

# دیرستان

## استعداد های ناب صالحین

ناحیه ۳ اهواز

جزوه ی درس ریاضیات پایه نهم

فصل اول : مجموعه ها

تهیه کننده : فیروز محمودی

همراه : ۰۹۱۳۷۰۲۷۲۵۲

@firouz1363



@riazicafe

## فصل اول: مجموعه

تعریف مجموعه: **بُسته یا گروهی از اعداد یا اشخاص یا ... گفته می شود که کاملاً مشخص باشند.**

مثال: عبارت «اعداد طبیعی کمتر از ۵» نشان دهنده ی یک مجموعه است که عبارتند از: **۱, ۲, ۳, ۴**  
 مثال: عبارت «حروف الفبای فارسی که سه نقطه دارند» نشان دهنده ی یک مجموعه است که این حروف عبارتند از: **پ و ج و ث و ژ و چ**

عبارت «اعداد طبیعی زوج کمتر از ۱۰» نشان دهنده ی یک مجموعه است که عبارتند از: **۲, ۴, ۶**  
 که به هر کدام از اعداد **۲ و ۴ و ۶** **عضوهای این مجموعه** می گویند.



نکته: عضوهای هر مجموعه باید متمایز باشند (یعنی تکراری نباشند)

مثال: عضوهای مجموعه ی «اعداد طبیعی کمتر از ۵» را نباید به صورت: **۴ و ۳ و ۲ و ۱ و ۰** بنویسیم زیرا در این مجموعه عدد **۳** دوبار تکرار شده است در صورتی که باید فقط یکبار نوشته شود.

نکته: برای جدا کردن عضوهای هر مجموعه از همدیگر از علامت «و» یا «،» استفاده می کنیم  
 (از علامت «-» برای جدا کردن آنها استفاده نکنید)

مثال: آیا عبارت «سه عدد طبیعی زوج» نشان دهنده ی یک مجموعه است؟ چرا؟

جواب: خیر؛ زیرا عضوهای این مجموعه کاملاً مشخص نیستند. در واقع پاسخ های مختلفی را می توان برای عبارت «سه عدد طبیعی زوج» در نظر گرفت. به بیان دیگر سه عدد طبیعی زوج را می توانیم **۲, ۴, ۶** یا **۱۰, ۲۰, ۳۰** یا **۲, ۸, ۱۰** یا ... در نظر بگیریم. بنابراین چون در عبارت «سه عدد طبیعی زوج» دقیقاً مشخص نکردیم که منظور از این سه عدد، کدام اعداد هستند، پاسخ های مختلفی را می توانیم به صورت سلیقه ای برای آن در نظر بگیریم و در عباراتی که برای این عضوها را به صورت سلیقه ای انتخاب کنیم نشان دهنده ی یک مجموعه نیستند.

مثال: آیا عبارت «اعداد طبیعی بین ۸ و ۵» نشان دهنده ی یک مجموعه است؟ چرا؟

جواب: بله؛ زیرا عضوهای این مجموعه کاملاً مشخص هستند و افراد مختلف بنا بر سلیقه ی خودشان می توانند پاسخ های متفاوتی را برای آن در نظر بگیرند. در واقع اعداد طبیعی بین ۸ و ۵ عبارتند از: **۷, ۶** به بیان بهتر اگر از علی یا مهدیا صادق یا ... بخواهیم که اعداد طبیعی بین ۸ و ۵ را مشخص کنند، همگی آنها اعداد **۷ و ۶** را انتخاب می کنند و نمی توانند بنا بر سلیقه ی خودشان اعدادی به غیر از **۷ و ۶** را انتخاب کنند.

@riazicafe

نکته: عضوهای هر مجموعه را داخل دو آکولاد قرار می دهند.

مثال: عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

$$\{4, 7\} = \text{اعداد طبیعی بین } 4 \text{ و } 7$$

$$\{2, 3, 5\} = \text{اعداد اول کمتر از } 7$$

$$\{1, 3, 5, 7, 9\} = \text{اعداد طبیعی فرد کمتر از } 10$$



نکته: مجموعه‌ها را با حرف بزرگ انگلیسی مثل  $A$  یا  $B$  یا  $C$  یا ... نشان می دهند که انتخاب نام برای مجموعه‌ها با صورت دلخواه است.

مثال: مجموعه‌ی «حروف الفبای فارسی که سه نقطه دارند» را می توانیم با صورت متعادل بنویسیم؟

$$A = \{ث, ذ, ر, چ, پ, و, ش\}$$

نکته: در نوشتن اعضای یک مجموعه، جایابی عضوها مهم نیست.

مثال: اگر عضوهای مجموعه‌ی «اعداد طبیعی کمتر از ۴» را با صورت:  $\{1, 2, 3\}$  یا  $\{1, 3, 2\}$  یا  $\{3, 2, 1\}$  بنویسیم، هیچ اشکالی ندارد.

مثال: کدام عبارت نشان دهنده‌ی یک مجموعه است.

الف) سه شهر زیبای ایران

ب) دو عدد طبیعی کمتر از ۳ ✓

ج) اعداد خیلی بزرگ

د) سه عدد طبیعی کمتر از ۵

نکته: با مجموعه‌ای که هیچ عضوی نداشته باشد را **مجموعه‌ی تهی** می گویند و آنرا با علامت  $\{\}$  یا  $\emptyset$  نشان می دهند (معمولاً نام مجموعه‌ی تهی را  $E$  و از حرف اول کلمه‌ی **Empty** به معنی خالی در نظر می گیرند) در واقع:  $E = \{\}$

مثال: عبارت «اعداد طبیعی بین ۶ و ۵» نشان دهنده‌ی مجموعه‌ی تهی است. زیرا بین در عدد ۶ و ۵ عددی طبیعی وجود ندارد.

مثال: عبارت «حروف الفبای فارسی که چهار نقطه دارند» نشان دهنده‌ی یک مجموعه‌ی تهی است.

مجموعه‌ای متقابل را در نظر بگیرید.

$$A = \left\{ 0, \frac{1}{2}, -1, 3 \right\}$$

چون عدد ۳ عضو این مجموعه‌ای باشد. می‌نویسیم:  $3 \in A$  و آنرا به صورت «۳ عضو A است» می‌خوانیم.  
 ← علامت عضو بودن

چون عدد ۷ عضو این مجموعه‌ای نیست می‌نویسیم:  $7 \notin A$  و آنرا به صورت «۷ عضو A نیست» می‌خوانیم.

مثال: با توجه به مجموعه‌ای متقابل: درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.  
 $A = \left\{ 0, \frac{3}{4}, 5, -2 \right\}$

$0 \in A$  ✓

$5 \notin A$  ✗

$\frac{3}{4} \in A$  ✓

$4 \in A$  ✗

$3 \in A$  ✗

$6 \in A$  ✗



مثال: درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف)  $\{ \} \in \{ \}$  ✗

ب) مجموعه‌ای  $\emptyset$  فقط یک عضو دارد... ✗

ج)  $0 \in \{ 0 \}$  ✓

د) مجموعه‌ای  $\{ 1, 2^3, 8 \}$  سه عضو دارد ✗

ه)  $0 \in W$  ✓

$\{ 1, 2^3, 8 \} = \{ 1, 8, 8 \} = \{ 1, 8 \}$

مثلاً: با مجموعه‌ای که فقط یک عضو داشته باشد را «مجموعه‌ای تک‌عنوی» یا «یکانی» می‌گویند.  
 مثال: مجموعه‌ای در اعداد طبیعی بین ۸ و ۱۰ «مجموعه‌ای تک‌عنوی» است که تنها عضو این مجموعه عدد ۹ می‌باشد.

$\{ 9 \} =$  اعداد طبیعی بین ۸ و ۱۰

مثال: مجموعه‌ای در اعداد اول زوج «یک مجموعه‌ای یکانی» است زیرا تنها عددی که اول و زوج است عدد ۲ می‌باشد.

$\{ 2 \} =$  اعداد اول زوج

مثال: کدام مجموعه یکانی و کدام مجموعه تهی است.

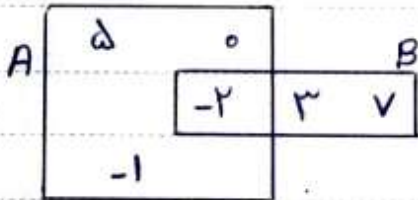
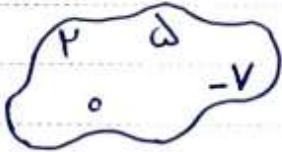
الف) اعداد طبیعی کمتر از ۵/۸  
 ج) ضربهای یک رقمی عدد ۱۲

ب) اعدادی که نه اول و نه مرکب هستند.  
 د) شمارنده‌های عدد ۱

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ... ) فیروز محمودی همراه: ۰۷۷۲۵۲۰۱۳۷۰ صفحه ۳۴

نکته: گاهی اوقات اعضای یک مجموعه را داخل یک منحنی بسته قرار می دهند که به این نوع نمایش مجموعه ها، نمودار ون گفته می شود.

مثال: اگر  $A = \{-7, 0, 5, 2\}$  باشد، نمودار ون مربوط به مجموعه  $A$  به صورت زیر می باشد.



مثال: با توجه به شکل مقابل به سوالات خواسته شده پاسخ دهید.

الف) عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

$$A = \{5, 0, -2, -1\} \text{ , } B = \{-2, 3, 7\}$$

ب) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

$$5 \notin B \checkmark$$

$$-2 \in B \checkmark$$

$$-1 \in A \checkmark$$

$$-2 \in A \checkmark$$

$$7 \notin B \times$$

$$7 \in A \times$$



سؤال: اگر  $A$  یک مجموعه دلخواه باشد، منظور از  $n(A)$  چیست؟  
 جواب: منظور از  $n(A)$  تعداد عضوهای مجموعه  $A$  هستند.

مثال: بی دایم که مجموعه  $A = \{-1, 7, 0, 5\}$  دارای چهار عضو هست بنابراین:  $n(A) = 4$

مثال: بی دایم که مجموعه تهی، هیچ عضوی ندارد، بنابراین می نویسیم:  
 (معمولاً مجموعه تهی را با حرف  $E$  نشان می دهند)  
 $n(E) = 0$

مثال: اگر  $B = \{0, 2^3, \frac{16}{4}, 8, -3\}$  باشد  $n(B)$  برابر است با.....

جواب: اعداد ۸ و  $\frac{16}{4}$  و  $2^3$  با هم برابرند و بنابراین برای این مجموعه یک عضو به حساب می آید. در واقع عضوهای این مجموعه عبارتند از  $-3, 8, 0$  و به دلیل اینکه این مجموعه سه عضو دارد، می نویسیم:  
 $n(B) = 3$

نکته: اگر  $A$  یک مجموعه یکانی باشد، داریم:  $n(A) = 1$

نکته: فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مجموعه‌ای دلخواه باشند. در این صورت:

« اگر همای عضوهای  $A$  در  $B$  و همای عضوهای  $B$  نیز در  $A$  باشند: می‌گوییم مجموعه‌های  $A$  و  $B$  باهم برابرند و می‌نویسیم:  $A=B$  »

مثال: مجموعه‌ای  $A$  شامل اعداد طبیعی زوج کمتر از ۱۰ می‌باشد، و مجموعه‌ای  $B$  شامل مضربهای طبیعی عدد ۲ که از ۹ کمترند می‌باشد، اگر عضوهای هر دو مجموعه را مشخص کنیم. داریم:

$$A = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{2, 4, 6, 8\}$$

بنابراین واضح است که مجموعه‌های  $A$  و  $B$  باهم برابرند زیرا تمام عضوهای  $A$  در  $B$  و تمام عضوهای  $B$  نیز در  $A$  قرار دارند.

مثال: اگر مجموعه‌های  $A = \{4, 7\}$  و  $B = \{7, 2b-3\}$  باهم برابر باشند. مقدار  $b$  چقدر است؟

$$\begin{aligned} 2b-3 &= 4 \Rightarrow \\ 2b &= 4+3 = \\ b &= \frac{7}{2} = 3,5 \end{aligned}$$



مثال: در جای خالی اعداد مناسب قرار دهید تا دو مجموعه‌ای  $A$  و  $B$  باهم برابر باشند.

$$A = \{4, \dots, \frac{3}{5}, -\sqrt{144}, 2^3\}$$

$$B = \{\frac{4}{10}, \sqrt{14}, \dots, -\frac{\sqrt{100}}{(-2)^2}, \frac{24}{3}\}$$

$$-\sqrt{144} = -12$$

$$\rightarrow \frac{4}{10} = \frac{3}{5}$$

$$2^3 = 8$$

$$\sqrt{14} = 4$$

$$\frac{24}{3} = 8$$

$$-\frac{\sqrt{100}}{(-2)^2} = -\frac{10}{4} = -2,5$$

بنابراین مجموعه‌های  $A$  و  $B$  با این صورت باز نویسی می‌شوند:

$$A = \{4, -2,5, \frac{3}{5}, -\sqrt{144}, 2^3\}, \quad B = \{\frac{4}{10}, \sqrt{14}, -12, -\frac{\sqrt{100}}{(-2)^2}, \frac{24}{3}\}$$

$$5x = 12 + 3x$$

$$5x - 3x = 12$$

$$2x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{2} = 6$$

مثال: مقدار  $x$  چقدر باشد تا مجموعه‌ای  $A = \{5x, 12+3x\}$  یکانی باشد.

مثال: اگر مجموعه های  $A = \left\{ 4, \frac{m}{3} \right\}$  و  $B = \{ 4, 2n \}$  با هم برابر باشند. حاصل  $m+n$  چقدر است.

$$\frac{m}{3} = 4$$

$$m = 12$$

$$2n = 4$$

$$n = \frac{4}{2} = 2$$

$$m+n = 12+2 = 14$$

الف) ۱۲

ب) ۱۵ ✓

ج) ۸

د) ۴

نکته: فرض کنید  $A$  و  $B$  دو مجموعه دلخواه باشند، در این صورت: اگر تمام عضوهای  $A$  در  $B$  باشند، می‌گوییم « $A$  زیرمجموعه‌ی  $B$ » است. روی نویسیم:  $A \subseteq B$  و آنرا با صورت « $A$  زیرمجموعه‌ی  $B$  است» می‌خوانیم. ← علامت زیرمجموعه

مثال: با توجه به مجموعه‌های  $A = \{-1, 5\}$  و  $B = \{-1, 0, 5, 4\}$  واضح است که تمام عضوهای  $A$  در مجموعه‌ی  $B$  قرار دارند پس می‌نویسیم:

$$A \subseteq B$$

سؤال: آیا  $B$  زیرمجموعه‌ی  $A$  می‌باشد؟ چرا؟  
جواب: خیر، اگر قرار باشد که  $B$  زیرمجموعه‌ی  $A$  باشد پس باید تمام عضوهای  $B$  در  $A$  باشند. در صورتی که این طور نیست (مثلاً عدد صفر عضو  $B$  هست ولی عضو  $A$  نیست) بنابراین می‌نویسیم:

$$B \not\subseteq A$$

مثال: با توجه به مجموعه‌های مقابل، درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

$$A = \{-2, 5\}$$

$$B = \{0, 5, -1, -2\}$$

$$D = \{5\}$$

$$A \subseteq B \quad \checkmark$$

$$B \not\subseteq D \quad \checkmark$$

$$D \subseteq A \quad \checkmark$$

$$B \not\subseteq A \quad \checkmark$$

$$A \subseteq D \quad \times$$

$$\{0, -1\} \subseteq B \quad \checkmark$$

$$A \subseteq A \quad \checkmark$$

$$\emptyset \subseteq B \quad \checkmark$$



نکته: تهی زیرمجموعه‌ی هر مجموعه‌ای است. →  
نکته: هر مجموعه‌ای زیرمجموعه‌ی خودش است. →

مثال: همای زیر مجموعه های  $A = \{-1, 2, 3\}$  را بنویسید.

زیر مجموعه های یک عضوی:  $\{-1\}$  و  $\{2\}$  و  $\{3\}$

زیر مجموعه های دو عضوی:  $\{-1, 2\}$  و  $\{-1, 3\}$  و  $\{2, 3\}$

زیر مجموعه های سه عضوی:  $\{-1, 2, 3\}$

(هیچ زیر مجموعه ای هر مجموعه ای است)  $\{\}$  : زیر مجموعه ای تهی

بنابراین می توان گفت که: یک مجموعه ای سه عضوی دارای ۸ زیر مجموعه ای باشد.

نکته ی مهم: تعداد زیر مجموعه های هر مجموعه را می توانیم از فرمول زیر بدست آوریم.

در این مربع تعداد عضوهای آن مجموعه  $\rightarrow$   $\square$  را می نویسیم.  
تعداد زیر مجموعه های هر مجموعه  $= 2$

مثال: یک مجموعه ای سه عضوی چند زیر مجموعه دارد؟

چون مجموعه ای مورد نظر سه عضوی است  $\rightarrow$   $\square$   $= 2 \times 2 \times 2 = 8$   
تعداد زیر مجموعه ها  $= 2$

مثال: مجموعه ای  $A = \{-1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

الف) چند زیر مجموعه دارد.

چون مجموعه ای  $A$  پنج عضوی دارد  $\rightarrow$   $\square$   $= 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$   
تعداد زیر مجموعه ها  $= 2$

ب) این مجموعه چند زیر مجموعه ای غیر تهی دارد؟

جواب: می دانیم که مجموعه ای  $A$  دارای ۳۲ زیر مجموعه است که یکی از این زیر مجموعه ها تهی می باشد. ۳۱ زیر مجموعه ای دیگر غیر تهی هستند. بنابراین

$$\begin{aligned} \text{تعداد زیر مجموعه های غیر تهی مجموعه ای } A &= 2^5 - 1 \\ &= 32 - 1 = 31 \end{aligned}$$





نکته ی مهم ؛ هر مجموعه را با چهار روش مختلف می توانیم بنویسیم .

الف) با زبان فارسی ؛ یعنی ویژگی مشترک اعضای یک مجموعه را با عبارات فارسی بیان می کنیم

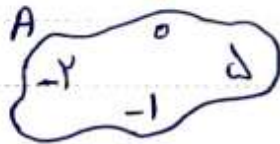
مثال : اعداد طبیعی کمتر از ۷  
مثال : اعداد اول بین ۸ و ۲



ب) با اعضا ؛ یعنی عضوهای یک مجموعه را بین دو آنگولاد قرار می دهیم .

مثال :  $A = \{-۱, +۵, -۳\}$

ج) با نمودار ون ؛ یعنی اعضای یک مجموعه را داخل یک خط بسته قرار می دهیم .



د) با زبان ریاضی (با نمادهای ریاضی) ؛ یعنی باید یک متغیر را به عنوان نماینده ی اعضای آن مجموعه مشخص کنیم و ویژگی مشترکی که بین همای اعضای مجموعه تر ا دارد را به آن متغیر نسبت دهیم

مثال : اعداد طبیعی کوچکتر از ۵ را با زبان ریاضی بنویسید .

جواب ؛ ابتدا یک حرف کوچک انگلیسی مثل  $x$  یا هر حرف کوچک دیگر را به عنوان نماینده تمام اعضای این مجموعه در نظر می گیریم ؛

$$\{x\}$$

دیسیم مجموعه ای بزرگی که اعضای مورد نظر زیر مجموعه ای آن می باشند را معرفی می کنیم

$$\{x \in \mathbb{N}\}$$

و بعد از آن علامت «  $|$  » را قرار می دهیم ؛  
بخواهید ؛ با شرطی که  $\rightarrow$

$$\{x \in \mathbb{N} \mid \dots\}$$

در مرحله ی آخر با استفاده از علامتهای  $( < , > )$  یا  $( \leq , \geq )$  یا نمادهای دیگر محدودی اعداد مورد نظر در آن مجموعه ای بزرگ را مشخص می کنیم

$$\{x \in \mathbb{N} \mid x < 5\}$$

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ... )  
فیروز محمودی  
همراه : ۰۲۷۲۵۰۱۳۷۰۵۹  
صفحه

مثال: مجموعه‌های زیر را به زبان ریاضی بیان کنید.

الف) اعداد حسابی کمتر از ۴

$$W = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$$

جواب: می‌دانیم که اعداد حسابی عبارتند از

بنابراین اعداد حسابی کمتر از ۴ را می‌توانیم به صورت زیر نمایش دهیم.

$$A = \{x \in W \mid x < 4\}$$

(نام این مجموعه را به دلخواه خودتان A قرار می‌دهیم)

ب) اعداد طبیعی بین ۴ و ۱۰

$$B = \{x \in N \mid 4 < x < 10\}$$

جواب:

مثال:

$$A = \{2, 4, 6, 8\} = \{2 \times x \mid x \in N, x < 5\}$$

$\begin{matrix} \swarrow & \downarrow & \downarrow & \swarrow \\ 2 \times 1 & 2 \times 2 & 2 \times 3 & 2 \times 4 \end{matrix}$

$$B = \{0, 5, 10, 15, 20\} = \{5 \times x \mid x \in W, x < 5\}$$

$\begin{matrix} \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 5 \times 0 & 5 \times 1 & 5 \times 2 & 5 \times 3 & 5 \times 4 \end{matrix}$

$$C = \left\{ \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6} \right\} = \left\{ \frac{1}{x} \mid x \in N, 2 < x < 7 \right\}$$

$\begin{matrix} \swarrow & \downarrow & \downarrow & \swarrow \\ \frac{1}{3} & \frac{1}{4} & \frac{1}{5} & \frac{1}{6} \end{matrix}$

$$D = \{8, 7, 6, 5, 4, 3, 2\} = \{x \mid x \in N, 1 < x < 9\}$$

$$E = \{1, 3, 5, 7, \dots\} = \{2 \times x - 1 \mid x \in N\}$$

$\begin{matrix} \swarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ 2 \times 1 - 1 & 2 \times 2 - 1 & 2 \times 3 - 1 & 2 \times 4 - 1, \dots \end{matrix}$



تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...) فیروز محمودی همراه : ۰۹۱۳۷۰۷۷۵۲

مثال:

الف) عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 3\} = \{1, 2\}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{W}, x < 3\} = \{0, 1, 2\}$$

$$C = \{x \mid \overbrace{x \in \mathbb{W}, x < 4}^{0, 1, 2, 3}\} = \{x_0, x_1, x_2, x_3\} = \{0, 7, 14, 21\}$$

$$D = \left\{ \frac{x}{y} \mid \overbrace{x \in \mathbb{N}, 3 < x < 7}^{4, 5, 6} \right\} = \left\{ \frac{4}{y}, \frac{5}{y}, \frac{6}{y} \right\} = \{2, 2.5, 3\}$$

$$E = \left\{ \frac{x}{x+9} \mid \overbrace{x \in \mathbb{N}, x < 3}^{1, 2} \right\} = \left\{ \frac{1}{1+9}, \frac{2}{2+9} \right\} = \left\{ \frac{1}{10}, \frac{2}{11} \right\}$$

ب) عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

$$A = \{\sqrt{x} \mid \overbrace{x \in \mathbb{N}, x \leq 4}^{1, 2, 3, 4}\} = \{\sqrt{1}, \sqrt{2}, \sqrt{3}, \sqrt{4}\} = \{1, \sqrt{2}, \sqrt{3}, 2\}$$

$$B = \{(-1)^x \mid \overbrace{x \in \mathbb{N}, x < 2}^1\} = \{(-1)^1\} = \{-1\}$$

$$C = \{-2x + 5 \mid \overbrace{x \in \mathbb{W}}^{0, 1, 2, 3, \dots}\} = \{-2x_0 + 5, -2x_1 + 5, -2x_2 + 5, -2x_3 + 5, \dots\}$$

$$= \{5, 3, 1, -1, \dots\}$$

$$D = \left\{ \frac{x-1}{x+2} \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3 \right\} =$$



نکته:

$$\mathbb{N} = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\mathbb{W} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$$

$$\mathbb{Z} = \{\dots, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, \dots\}$$

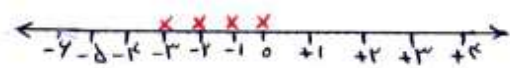
$$\mathbb{E} \leftarrow \text{مجموعه اعداد طبیعی زوج} = \{2, 4, 6, 8, \dots\} = \{2x \mid x \in \mathbb{N}\}$$

$$\mathbb{O} \leftarrow \text{مجموعه اعداد طبیعی فرد} = \{1, 3, 5, 7, \dots\} = \{2x-1 \mid x \in \mathbb{N}\}$$

$$\mathbb{Q} \leftarrow \text{مجموعه اعداد گویا} = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z}, b \neq 0 \right\}$$

مثال: مجموعه های زیر را با نمادهای ریاضی مشخص کنید.

$$A = \{-3, -2, -1, 0\} = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -4 < x < +1\}$$

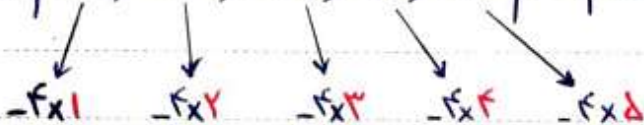


$$B = \{4, 5, 6, 7, \dots\} = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x < 7\} \text{ یا } \{x \mid x \in \mathbb{Z}, x \leq 4\}$$

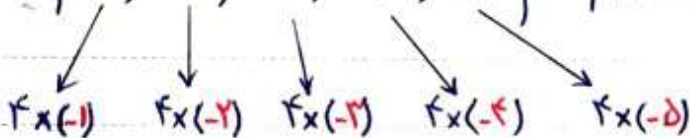
$$C = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 1\} = \{\}$$



$$D = \{-4, -8, -12, -16, -20\} = \{-4x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 5\}$$



$$E = \{-4, -8, -12, -16, -20\} = \{4x \mid x \in \mathbb{Z}, -4 < x < 0\}$$



سؤال صحیح؛ مجموعه‌ای متقابل؛

$$A = \{(-1)^x \mid x \in \mathbb{N}\} = \{(-1)^1, (-1)^2, (-1)^3, (-1)^4, \dots\}$$

$$= \{-1, +1, -1, +1, \dots\}$$

$$= \{-1, +1\} \rightarrow n(A) = 2$$

بنابراین مجموعه‌ای A دو عضو دارد.

الف) چند عضو دارد.

ب) چند زیرمجموعه دارد.

تعداد اعضاها  $\rightarrow 2$   
 تعداد زیرمجموعه‌های A  $= 2 = 2 \times 2 = 4$

$$A = \{x - 3 \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 5\}$$

مثال: با توجه به مجموعه‌های متقابل؛

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 \leq x < 3\}$$

الف) عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.  
 ب) مجموعه‌ای A چند زیرمجموعه دارد؟  
 ج) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

$$2 \in A \dots \quad \{-2, 0\} \subseteq B \dots$$

$$0 \notin A \dots \quad -1 \notin A \dots$$

$$B \subseteq A \dots \quad \emptyset \subseteq B \dots$$



مثال: اگر  $\{2a - 1, -2a + b\} = \{7\}$  باشد، حاصل  $b - a$  چند است؟

$$2a - 1 = 7$$

$$2a = 7 + 1 = 8$$

$$a = \frac{8}{2} = 4$$

$$-2a + b = 7$$

$$-8 + b = 7$$

$$b = 7 + 8 = 15$$

$$b - a = 15 - 4 = 11$$

الف) 9 ✓

ب) 13

ج) 22

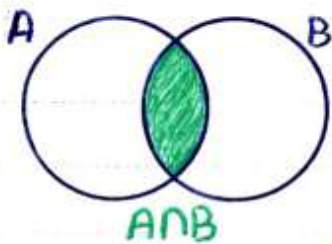
د) -1

تعریف: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، مجموعه‌ای که اعضای آن هم عضو  $A$  و هم عضو  $B$  باشند را « اشتراک دو مجموعه  $A, B$  » می‌نامیم.

نکته: اشتراک دو مجموعه  $A, B$  را با نماد  $A \cap B$  نشان می‌دهیم.

← آن را به صورت « اشتراک  $B$  » بخوانید.

نکته: اشتراک دو مجموعه  $A, B$  با زبان ریاضی و با کمک نمودار ون به صورت زیر می‌باشد.



$$A \cap B = \{x \mid x \in A, x \in B\}$$

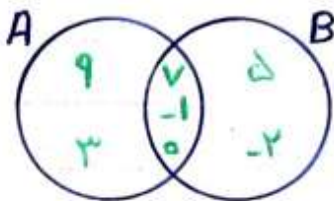
مثال: اگر  $A = \{9, 7, -1, 3, 0\}$  و  $B = \{5, -1, 7, 0, -2\}$  باشد.

$$A \cap B = \{7, -1, 0\}$$

الف) حاصل  $A \cap B$  را بدست آورید.

(در واقع ما باید اعدادی که در هر دو مجموعه هستند را بنویسیم)

ب) نمودار ون مربوط به مجموعه‌های  $A, B$  را رسم کنید.



(باتوجه به نمودار ون مشخص است که اعداد  $7, -1, 0$  در هر دو دایره  $A, B$  قرار دارند. بنابراین عضوهای مشترک هر دو مجموعه به حساب می‌آیند)

مثال: اگر  $A = \{x - 4 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3\}$  و  $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -4 \leq x < +1\}$  باشد.

الف) عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

$$A = \{x - 4 \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3\} = \{1 - 4, 2 - 4, 3 - 4\} = \{-3, -2, -1\}$$

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -4 \leq x < +1\} = \{-4, -3, -2, -1, 0\}$$



ب) حاصل  $A \cap B$  را بدست آورید.

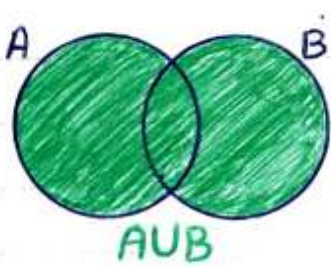
$$A \cap B = \{-3, -2, -1\}$$

تعریف: اگر  $A$  و  $B$  دو مجموعه باشند، مجموعه ای که اعضای آن شامل همای اعضای  $A$  و  $B$  باشد را «اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$ » می نامیم

نکته: اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  را با نماد  $A \cup B$  نشان می دهیم.

← آن را به صورت «اجتماع  $B$ » بخوانید.

نکته: اجتماع دو مجموعه  $A$  و  $B$  با زبان ریاضی و به کمک نمودار وین به صورت زیر می باشد.



$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$



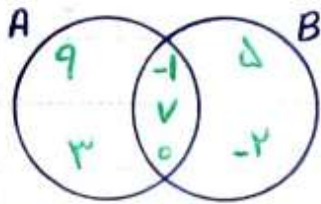
مثال: اگر  $A = \{9, 7, -1, 3, 0\}$  و  $B = \{5, -1, 7, 0, -2\}$  باشد.

الف) حاصل  $A \cup B$  را بدست آورید.

$$A \cup B = \{9, 7, -1, 3, 0, 5, -1, 7, 0, -2\} = \{9, 7, -1, 3, 0, 5, -2\}$$

بعضی از اعضا تکراری هستند

ب) نمودار وین مربوط به مجموعه های  $A$  و  $B$  را رسم کنید.



(با توجه به نمودار وین مشخص است که اعداد  $9, 7, 0, -1, -2, 5$  در مجموعه  $A$  یا در مجموعه  $B$  قرار دارند.)

مثال: اگر  $A = \{2x - 3 \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 3\}$  و  $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x < 1\}$  باشد.

الف) عضوهای هر مجموعه را مشخص کنید.

$$A = \{2x - 3 \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 3\} = \{2 \times 0 - 3, 2 \times 1 - 3, 2 \times 2 - 3, 2 \times 3 - 3\} = \{-3, -1, 1, 3\}$$

۲، ۳ دارد

$$B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -3 < x < 1\} = \{-2, -1, 0\}$$

$$A \cup B = \{-3, -1, 1, 3, -2, 0\}$$

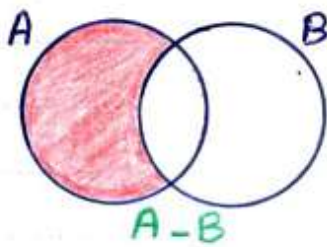
ب) حاصل  $A \cup B$  را بدست آورید.

تعریف: اگر  $A, B$  دو مجموعه باشند، مجموعه‌ای که اعضای آن عضو  $A$  بوده ولی عضو  $B$  نباشند را «تفاضل  $B$  از  $A$ » می‌نامیم

نکته: تفاضل  $B$  از  $A$  را با نماد  $A - B$  نشان می‌دهیم.

← آنرا به صورت « $A$  منهای  $B$ » بخوانید

نکته مجموعه‌ای  $A - B$  با زبان ریاضی و با کمک نمودار ون به صورت زیر می‌باشد.

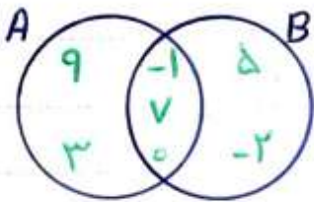


$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$



مثال: اگر  $A = \{9, 7, -1, 3, 0\}$  و  $B = \{5, -1, 7, 0, -2\}$  باشد.

الف) نمودار ون مربوط به مجموعه‌های  $A, B$  را مشخص کنید.



ب) با کمک نمودار ون، حاصل  $A - B$  و  $B - A$  را بدست آورید.

$$A - B = \{9, 3\} \rightarrow$$

باید اعدادی که در  $A$  هستند ولی در  $B$  نیستند را مشخص کنیم.

$$B - A = \{5, -2\} \rightarrow$$

باید اعدادی که در  $B$  هستند ولی در  $A$  نیستند را مشخص کنیم.

مثال: اگر  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 4\}$  و  $B = \{2x - 1 \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 3\}$  باشد.

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 4\} = \{1, 2, 3\}$$

$$B = \{2x - 1 \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 3\} = \{2 \times 0 - 1, 2 \times 1 - 1, 2 \times 2 - 1, 2 \times 3 - 1\} = \{-1, 1, 3, 5\}$$



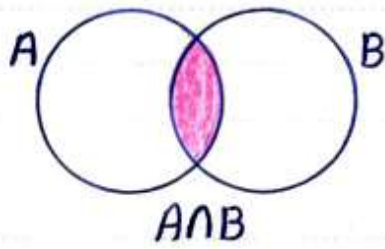
ب) حاصل  $A - B$  و  $B - A$  را بدست آورید.

$$A - B = \{2\}$$

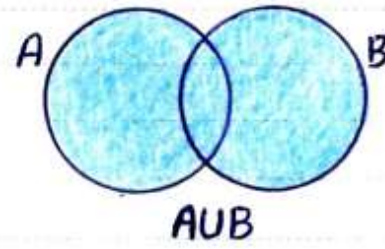
$$B - A = \{-1, 5\}$$



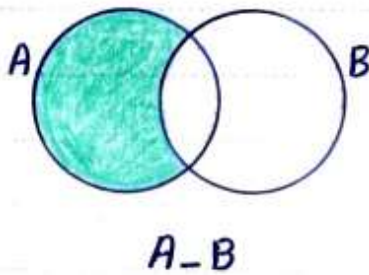
## خلاصای درس؟



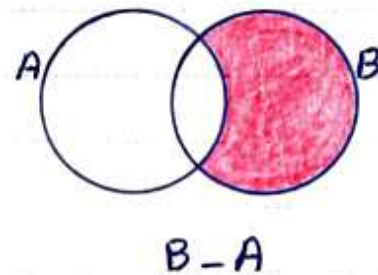
$$A \cap B = \{x \mid x \in A, x \in B\}$$



$$A \cup B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$$



$$A - B = \{x \mid x \in A, x \notin B\}$$



$$B - A = \{x \mid x \in B, x \notin A\}$$

مثال: اگر  $A = \{-1, 3, 5, 2\}$ ,  $B = \{3, 7, -1\}$ ,  $D = \{2, -1\}$  باشد، حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$$A \cap B =$$

$$B \cup D =$$

$$D - B =$$

$$(A \cap B) - D =$$

$$D - A =$$

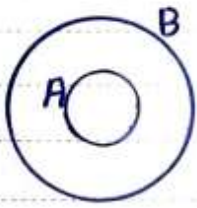
$$n(B - D) =$$



نکته: اگر  $A \subseteq B$  باشد، نمودار ون مربوط به مجموعه های  $A, B$  به صورت زیر می باشد.

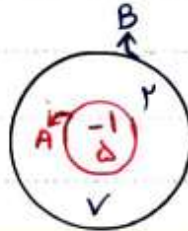


یعنی تمام عضوهای مجموعه  $A$  در مجموعه  $B$  قرار دارند که این موضوع به خوبی با نمودار ون مشخص شده است.



در این صورت اگر  $A \subseteq B$  باشد، داریم:

$A = \{-1, 5\}$  و  $B = \{2, -1, 7, 5\}$



$A \cup B = B$  (الف)

$A \cup B = \{-1, 5, 2, 7\} = B$

$A \cap B = A$  (ب)

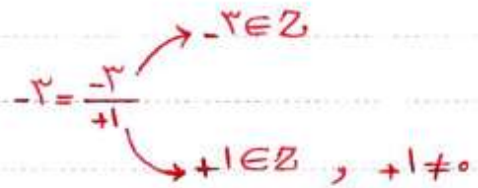
$A \cap B = \{-1, 5\} = A$

مثال: مجموعه های اعداد طبیعی و حسابی و صحیح به صورت مقابل می باشند.

$N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$

$W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$

$Z = \{\dots, -4, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots\}$

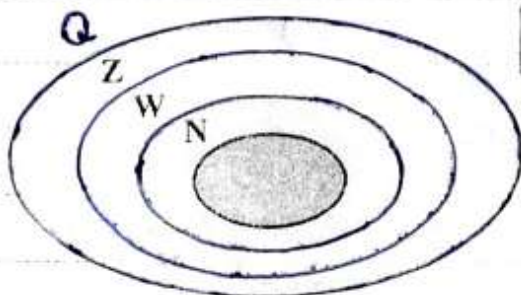


$Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0\}$

بنابر این واضح است که تمام اعداد طبیعی در اعداد حسابی می باشند ( $N \subseteq W$ ) و تمام اعداد حسابی نیز در اعداد صحیح می باشند ( $W \subseteq Z$ ) و همچنین تمام اعداد صحیح در اعداد گویا می باشند ( $Z \subseteq Q$ ). در این صورت داریم:

$N \subseteq W \subseteq Z \subseteq Q$

و نمودار ون مربوط به این مجموعه ها به صورت زیر می باشد.



نمایش نمودار ون



تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

مجموعه های اعدادی که کاربرد زیادی دارند به صورت زیر نامگذاری و نمایش داده می شوند.

①  $N = \{1, 2, 3, 4, \dots\}$  (مجموعه اعداد طبیعی)

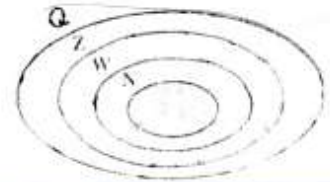
②  $W = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\}$  (مجموعه اعداد حسابی)

③  $Z = \{\dots, -2, -1, 0, 1, 2, \dots\}$  (مجموعه اعداد صحیح)

④  $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a, b \in Z, b \neq 0 \right\}$  (مجموعه اعداد گویا)

⑤  $O = \{1, 3, 5, \dots\} = \{2k - 1 \mid k \in N\}$  (مجموعه اعداد فرد)

⑥  $E = \{2, 4, 6, \dots\} = \{2k \mid k \in N\}$  (مجموعه اعداد زوج)



مثال: با توجه به مجموعه های بالا حاصل عبارات زیر را بدست آورید.

$N \cup W = W$



$N \cap W = N$

$N \cup W = W$   
 $N \cap W = N, N - W = \emptyset$

$W - N = \{0, 2, 4, \dots\} - \{1, 2, 3, \dots\} = \{0\}$

$Q \cup N =$

$Q \cap N =$

$E \cup O = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\} = N$

$E - O = E$

$Z \cup O =$

$E \cup N =$

$W \cup Z =$

$Q \cup W =$

$N - W = \emptyset$

$N - E = O$

$O \cap E = \emptyset$

$N - O = E$

$N \cap E =$

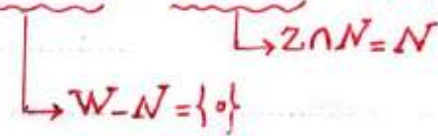
$E - W =$

$N - Z =$



مثال: حاصل عبارت  $(W - N) \cup (Z \cap N)$  کدام است؟

$(W - N) \cup (Z \cap N) = \{0\} \cup N = \{0\} \cup \{1, 2, 3, 4, \dots\} = \{0, 1, 2, 3, 4, \dots\} = W$

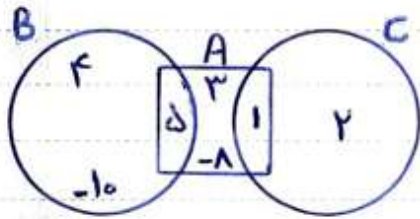


- الف)  $N$  (ع)
- ب)  $W$  (✓)

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...) | فیروز محمودی | همراه: ۰۲۷۲۵۲۰۱۳۷۰۹

نمونه سوالات امتحانی؛

۱- با توجه به نمودار وین، درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید



- $5 \notin A$  .....  $10 \in C$  .....
- $2 \in B$  .....  $7 \in A$  .....
- $3 \notin C$  .....  $8 \notin C$  .....

۲ مقدار  $x$  و  $y$  را چنان تعیین کنید که مجموعه  $A = \{7, x, y-3\}$  دارای یک عضو باشد.

۳ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

- الف) مجموعه ای که عضو ندارد، زیر مجموعه هم ندارد. ....
- ب) هر مجموعه ای، زیر مجموعه ای تهی است. ....
- ج) اگر  $A \subseteq B$  باشد، داریم:  $A \cup B = B$  .....
- د) مجموعه ای  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, x < 1\}$  تهی است. ....
- ه)  $\{ \} \in \{ \} \dots\dots\dots$
- ت) مجموعه ای  $A = \{a, b\}$  با مجموعه ای  $B = \{b, b, a, b, a, a\}$  برابر است. ....

۴ اگر  $A = \{x \mid x \in \mathbb{N}, -3 < x < 5\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{W} \mid x \leq 7\}$  باشد

الف) مجموعه های  $A, B$  را با اعضایشان بنویسید.

$A = \{$

$B = \{$

ب) مجموعه های  $A - B$ ،  $A \cap B$ ،  $A \cup B$  را با اعضایشان مشخص کنید.

$A - B =$

$A \cap B =$

$A \cup B =$



تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...) فیروز محمودی همراه: ۰۲۷۲۵۲۰۲۷۲۵۲ | ۰۹ | ۱۳۷۰ | صفحه

۵- عنوانهای هر مجموعه را مشخص کنید.

$$A = \{x^2 \mid x \in \mathbb{W}, x \leq 2\} =$$

$$B = \{-3x + 7 \mid x \in \mathbb{N}, 2 \leq x < 4\} =$$

$$C = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 < 5\} =$$

۶ هر مجموعه را به کمک نمادهای ریاضی مشخص کنید

$$A = \{-1, 0, +1, +2\} = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -1 \leq x \leq +2\}$$

$$B = \{7, 15, 21\} = \{7x \mid x \in \mathbb{N}, x \leq 3\}$$

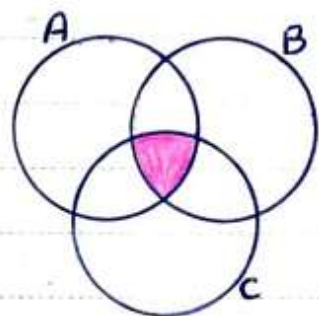
$$C = \left\{ \frac{3}{5}, \frac{3}{4}, \frac{3}{7}, \frac{3}{8} \right\} =$$

$$D = \{1, 4, 9, 16, 25, \dots\} = \{x \times x \mid x \in \mathbb{N}\} = \{x^2 \mid x \in \mathbb{N}\}$$

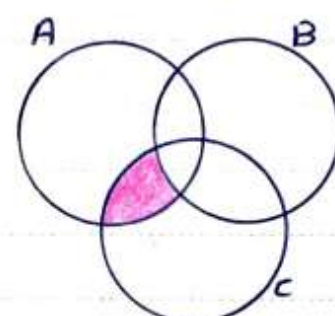
$1 \times 1$     $2 \times 2$     $3 \times 3$     $4 \times 4$     $5 \times 5$   
 $2 \times 2$



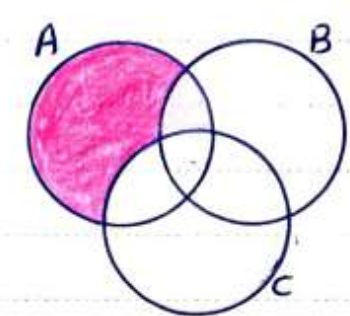
۷ در هر شکل عبارات خواسته شده را رنگ آمیزی کنید.



$A \cap B \cap C$



$(A \cap C) - B$



$A - (B \cup C)$

۸- عبارات زیر را کامل کنید.

الف) اگر  $A = \{-2, -2, -2, 0\}$  باشد،  $n(A) = 3$  زیرا فقط سه عضو دارد.

ب) اگر  $A$  یک مجموعه دلخواه باشد،  $A \cap \emptyset = \emptyset$ ،  $A \cup \emptyset = A$ .

ج) هر مجموعه‌ای یکانی فقط ۲- زیر مجموعه دارد.

□  
 $2 = 2$

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ... ) فیروز محمودی همراه : ۰۲۷۲۵۲۰۲۷۳۷۰۹

احتمال؟

تعریف آزمایش؛ هر عملی که منجر به یک نتیجه شود را **آزمایش** می گویند.

مثال: پرتاب یک سکه آزمایش است که نتیجه ی آن می تواند «**رو آمدن**» یا «**پشت آمدن**» باشد.

نکته: هر آزمایش بر اساسی نتیجه اش با دو دسته تقسیم می شود.

الف) آزمایش قطعی؛ آزمایشی که می توان نتیجه را قبل از انجام آن مشخص کرد.

مثال: اگر یک جعبه داشته باشیم که درون آن مهره های باریک آبی باشند و به طور تصادفی یک مهره از این جعبه خارج کنیم، همواره مهره ی خارج شده آبی خواهد بود. (یعنی قبل از خروج مهره از جعبه می دانیم که رنگ آن آبی خواهد بود)

ب) آزمایش تصادفی؛ آزمایشی که نتیجه ی آن از قبل مشخص نباشد.

مثال: در پرتاب یک سکه نمی توان پیش بینی کرد که «**روی سکه**» ظاهر می شود یا «**پشت سکه**» یعنی تا آزمایش نکنیم نمی توانیم نتیجه را مشخص کنیم.

تعریف فضای نمونه ای؛ در هر آزمایش تصادفی، مجموعه ای تمام حالت های ممکن را فضای نمونه ای آن آزمایش می گویند. که آن را با  $S$  نشان می دهند. همچنین تعداد عضوهای  $S$  را با  $n(S)$  مشخص می کنند.



مثال: در هر یک از آزمایش های زیر، فضای نمونه ای (تمام حالت های ممکن) را بنویسید.

الف) پرتاب یک سکه؛  $S = \{ \text{رو, پشت} \} \Rightarrow n(S) = 2$

ب) پرتاب یک تاس؛  $S = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6 \} \Rightarrow n(S) = 6$

ج) پرتاب هم زمان دو سکه؛  $S = \{ (پ, پ), (پ, ر), (ر, پ), (ر, ر) \} \Rightarrow n(S) = 4$

د) پرتاب هم زمان یک سکه و یک تاس؛

$S = \{ (ر, 1), (ر, 2), (ر, 3), (ر, 4), (ر, 5), (ر, 6), (پ, 1), (پ, 2), (پ, 3), (پ, 4), (پ, 5), (پ, 6) \}$

بنابراین در پرتاب هم زمان یک سکه و یک تاس، فضای نمونه ای ۱۲ عضو دارد پس؛  $n(S) = 12$

تدریس خصوصی ریاضیات دبیرستان (دوره ی اول و دوم و ...)

فیروز محمودی

همراه : ۰۲۷۲۵۲۰۱۳۷۰۰۹

صفحه ۲

پیشامد؛ در هر آزمایش به مجموعه‌ای تمام حالت‌های مطلوب و دلخواه که می‌خواهیم اتفاق بیفتد را **پیشامد** می‌گوئیم که آن را با  $A$  یا  $B$  یا ... نمایش می‌دهند. و تعداد عضوهای آن را با  $n(A)$  یا  $n(B)$  و ... نشان می‌دهیم.

نکته: برای محاسبه‌ی احتمال وقوع یک پیشامد به کمک مجموعه‌ها از فرمول زیر استفاده می‌کنیم

$$\text{تعداد حالت‌های مطلوب} = \frac{\text{احتمال وقوع یک پیشامد}}{\text{تعداد همه‌ی حالت‌های ممکن}}$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

و یا اینکه می‌توانیم بنویسیم:

مثال: در پرتاب یک تاسی احتمال اینکه عدد ظاهر شده بزرگتر از ۴ باشد چقدر است

جواب؛ مجموعه‌ی پیشامدهای مطلوب یعنی (ظاهر شدن عدد بزرگتر از ۴) را با  $A$  و مجموعه‌ی همه‌ی حالت‌های ممکن را با  $S$  نشان می‌دهیم.

$$A = \{5, 6\} \Rightarrow n(A) = 2$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(S) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{6}$$

مثال: در پرتاب یک تاسی؛

الف) احتمال اینکه عدد ظاهر شده مغرب ۲ باشد چقدر است؟

$$A = \{2, 4, 6\} \Rightarrow n(A) = 3$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(S) = 6$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{6}$$



ب) احتمال اینکه عدد ظاهر شده زوج و اول باشد چقدر است؟

$$A = \{2\} \Rightarrow n(A) = 1$$

$$S = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\} \Rightarrow n(S) = 6$$

نکته: تنها عددی که زوج و اول است عدد ۲ می‌باشد.

بنابراین احتمال مورد نظر برابر است با؛

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{1}{6}$$

مثال: در پرتاب همزمان یک سکه و یک تاس احتمال اینکه سکه رو و تاس عددی زوج بیاید چقدر است.

جواب: فضای نمونه ای (S) دارای ۱۲ عضو می باشد که عبارتند از:

$$S = \{(1,1), (1,2), (1,3), (1,4), (1,5), (2,1), (2,2), (2,3), (2,4), (2,5), (3,1), (3,2), (3,3), (3,4), (3,5), (4,1), (4,2), (4,3), (4,4), (4,5), (5,1), (5,2), (5,3), (5,4), (5,5)\}$$

بنابراین داریم:

می خواهیم سکه رو و تاس زوج باشد

$$A = \{(1,2), (1,4), (1,6)\} \Rightarrow n(A) = 3$$

در این صورت:

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

مثال: در پرتاب همزمان دو تاس، احتمال اینکه مجموع دو عدد رو شده، بیشتر از ۶ باشد چقدر است؟

	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱						
۲						⊗
۳					×	×
۴				×	×	×
۵			×	×	×	×
۶		×	×	×	×	×

راهنمایی: علامت ⊗ به این معنی است که در تاس اول عدد ۶ و در تاس دوم عدد ۶ ظاهر شده است که مجموع این دو عدد بیشتر از ۶ می باشد.

جواب: در پرتاب همزمان دو تاس ۳۶ حالت ممکن وجود دارد. بنابراین

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{15}{36}$$

مثال: خانواده ای دارای دو فرزند است، احتمال اینکه فرزند بزرگتر پسر باشد چقدر است؟

$$S = \{(پ, پ), (پ, >), (>, پ), (>, >)\} \Rightarrow n(S) = 4$$

(پ, پ) به این معنی است که فرزند بزرگ پسر و فرزند کوچک هم پسر باشد.  
(>, پ) به این معنی است که فرزند بزرگ پسر و فرزند کوچک دختر باشد.  
بنابراین احتمال مورد نظر عبارتست از:

$$A = \{(پ, پ), (>, پ)\} \Rightarrow n(A) = 2$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

