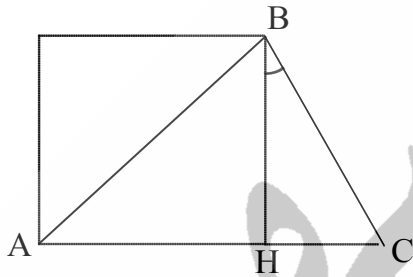


۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مربع ارتفاع برابر است با حاصل ضرب دو قطعه وتر

$$\text{یا } xy = (24)^2, \frac{x}{y} = \frac{9}{16} \Rightarrow x^2 = 24 \times 24 \times \frac{9}{16}$$

$$x^2 = 9 \times 9 \times 4 \Rightarrow y = 32, x = 18 \Rightarrow x + y = 50$$

۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اگر ضلع مربع a قطر مربع  $AB = a\sqrt{2}$  است. در مثلث ABC داریم:



$$\hat{A} = 45^\circ, AC = AB = a\sqrt{2}, CH = a\sqrt{2} - AH = (\sqrt{2} - 1)a$$

$$\hat{C} = \hat{B} = \frac{180 - 45}{2} = 67.5 \Rightarrow \hat{B}_1 = 22.5$$

$$\text{می‌دانیم } \text{tg } 22.5 = \sqrt{2} - 1 \text{ پس } \text{tg } B_1 = \frac{CH}{BH} = \frac{a(\sqrt{2} - 1)}{a}$$

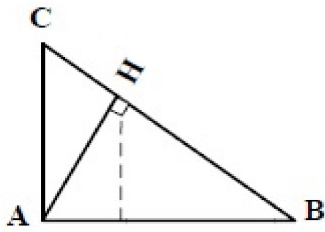
$$\triangle AHB \sim \triangle ABC$$

$$\frac{AB}{BC} = \frac{AH}{AC} = \frac{BH}{AB} \Rightarrow AH \cdot BC = AC \cdot AB$$

۳۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در نتیجه:

رابطه‌ای درست است.

۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$AC^2 = AH^2 + CH^2$$

$$AB^2 = AH^2 + BH^2$$

$$AC^2 + AB^2 = 2AH^2 + BH^2 + CH^2 = BC^2$$

از طرفی داریم  $AH = \frac{BC}{4}$  در نتیجه داریم.

از طرفی داریم

$$BH^2 + CH^2 = 14AH^2$$

$$(BH + CH)^2 + 2BH \times CH = 14AH^2$$

$$BH^2 + CH^2 + 2BH \times CH = 14AH^2$$

$$BH \times CH = AH^2 = \frac{BC^2}{16}$$

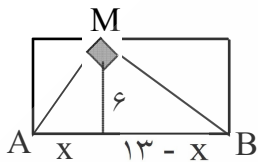
۳۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به قضیه سینوس ها در مثلث های  $AMC$  و  $AMB$  داریم:

$$\frac{AM}{\sin B} = \frac{MB}{\sin A_1}, \quad \frac{AM}{\sin C} = \frac{MC}{\sin A_2}$$

$$\frac{2AM}{BC} = \frac{\sin B}{\sin A_1} = \frac{\sin C}{\sin A_2}$$

۳۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

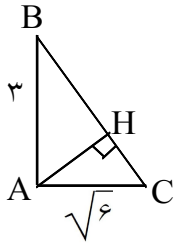
در مثلث قائم الزاویه  $MAB$  داریم:



$$x(13 - x) = 6^2 \Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0 \Rightarrow x = 4$$

۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. فرض کنیم AH ارتفاع وارد بر وتر باشد.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 = 9 + 6 = 15 \Rightarrow BC = \sqrt{15}$$



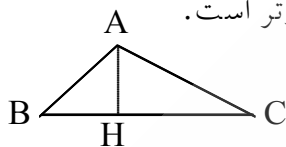
نسبت مساحت دو مثلث با ارتفاع یکسان به نسبت قاعده‌های آنهاست:

$$\frac{S_{ABH}}{S_{ACH}} = \frac{BH}{CH} = \frac{\frac{9}{\sqrt{15}}}{\frac{6}{\sqrt{15}}} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

$$\frac{S_{ACH}}{S_{ABH}} = \frac{CH}{BH} = \frac{\frac{6}{\sqrt{15}}}{\frac{9}{\sqrt{15}}} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}$$

۳۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

می‌دانیم  $1\frac{1}{4} = \frac{5}{4}$  و  $1\frac{4}{5} = \frac{9}{5}$  در مثلث قائم‌الزاویه مربع ارتفاع برابر حاصلضرب دو قطعه وتر است.

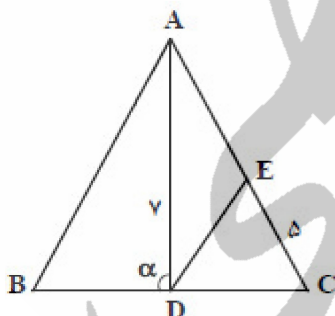


$$AH^2 = BH \cdot CH$$

$$AH^2 = \frac{9}{5} \times \frac{5}{4} = \frac{9}{4}$$

$$AH = \frac{3}{2} = 1\frac{1}{2} \text{ پس اندازه ارتفاع } 1\frac{1}{2}$$

۴۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\frac{8}{\sin \alpha} = \frac{7}{\sin 60^\circ} \Rightarrow \sin \alpha = \frac{4\sqrt{3}}{7}$$

$$\cos \alpha = \sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \frac{1}{7}$$

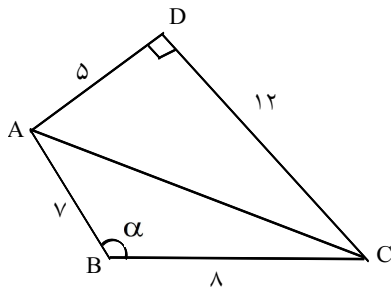
$$AD^2 + BD^2 - 2AD \times BD \cos \alpha = AB^2$$

$$49 + BD^2 - 2BD = 64 \rightarrow BD = 5$$

$$CD = 8 - 5 = 3$$

$$ED^2 = CD^2 + CE^2 - 2CD \times CE \cos 60^\circ = 9 + 25 - 15 = 19$$

$$ED = \sqrt{19}$$



۴۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. قطر  $AC$  را رسم می‌کنیم در مثلث قائم‌الزاویه  $ADC$  می‌نویسیم:

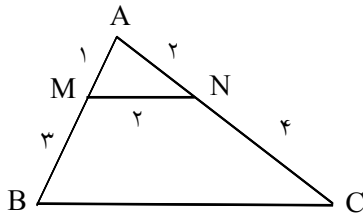
$$AC^2 = AD^2 + DC^2 = 5^2 + 12^2 = 169 \Rightarrow AC = 13$$

حال با استفاده از قضیه‌ی کسینوس‌ها در مثلث  $ABC$  می‌توان نوشت.

$$\Rightarrow 13^2 = 7^2 + 8^2 - 2(7)(8)\cos\alpha \Rightarrow \cos\alpha = -\frac{1}{2}$$

$$\text{بنابراین } \alpha = 120^\circ \text{ در نتیجه } \sin 120^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

۴۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با استفاده از قضیه‌ی کسینوس‌ها در مثلث  $AMN$  زاویه‌ی  $A$  را به دست می‌آوریم:



$$MN^2 = AM^2 + AN^2 - 2AM \cdot AN \cos A$$

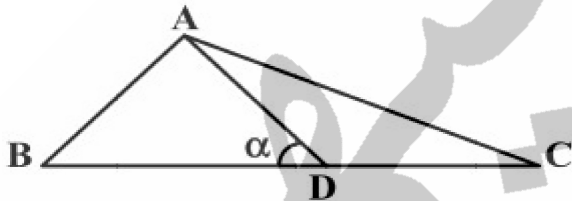
$$4 = 1 + 4 - 2(1)(2)\cos A \Rightarrow \cos A = \frac{1}{4}$$

حال از قضیه‌ی کسینوس‌ها در مثلث  $ABC$  استفاده می‌کنیم.

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cos A \Rightarrow BC^2 = 16 + 36 - 2(4)(6)\left(\frac{1}{4}\right) = 40$$

$$\Rightarrow BC = 2\sqrt{10}$$

۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\left. \begin{aligned} AB^2 &= AD^2 + DB^2 - 2AD \cdot DB \cos \alpha \\ AC^2 &= AD^2 + DC^2 + 2AD \cdot DC \cos \alpha \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} DC \\ DB \end{array}$$

$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot DB = AD^2 (DB + DC) + DB \cdot DC (DB + DC)$$

$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot DB - AD^2 \cdot BC = DB \cdot DC \cdot BC$$

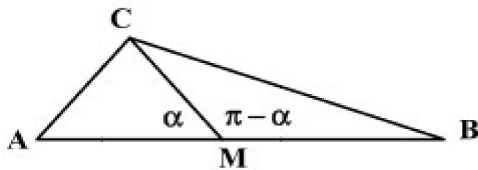
۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{cases} CA^2 = CM^2 + MA^2 - 2 CM \cdot MA \cos \alpha \\ CB^2 = CM^2 + MB^2 - 2 CM \cdot MB \cos(\pi - \alpha) \end{cases}$$

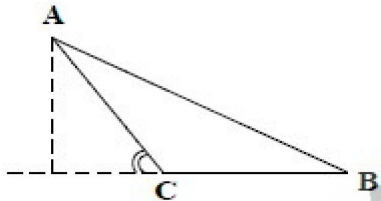
از جمع دو رابطه داریم:

مقدار ثابت

پس مکان C دایره‌ای به مرکز M و به شعاع ثابت MC



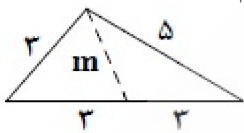
۴۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$(a - b)(a^2 + ab + b^2) = c^2(a - b) \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 + ab$$

در نتیجه  $\hat{C} = 120^\circ$  و تصویر مطلوب  $b \cos 60^\circ = \frac{b}{2}$

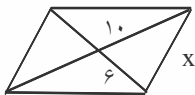
۴۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. کوچکترین میانه نظیر بزرگترین ضلع است در مثلث‌های کناری داریم:



$$\begin{cases} 9 = m^2 + 9 - 6m \cos \alpha \Rightarrow m^2 = 8 \\ 25 = m^2 + 9 + 6m \cos \alpha \end{cases}$$

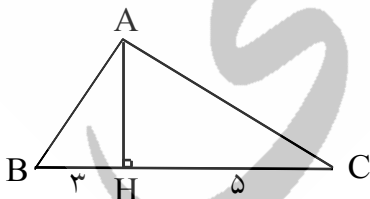
پس  $m = 2\sqrt{2}$

۴۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. قطرهای متوازی الاضلاع منصف هم‌اند:



$$x^2 = 100 + 36 - 2(60) \cos 60^\circ = 136 - 60 = 76 \Rightarrow x = 2\sqrt{19}$$

۴۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ضلع  $BC = 8$  با معلوم بودن مساحت  $S = 16$  ارتفاع  $AH$  محاسبه می‌شود.



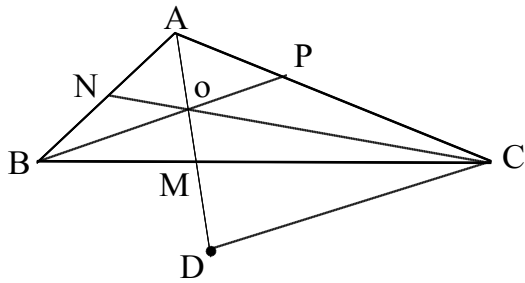
$$16 = \frac{1}{2} AH \times 8 \Rightarrow AH = 4$$

پس  $AB = \sqrt{9 + 16} = 5$  و  $AC = \sqrt{16 + 25} = \sqrt{41}$

بنابر دستور کسینوس‌ها داریم:

$$\cos A = \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc} = \frac{25 + 41 - 64}{10 \cdot \sqrt{41}} = \frac{1}{5\sqrt{41}} = \frac{\sqrt{41}}{205}$$

۴۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنید  $O$  نقطه تلاقی میانه‌های مثلث  $ABC$  باشد. اگر از  $M$  در راستای  $OM$  و به اندازه آن امتداد دهیم به  $D$  می‌رسیم پس  $CD = OB$  و  $S_{ABC} = 6S_{OCM} = 3S_{OCD}$



در مثلث  $OCD$  داریم:

$$OD^2 = OC^2 + DC^2 - 2OC \times DC \cos(\widehat{OCD}) \Rightarrow 36 = 100 + 64 - 160 \cos(\widehat{OCD})$$

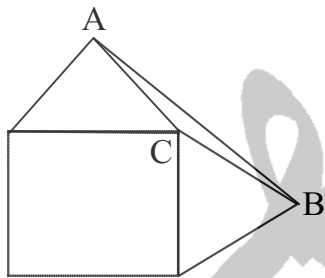
$$\Rightarrow \cos(\widehat{OCD}) = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin(\widehat{OCD}) = \frac{3}{5} \Rightarrow S_{ABC} = 3S_{OCD} = 3 \times \frac{1}{2} \times 10 \times 8 \times \frac{3}{5} = 72$$

۵۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در هر مثلث داریم:

$$\begin{cases} b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C \end{cases} \Rightarrow 2a^2 = 2a(b \cos C + c \cos B)$$

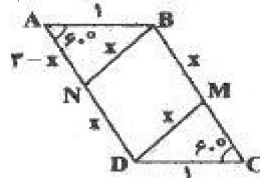
در نتیجه  $\frac{b}{a} \cos C + \frac{c}{a} \cos B = 1$  پس نوع مثلث غیر مشخص است.

۵۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مثلث  $CAB$  متساوی‌الساقین با ضلع  $CA = CB = 1$  و زاویه  $A = B = 30^\circ$  است.



$$AB^2 = (1)^2 + (1)^2 - 2(1)(1) \left(-\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 2 + \sqrt{3} \Rightarrow AB = \sqrt{2 + \sqrt{3}}$$

۵۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق قضیه سینوس‌ها داریم:



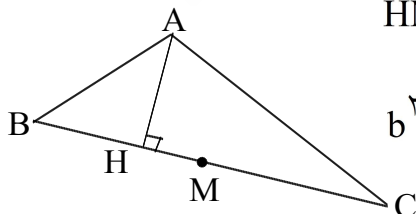
در مثلث  $ABN$ :

$$x^2 = 1 + (3-x)^2 - 2(3-x) \cos 60^\circ$$

$$x^2 = 10 - 6x + x^2 - 3 + x$$

$$5x = 7 \Rightarrow x = \frac{7}{5} = 1\frac{2}{5}$$

۵۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم:  $HM = BM - BH = 3 - BH$   
طول  $BH$  را محاسبه می‌کنیم.  $BH = AB \cos B = 5 \cos B$



$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \Rightarrow 49 = 25 + 36 - 60 \cos B$$

پس  $\cos B = \frac{1}{5} \Rightarrow BH = 1$  و اندازه  $HM = 2$

۵۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. مساحت مثلث از رابطه‌ی  $S = \frac{1}{2}bc \sin A$  محاسبه می‌شود.

$$\sqrt{189} = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \sin A \Rightarrow 3\sqrt{21} = 3 \times 5 \sin A \Rightarrow \sin A = \frac{\sqrt{21}}{5} \Rightarrow \cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \frac{2}{5}$$

از رابطه‌ی  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$  خواهیم داشت:  $a^2 = 25 + 36 - 2(5 \times 6) \left(\frac{2}{5}\right) = 25 + 36 - 24 = 37$

۵۵- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. بزرگ‌ترین زاویه مقابل به بزرگ‌ترین ضلع مثلث است. از رابطه  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$  خواهیم داشت:  $144 = 81 + 36 - 108 \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{-27}{108} = -\frac{1}{4}$

۵۶- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. طرف اول تساوی تجزیه شود  $(a-c)(a^2 + ac + c^2) = b^2(a-c)$  رابطه  $b^2 = a^2 + c^2 + ac$  بین اضلاع برقرار است. بنابر رابطه کسینوس‌ها در مثلث داریم  $a^2 = b^2 + c^2 - 2ac \cos B$  در نتیجه  $\cos B = -\frac{1}{2}$  پس زاویه  $B = 120^\circ$

۵۷- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. رابطه کسینوس‌ها در مثلث را داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow 49 = 25 + 9 - 2(5 \times 3) \cos A \Rightarrow \cos A = -\frac{1}{3} \Rightarrow A = 120^\circ$$

بنابراین  $A = -\sqrt{3}$  پس گزینه‌ی ۱ درست است.

۵۸- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. کوچکترین زاویه مقابل به کوچک‌ترین ضلع است.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow 25 = 49 + 81 - 126 \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{105}{126} = \frac{5}{6}$$

۵۹- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.  $b^3 - c^3 = a^2(b-c) \Rightarrow (b-c)(b^2 + c^2 + bc) = a^2(b-c)$  قضیه‌ی کسینوس‌ها داریم:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ ,  $b^2 + c^2 + bc = a^2$ , در نتیجه  $\cos A = \frac{-1}{2}$ ,  $A = 120^\circ$

۶۰- گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$$

$$a^2 = (\sqrt{3} + 1)^2 + (\sqrt{3} - 1)^2 - 2(\sqrt{3} + 1)(\sqrt{3} - 1) \left(\frac{1}{2}\right) = 4 + 4 - 2 = 6$$

پس  $a = \sqrt{6}$  گزینه‌ی ۳ درست است.

۶۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2ab \cos \theta \Rightarrow 4 = 3 + 2 - 2\sqrt{6} \cos \theta \Rightarrow \cos \theta = \frac{1}{2\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{6}}{12}$$



۶۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$AD^2 + CD^2 - 2AD \cdot CD \cos \alpha = AC^2$$

$$۳۶ + ۹ - ۳۶ \cos \alpha = ۲۷$$

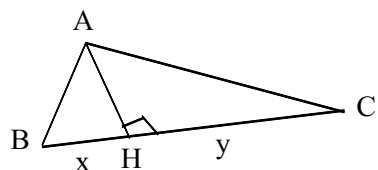
$$۳۶ \cos \alpha = ۱۸ \Rightarrow \cos \alpha = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = \frac{\pi}{3}$$

۶۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$۳^2 + ۳^2 - 2(3)(3) \cos \theta = ۴^2$$

$$\cos \theta = \frac{2}{3} = \frac{1}{\frac{3}{2}}$$

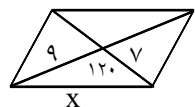
۶۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



$$a = x + y$$

$$\begin{cases} x = c \cos B \\ y = b \cos C \end{cases} \Rightarrow a = b \cos C + c \cos B$$

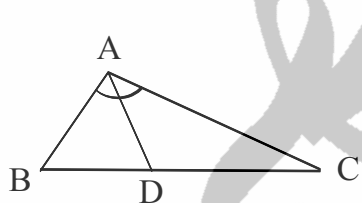
۶۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. دو قطر متوازی الاضلاع یکدیگر را نصف می‌کنند. در مثلثی با دو ضلع ۹ و ۷ واحد و زاویه بین آنها ۱۲۰ درجه ضلع سوم محاسبه می‌شود.



$$x^2 = 7^2 + 9^2 - 2(63) \cos 120^\circ = 49 + 81 + 63 = 193 \Rightarrow x = \sqrt{193}$$

۶۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در هر مثلث ABC داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow ۸۱ = ۲۵ + ۴۹ - ۷۰ \cos A \Rightarrow \cos A = -\frac{7}{10} = -۰.۷$$



۶۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون دو زاویه  $\widehat{CAD}$ ,  $\widehat{DAB}$  برابرند بنابراین AD

نیم‌ساز مثلث ABC است و بنابر قضیه قطعات ایجاد شده به نسبت اضلاع مجاور هستند یعنی  $CD = 2x$  و  $BD = x$  ،  $CD = ۸k$  ،  $BD = 4k$  فرض کنید

$AD = y$  باشد با استفاده از قضیه کسینوس‌ها در مثلث‌های ADB , ACD

می‌توان نوشت

$$\begin{cases} x^2 = ۱۶ + y^2 - ۸y \cos 60^\circ \\ 4x^2 = ۶۴ + y^2 - ۱۶y \cos 60^\circ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -4x^2 = -۶۴ - 4y^2 + 32y \cos 60^\circ \\ 4x^2 = ۶۴ + y^2 - 16y \cos 60^\circ \end{cases}$$

$$0 = -3y^2 + 16y \cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow 3y^2 - 8y = 0 \Rightarrow y(3y - 8) = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 0 \text{ غ.ق.ق} \\ y = \frac{8}{3} \end{cases}$$



۶۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از رابطه کسینوس‌ها داریم  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$  پس

$$\cos A = \frac{1}{3} \text{ مقدار } 81 = 25 + 36 - 60 \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{1}{5}$$

$$\sin A = \sqrt{1 - \frac{1}{25}} = \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

۶۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با معلوم بودن سه ضلع مثلث زاویه و مساحت آن معلوم می‌شود.

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A \Rightarrow 49 = 25 + 36 - 60 \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{1}{5}$$

و مساحت مثلث برابر است با:

$$S = 6\sqrt{6} \text{ یا } S = \frac{1}{2}bc \sin A = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \frac{2\sqrt{6}}{5}$$

$$h = 2\sqrt{6} \text{ پس } S = \frac{1}{2}b \cdot h \Rightarrow 6\sqrt{6} = 3h$$

ارتفاع متوسط نظیر ضلع متوسط است:

تذکر: می‌توانیم مساحت مثلث را از رابطه  $\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$  به دست آوریم که  $p$  نصف محیط مثلث

$$\text{است در اینجا } p = \frac{5+6+7}{2} = 9 \text{ پس } S = \sqrt{9 \times 2 \times 3 \times 4} = 6\sqrt{6}$$

۷۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC رابطه کسینوس‌ها را داریم:

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C$$

$$2a^2 - 2ac \cos B - 2ab \cos C = 0 \text{ یا}$$

از جمع دو رابطه فوق خواهیم داشت:

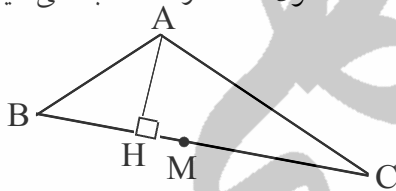
$$c \cos B + b \cos C = a$$

۷۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم:  $HM = BM - BH = 3 - BH$  طول BH را محاسبه می‌کنیم

$$BH = AB \cos B = 5 \cos B$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos B \Rightarrow 49 = 25 + 36 - 60 \cos B$$

$$\cos B = \frac{1}{5} \Rightarrow BH = 1 \text{ پس } HM = 2 \text{ و اندازه‌ی } HM = 2$$



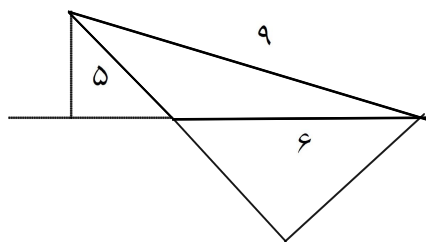
۷۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنا بر رابطه‌ی  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$  خواهیم داشت:

$$37 = 25 + 26 - 60 \cos A \Rightarrow \cos A = \frac{2}{5}$$

$$\sin A = \frac{\sqrt{21}}{5} \text{ پس لذا مساحت مثلث چنین است:}$$

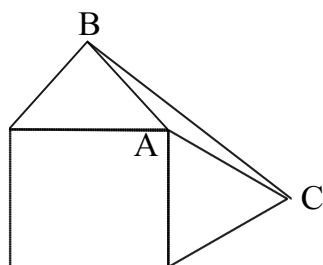
$$S = \frac{1}{2}bc \sin A \Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 5 \times 6 \times \frac{\sqrt{21}}{5} = 3\sqrt{21}$$

۷۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



در مثلثی به اضلاع ۹ و ۶ و ۵ با توجه به رابطه  $9^2 > 5^2 + 6^2$  زاویه مقابل به ضلع بزرگتر منفرجه است. پس هر دو ارتفاع نظیر اضلاع ۵ و ۶ در خارج مثلث است.

۷۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث متساوی الساقین ABC داریم:



پس بنا بر رابطه کسینوسها ضلع سوم  $\widehat{BAC} = 150^\circ$  و  $AB = AC = 1$   
 $BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2ABAC \cos A$  محاسبه می شود.

۷۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در هر مثلث داریم:  $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$  زاویه متوسط مقابل ضلع متوسط است.  
 $49 = 100 + 25 - 100 \cos A \Rightarrow \cos A = 0.76$

۷۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC داریم:

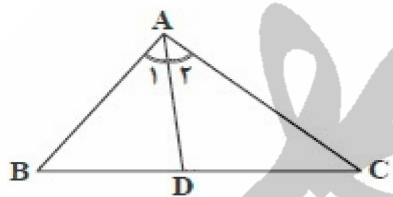
$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A, \quad b = 9, \quad c = 7, \quad \widehat{A} = 120^\circ$$

پس خواهیم داشت:

$$a^2 = 81 + 49 - 2(7 \times 9) \left(-\frac{1}{2}\right) = 193$$

در نتیجه  $a = \sqrt{193}$  می شود.

۷۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نکته (قضیه نیمساز): در هر مثلث، نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع مقابل به آن زاویه را به نسبت اندازه‌های اضلاع آن زاویه تقسیم می کند.



$$\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC}$$

با استفاده از نکته بالا در شکل مقابل داریم:

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$$

بنابراین با فرض  $AB = x$  داریم:  $AC = 3x$

اکنون با استفاده از قضیه فیثاغورس داریم:

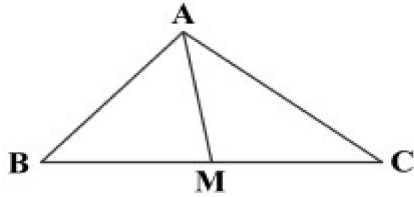
$$AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow x^2 + 9x^2 = 400 \Rightarrow 10x^2 = 400 \Rightarrow x^2 = 40 \Rightarrow x = 2\sqrt{10}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AB = 2\sqrt{10} \\ AC = 6\sqrt{10} \end{cases}$$

$$S = \frac{1}{2} \times AB \times AC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{10} \times 6\sqrt{10} = 60$$

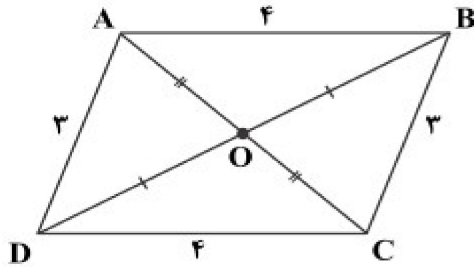
بنابراین مساحت مثلث ABC برابر است با:

۷۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته (قضیه میانه‌ها): در مثلث ABC اگر AM میانه باشد داریم:



$$AM^2 = \frac{1}{4} \left( AB^2 + AC^2 - \frac{1}{2} BC^2 \right)$$

در متوازی‌الاضلاع، قطرهای منصف یکدیگرند. پس:  $OA = OC$ . بنابراین در مثلث ABC، در واقع BO میانه است. پس با استفاده از قضیه میانه‌ها داریم:



تذکر: در متوازی‌الاضلاع با طول اضلاع a و b، مجموع طول دو قطر برابر  $2(a^2 + b^2)$  است.

۷۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اول زاویه A در شکل را پیدا می‌کنیم:

$$\hat{A} = 180^\circ - (\hat{B} + \hat{C}) = 180^\circ - (x + 70^\circ + 50^\circ - x) = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

حالا داریم:

$$BC^2 = AB^2 + AC^2 - 2AB \cdot AC \cdot \cos A = 4^2 + 6^2 - 2(4)(6)\cos 60^\circ$$

$$\Rightarrow 16 + 36 - 24 = 28 \Rightarrow BC = \sqrt{28} = 2\sqrt{7}$$

۸۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. راه حل اول:

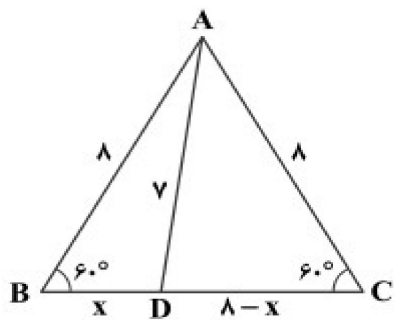
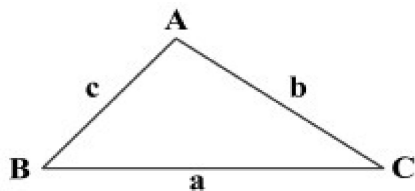
نکته (قضیه کسینوس‌ها): در مثلث دلخواه  $ABC$  داریم:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

با استفاده از قضیه کسینوس‌ها در مثلث  $ABD$  داریم:

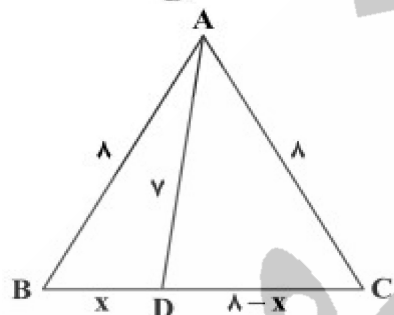
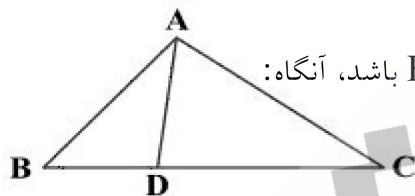


راه حل دوم:

نکته (قضیه استوارت): در مثلث دلخواه  $ABC$ ، اگر  $D$  نقطه‌ای دلخواه روی  $BC$  باشد، آنگاه:

$$AB^2 \cdot DC + AC^2 \cdot BD = AD^2 \cdot BC + BD \cdot DC \cdot BC$$

با استفاده از قضیه استوارت در مثلث  $ABC$  داریم:



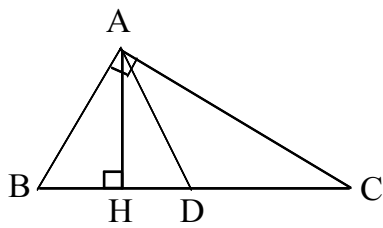
$$\lambda^2(\lambda - x) + \lambda^2(x) = v^2(\lambda) + x(\lambda - x)(\lambda)$$

$$\Rightarrow \lambda^2(\lambda - x + x) = \lambda(49 + \lambda x - x^2) \Rightarrow 64 \times \lambda = \lambda(49 + \lambda x - x^2)$$

$$\Rightarrow 49 + \lambda x - x^2 = 64 \Rightarrow x^2 - \lambda x + 15 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 5) = 0$$

$$\xrightarrow{BD < CD} \rightarrow BD = 3 \text{ و } CD = 5 \Rightarrow \frac{BD}{CD} = \frac{3}{5} = 0.6$$

۸۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



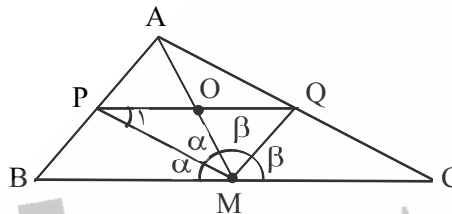
$$\triangle ABC : BC^2 = AB^2 + AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow BC = 5$$

از طرفی طبق قضیه نیمسازهای زوایای داخلی در مثلث ABC داریم:

$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{3}{4} \xrightarrow{\text{ترکیب نسبت در مخرج}} \frac{BD}{BD + DC} = \frac{3}{4 + 3} \Rightarrow \frac{BD}{5} = \frac{3}{7} \Rightarrow BD = \frac{15}{7}$$

$$DH = BD - BH = \frac{15}{7} - \frac{9}{5} = \frac{75 - 63}{35} = \frac{12}{35}$$

۸۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال شکل مقابل را خواهیم داشت:



بنابر قضیه‌ی نیمساز می‌نویسیم:

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AMB : \text{نیمساز } MP \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AM}{BM} \\ \triangle AMC : \text{نیمساز } MQ \Rightarrow \frac{AQ}{QC} = \frac{AM}{MC} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{AP}{BP} = \frac{AQ}{QC} \xrightarrow{\text{عکس تالس}} PQ \parallel BC$$

$$PQ \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه خطوط موازی و مورب}} \hat{P}_1 = \alpha \Rightarrow OM = OP$$

در نتیجه:

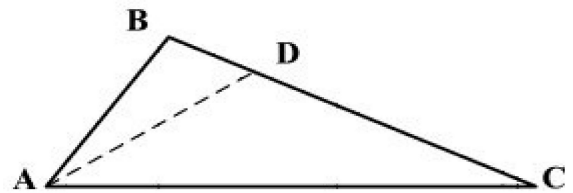
۸۳- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

بنابر قضیه نیمسازها داریم:

$$AD^2 = AB \cdot AC - DB \cdot DC$$

$$\left( \frac{DB}{DC} = \frac{4}{10}, DB + DC = 7 \right) \Rightarrow DB = 2, DC = 5$$

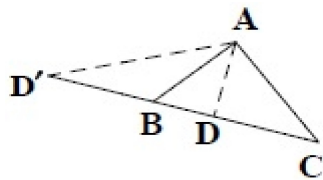
$$AD^2 = 4 \times 10 - 2 \times 5 = 30 \Rightarrow AD = \sqrt{30}$$



۸۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم:

$$AD \times AB = 4 \times AC \Rightarrow AC = \frac{24}{4} = 6 \Rightarrow AC = \frac{24}{4} = 6$$

AM نیمساز زاویه A است ضلع مقابل را به نسبت  $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$  تقسیم می‌کند.



۸۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طول وتر  $BC = \sqrt{16 + 9} = 5$

$$\frac{DB}{DC} = \frac{3}{4} \Rightarrow DB = \frac{15}{7}$$

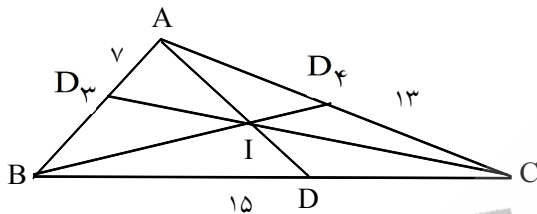
بنابر خاصیت نیمساز:

$$\frac{D'B}{D'C} = \frac{3}{4} \Rightarrow D'B = 15$$

$$\Rightarrow DD' = \frac{120}{7}$$

در مثلث قائم‌الزاویه  $DAD'$  اندازه میانه وارد بر وتر  $\frac{60}{7}$  است.

۸۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.



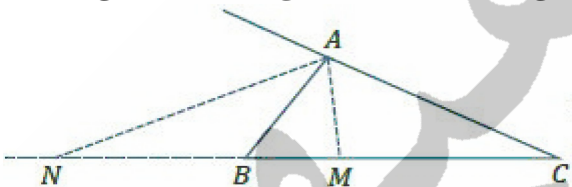
$$\frac{BD}{DC} = \frac{7}{13} \Rightarrow DC = \frac{13}{20} \times 15 = \frac{39}{4}$$

$$\frac{DI}{IA} = \frac{DC}{AC} = \frac{\frac{39}{4}}{13} = \frac{3}{4}$$

نکته: این نسبت در مثلثی به اضلاع  $a, b, c$  که  $c$  ضلع بزرگ‌تر باشد برابر است با:  $\frac{c}{a+b}$ . در این مسئله

$$\frac{15}{7+13} = \frac{3}{4}$$

۸۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نیمساز خارجی زاویه  $A$ ، از طرف ضلع کوچک‌تر امتداد ضلع مقابلش را قطع می‌کند. ضمناً:



نکته: قضیه‌ی نیمسازهای داخلی:  $\frac{AB}{AC} = \frac{BM}{MC}$

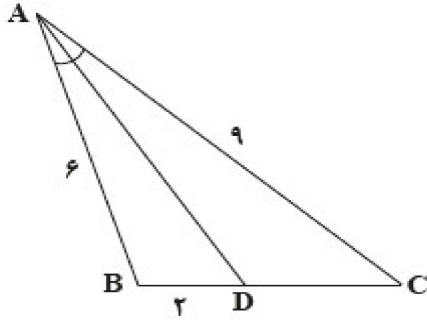
نکته: قضیه‌ی نیمسازهای خارجی:  $\frac{AB}{AC} = \frac{NB}{NC}$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{BM}{CM} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{2}{8} = \frac{BM}{CM} \xrightarrow{\text{تفاضل در مخرج}} \frac{2}{8+2} = \frac{BM}{BM+CM} = \frac{BM}{9} \rightarrow BM = \frac{9}{5}$$

$$\frac{AB}{AC} = \frac{NB}{NC} \xrightarrow{\text{تفاضل در مخرج}} \frac{2}{8} = \frac{NB}{NC} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{2}{8-2} = \frac{NB}{NC-NB} = \frac{NB}{9} \rightarrow NB = 3$$

$$MN = NB + BM = 3 + \frac{9}{5} = \frac{24}{5}$$

۸۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نکته (قضیه نیمساز داخلی): در هر مثلث نیمساز هر زاویه داخلی، ضلع روبرو به آن زاویه را به نسبت دو ضلع زاویه قطع می‌کند. طبق قضیه نیمساز داخلی داریم:

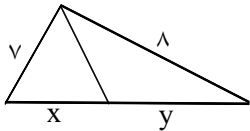


$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{BD}{DC} = \frac{2}{3} \Rightarrow DC = 3$$

$$\Rightarrow BC = BD + DC = 2 + 3 = 5$$

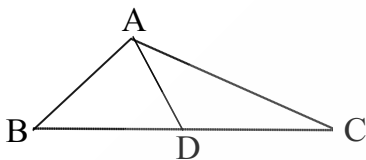
۸۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بنابر قضیه نیمسازها داریم:  $\frac{x}{y} = \frac{7}{8}$ ، خواهیم داشت:



$$\frac{x+y}{y} = \frac{7+8}{8} \Rightarrow \frac{12}{y} = \frac{15}{8}$$

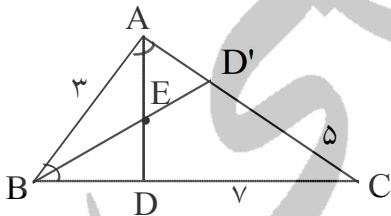
پس:  $y = 6/4$

۹۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر خاصیت نیمساز مثلث داریم  $\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3}$



پس  $\frac{DB}{BC} = \frac{2}{5}$  یا  $DB = \frac{2}{5}BC$  در نتیجه  $DB = \frac{4}{5}AB$  یا  $DB = \frac{4}{8}AB$  یعنی  $DB$  به اندازه  $4/8$  ضلع  $AB$  است.

۹۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



در هر مثلث نیمساز هر زاویه ضلع روبرو را به نسبت دو ضلع زاویه قطع می‌کند برای نیمساز  $AD$  داریم:

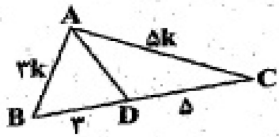
$$\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{DC} \Rightarrow BD = 3x, DC = 5x$$

به طور مشابه در مثلث  $ABD$ ،  $BE$  نیمساز است پس داریم:

$$\frac{AB}{BD} = \frac{EA}{ED} \Rightarrow \frac{3}{3x} = \frac{EA}{ED} \Rightarrow \frac{EA}{ED} = \frac{1}{x}$$

از طرفی  $BD + DC = 7$  یعنی  $3x + 5x = 7$  و  $x = \frac{7}{8}$  در نتیجه  $\frac{EA}{ED} = \frac{8}{7}$





۹۲- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. نیمساز ضلع مقابل زاویه ی خود را به نسبت اضلاع زاویه تقسیم می کند. پس:  $\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC}$  بنابراین:

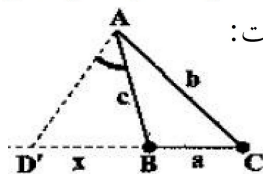
$$\frac{AB}{AC} = \frac{3}{5} \Rightarrow AB = 3k, AC = 5k$$

$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC \Rightarrow AD^2 = 9 \times 15 - 3 \times 5 = 15 \times 8 \Rightarrow AD = 2\sqrt{30}$$

۹۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. بزرگترین زاویه ی خارجی نظیر کوچکترین زاویه ی داخلی است و کوچکترین زاویه ی داخلی نظیر کوچکترین ضلع است.

$$\frac{x}{x+a} = \frac{c}{b} \Rightarrow \frac{x}{a} = \frac{c}{b-c}$$

در مورد نیمساز خارجی داریم:

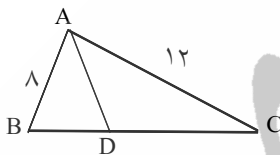


چون ارتفاع دو مثلث  $ABC$  و  $AD'B$  یکی است، لذا نسبت مساحتها برابر نسبت قاعدههاست:

$$\frac{S_{ABD'}}{S_{ABC}} = \frac{x}{a} = \frac{c}{b-c} = \frac{6}{8-6} = 3$$

۹۴- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. بر طبق قضیه مربوط به نیمسازها:

$$\begin{cases} \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b} \\ \frac{BD'}{D'C} = \frac{AB}{AC} = \frac{c}{b} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{BD}{BD+DC} = \frac{c}{b+c} \Rightarrow \frac{BD}{a} = \frac{c}{b+c} \Rightarrow BD = \frac{ac}{b+c} \\ \frac{BD'}{D'C-BD'} = \frac{c}{b-c} \Rightarrow \frac{BD'}{a} = \frac{c}{b-c} \Rightarrow BD' = \frac{ac}{b-c} \end{cases} \Rightarrow \frac{BD}{BD'} = \frac{b-c}{b+c}$$

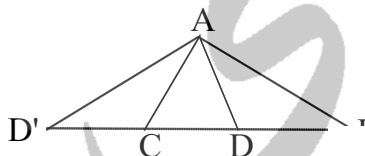


۹۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. بنا بر قضیه نیمسازها داریم:

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$DB = \frac{2}{5} (7) = 2/8 \text{ یا } \frac{DB}{DB+DC} = \frac{2}{5}$$

۹۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. نیمساز زاویه داخلی و خارجی یک رأس مثلث بر هم عمودند پس مثلث  $ADD'$  قائم الزاویه است.



$$AD \text{ نیمساز داخلی} \Rightarrow \frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3} \xrightarrow[\text{در منخرج}]{\text{ترکیب}} \frac{DC}{12} = \frac{1}{4} \Rightarrow DC = 3$$

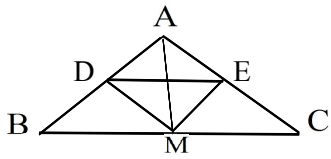
$$AD' \text{ نیمساز خارجی} \Rightarrow \frac{D'C}{D'B} = \frac{AC}{AB} = \frac{1}{3} \xrightarrow[\text{در منخرج}]{\text{تفضیل}} \frac{D'C}{12} = \frac{1}{2} \Rightarrow D'C = 6$$

$$\Rightarrow DD' = DC + D'C = 9$$

$$\triangle ADD' : AD^2 + AD'^2 = DD'^2 = 9^2 = 81$$



۹۷- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به ویژگی نیمساز داریم:



$$\frac{DA}{DB} = \frac{AM}{MB}$$

$$\frac{EA}{EC} = \frac{AM}{MC} \Rightarrow \frac{DA}{DB} = \frac{EA}{EC} \Rightarrow DE \parallel BC$$

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB}$$

۹۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$AB^2 = BH \cdot BC$$

$$3^2 = BH \cdot 5$$

$$BH = \frac{9}{5}$$

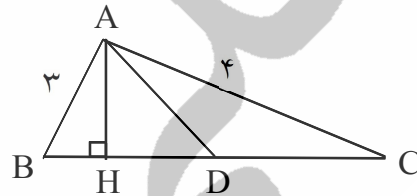
$$BD = 3x$$

$$DC = 4x$$

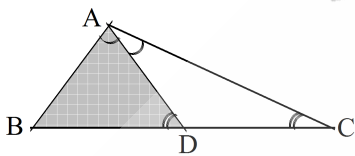
$$BD + DC = 5$$

$$\Rightarrow x = \frac{5}{7} \Rightarrow BD = \frac{15}{7}$$

$$HD = BD - BH = \frac{12}{35}$$



۹۹- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.



$$AD^2 = AB \cdot AC$$

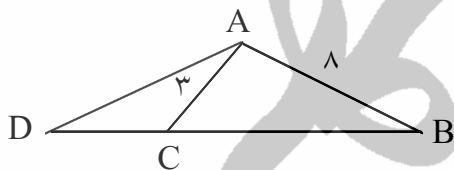
$$AD^2 = AB \cdot AC - BD \cdot DC$$

$$\Rightarrow BD \cdot DC$$

نمی تواند درست باشد پس فرض غلط است.

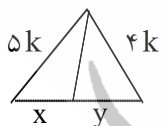
$$a = 6, b = 3, c = 8$$

۱۰۰- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.



$$\frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} = \frac{3}{8} \Rightarrow \frac{DC}{BC} = \frac{3}{5} \Rightarrow DC = \frac{3}{5} \times 6 = \frac{36}{5}$$

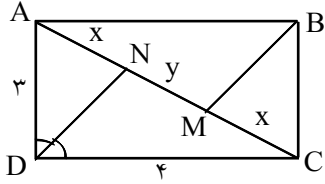
۱۰۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.



$$\frac{x}{y} = \frac{5}{4} \Rightarrow \frac{x+y}{y} = \frac{9}{4} \Rightarrow 9y = 40 \Rightarrow y = \frac{40}{9} = \frac{44}{9}$$

۱۰۲- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. DN نیمساز زاویه D در مثلث ADC است و در نتیجه ضلع AC را به نسبت اضلاع زاویه D تقسیم می‌کند، یعنی داریم:

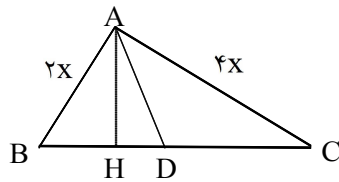
$$\frac{AN}{NC} = \frac{DA}{DC} \xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{ترکیب در}} \frac{x}{y+x} = \frac{3}{4} \rightarrow \frac{x}{y+x+x} = \frac{3}{4+3}$$



$$MN = y = AC - 2x = 5 - 2\left(\frac{15}{7}\right) \rightarrow MN = \frac{5}{7}$$

(توجه کنید که  $AC = \sqrt{AD^2 + DC^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$ )

۱۰۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مطابق شکل نیمساز داخلی یک زاویه، ضلع مقابل را به نسبت دو ضلع زاویه تقسیم می‌کند، بنابراین:



$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2x}{4x} = \frac{1}{2} \rightarrow DC = 2BD$$

$$\frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2}AH \times BD}{\frac{1}{2}AH \times BC} = \frac{BD}{BD + DC} = \frac{BD}{BD + 2BD} = \frac{1}{3}$$

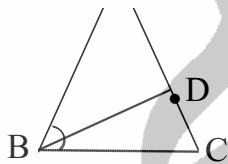
۱۰۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$ABC \text{ مثلث} \Rightarrow AB + BC > AC \Rightarrow \frac{AC}{AB + BC} < 1$$

$$BD \text{ نیم ساز زاویه } B \text{ است} \Rightarrow \frac{AD}{CD} = \frac{AB}{BC}$$

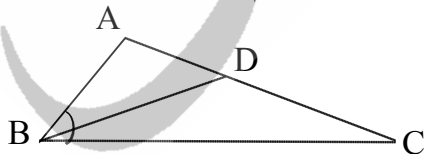
$$\xrightarrow[\text{ترکیب در مخرج}]{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{AD}{\frac{AD + CD}{AC}} = \frac{AB}{AB + BC} \Rightarrow \frac{AC \cdot AD}{AD + CD} = \frac{AB \cdot AD}{AB + BC} \Rightarrow \frac{AC \cdot AB}{AB + BC} = AD$$

$$\Rightarrow AD < AB$$



به همین ترتیب  $CD < CB$ . بنابراین گزینه ۳ درست است. توجه کنید گزینه ۱ (غلط است، زیرا برعکس آن درست است. (گزینه ۳) و گزینه‌های (۲) و (۴) ممکن است درست یا غلط باشند و همواره درست نیستند و تنها گزینه ۳ است که همواره درست است.

روش دوم: می‌دانیم نیمساز یک زاویه در یک مثلث، ضلع مقابل را به دو قطعه تقسیم می‌کند و هر قطعه از ضلع مجاور آن کوچک‌تر است. پس:

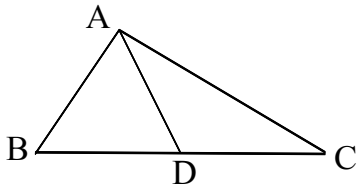


$$\text{گزینه ۳ صحیح است.} \Rightarrow \begin{cases} AD < AB \\ CD < BC \end{cases} \Rightarrow \text{نیم ساز}$$

نکته:

- ۱) در هر مثلث، نیمساز هر زاویه، ضلع روبه‌رو به آن زاویه را به نسبت دو ضلع قطع می‌کند.
- ۲) در هر مثلث، مجموع طول‌های هر دو ضلع از طول ضلع سوم بزرگ‌تر است.

۱۰۵- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.  
می دانیم:

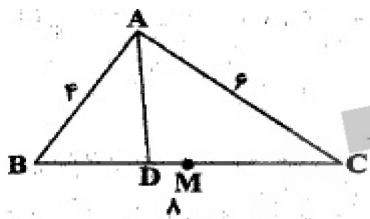


$$AD^2 = AB \times AC - BD \times CD \quad (\text{الف})$$

$$\frac{BD}{CD} = \frac{BA}{CA} \quad (\text{ب})$$

نکته: (۱) در مثلث ABC اگر AD نیمساز رأس A باشد و نقطه D محل تلاقی نیمساز رأس A با BC باشد، آن گاه داریم:  
(۱) نیمساز داخلی هر زاویه، ضلع مقابل آن زاویه را به نسبت اضلاع مجاور آن زاویه تقسیم می کند.

۱۰۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. می دانیم نیمساز ضلع مقابل را به نسبت اضلاع مجاور تقسیم می کند، یعنی:



$$\frac{BD}{DC} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

در نظر بگیریم، مثلاً بنویسیم:

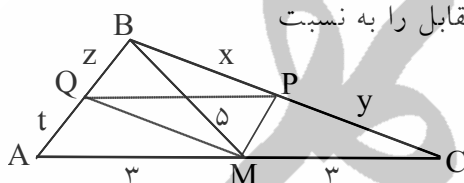
$$\begin{cases} BD = 4k \\ CD = 6k \end{cases}$$

از آن جایی که  $BD + DC = 8$  است، لذا:

$$4k + 6k = 8 \Rightarrow k = \frac{8}{10} \Rightarrow DC = 6k = \frac{48}{10} = 4.8 \quad (\text{قطعه ی بزرگ تر}) \Rightarrow DM = 4.8 - 4 = 0.8$$

$$CM = 4$$

۱۰۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. می دانیم در هر مثلث، نیمساز هر زاویه، ضلع مقابل را به نسبت دو ضلع دیگر قطع می کند.



۱- در مثلث BMA، MQ نیمساز است. بنابراین:

$$\frac{z}{t} = \frac{MB}{MA} = \frac{5}{3} \quad (I)$$

۲- در مثلث CMA، MP نیمساز است. بنابراین:

$$\frac{x}{y} = \frac{MB}{MC} = \frac{5}{3} \quad (II)$$

از مقایسه ی دو رابطه ی (I) و (II) نتیجه می شود:

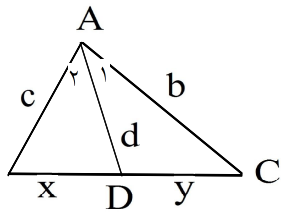
$$\frac{z}{t} = \frac{x}{y} = \frac{5}{3}$$

بنابراین با توجه به عکس قضیه ی تالس، پاره خط PQ موازی ضلع AC است.

پس دو مثلث BQP و BAC با هم متشابه اند. بنابراین:

$$\frac{AC}{QP} = \frac{BA}{BQ} = \frac{z+t}{z} = 1 + \frac{t}{z} = 1 + \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{AC}{QP} = \frac{8}{5}$$

$$\Rightarrow QP = \frac{5}{8} \times AC = \frac{5}{8} \times 6 = \frac{15}{4} = 3.75$$



۱۰۸- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث ABC اگر AD نیمساز زاویه ی A باشد، داریم:

$$(1) \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = (1)$$

$$(2) AD^2 = AB \times AC - BD \times DC$$

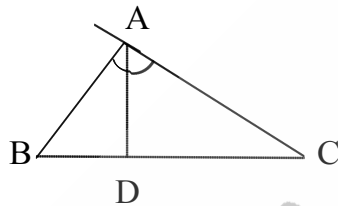
با توجه به شکل داریم:

$$d^2 = bc - xy$$

$$\frac{x}{y} = \frac{c}{b} \xrightarrow[\text{در منخرج}]{\text{ترکیب}} \frac{x}{a} = \frac{c}{b+c} \Rightarrow x = \frac{ac}{b+c}, y = \frac{ab}{b+c}$$

بنابراین  $d^2 = bc - \frac{a^2 bc}{(b+c)^2}$  داریم:

$$\begin{aligned} \frac{(b+c)d}{bc} &= \frac{(b+c) \sqrt{bc - \frac{a^2 bc}{(b+c)^2}}}{bc} = \frac{\sqrt{bc(b+c)^2 - a^2 bc}}{bc} = \frac{\sqrt{bc(b^2 + c^2 + 2bc - a^2)}}{bc} \\ &= \frac{\sqrt{2} bc}{bc} = \sqrt{2} \end{aligned}$$



۱۰۹- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. قضیه نیمسازها:

$$\frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC}$$

$$\frac{DB}{DC+DB} = \frac{AB}{AC+AB} \Rightarrow DB = \frac{AB}{AB+AC} \cdot BC$$

طبق فرض  $AC = \frac{3}{2} AB, BC = 2AB$  پس  $DB = \frac{1}{1+\frac{3}{2}} \times 2AB = \frac{4}{5} AB$  یعنی  $\frac{4}{5}$  ضلع AB است.

۱۱۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. بنابر خاصیت نیمساز داریم:

$$\frac{DB}{DC} = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{DB}{CD+DB} = \frac{3}{4+3} \Rightarrow \frac{DB}{5} = \frac{3}{7} \Rightarrow DB = \frac{15}{7}$$

$$DN \parallel AC \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{BD}{BC} = \frac{DN}{AC} \Rightarrow \frac{\frac{15}{7}}{5} = \frac{DN}{4} \Rightarrow DN = \frac{12}{7}$$

از طرفی چهارضلعی AMDN مربع است پس  $AN = DN = \frac{12}{7}$

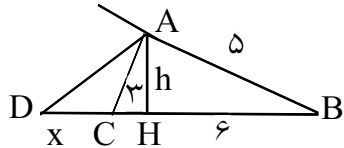
$$BN = AB - AN = 3 - \frac{12}{7} = \frac{9}{7}$$

در نتیجه

بنابراین تفاضل بزرگترین و کوچکترین ضلع مثلث BND عبارتست از:  $\frac{15}{7} - \frac{9}{7} = \frac{6}{7}$  بنابراین گزینه ی ۴ درست

است.

۱۱۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بزرگترین زاویه روبه‌رو به بزرگترین ضلع است و زاویه‌ی خارجی آن از همه کوچک‌تر است.



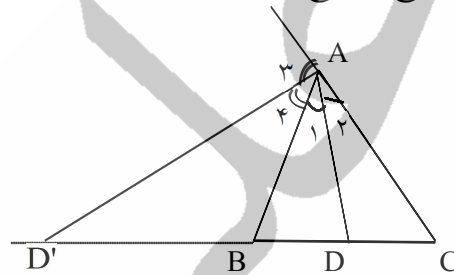
$$AC \Rightarrow \frac{DC}{DB} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow \frac{x}{x+6} = \frac{3}{5} \Rightarrow x=9 \Rightarrow \frac{S}{S'} = \frac{DC}{CB} = \frac{9}{6} = \frac{3}{2}$$

۱۱۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. (AB=۶, AC=۸, BC=۵)

$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{DB}{5-DB} = \frac{6}{8} \Rightarrow DB = \frac{15}{7}$$

$$\hat{A}_3 = \hat{A}_4 \Rightarrow \frac{D'B}{D'C} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{D'B}{5-D'B} = \frac{6}{8} \Rightarrow D'B = 15$$

$$DD' = D'B + BD = 15 + \frac{15}{7} = \frac{120}{7}$$

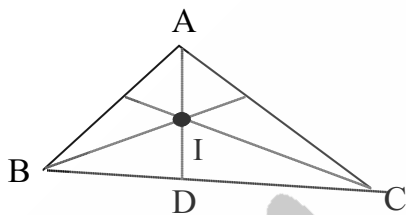


۱۱۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

در مثلث ABD ، BI نیم ساز است  $\Rightarrow \frac{ID}{IA} = \frac{BD}{AB} \Rightarrow \frac{BD}{AB} = \frac{1}{2} \Rightarrow AB = 2BD$

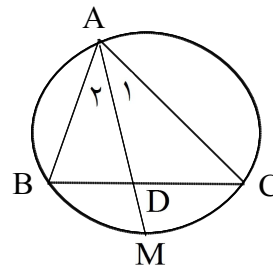
در مثلث ACD ، CI نیم ساز است  $\Rightarrow \frac{ID}{IA} = \frac{CD}{AC} \Rightarrow \frac{CD}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AC = 2CD$

$$\Rightarrow \text{محیط مثلث } ABC = AB + AC + BC = 2BD + 2CD + BC = 2(BD + CD) + BC = 2BC + BC = 3BC = 12$$



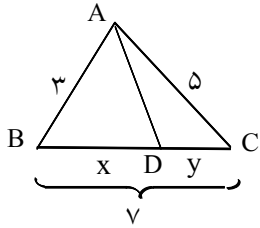
۱۱۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. (صفحه ۷۸ کتاب) چون M وسط کمان BC است. پس AM نیمساز زاویه A است.

یعنی:  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$



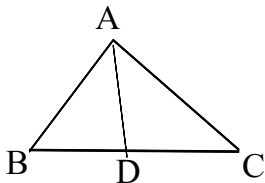
$$\hat{A}_1 = \hat{A}_2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{DB}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{DB}{DC} = \frac{6}{8} \xrightarrow{\text{ترکیب درمخرج}} \frac{DB}{BC} = \frac{6}{6+8} \Rightarrow DB = 3 \Rightarrow DC = 4 \\ AD^2 = AB \cdot AC - DB \cdot DC \Rightarrow AD^2 = 6 \times 8 - 3 \times 4 \Rightarrow AD = 6 \end{cases}$$

۱۱۵- گزینه ی ۱ صحیح است.



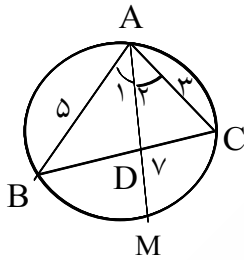
$$\frac{x}{y} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{x}{x+y} = \frac{3}{8} \Rightarrow x = \frac{3}{8} \times 7 = \frac{21}{8}$$

۱۱۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم AD نیمساز زاویه ی A باشد، داریم:



$$\frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{BD}{BD+DC} = \frac{2}{2+3} \Rightarrow \frac{BD}{BC} = \frac{2}{5} \Rightarrow \frac{BD}{8} = \frac{2}{5} \Rightarrow BD = \frac{16}{5} = 3\frac{1}{5}$$

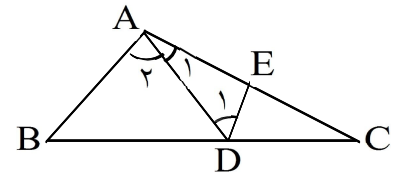
۱۱۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.



خط AM نیمساز زاویه ی A می باشد، زیرا  $\widehat{BM} = \widehat{CM}$  پس  $\widehat{A_1} = \widehat{A_2}$ .

بنابراین:

۱۱۸- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.



$$D_1, A_2 = A_1 \Rightarrow$$

$$AE = ED$$

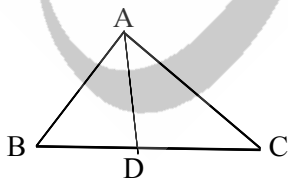
$$\frac{CE}{EA} = \frac{CD}{BD} = \frac{CE}{ED}, \frac{CE}{AC} = \frac{ED}{AB} = \frac{AE}{AB}$$

$$\frac{AB}{ED} \neq \frac{AC}{CD} \Rightarrow \frac{AB}{AE} \neq \frac{AC}{CD}$$

۱۱۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$AD \text{ نیمساز} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{AB}{AC} \Rightarrow \frac{BD}{DC} = \frac{2}{3} \xrightarrow[\text{مخرج}]{\text{ترکیب در}} \frac{BD}{4} = \frac{2}{5}$$

$$\Rightarrow BD = \frac{8}{5} \Rightarrow BD = 1\frac{3}{5}$$



$$5AB = 60 \Rightarrow AB = 12$$

$$3AC = 60 \Rightarrow AC = 20$$

$$\text{قضیه نیمسازها: } \frac{CD}{BD} = \frac{AC}{AB}$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{CD}{BD} = \frac{CE}{EA} \\ \text{طبق قضیه تالس (DE || AB)} \end{array} \right\} \frac{CE}{EA} = \frac{AC}{AB} = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \Rightarrow \frac{CE}{AC - CE} = \frac{5}{3}$$

۱۲۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۲۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از آنجا که فقط اندازه اضلاع این دو مثلث داده شده، توسط قضیه هرون مساحت این دو مثلث را به دست می‌آوریم:

$$P_{\triangle ABD} = \frac{AB + BD + AD}{2} = \frac{7 + 15 + 20}{2} = 21$$

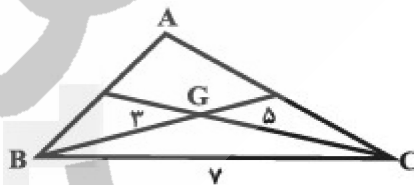
$$\Rightarrow S_{\triangle ABD} = \sqrt{21(21-7)(21-15)(21-20)} = 42$$

$$P_{\triangle BCD} = \frac{BC + CD + BD}{2} = \frac{6 + 11 + 15}{2} = 16$$

$$\Rightarrow S_{\triangle BCD} = \sqrt{16(16-6)(16-11)(16-15)} = 20\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_{\triangle ABD}}{S_{\triangle BCD}} = \frac{42}{20\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{21}{20}\sqrt{2} = 1.05\sqrt{2}$$

۱۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



می‌دانیم میانه‌ها در هر مثلث، یکدیگر را به نسبت ۲ به ۱ قطع می‌کنند، بنابراین با معلوم بودن طول سه ضلع مثلث GBC، با استفاده از رابطه هرون، مساحت آن را محاسبه می‌کنیم:

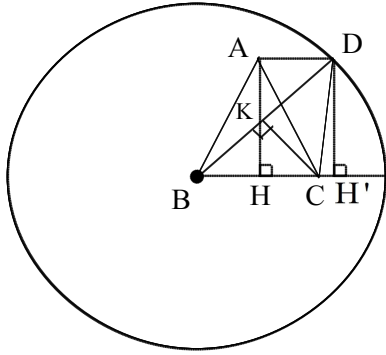
$$S_{\triangle GBC} = \sqrt{\frac{15}{2} \left( \frac{15}{2} - 7 \right) \left( \frac{15}{2} - 5 \right) \left( \frac{15}{2} - 3 \right)} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

اگر از نقطه هم‌رسی میانه‌ها به سه رأس مثلث وصل کنیم، سه مثلث با مساحت برابر ایجاد می‌شود، پس داریم:

$$S_{\triangle ABC} = 3S_{\triangle GBC} = \frac{45}{4}\sqrt{3} = 11\frac{1}{4}\sqrt{3}$$



۱۲۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مثلث  $ABC$  متساوی الساقین است، بنابراین ارتفاع  $AH$ ، میانه نظیر ضلع  $BC$  نیز هست و داریم:



$$\triangle AHB: AH^2 = AB^2 - BH^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \Rightarrow AH = 15$$

اگر پای ارتفاع وارد از نقطه  $C$  بر پاره خط  $BD$  را  $K$  بنامیم، آنگاه داریم:

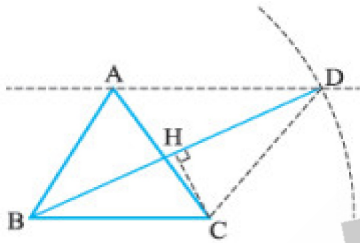
$$\left. \begin{aligned} S_{\triangle BCD} &= \frac{1}{2} CK \times BD \\ S_{\triangle BCD} &= \frac{1}{2} DH' \times BC \end{aligned} \right\} \Rightarrow CK \times BD = DH' \times BC$$

$$\Rightarrow CK \times 25 = 15 \times 16 \Rightarrow CK = \frac{240}{25} = 9/6$$

دقت کنید که  $AH$  و  $DH'$  فاصله دو خط موازی  $AD$  و  $BC$  هستند و برابر یکدیگرند.

روش دوم:

دو مثلث  $ABC$  و  $BCD$  در قاعده  $BC$  مشترک و ارتفاع برابر دارند، پس مساحت آن‌ها برابر است. طبق قضیه هرون داریم:



$$P = \frac{17 + 17 + 16}{2} = 25$$

$$S_{\triangle ABC} = \sqrt{25(25-17)(25-17)(25-16)} \\ = \sqrt{25 \times 8 \times 8 \times 9} = 5 \times 8 \times 3 = 120$$

پس  $S_{\triangle BCD} = 120$ ، اگر  $CH$  بر  $BD$  عمود باشد، داریم:

$$S_{\triangle BCD} = \frac{1}{2} BD \times CH \Rightarrow 120 = \frac{1}{2} \times 25 \times CH \Rightarrow CH = \frac{240}{25} = 9/6$$

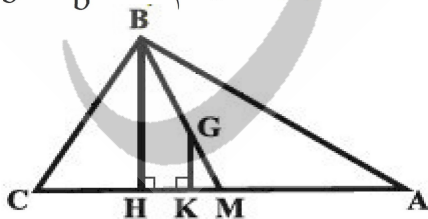
۱۲۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا طول ارتفاع وارد بر ضلع متوسط را حساب می‌کنیم.

$$a = 2, b = 3, c = 4$$

$$2P = 2 + 3 + 4 = 9 \Rightarrow P = \frac{9}{2}$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{\frac{9}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{3}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{3\sqrt{15}}{4}$$

$$h_b = \frac{2S}{b} = \frac{\sqrt{15}}{2} \quad (*)$$



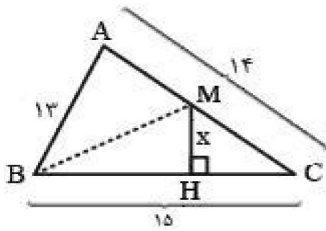
با توجه به شکل زیر، با به کار بردن قضیه تالس در مثلث  $BHM$ ، داریم:

$$\frac{GK}{BH} = \frac{GM}{BM} = \frac{1}{3} \Rightarrow GK = \frac{1}{3} BH$$

$$(*) \rightarrow GK = \frac{1}{3} \left( \frac{\sqrt{15}}{2} \right) = \frac{\sqrt{15}}{6}$$



۱۲۵- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. مطابق شکل M وسط AC = ۱۴ و  $H = 90^\circ$  می‌باشد، داریم:



۱۲۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P_{\triangle ABC} = \frac{3 + 10 + 11}{2} = 12 \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \sqrt{12 \times (12 - 3)(12 - 11)(12 - 10)} = 6\sqrt{6}$$

$$\frac{S_{\triangle APC}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{PA}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow S_{\triangle APC} = \frac{1}{3} \times 6\sqrt{6} = 2\sqrt{6}$$

۱۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مساحت مثلث موردنظر،  $\frac{3}{4}$  مساحت مثلث اصلی است.

$$2P = 5 + 6 + 7 = 18 \Rightarrow P = 9$$

$$S(\triangle ABC) = \sqrt{P(P - a)(P - b)(P - c)} = \sqrt{9(4)(3)(2)} = 6\sqrt{6}$$

$$S \text{ میانها} = \frac{3}{4} \times 6\sqrt{6} = \frac{9}{2}\sqrt{6}$$

۱۲۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. طبق قضیه هرون برای مثلث BDC داریم:

$$P = \frac{3 + 5 + 7}{2} = \frac{15}{2}$$

$$S_{\triangle BDC} = \sqrt{\frac{15}{2} \left(\frac{15}{2} - 3\right) \left(\frac{15}{2} - 5\right) \left(\frac{15}{2} - 7\right)} = \sqrt{\frac{15}{2} \times \frac{9}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{1}{2}} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

با توجه به این که ارتفاع رسم شده از رأس C در دو مثلث ABC و BDC یکسان است، پس نسبت مساحت‌های این دو مثلث برابر نسبت قاعده‌های آنها است، داریم:

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle BDC}} = \frac{AB}{BD} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{\frac{15\sqrt{3}}{4}} = \frac{4}{3} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = 5\sqrt{3}$$

۱۲۹- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  
مساحت مثلث محاسبه شود.

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{10 \times 5 \times 3 \times 2} = 10\sqrt{3}$$

$$h = \frac{20\sqrt{3}}{5} = 4\sqrt{3} \text{ پس } S = \frac{1}{2} a \cdot h$$

از طرفی

۱۳۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با قضیه هرون داریم:

$$P = \frac{5 + x + x + 1}{2} = x + 3$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$\Rightarrow \sqrt{(x+3)(x-2)} = 6 \Rightarrow x^2 + x - 6 = 36 \Rightarrow x^2 + x - 42 = 0$$

$$\xrightarrow{x > 0} x = 6 \Rightarrow P = 9$$

اگر شعاع دایره‌ی محاطی را  $r$  در نظر بگیریم:

$$S = rP \Rightarrow 6\sqrt{6} = r \times 9 \Rightarrow r = \frac{2\sqrt{6}}{3}$$

۱۳۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. بزرگ‌ترین ارتفاع، بر کوچک‌ترین ضلع فرود می‌آید. اگر  $a = 3$  فرض شود، خواسته‌ی سؤال اندازه‌ی  $h_a$  است.

$$P = 7$$

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)} = \sqrt{7 \times 4 \times 2 \times 1} = 2\sqrt{14}$$

$$S = \frac{1}{2} ah_a \Rightarrow h_a = \frac{2S}{a} = 2 \times 2 \times \sqrt{14} = \frac{4}{3}\sqrt{14}$$

۱۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. طبق قضیه هرون در مساحت داریم:

$$P = \frac{9 + 16 + 23}{2} = 24$$

$$S = \sqrt{24(24-23)(24-16)(24-9)} = \sqrt{24 \times 1 \times 8 \times 15} = 24\sqrt{5}$$

$$S = 24\sqrt{5} = \frac{1}{2} \times h \times 16 \Rightarrow h = 3\sqrt{5}$$

۱۳۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم اندازه شعاع دایره محاطی داخلی مثلث از رابطه  $r = \frac{S}{P}$  به دست می‌آید که در آن  $S$  مساحت مثلث و  $P$  نصف محیط مثلث است. برای به دست آوردن مساحت مثلث از رابطه هرون استفاده می‌کنیم:

$$P = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21$$

$$S = \sqrt{21(21 - 13)(21 - 14)(21 - 15)} = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6}$$

$$= \sqrt{21 \times 2 \times 4 \times 42} = \sqrt{42^2 \times 2^2} = 42 \times 2 = 84$$

$$r = \frac{S}{P} = \frac{84}{21} = 4$$

۱۳۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sin \hat{A} \cdot \sin \hat{B} \cdot \sin \hat{C} = \frac{1S^3}{a^2 b^2 c^2}$$

$$p = \frac{1}{2} \left( \frac{25}{3} + \frac{20}{3} + 5 \right) = 10$$

$$s = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{10 \cdot (5) \left( \frac{5}{3} \right) \left( \frac{10}{3} \right)} = \frac{50}{3}$$

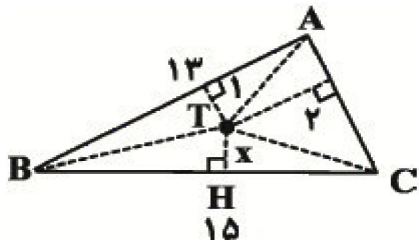
$$\sin \hat{A} \cdot \sin \hat{B} \cdot \sin \hat{C} = \frac{1 \left( \frac{50}{3} \right)^3}{5^2 \left( \frac{25}{3} \right)^2 \left( \frac{20}{3} \right)^2} = \frac{12}{25} = 0.48$$

۱۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{نصف محیط} = p = \frac{1}{2}(3 + 5 + 7) = \frac{15}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{\frac{15}{2} \left( \frac{15}{2} - 3 \right) \left( \frac{15}{2} - 5 \right) \left( \frac{15}{2} - 7 \right)} = \frac{15\sqrt{3}}{4}$$

$$h_a = \frac{S}{\frac{1}{2}a} = \frac{\frac{15\sqrt{3}}{4} \times 2}{3} = \frac{5\sqrt{3}}{2}$$



۱۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. شکل مسأله را رسم می‌کنیم. خواسته مسأله اندازه  $TH = x$  است.

ابتدا طبق قضیه هرون مساحت مثلث را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{4 + 13 + 15}{2} = 16 \Rightarrow S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$$

$$= \sqrt{16 \times 1 \times 3 \times 12} = 24$$

حال با توجه به این که مجموع مساحت مثلث‌های  $ABT$ ،  $ACT$  و  $BCT$  برابر مساحت مثلث  $ABC$  است، داریم:

$$S_{\triangle ABT} + S_{\triangle ACT} + S_{\triangle BCT} = S_{\triangle ABC}$$

$$\Rightarrow \frac{1 + 13}{2} + \frac{2 \times 4}{2} + \frac{x + 15}{2} = 24$$

$$\Rightarrow 21 + 15x = 48 \Rightarrow 15x = 27 \Rightarrow x = \frac{27}{15} = \frac{9}{5} = 1\frac{4}{5}$$

۱۳۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

نکته (قضیه هرون برای محاسبه مساحت): مساحت مثلث با اضلاع  $a$ ،  $b$  و  $c$  برابر است با:

$$S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}; \quad P = \frac{a+b+c}{2}$$

ابتدا محیط مثلث و سپس مساحت آن را طبق فرمول هرون محاسبه می‌کنیم:

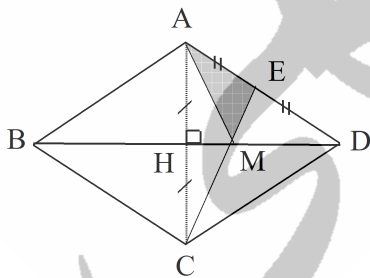
$$P = \frac{13 + 14 + 15}{2} = 21 \Rightarrow S = \sqrt{21 \times 8 \times 7 \times 6} = \sqrt{2^4 \times 3^2 \times 7^2} = 4 \times 3 \times 7 = 84$$

از طرفی مساحت مثلث  $ABC$  به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$S_{ABC} = S_{OAB} + S_{OAC} + S_{OBC} \Rightarrow 84 = \frac{1}{2} \times 2 \times 14 + \frac{1}{2} x \times 15 + \frac{1}{2} \times 3 \times 13$$

$$\Rightarrow 84 = \frac{15x + 67}{2} \Rightarrow 15x + 67 = 168 \Rightarrow 15x = 101 \Rightarrow x = 101 \times \frac{1}{15}$$

پس گزینه ۱ پاسخ است.



۱۳۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. نقاط ثابت  $A$  و  $E$  یک طرف  $BD$  قرار دارند. تصویر

نقطه  $A$  تحت بازتاب نسبت به محور  $BD$  (قطر لوزی) رأس  $C$  می‌شود، زیرا

در لوزی قطرها عمودمنصف یکدیگرند. نقطه‌ی تلاقی  $CE$  و قطر  $BD$  را  $M$

می‌نامیم. بنا به مسئله‌ی هرون  $MA + ME$  کم‌ترین مقدار را دارد، پس محیط

مثلث  $MAE$  نیز کم‌ترین مقدار را دارد. در این حالت در مثلث  $ACD$ ،  $M$

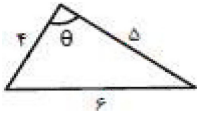
نقطه‌ی هم‌رسی میانه‌ها است، پس مساحت مثلث  $AME$ ،  $\frac{1}{6}$  مساحت مثلث

$ACD$  و در نتیجه  $\frac{1}{12}$  مساحت لوزی است.

۱۳۹- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا به کمک قضیه‌ی کسینوس‌ها یک زاویه‌ی مثلث را به دست می‌آوریم.

$$6^2 = 5^2 + 4^2 - 2(5)(4)\cos\theta$$

$$\Rightarrow 36 = 25 + 16 - 40\cos\theta \Rightarrow -5 = -40\cos\theta$$



$$\sin\theta = \sqrt{1 - \cos^2\theta} = \sqrt{1 - \frac{1}{16}} = \frac{\sqrt{15}}{4}$$

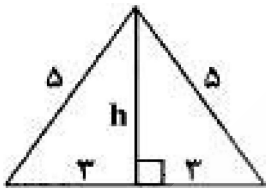
$$S = \frac{1}{2}(4)(5)\frac{\sqrt{15}}{4} = \frac{5\sqrt{15}}{2}$$

راه دوم: بنابر رابطه‌ی هرون می‌نویسیم:

$$p = \frac{6 + 5 + 4}{2} = \frac{15}{2}$$

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} = \sqrt{\frac{15}{2}\left(\frac{15}{2}-4\right)\left(\frac{15}{2}-5\right)\left(\frac{15}{2}-6\right)} =$$

$$= \sqrt{\frac{15}{2} \times \frac{7}{2} \times \frac{5}{2} \times \frac{3}{2}} = \frac{5\sqrt{15}}{2}$$



۱۴۰- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است. راه‌حل اول: این مثلث متساوی‌الساقین است. پس ارتفاع وارد بر ضلع به طول ۶، میانه هم هست و طول آن را با استفاده از فیثاغورث (یا دقت به اعداد ۳ و ۴ و ۵) به سادگی می‌یابیم:

$$h^2 + 3^2 = 5^2 \Rightarrow h^2 = 25 - 9 = 16 \Rightarrow h = 4$$

$$S = \frac{1}{2}(6)(4) = 12$$

مساحت مثلث برابر است با: ۱۲

راه‌حل دوم: با داشتن طول سه ضلع مثلث، از رابطه‌ی موسوم به «هرون» می‌توان مساحت آن را یافت. در این رابطه  $p$  نصف محیط است:

$$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{5 + 5 + 6}{2} = 8 \Rightarrow S = \sqrt{8(8-6)(8-5)(8-5)} = \sqrt{8 \times 2 \times 3^2} = 4 \times 3 = 12$$

راه‌حل سوم: مساحت مثلث متساوی‌الساقین با قاعده‌ی  $a$  و ساق  $b$  برابر است با:

$$S = \frac{a}{2} \sqrt{b^2 - \frac{a^2}{4}} = \frac{6}{2} \sqrt{5^2 - \frac{6^2}{4}} = 3 \sqrt{25 - 9} = 3(4) = 12$$

۱۴۱- گزینه‌ی ۴ پاسخ صحیح است.

$$\text{شعاع دایره‌ی محیطی} = \frac{abc}{4s} \begin{cases} \text{رابطه هرون: } s = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)} \\ p = \frac{14 + 10 + 6}{2} = 15 \end{cases}$$

$$R = \frac{6 \times 10 \times 14}{4 \times \sqrt{15 \times 1 \times 5 \times 9}} = \frac{840}{4 \times 3 \times 5 \times \sqrt{3}} = \frac{14}{\sqrt{3}}$$

$$r = \frac{S}{P}$$

۱۴۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$P = \frac{۸ + ۱۵ + ۱۷}{۲} = ۲۰ \Rightarrow S = \sqrt{۲۰(۲۰ - ۸)(۲۰ - ۱۵)(۲۰ - ۱۷)} = ۶۰ \Rightarrow r = \frac{S}{P} = \frac{۶۰}{۲۰} = ۳$$

علی فقیهی

۴	۳	۲	۱		۴	۳	۲	۱		۴	۳	۲	۱		۴	۳	۲	۱	
■	□	□	□	-۱۲۱	□	■	□	□	-۸۱	□	■	□	□	-۴۱	□	□	■	□	-۱
□	□	□	■	-۱۲۲	■	□	□	□	-۸۲	□	□	□	■	-۴۲	□	□	■	□	-۲
□	■	□	□	-۱۲۳	■	□	□	□	-۸۳	□	□	□	■	-۴۳	□	□	■	□	-۳
□	□	□	■	-۱۲۴	□	□	□	■	-۸۴	□	■	□	□	-۴۴	■	□	□	□	-۴
□	□	□	■	-۱۲۵	■	□	□	□	-۸۵	□	■	□	□	-۴۵	■	□	□	□	-۵
□	■	□	□	-۱۲۶	□	■	□	□	-۸۶	□	□	□	■	-۴۶	■	□	□	□	-۶
□	□	■	□	-۱۲۷	□	■	□	□	-۸۷	□	□	■	□	-۴۷	□	■	□	□	-۷
□	□	□	■	-۱۲۸	□	□	□	■	-۸۸	□	■	□	□	-۴۸	□	□	■	□	-۸
□	□	□	■	-۱۲۹	□	□	■	□	-۸۹	■	□	□	□	-۴۹	■	□	□	□	-۹
□	□	□	■	-۱۳۰	□	■	□	□	-۹۰	■	□	□	□	-۵۰	■	□	□	□	-۱۰
□	□	□	■	-۱۳۱	□	□	□	■	-۹۱	■	□	□	□	-۵۱	□	□	■	□	-۱۱
□	■	□	□	-۱۳۲	■	□	□	□	-۹۲	□	■	□	□	-۵۲	□	□	■	□	-۱۲
□	■	□	□	-۱۳۳	□	■	□	□	-۹۳	■	□	□	□	-۵۳	□	□	□	■	-۱۳
■	□	□	□	-۱۳۴	□	□	■	□	-۹۴	□	□	■	□	-۵۴	□	□	■	□	-۱۴
■	□	□	□	-۱۳۵	■	□	□	□	-۹۵	□	□	■	□	-۵۵	□	□	■	□	-۱۵
□	□	■	□	-۱۳۶	□	■	□	□	-۹۶	■	□	□	□	-۵۶	□	□	□	■	-۱۶
□	□	□	■	-۱۳۷	□	■	□	□	-۹۷	□	□	□	■	-۵۷	□	□	□	■	-۱۷
□	□	□	■	-۱۳۸	□	□	■	□	-۹۸	□	■	□	□	-۵۸	□	■	□	□	-۱۸
□	□	□	■	-۱۳۹	■	□	□	□	-۹۹	□	■	□	□	-۵۹	□	□	□	■	-۱۹
■	□	□	□	-۱۴۰	□	■	□	□	-۱۰۰	□	■	□	□	-۶۰	□	□	■	□	-۲۰
■	□	□	□	-۱۴۱	□	□	■	□	-۱۰۱	■	□	□	□	-۶۱	□	□	■	□	-۲۱
■	□	□	□	-۱۴۲	□	□	■	□	-۱۰۲	□	■	□	□	-۶۲	□	□	■	□	-۲۲
					□	■	□	□	-۱۰۳	□	□	□	■	-۶۳	□	■	□	□	-۲۳
					□	■	□	□	-۱۰۴	□	■	□	□	-۶۴	■	□	□	□	-۲۴
					■	□	□	□	-۱۰۵	□	□	□	■	-۶۵	□	□	■	□	-۲۵
					■	□	□	□	-۱۰۶	■	□	□	□	-۶۶	□	□	□	■	-۲۶
					□	■	□	□	-۱۰۷	■	□	□	□	-۶۷	□	■	□	□	-۲۷
					□	□	□	■	-۱۰۸	■	□	□	□	-۶۸	■	□	□	□	-۲۸
					□	□	■	□	-۱۰۹	□	□	□	■	-۶۹	■	□	□	□	-۲۹
					■	□	□	□	-۱۱۰	□	□	□	■	-۷۰	□	■	□	□	-۳۰
					□	□	■	□	-۱۱۱	□	■	□	□	-۷۱	■	□	□	□	-۳۱
					□	■	□	□	-۱۱۲	□	□	■	□	-۷۲	□	■	□	□	-۳۲
					□	■	□	□	-۱۱۳	□	■	□	□	-۷۳	□	□	□	■	-۳۳
					□	□	□	■	-۱۱۴	■	□	□	□	-۷۴	□	■	□	□	-۳۴
					□	□	□	■	-۱۱۵	■	□	□	□	-۷۵	■	□	□	□	-۳۵
					■	□	□	□	-۱۱۶	■	□	□	□	-۷۶	□	■	□	□	-۳۶
					■	□	□	□	-۱۱۷	□	□	■	□	-۷۷	□	□	■	□	-۳۷
					□	■	□	□	-۱۱۸	□	■	□	□	-۷۸	□	□	□	■	-۳۸
					□	■	□	□	-۱۱۹	□	■	□	□	-۷۹	□	■	□	□	-۳۹
					□	□	■	□	-۱۲۰	□	□	□	■	-۸۰	□	□	□	■	-۴۰