

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

فصل هفتم

(توان و جذر)

پایه هفتم

ناحیه یک زاهدان

توان: اگر عددی چند بار در خودش ضرب شده باشد. برای مختصر نویسی از توان استفاده می شود.

$$3 \times 3 \times 3 \times 3 = 3^4 \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{توان}} \\ \xrightarrow{\text{پایه}} \end{array} \quad \underbrace{a \times a \times a \times \dots \times a}_n = a^n \begin{array}{l} \xrightarrow{\text{توان}} \\ \xrightarrow{\text{پایه}} \end{array} \quad \text{مانند:}$$

(۳ به توان ۴) (a به توان n)

نکته: هر عدد یا عبارتی که توان نداشته باشد توان آن یک است. عددی که توان آن یک باشد برابر با خود آن عدد است.

$$x^1 = x \quad \text{مانند:}$$

نکته: عدد یک به هر توانی که باشد. حاصل برابر با یک است.

@riaziat789

$$1^{200} = 1 \quad \text{مانند:}$$

نکته: هر عبارت یا عددی (غیر از صفر) به توان صفر باشد. حاصل برابر با یک است.

$$a^0 = 1 \quad \text{مانند:}$$

نکته: عدد منفی داخل پرانتز باشد علامت منفی به تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد منفی داخل پرانتز نباشد منفی به توان مربوط نیست.

$$(-4)^2 = -4 \times -4 = 16 \quad -4^2 = -(4 \times 4) = -16 \quad \text{مانند:}$$

نکته: عدد کسری داخل پرانتز باشد صورت و مخرج به همان تعداد توان ضرب می شود. اگر عدد کسری داخل پرانتز نباشد فقط عددی به توان ضرب می شود که توان بالای آن قرار داشته باشد.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{4}{9} \quad \frac{2^2}{3} = \frac{2 \times 2}{3} = \frac{4}{3} \quad \frac{2}{3^2} = \frac{2}{3 \times 3} = \frac{2}{9} \quad \text{مانند:}$$

نکته: عدد منفی به توان زوج برسد حاصل عددی مثبت و اگر به توان فرد برسد حاصل عددی منفی می شود.

$$(-3)^4 = 81 \quad \text{توان زوج} \quad (-3)^3 = -27 \quad \text{توان فرد} \quad \text{مانند:}$$

مثال: حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$4^3 - 2^5 + 9^0 = 64 - 32 + 1 = 33 \quad \frac{-3^2 + 1^8 - 2^2}{6^2 \div 2^2} = \frac{-9 + 1 - 4}{36 \div 4} = \frac{-12}{9} = -\frac{4}{3}$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

فصل هفتم

(توان و جذر)

پایه هفتم

ناحیه یک زاهدان

مجذور یا مربع یک عدد: به توان دوم هر عدد مجذور یا مربع آن عدد گفته می شود.

مانند: مربع عدد ۶ برابر است با: $6^2 = 36$

@riaziat789

مکعب یک عدد: به توان سوم هر عدد مکعب آن عدد گفته می شود.

مانند: مکعب عدد ۶ برابر است با: $6^3 = 216$

مثال: الف) مجموع مربع ۵ و مکعب ۴ را به دست آورید.

$$5^2 + 4^3 = 25 + 64 = 89$$

ب) اختلاف مکعب و مجذور $0/3$ را به دست آورید.

$$(0/3)^3 - (0/3)^2 = 0/0.27 - 0/0.9 = 0/0.63$$

اولویت های ریاضی: اگر چند علامت ریاضی با هم باشند از اولویت ریاضی استفاده می شود:

۱) ابتدا داخل پرانتز جواب داده می شود و اگر چند پرانتز باشد از داخل ترین پرانتز جواب می دهیم.

۴) جمع و تفریق

۳) ضرب و تقسیم

۲) توان و جذر

نکته: اگر از یک اولویت هر دو با هم باشند یعنی ضرب و تقسیم با هم باشند از علامتی زودتر استفاده می کنیم که به سمت چپ نزدیکتر باشد.

مثال: حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$5 - 5 \times 2^3 \div 4 = 5 - 5 \times 8 \div 4 = 5 - 40 \div 4 = 5 - 10 = -5$$

$$4 + 3^2 - (5^2 - 24)^{10} = 4 + 3^2 - (25 - 24)^{10} = 4 + 3^2 - 1^{10} = 4 + 9 - 1 = 12$$

ضرب اعداد توان دار: الف) اگر پایه ها برابر باشند: یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع می کنیم.

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

$$4^7 \times 4^3 = 4^{10}$$

مانند:

ب) اگر توان ها برابر باشند: یکی از توان ها را نوشته و پایه ها را در هم ضرب می کنیم.

$$a^m \times b^m = (ab)^m$$

$$12^7 \times 3^7 = 36^7$$

مانند:

مثال: حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید.

$$(2/5)^3 \times 6^3 = (2/5 \times 6)^3 = 15^3$$

$$4^5 \times 12^7 \times 3^5 = 12^5 \times 12^7 = 12^{12}$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

مثال: اگر $1024 = 2^{10}$ باشد حاصل 2^{12} و 2^{15} را به دست آورید.

$$2^{15} = 2^{10} \times 2^5 = 1024 \times 32 = 32768$$

$$2^{12} = 2^{10} \times 2^2 = 1024 \times 4 = 4096$$

مثال: اگر $3^a = 5$ باشد حاصل 3^{a+2} را به دست آورید.

$$3^{a+2} = 3^a \times 3^2 = 5 \times 9 = 45$$

جذر یا ریشه دوم اعداد: در تساوی $[3^2 = 9 \text{ و } (-3)^2 = 9]$ عدد ۹ را مجذور اعداد ۳ و -۳ می گویند. و اعداد ۳ و -۳

ریشه های دوم عدد ۹ می گویند.

نکته: هر عدد دارای دو ریشه دوم است که یکی قرینه ی دیگری است.

مانند: ریشه های دوم عدد ۳۶ برابر است با: ۶ و -۶

@riaziat789

نکته: در جذر گیری فقط عدد مثبت آن در نظر گرفته می شود و جذر را با رادیکال ($\sqrt{\quad}$) نشان می دهند.

نکته: اعداد منفی جذر ندارند. چون مجذور هیچ عددی، منفی نمی شود.

نکته: جذر اعداد صفر و یک برابر با خود آن اعداد است.

مثال: جذر اعداد زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{49 \times 25} = 7 \times 5 = 35$$

$$\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

$$\sqrt{100} = 10$$

جذر تقریبی اعداد: برای به دست آوردن جذر تقریبی اعداد مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

(۱) ابتدا مشخص می کنیم عدد داده شده بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

(۲) سپس عدد وسط دو عدد را مشخص کرده و مجذور آن را می نویسیم.

(۳) سپس اگر مجذور عدد وسطی از عدد داده شده بیشتر بود ۴ عدد کمتر از عدد وسطی و اگر از عدد داده شده کمتر بود ۴ عدد بزرگتر از عدد وسطی را می نویسیم.

(۴) داخل یک جدول مجذورهای ۴ عدد را نوشته سپس مجذور عددی که به عدد داده شده نزدیکتر بود همان جذر تقریبی عدد است.

نکته: برای این که بدانیم عدد داده شده بین کدام دو صحیح متوالی قرار دارد مجذور دو عددی را مشخص می کنیم که به عدد داده شده نزدیک باشد.

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

فصل هفتم

(توان و جذر)

پایه هفتم

ناحیه یک زاهدان

مثال: مشخص عدد $\sqrt{۳۲}$ و $\sqrt{۸۳}$ بین کدام دو عدد قرار دارد و به کدام عدد نزدیکتر است.

$$\sqrt{۳۲} < \sqrt{۳۶} < \sqrt{۴۰} \quad (\text{بین ۵ و ۶ که به ۶ نزدیکتر است}) \quad \sqrt{۸۱} < \sqrt{۸۳} < \sqrt{۱۰۰} \quad (\text{بین ۹ و ۱۰ که به ۹ نزدیکتر است})$$

مثال: جذر تقریبی عدد ۴۷ را به دست آورید.

مرحله ۱
عدد وسط
 $۶ \rightarrow ۶/۵ \leftarrow ۷$
 $\sqrt{۳۶} < \sqrt{۴۷} < \sqrt{۴۹}$

مرحله ۲
مجدور عدد وسط
 $(۶/۵)^۲ = ۴۲/۲۵$

مرحله ۳

$$۴۲/۲۵ < ۴۷$$

چون مجدور عدد وسط کمتر از عدد شده مجدور

۴ عدد بزرگتر از عدد وسط را می نویسیم

عدد	۶/۶	۶/۷	۶/۸	۶/۹
مجدور عدد	۴۳/۵۶	۴۴/۸۹	۴۶/۲۴	۴۷/۶۱

$$\sqrt{۴۷} \approx ۶/۸$$

مثال: جذر تقریب عدد ۶۶ را به دست آورید.

مرحله ۱
عدد وسط
 $۸ \rightarrow ۸/۵ \leftarrow ۹$
 $\sqrt{۶۴} < \sqrt{۶۶} < \sqrt{۸۱}$

مرحله ۲
مجدور عدد وسط
 $(۸/۵)^۲ = ۷۲/۲۵$

مرحله ۳

$$۷۲/۲۵ > ۶۶$$

چون مجدور عدد وسط بیشتر از عدد شده مجدور

۴ عدد کوچکتر از عدد وسط را می نویسیم

عدد	۸/۱	۸/۲	۸/۳	۸/۴
مجدور عدد	۶۵/۶۱	۶۷/۲۴	۶۸/۸۹	۷۰/۵۶

$$\sqrt{۶۶} \approx ۸/۱$$

مرحله ۴

@riaziat789

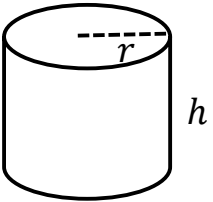
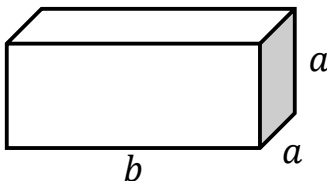
نکته: یکی از کاربرد های جذر در مساحت شکل های هندسی مانند مربع و دایره است.

مثال: مساحت مربعی ۶/۲۵ شده است. طول یک ضلع مربع چند است.

$$\sqrt{۶/۲۵} = ۲/۵ \rightarrow \text{یک ضلع مربع} \Rightarrow \text{خودش} \times \text{یک ضلع} = \text{مساحت مربع}$$

مثال: مساحت دایره ای ۲۸/۲۶ شده است. شعاع دایره چند است.

$$\text{شعاع دایره} \rightarrow \sqrt{۹} = ۳ \Rightarrow ۲۸/۲۶ = \frac{۲۸}{۳/۱۴} = ۹ \Rightarrow \text{شعاع} \times \text{شعاع} = \frac{۲۸}{۳/۱۴} \Rightarrow \text{شعاع} \times ۳/۱۴ = \text{مساحت دایره}$$

ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات
۱	مقدار هر عبارت را به دست آورید. الف) $2 - 2 \times 4^2 \div 2^3 =$ ب) $4^3 + 3^2 - 5^2 =$ ج) $3 - 2^2(1 + 9 \div 3) - 7^0 =$	۷	الف) توان دوم هر عدد و توان سوم نام دارد. ب) اختلاف مکعب ۵ و مجذور ۴/۰ را به دست آورید.
۲	الف) اعداد زیر را به صورت عدد توان دار تجزیه کنید ۸۰ ۱۳۵ ۱۴۰۰ ب) اعداد 11^{20} و 4^{23} دارای چند رقم هستند. ج) اگر $2^{10} = 1024$ باشد، حاصل عبارتهای زیر: $2^8 =$ $2^{14} =$	۸	حجم هر شکل را به صورت عبارت جبری توان دار بنویسید.  
۳	الف) اعداد زیر را به صورت گسترده توان دار بنویسید. ۳۷۵ ۱۴۲۳ ب) درستی یا نادرستی هر عبارت را توضیح دهید. $4^0 + 5^0 = 1$ $2^0 + \left(\frac{3}{4}\right)^0 > 1$	۹	مقدار عددی هر عبارت را به دست آورید. الف) $a^2 - 2ab + b^2$ ($a = -2$ و $b = 3$) ب) $3a^2b + 4 + 5b$ ($a = -1$ و $b = -4$)
۴	حاصل هر عبارت را به صورت عدد توان دار بنویسید. الف) $a^9 \times a^3 \times a =$ ج) $27 \times 3^2 =$ ب) $4^{20} + 4^{20} =$ د) $6^7 \times 12^2 \times 2^7 =$	۱۰	الف) ریشه دوم عدد ۴۹ برابر است با و ب) اعداد جذر ندارند. ج) مساحت مربعی ۳۶/۰ شده است، طول ضلع مربع چند است.
۵	حاصل جذرهای زیر را به دست آورید. الف) $\sqrt{81 \times 0.04} =$ ب) $\frac{\sqrt{16}}{\sqrt{49 \times 9}} =$ ج) $\sqrt{71 - \sqrt{44} + \sqrt{25}} =$	۱۱	جاهای خالی را با عدد یا عبارت مناسب کامل کنید. الف) $a^9 \times \dots = a^{14}$ ب) $18^5 = 3^5 \times \dots$ ج) $\sqrt{\frac{4}{\dots}} = \frac{\dots}{9}$ د) $\sqrt{\frac{1}{25}} \times \dots = \dots \times 0.2$
۶	هر یک اعداد زیر بین کدام دو عدد طبیعی متوالی قرار دارد و به کدام عدد نزدیکتر است. الف) $\sqrt{20}$ ب) $\sqrt{85}$	۱۲	جذر تقریبی اعداد زیر را به کمک جدول مناسب تا یک رقم اعشار به دست آورید. الف) $\sqrt{19} \approx$ ب) $\sqrt{78} \approx$

① الف) $2 - 2 \times 24 = A = 2 - 4 = -2$ ب) $44 + 9 - 25 = 48$

ج) $3 - 4 \left(\frac{1+3}{4} \right) - 1 = \frac{3-14}{-13} - 1 = -14$ (توجہ) عدد (شیر صف) تو ان سے برابر کیے ہوں

② الف) $1400 = 2^3 \times 5^2 \times 7$ ب) $135 = 3^3 \times 5$ ج) $10 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 = 2^4 \times 5$ د) $11^2 \approx 10^2 = 100$ ۲۱ قسم

ج) $2^{14} = 2^{10} \times 2^4 = 1024 \times 16 = 16384$ ب) $2^{14} = 2^{10} \times 2^4 = 1024 \times 16 = 16384$

③ الف) $375 = 3 \times 5^3 = 3 \times 125$ ب) $1423 = 1 \times 10^3 + 4 \times 10^2 + 2 \times 10^1 + 3 \times 10^0$ ج) $2^0 + 5^0 = 1 \Rightarrow \frac{1}{2} = 1$ د) $2 + \left(\frac{3}{4}\right)^0 > 1 \Rightarrow \frac{1}{4} > 1$

④ الف) $a^2 \times a^3 \times a^1 = a^6$ ب) $4^7 \times 12^7 \times 2^7 = 12^7 \times 12^7 = 12^{14}$ ج) $27 \times 3^2 = 3^3 \times 3^2 = 3^5$ د) $4^2 + 4^2 = 4^2 \times 2 = (2^2)^2 \times 2 = 2^4 \times 2 = 2^5$

⑤ الف) $9 \times \frac{1}{2} = 4.5$ ب) $\frac{4}{\sqrt{49}} = \frac{4}{7}$ ج) $\sqrt{11 - \sqrt{44 + 16}} = \sqrt{11 - 8} = \sqrt{3}$

⑥ الف) $\sqrt[4]{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$ ب) $\sqrt{16} < \sqrt{20} < \sqrt{25}$ ج) $5^3 - (7^4)^2 = 125 - 2401 = -2276$ د) 9 سے 9 و 10 قرار داروں میں 9 نزدیکتر ہے

⑦ الف) $5^3 - (7^4)^2 = 125 - 2401 = -2276$ ب) $5^3 - (7^4)^2 = 125 - 2401 = -2276$ ج) $5^3 - (7^4)^2 = 125 - 2401 = -2276$ د) $5^3 - (7^4)^2 = 125 - 2401 = -2276$

⑧ الف) $(-2)^2 - 2 \times (-2) \times 3 + 3^2 = 4 + 12 + 9 = 25$ ب) $3 \times (-4) \times (-4) + 4 + 5(-4) = -12 + 4 - 20 = -28$ ج) $\sqrt{0.36} = 0.6$ د) $\sqrt{0.36} = 0.6$

⑨ الف) $4^5 \times 3^5 = 12^5$ ب) $a^9 \times a^5 = a^{14}$ ج) $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$ د) $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$

⑩ الف) 7 و -7 ب) $\sqrt{\frac{1}{25} \times 9/4} = \frac{1}{5} \times \frac{3}{2}$ ج) $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$ د) $\sqrt{\frac{4}{81}} = \frac{2}{9}$

@riaziat789

(۱۲) الف)

$$\sqrt{16} < \sqrt{19} < \sqrt{25}$$

۴ → ۴,۵ ← ۵

بین ۴ و ۵ قرار دارد ولی ۴ نزدیکتر است.

عدد	۴,۱	۴,۲	۴,۳	۴,۴
مقدور	۱۶,۸۱	۱۷,۶۴	۱۸,۴۹	۱۹,۳۶

$$\sqrt{19} \approx 4,3$$

$$\sqrt{64} < \sqrt{78} < \sqrt{81}$$

۸ → ۸,۵ ← ۹

بین ۸ و ۹ قرار دارد ولی ۹ نزدیکتر است.

عدد	۸,۶	۸,۷	۸,۸	۸,۹
مقدور	۷۳,۹۶	۷۵,۶۹	۷۷,۴۴	۷۹,۲۱

$$\sqrt{78} \approx 8,8$$

زینب

@riaziat789