

جزوه آموزشی فصل اول ریاضی هفتم

چگونه مسئله را حل کنیم؟

در حل یک مسئله، چهار مرحله وجود دارد.

مرحله (۱) فهمیدن مسئله

برای فهمیدن بهتر مسئله، آن را خوب بخوانید و درک کنید. کارهای زیر میتواند شما را در درک بهتر مسئله کمک کند.

الف) مسئله را به زبان ساده بنویسید.

ب) مسئله را خلاصه کنید.

ج) داده ها و خواسته های مسئله را مشخص کنید.

مرحله (۲) انتخاب راهبرد مناسب

باتوجه به اطلاعات موجود در مسئله و کاربرد هر راهبرد، یکی از راهبردهای مسئله را انتخاب کنید.

مرحله (۳) حل کردن مسئله

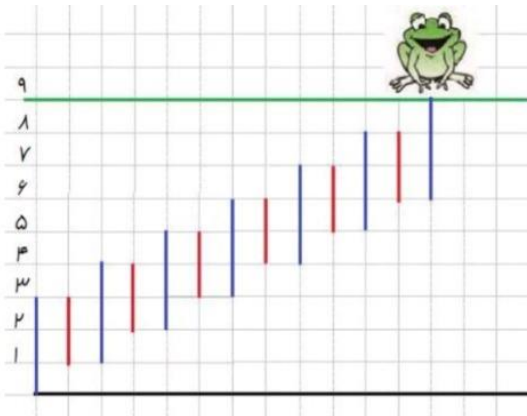
با راهبردی که انتخاب کرده اید مسئله را حل کنید. اگر تشخیص دادید که مسئله با آن راهبرد به نتیجه نمیرسد، راهبرد را تغییر دهید. گاهی هم لازم میشود به مرحله ی اول برگردید شاید نکته ای در مسئله وجود دارد که شما به آن توجه نکرده اید.

مرحله (۴) بازگشت به عقب

حل کردن مسئله با پیدا شدن پاسخ ریاضی تمام نمیشود، بلکه باید بررسی کنید که آیا پاسخ شما منطقی و همان خواسته مسئله است؟

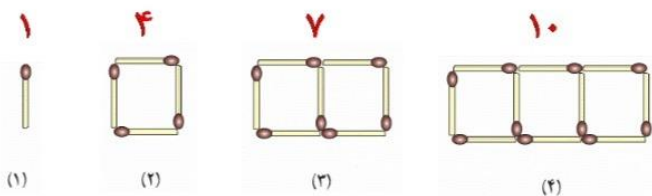
مثال) قورباغه ای از یک دیوار عمودی بالا می رود، او با هر جهش سه متر بالا می رود و هر بار دو متر سُر می خورد و پایین می آید. اگر ارتفاع دیوار ۹ متر باشد، او با چند جهش به بالای دیوار می رسد؟

این سوال با کمک راهبرد رسم شکل حل می شود. چون بعد از خوندن صورت سوال، ذهنمون ناخود آگاه شروع به تجسم و تصور قورباغه ای میکنه که در حال تلاش برای رسیدن به بالای دیوار می باشد. پس یه شکل ساده مانند زیر می کشیم



همانطور که می بینید قورباغه با جهش اول ۳ متر بالا می ره ولی چون ۲ متر سُر می خوره روی عدد یک می ایستد. در جهش های بعدی هم دوباره همینطور هر ۳ متر بالا و ۲ متر سُر. تا اینکه در هفتمین جهش وقتی ۳ متر بالا می رود به عدد ۹ می رسد که چون ارتفاع دیوار هم ۹ متره، یعنی به بالای دیوار رسیده پس دیگه سُر نمی خوره

مثال) شکل دهم با چند چوب کبریت ساخته میشود؟ چرا؟



این سوال با کمک راهبرد الگویابی حل می شود، چون با کشف الگو و رابطه بین اعداد است که ما میتوانیم خواسته سوال را که اینجا تعداد چوب کبریت های شکل دهم است را بدست آوریم. برای پیدا کردن رابطه بین اعداد هم باید ابتدا تعداد چوب کبریت های هر شکل را بشماریم

شکل (۱) یکی

شکل (۲) چهارتا

شکل (۳) هفت تا

وشکل (۴) ده تا چوب کبریت داریم

همانطور که واضح، تعداد چوب کبریت ها ۳ تا ۳ تا اضافه شده پس شماره هر شکل را در ۳ ضرب می کنیم و بعد با تعداد چوب کبریت هایی که در شکل هست مقایسه می کنیم بزارید یه مثال بزنم

مثلا برای شکل (۱) عدد ۱ را در ۳ ضرب می کنیم میشه ۳. حالا اگه به شکل شماره ۱ نگاه کنیم می بینیم که یک چوب کبریت داریم پس باید از اون عدد ۳ که بدست آورده بودیم ۲ تا کم کنیم

مثلا برای شکل (۲) عدد ۲ را در ۳ ضرب می کنیم میشه ۶. حالا اگه به شکل شماره ۲ نگاه کنیم می بینیم که ۴ چوب کبریت داریم پس باید از اون عدد ۶ که بدست آورده بودیم ۲ تا کم کنیم

مثلا برای شکل (۳) عدد ۳ را در ۳ ضرب می کنیم میشه ۹. حالا اگه به شکل شماره ۳ نگاه کنیم می بینیم که ۷ چوب کبریت داریم پس باید از اون عدد ۹ که بدست آورده بودیم ۲ تا کم کنیم

پس در مورد شکل دهم نیز ۱۰ را در ۳ ضرب می کنیم میشه ۳۰ بعد ۲ تا کم می کنیم که میشه ۲۸ تا

مثال) با انگشتان یک دست به ۵ صورت می توان عدد ۱ را نشان داد به چند صورت می توان عدد ۲ را نشان داد؟

این سوال با کمک راهبرد الگوسازی حل می شود، چون برای نمایش عدد ۲ به کمک انگشتان دست حالت های زیادی وجود دارد که باید همه آنها را نوشت

پس لازمه که با ترتیبی مشخص پیش بریم که حالتی از قلم نیوفتد.

در این طور مواقع راهبرد الگوسازی با ایجاد نظم و الگو خاص به ما کمک می کند تا اطمینان پیدا کنیم همه حالت ها را نوشته ایم.

حالا اگه برای هر یک از انگشتان دست بصورت زیر یه شماره بزاریم



و شماره هر انگشت را با تک به تک انگشتان بعد از خودش در جدولی مانند جدول زیر به ترتیب بنویسیم می بینیم که با انگشتان دست به ۱۰ حالت میتوان عدد ۲ را نشان داد

انگشت اول	انگشت دوم
۱	۲
۱	۳
۱	۴
۱	۵
۲	۳
۲	۴

۵	۲
۴	۳
۵	۳
۵	۴

مثال) ۲۰ دستگاه دوچرخه و سه چرخه در یک توقفگاه وجود دارد. اگر تعداد کل چرخ های آن ها ۴۵ عدد باشد، چند دوچرخه و چند سه چرخه در توقفگاه وجود دارد؟

این مدل سوالات چون اطلاعات مشخص و دقیقی ندارند به کمک راهبرد حدس و آزمایش به صورت زیر حل می شوند همیشه در حدس اول مثلا اگه عین سوال ما مجموعا ۲۰ دستگاه داشته باشیم، نصف آن را دوچرخه و نصف دیگر را سه چرخه در نظرمی گیریم پس حدس اول ما ۱۰ دوچرخه و ۱۰ سه چرخه است حالا با توجه به اینکه هر دوچرخه ۲ چرخ و هر سه چرخه ۳ چرخ دارد تعداد کل چرخ ها در حدس اول برابر می شود با

$$(10 \times 2) + (10 \times 3) = 50$$

حالا با توجه به اینکه در صورت سوال گفته، تعداد کل چرخ ها ۴۵ عدد است پس حدس اول ما نادرست بوده و به سراغ حدس بعدی می رویم

در حدس دوم تعداد سه چرخه ها رو باید کمتر کنیم، چون اگه تعداد سه چرخه ها رو بیشتر کنیم تعداد چرخ ها بازم بیشتر می شود

پس به عنوان مثال اگر این بار تعداد سه چرخه ها را ۸ عدد در نظر بگیریم، تعداد دوچرخه ها هم ۱۲ عدد می شود (چون تعداد دوچرخه و سه چرخه ها باید روی هم ۲۰ عدد شود)

اگه به بررسی این حدسمون هم بپردازیم، متوجه می شویم که این حدس هم درست نبود ولی به جواب نزدیک تر شدیم پس برای حدس بعدی باید باز هم از تعداد سه چرخه ها کم کنیم. اگه به همین ترتیب به ازمون و خطا ادامه دهیم متوجه می شویم که از این ۲۰ دستگاه موجود در توقفگاه ۱۵ عدد دوچرخه و ۵ عدد سه چرخه است.

مثال) مجموع سن سه نفر ۱۴ سال و حاصل ضرب سن آنها ۷۰ سال است، سن بزرگترین نفر چقدر است؟

این سوال با کمک راهبرد حذف حالت های نامطلوب حل می شود، چون همانطور که می دانید حالت های زیادی از اعداد وجود دارد که مجموع آنها ۱۴ بشه به عنوان مثال

$$(1, 1, 12) \quad (1, 2, 11) \quad (1, 3, 10)$$

اما حاصل ضرب همشون ۷۰ نمیشه، بنابراین اینطور مواردی نامطلوب هستند و باید کنار گذاشته بشن تا نهایتا به جواب برسیم

پس اگه در جدولی مانند جدول زیر، همه اعدادی را که مجموع آنها ۱۴ می شود را بنویسیم و بعد اونایی که حاصل ضرب شون ۷۰ همیشه رو حذف کنیم متوجه می شویم ان سه عددی که هم مجموعشان ۱۴ میشه وهم حاصل ضرب شون ۷۰ می شود عبارتند از ۲، ۵، ۷ که بزرگترین اونا همیشه ۷

عدد اول	عدد دوم	عدد سوم	مجموع اعداد	حاصل ضرب اعداد
۱	۱	۱۲	۱۴	۱۲
۱	۲	۱۱	۱۴	۲۲
۱	۳	۱۰	۱۴	۳۰
۱	۴	۹	۱۴	۳۶
۱	۵	۸	۱۴	۴۰
۱	۶	۷	۱۴	۴۲
۲	۲	۱۰	۱۴	۴۰
۲	۳	۹	۱۴	۵۴
۲	۴	۸	۱۴	۶۴
۲	۵	۷	۱۴	۷۰

مثال) میوه فروشی امروز ۴۰ کیلوگرم سیب به قیمت هر کیلوگرم ۲۵۰۰ تومان و ۸۰ کیلوگرم پرتقال به قیمت هر کیلوگرم ۱۵۰۰ تومان خرید. او هر کیلوگرم سیب را ۳۰۰۰ تومان و هر کیلوگرم پرتقال را ۲۰۰۰ تومان فروخت. این میوه فروش از این کار خود چقدر سود برده است؟

شاید این سوال در نگاه اول یک سوال سخت و پیچیده بنظر بیاد ولی ما به کمک راهبرد زیرمسئله می توانیم ان را به چند مسئله کوچک تبدیل کنیم که حل انها در نهایت ما را به خواسته اصلی مسئله می رساند

زیرمسئله اول:

محاسبه سود حاصل از فروش سیب ها

زیرمسئله دوم:

محاسبه سود حاصل از فروش پرتقال ها

زیرمسئله سوم:

محاسبه سود حاصل از فروش کل میوه ها

با توجه به اینکه این میوه فروش هر کیلو سیب را ۲۵۰۰ تومان خریده و ۳۰۰۰ تومان فروخته پس در فروش هر یک کیلو سیب ۵۰۰ تومان سود کرده حالا اگه ۴۰ کیلو سیب فروخته باشد از فروش سیب ها ۲۰ هزار تومان سود کرده وسود حاصل از فروش کل میوه ها برابر میشود با

$$۲۰۰۰۰ + ۴۰۰۰۰ = ۶۰۰۰۰$$

مثال) احمد ۳۰ هزار تومان پول داشت. او ۴ دفتر خرید و ۲ هزار تومان برایش باقی ماند، قیمت هر دفتر چقدر است؟
در فصل سوم این مسئله را به کمک معادله و به صورت خیلی راحت تر حل خواهیم کرد اما فعلا آن را به صورت تساوی زیر نشان می دهیم

$$4 \times \dots + 2000 = 30000$$

عدد جای خالی نشان دهنده ی قیمت یک دفتر است که با کمک راهبرد حدس و آزمایش که بالاتر توضیح داده شد ۷ هزار تومان بدست می آید.

مثال) حاصل عبارت زیر را به دست آورید

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} \dots \dots \dots + \frac{1}{1024}$$

برای حل این سوال از راهبرد حل مسئله ساده تر استفاده می کنیم یعنی ابتدا اون قسمت از مسئله را که کوچکتر و ساده تر بنظر میاد (مثل جمع دو کسر اول) را حل کرده و بعد به قسمت دیگه و....
همینطور قدم به قدم جلو می رویم و ادامه می دهیم تا بتوانیم یک الگو برای جواب ها پیدا کنیم

جمع دو کسر اول

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

جمع سه کسر اول

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} = \frac{7}{8}$$

جمع چهار کسر اول

$$\frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} + \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

خب همانطور که می بینید در هر یک از قسمتهای بالا مخرج جواب همان مخرج کسرها و صورتش یکی کمتر از آن است
پس در مورد صورت سوال ما هم مخرج جواب همان مخرج کسر آخر و صورت یکی کمتر از آن است یعنی $\frac{1023}{1024}$