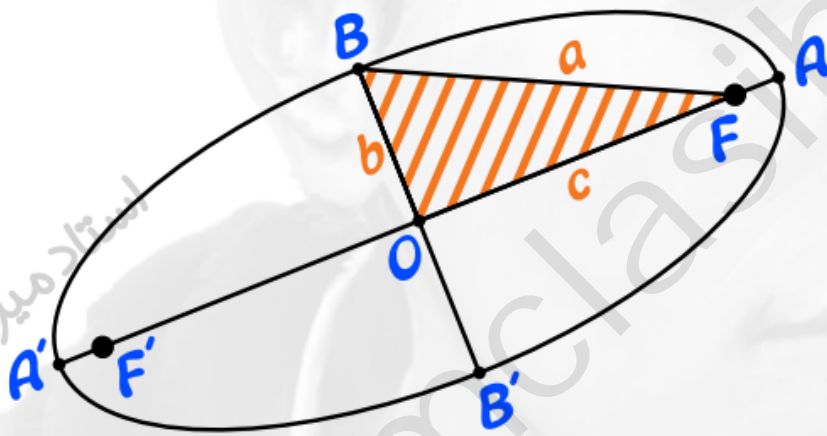
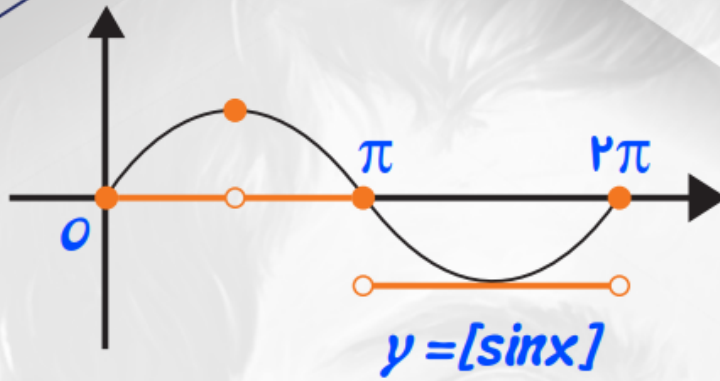


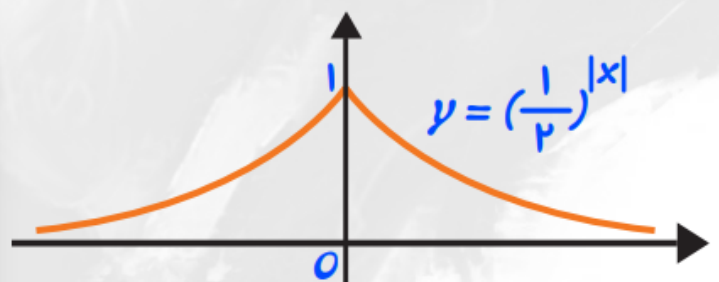


امیر هوشنگ انصاری



ریاضیات

مبحث: هندسه یازدهم



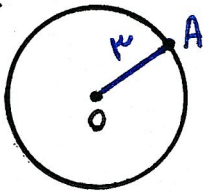
امیر هوشنگ انصاری

هندسه

ترسیم های هندسی:

در این قسمت فقط خط کش و پرگار داریم و همه ترسیم ها با این دو ابزار انجام می شود

۱) رسم دایره: وقتی می خواهیم از نقطه ثابتی به اندازه مثلا ۳ واحد فاصله بگیریم، از دایره کمک می گیریم.



تذکره: وقتی می تویم دایره، منظورمان محیط دایره است و از نقاط درونی و بیرونی دایره صرف نمی بینیم.

مثال) نقطه A به فاصله ۷ واحد از خط d قرار دارد، اگر هیچ نقطه ای روی d وجود نداشته باشد، از A به فاصله ۴x+1 باشد، حدود x کدام است؟

۴)  $0 < x < \frac{3}{4}$

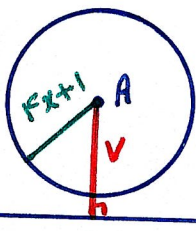
۳)  $x > \frac{3}{4}$

۲)  $-\frac{1}{4} < x < \frac{3}{4}$

۱)  $x < \frac{3}{4}$

حل) گزینه ۲

$0 < 4x+1 < 7 \Rightarrow -\frac{1}{4} < x < \frac{3}{4}$

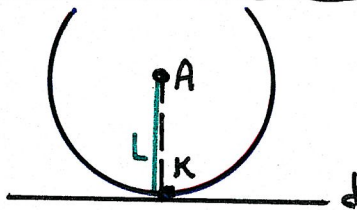


پیدا کردن نقاطی از خط d به از نقطه A به فاصله مشخصی باشند



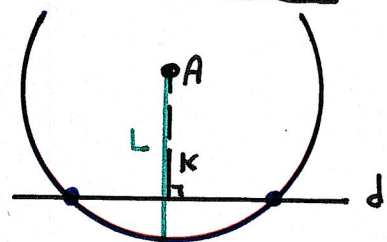
$L < K$

نقطه ای وجود ندارد



$L = K$

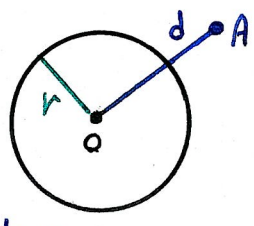
یک نقطه وجود دارد



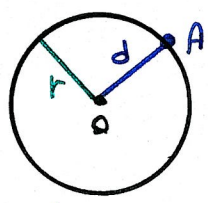
$L > K$

دو نقطه وجود دارد

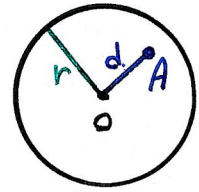
اوضاع نسبی یک نقطه و دایره:



$d > r$   
A بیرون دایره



$d = r$   
A روی دایره



$d < r$   
A درون دایره

مثال) اگر فاصله نقطه A از مرکز دایره به شعاع ۶ برابر  $3m-1$  باشد، حدود m برای آنکه A درون دایره باشد به نام است؟

(۴)  $m > 1$

(۳)  $\frac{1}{3} < m < \frac{7}{3}$

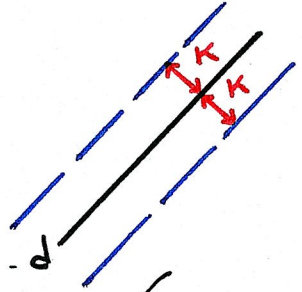
(۲)  $m < \frac{7}{3}$

(۱)  $m < 1$

حل) گزینه ۳

$$0 < 3m-1 < 6 \rightarrow \frac{1}{3} < m < \frac{7}{3}$$

یافتن نقاطی به فاصله K از خط d:



از دو طرف این خط به اندازه K فاصله می‌گیریم و خط موازی d را رسم می‌کنیم.

مثال) مربع ABCD به ضلع ۴ مفروض است، چند نقطه روی محیط مربع وجود دارد که فاصله اش از قطر AC برابر  $2\sqrt{2}$  باشد؟

(۴) صفر

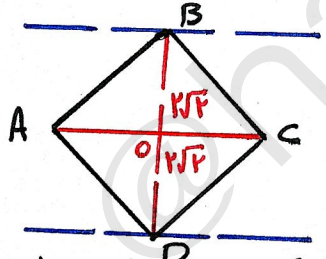
(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۴

حل) گزینه ۲

$$a=4 \rightarrow \text{قطر} = 4\sqrt{2}$$



مثال) دو خط  $\Delta$  و  $\Delta'$  به فاصله ۴ واحد از یکدیگر مفروضند، نقاطی از صفحه که تفاضل فاصله‌های آن‌ها از این دو خط برابر ۱ باشد به نام است؟

(۴) چنین خطی وجود ندارد

(۳) خطی عمود بر  $\Delta$

(۲) دو خط موازی با  $\Delta$

(۱) خطی موازی با  $\Delta$

حل) گزینه ۲

حل (نزینه ۳)

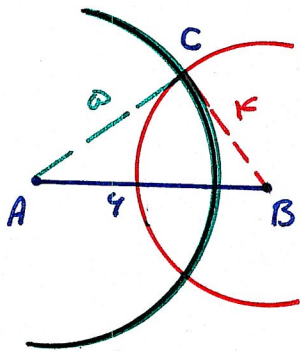
$$|r-r'| < AB < r+r' \Rightarrow |3m-5-m+3| < 1 < 3m-5+m-3$$

$$|2m-2| < 1 < 4m-1 \begin{cases} 1 < 4m-1 \rightarrow m > 4 \\ |m-1| < 1 \rightarrow -3 < m < 5 \end{cases} \xrightarrow{\text{اشتراک}} 4 < m < 5$$

۲) رسم مثلث با داشتن طول اضلاع آن:

مثال) برای رسم مثلثی به طول اضلاع ۴، ۵ و ۶ حداقل به رسم چند کمان نیاز داریم؟

۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴) = منتهی وجود ندارد



حل (نزینه ۲)

تذکره: شرط اینکه بتوانیم مثلثی با طول اضلاع a، b و c بسازیم این است که

$$a < b+c, \quad b < a+c, \quad c < a+b$$

اما اگر بدانیم a بزرگترین ضلع است فقط شرط زیر کافیت:

$$a < b+c$$

مثال) با کدام یک از سه طول داده شده می توان مثلث ساخت؟ (a > 1)

۱)  $\sqrt{3}, \sqrt{2}, 4$       ۲)  $\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{10}$       ۳)  $\sqrt{3}, \sqrt{2}, \sqrt{5}$       ۴)  $1, a-1, 2a$

حل (نزینه ۱)

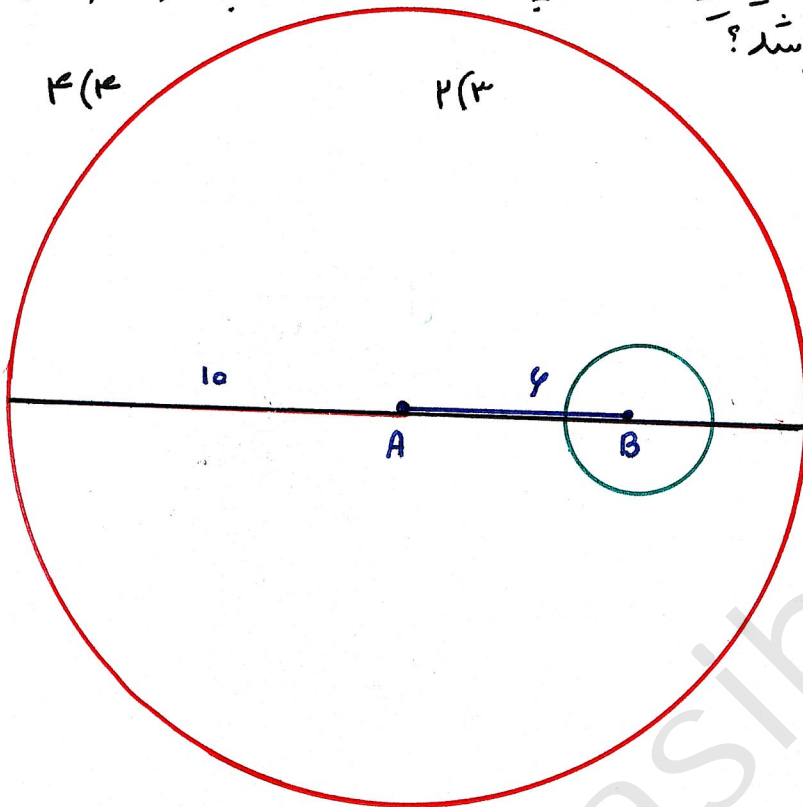
نزینه ۱)  $4 < \sqrt{2} + \sqrt{3} \rightarrow 4 < 1.4 + 1.7 \rightarrow 4 < 3.1$  غلط

نزینه ۲)  $\sqrt{10} < \sqrt{2} + \sqrt{3} \rightarrow 10 < 2 + 3 + 2\sqrt{6} \rightarrow 5 < 2\sqrt{6} \rightarrow 25 < 24$  غلط

نزینه ۳)  $\sqrt{5} < \sqrt{2} + \sqrt{3} \rightarrow 2.2 < 1.4 + 1.7$  درست

نزینه ۴)  $2a < a+1+a-1 \rightarrow 2a < 2a$  غلط

مثال) دو نقطه  $A$  و  $B$  به فاصله  $۶$  از یکدیگر قرار دارند، چقدر نقطه در صفحه وجود دارد که از نقطه  $A$  به فاصله  $۱۰$  و از نقطه  $B$  به فاصله  $۲$  باشد؟

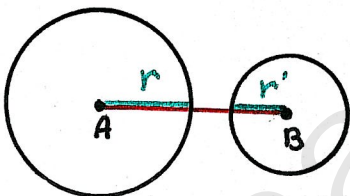


۱ (۲)

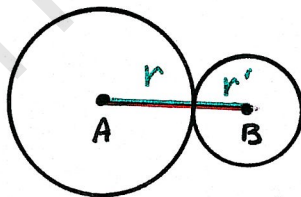
۱ صفر

حل: نقطه ۱

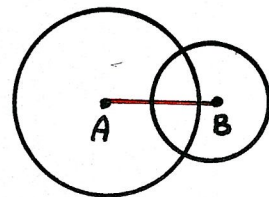
یافتن نقاطی از صفحه که از نقطه  $A$  به فاصله  $r$  و از نقطه  $B$  به فاصله  $r'$  باشند



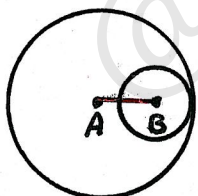
$AB > r + r'$   
صفر نقطه



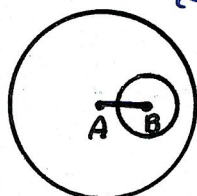
$AB = r + r'$   
یک نقطه



$|r - r'| < AB < r + r'$   
دو نقطه



$AB = |r - r'|$   
یک نقطه



$AB < |r - r'|$   
صفر نقطه

مثال) دو نقطه  $A$  و  $B$  به فاصله  $۸$  از یکدیگر قرار دارند، اگر در صفحه دو نقطه پیدا شود که از  $A$  به فاصله  $۳m-۵$  و از  $B$  به فاصله  $m-۳$  باشند، محدود  $m$  تمام است؟

۱ (۴)  $۵ < m < ۸$

۲ (۳)  $۴ < m < ۵$

۳ (۲)  $m > ۵$

۴ (۱)  $m > ۴$

۳) رسم مثلث با اطلاعاتی غیر از هر سه ضلع:

مثال) اندازه دو ضلع مثلثی ۸ و ۶ و طول ارتفاع وار در ضلع سوم ۴ است، برای رسم این مثلث حداقل  
 ۲ رسم چندگه‌مان نیاز داریم؟  
 ۱(۱) ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴) چنین مثلثی وجود ندارد  
 حل(۱)

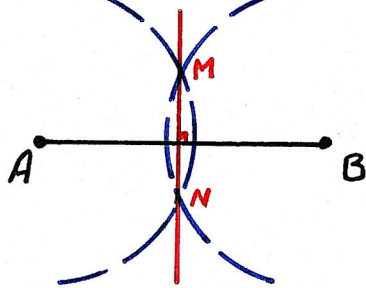
مثال) با اطلاعات  $a=8$ ،  $b=6$  و  $h_b=6$  چند مثلث غیر هم‌بند  $ABC$  قابل رسم است؟  
 ۱(۱) صفر ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴)  
 حل(۱)

مثال) در مثلث  $ABC$ ،  $AC=5$ ،  $BC=6$  و  $AM=m_a$  است. به ازای چند مقدار صحیح  $m_a$   
 مثلث قابل رسم است؟  
 ۱(۱) ۳(۳) ۴(۴) ۵(۵) ۶(۶)  
 حل(۱)

مثال) نقطه  $A$  خارج از دایره و به فاصله ۳ از آن قرار دارد، چند مثلث متساوی‌الساقین به رأس  $A$   
 که قاعده‌اش روی خط  $d$  باشد، می‌توان رسم کرد که مساحتش ۱۲ باشد؟  
 ۱(۱) صفر ۲(۲) ۳(۳) ۴(۴) ۵(۵)  
 حل(۱)

۴) ویژگی های محور منصف و روش رسم آن:

الف) ویژگی: هر نقطه روی محور منصف از دو سر پاره خط به یک فاصله است و بر عکس، هر نقطه از دو سر پاره خط به یک فاصله باشد، روی محور منصف آن پاره خط قرار دارد.



ب) روش رسم: دهانه پرگار را بیش از نصف AB بازی کنیم یک پاره به مرکز A و پاره دیگر به مرکز B و با همان شعاع که آن می زنیم محل برخورد این دو کمان را بهم وصل کرده و امتداد می دهیم.

مثال) دو نقطه A و B و خط d مفروض است، می خواهیم مثلث متساوی الساقین رسم کنیم رأسش روی d و قاعده‌ی آن پاره خط AB باشد، با توجه به اوضاع A، B و d تعداد جواب های ممکن برای رسم مثلث چند می تواند باشد؟

۴) یک جواب

۳) هیچ جواب

۲) دو جواب

۱) یک جواب

حل)

مثال) در صفحه مثلث ABC چند نقطه وجود دارد که از هر سه رأس مثلث به یک فاصله باشد؟

۴) بی شمار

۳) ۳

۲) ۱

۱) صفر

حل)

مثال) در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{C} = 40^\circ$ ، آنگاه محل تلاقی محور منصف های اضلاع مثلث باشد

$40^\circ$  (۴)

$10^\circ$  (۳)

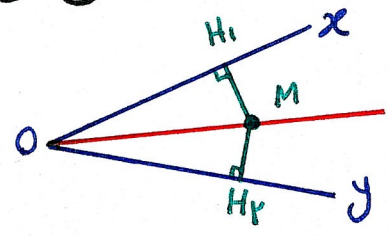
$150^\circ$  (۲)

$140^\circ$  (۱)

حل

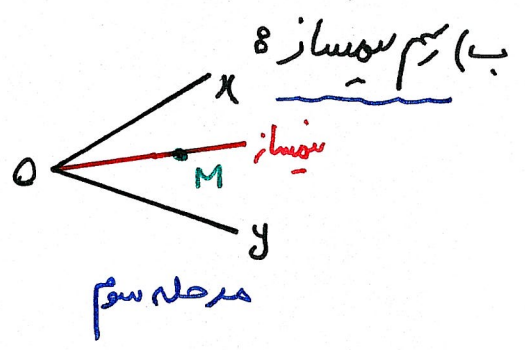
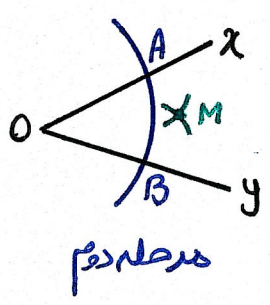
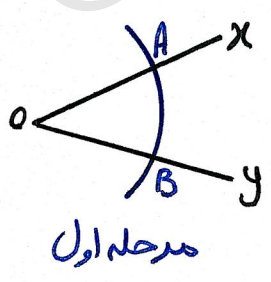
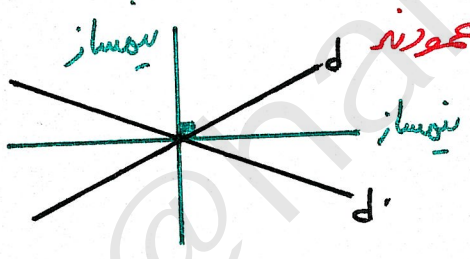
۵) ویژگی نیمساز و روش رسم آن:

الف) ویژگی: هر نقطه روی نیمساز از دو ضلع آن زاویه یک فاصله است و هر نقطه که از دو ضلع زاویه یک فاصله باشد، روی نیمساز این زاویه قرار دارد.



$M$  روی نیمساز است  $\iff MH_1 = MH_2$

تذکره مهم: دو خط متقاطع در دایره دارای ۲ نیمسازند به هم عمودند





مثال) خط مورب  $L$ ، دو خط موازی  $d, d'$  را در نقطه های  $A, B$  قطع می کند، نقطه  $P$  بر خود  
 همسازهای  $A$  و  $B$  کدام ویژگی را دارد؟

- ۱) نسبت فاصله هایش از دو خط  $d, d'$  برابر است.
- ۲) فقط از دو خط  $d, d'$  به فاصله ی یکسانی قرار دارد.
- ۳) از هر سه خط  $d, d'$  و  $L$  به یک فاصله است.
- ۴) نسبت فاصله هایش از دو خط  $d, d'$  برابر است.

حل)

مثال) در صفحه مثلث  $ABC$  چند نقطه وجود دارد که از اضلاع مثلث به یک فاصله باشد؟

- ۱) ۱      ۲) ۳      ۳) ۴      ۴) بی شمار

حل)

مثال) در مثلث  $ABC$  اگر  $b=15$  و  $c=8$ ، همساز زاویه  $A$  مساحت مثلث را به چه نسبتی تقسیم  
 می کند؟

- ۱)  $\frac{1}{2}$       ۲)  $\frac{2}{3}$       ۳)  $\frac{3}{4}$       ۴)  $\frac{4}{5}$

حل)

در صفحه‌ی مثلث  $ABC$  چند نقطه وجود دارد که از دو سر پاره‌خط  $AB$  به یک فاصله بوده و همچنین از دو ضلع  $AB$  و  $BC$  و یا امتداد آن‌ها به یک فاصله باشند؟

۱) صفر

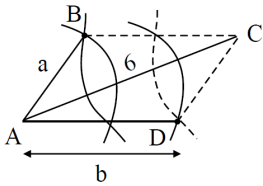
۲) ۱

۳) ۲

۴) بی‌شمار

۱

برای رسم یک متوازی‌الاضلاع دلخواه که  $AC = 6$  یکی از قطرهای آن می‌باشد، مطابق شکل از دو سر  $A$  و  $C$  کمان‌هایی به شعاع‌های  $a$  و  $b$  رسم می‌کنیم تا یکدیگر را در نقاط  $B$  و  $D$  قطع کنند. در این صورت کدام مقدار برای  $a$  و  $b$  قابل قبول است؟



۱)  $a = 2$  و  $b = 3$

۲)  $a = 4$  و  $b = 3$

۳)  $a = 3$  و  $b = 3$

۴)  $b = 7$  و  $a = 1$

۲

مربعی به ضلع ۴ مفروض است. اگر  $A$ ، ناحیه‌ای درون مربع باشد که هر نقطه درون آن ناحیه، فاصله‌اش از تمام رأس‌های مربع بیشتر از یک باشد، بیشترین مساحت ناحیه  $A$  کدام است؟

۱)  $16 - \pi$

۲)  $16 - 2\pi$

۳)  $\pi$

۴)  $\frac{\pi}{4}$

۳

در چهارضلعی  $ABCD$ ،  $\widehat{B} = 90^\circ$  و رأس  $C$  محل تقاطع نیمساز زاویه‌ی داخلی  $A$  و عمودمنصف ضلع  $AD$  است. اگر  $AB = 4$  و مساحت چهارضلعی  $18$  باشد، محیط  $ABCD$  کدام است؟

- ۱  ۱۶
- ۲  ۱۸
- ۳  ۲۰
- ۴  ۲۴

۴

کدام یک از چهارضلعی‌های زیر را نمی‌توان به صورت منحصر به فرد رسم کرد؟

- ۱  متوازی‌الاضلاعی که طول‌های قطرهای آن  $6$  و  $8$  سانتی‌متر است.
- ۲  لوزی‌ای که طول قطرهای آن  $6$  و  $10$  سانتی‌متر است.
- ۳  مربعی که طول قطر آن  $7$  سانتی‌متر است.
- ۴  لوزی‌ای که طول ضلع و قطر آن به ترتیب  $5$  و  $6$  سانتی‌متر است.

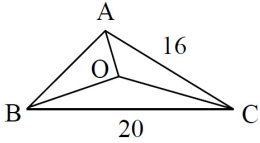
۵

نقطه  $A$  به فاصله  $4$  سانتی‌متر از خط  $d$  قرار دارد. می‌خواهیم مثلث متساوی‌الساقین  $(AB = AC)ABC$  را طوری رسم کنیم که مساحت آن  $12$  سانتی‌متر مربع باشد و دو رأس آن روی خط  $d$  باشد، برای یافتن دو رأس مثلث، دایره‌ای به مرکز  $A$  و به چه شعاعی بزنیم؟

- ۱   $4.5\text{cm}$
- ۲   $5\text{cm}$
- ۳   $6\text{cm}$
- ۴   $4\sqrt{2}\text{cm}$

۶

در شکل زیر،  $O$  نقطه‌ی هم‌رسی نیم‌سازهای زوایای مثلث  $ABC$  است. اگر  $S_{AOC} = 80 \text{ cm}^2$  باشد، مساحت مثلث  $BOC$  چند سانتی‌متر مربع است؟



- ۹۶
- ۱۰۰
- ۱۰۸
- ۱۱۶

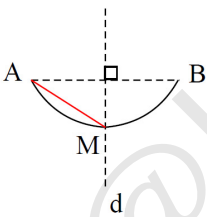
۷

چند مستطیل می‌توان رسم کرد که طول یک ضلع آن،  $5\sqrt{3}$  و طول قطر آن، ۸ باشد؟

- ۱
- ۲
- ۳
- هیچ

۸

مطابق شکل، کمان  $AB$  قسمتی از یک دایره به شعاع ۳ و خط  $d$  عمود منصف پاره‌خط  $AB$  است. اگر  $AM = 2$  باشد، فاصله‌ی مرکز دایره تا وسط  $AM$  کدام است؟



- ۱
- $\sqrt{2}$
- $2\sqrt{2}$
- $\sqrt{5}$

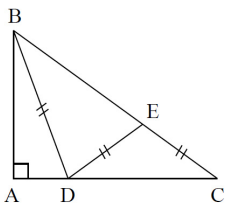
۹

چند مثلث متمایز با طول اضلاع  $AB = 5$  ,  $BC = 6$  و به مساحت ۲۱ وجود دارد؟

- ۱  صفر  
 ۲   
 ۳   
 ۴

۱۰

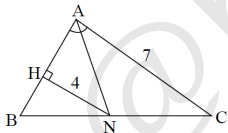
در شکل زیر، اگر داشته باشیم:  $DB = DE = EC$  ,  $\hat{A} = 90^\circ$  و  $\hat{ABD} = 18^\circ$  ، آنگاه زاویه  $C$  چند درجه است؟



- ۱  ۲۰  
 ۲  ۲۲  
 ۳  ۲۴  
 ۴  ۲۷

۱۱

در شکل مقابل،  $AN$  نیمساز زاویه  $\hat{A}$  و  $AH = 3$  است. طول  $NC$  کدام است؟



- ۱   $4\sqrt{2}$   
 ۲  ۴  
 ۳  ۶  
 ۴   $4\sqrt{3}$

۱۲

نسبت و تناسب

نسبت:  $\frac{a}{b}$       تناسب:  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$

«البته مخرج صفر نیستند»

خواص تناسب

①  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies a = kc, b = kd$

نمونه)  $\frac{a}{b} = \frac{۲}{۳} \implies a = ۲k, b = ۳k$

②  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \implies ad = bc$

③  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \xrightarrow{\text{مقلوب}} \frac{b}{a} = \frac{d}{c}$

④  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \xrightarrow{\text{تغیض طرفین}} \frac{d}{b} = \frac{c}{a}$  ,  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \xrightarrow{\text{تغیض سطوح}} \frac{a}{c} = \frac{b}{d}$

⑤  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \begin{cases} \implies \frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d} \\ \implies \frac{a}{a-b} = \frac{c}{c-d} \end{cases}$

نمونه)  $\frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۶} \begin{cases} \implies \frac{۲}{۲+۳} = \frac{۴}{۴+۶} \\ \implies \frac{۲}{۲-۳} = \frac{۴}{۴-۶} \end{cases}$

⑥  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{ma+nc}{mb+nd}$  (حالت خاص)  $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{a+c}{b+d}$

نمونه)  $\frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۶} = \frac{۳(۲) - ۵(۴)}{۳(۳) - ۵(۶)} = \frac{-۱۴}{-۲۱}$        $\frac{۲}{۳} = \frac{۴}{۶} = \frac{۲+۴}{۳+۶} = \frac{۶}{۹}$

مثال) اگر  $\frac{۳x}{۲} = \frac{y-۳}{۳} = \frac{۲z+۱}{۴}$  و  $۳x+y+۲z=۱۱$  مقدار  $xyz$  را بیابید؟

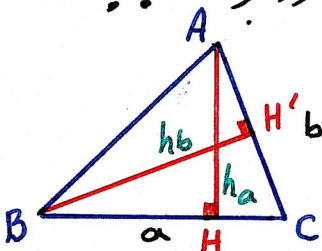
۴(۱)      ۱۲(۳)      ۹(۲)      ۴(۱)

حل)

مثال اول  
 $\frac{x+y}{z} = \frac{y+z}{x} = \frac{z+x}{y}$  حاصل  $\frac{x^3+y^3+z^3}{xyz}$  کدام است؟  
 ۱/۱  
 ۲/۲  
 ۳/۳  
 ۴/۴  
 (ط)

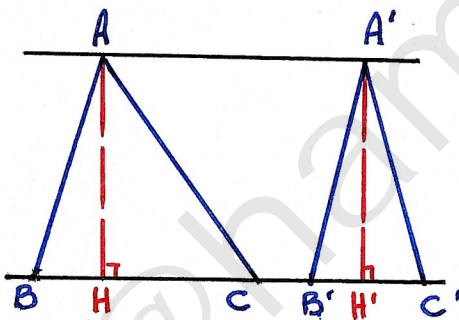
چند تذکره مربوط به تناسب های دو مثلث:

① در هر مثلث، نسبت اندازه های هر دو ضلع، با عکس نسبت ارتفاع های وارد بر آن ها برابر است



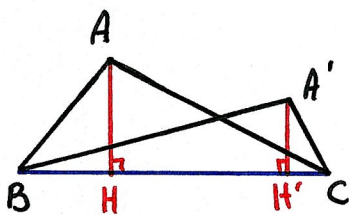
$$\frac{a}{b} = \frac{BH'}{AH} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{hb}{ha}$$

② اگر اندازه ی ارتفاع های دو مثلث برابر باشند، نسبت مساحت های آن ها برابر نسبت اندازه ی قاعده های آن است نه این ارتفاع ها وارد شده اند.

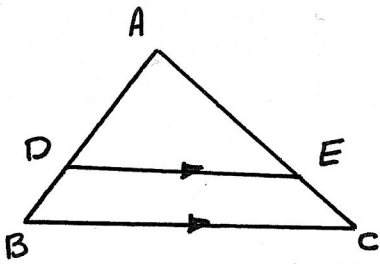


$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{BC}{B'C'}$$

③ اگر یک ضلع از مثلثی باین ضلع از مثلث دیگر برابر باشد، نسبت مساحت های این دو مثلث برابر با نسبت طول های ارتفاع های وارد بر این ضلع ها است.



$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{\frac{1}{2} AH \times BC}{\frac{1}{2} A'H' \times BC} = \frac{AH}{A'H'}$$



قضیه تالس و نتایج آن:

(۱) قضیه تالس:  $\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC}$  (جزء بالا به جزء پایین)

(۲) نتایج قضیه تالس:

(۱)  $\frac{DB}{AD} = \frac{EC}{AE}$  (جزء پایین به جزء بالا)

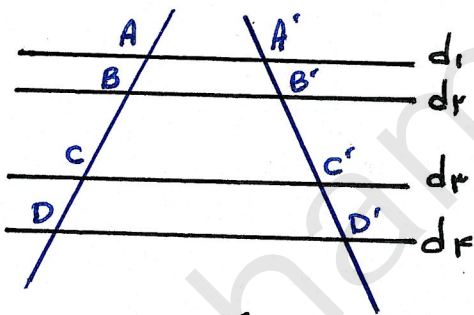
(۲)  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$  (جزء بالا به کل)

(۳)  $\frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC}$  (جزء پایین به کل)

(۳) عکس قضیه تالس:

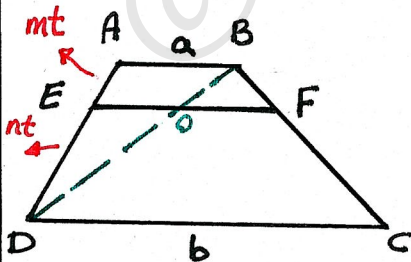
$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \implies DE \parallel BC$

(۴) حالت کلی تر قضیه تالس:

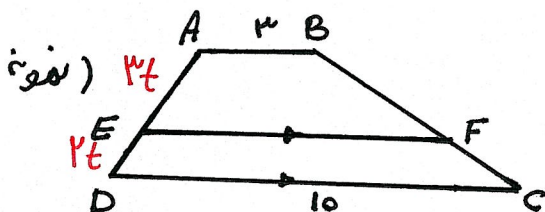


$d_1 \parallel d_2 \parallel d_3 \parallel d_4 \implies \frac{AB}{A'B'} = \frac{BC}{B'C'} = \frac{CD}{C'D'}$

(۵) در ذوزنقه معادل تکنیک پیدا کردن EF استفاده قضیه تالس در مثلث ایجاد شده در طرفین شکل است و در نهایت به فرمول زیر ختم می شود:



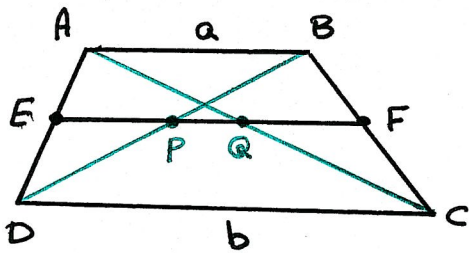
$\frac{AE}{ED} = \frac{m}{n} \implies EF = \frac{na + mb}{n + m}$



نقطه E ساق AD را به نسبت  $\frac{۳}{۲}$  تقسیم کرده است. EF = ?

$EF = \frac{۲(۳) + ۳(۱۰)}{۲ + ۳} = \frac{۳۶}{۵} = ۷,۲$



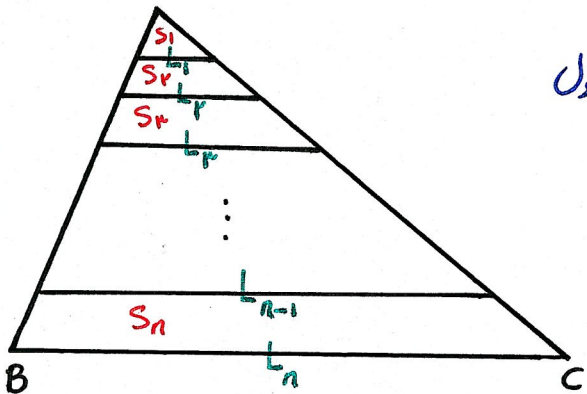


۶) نقاط E, F وسط دو ساق را بهم وصل کرده اند

$$EF = \frac{a+b}{2}$$

$$PQ = \frac{|a-b|}{2}$$

۷) در مثلث ABC اضلاع AB, AC به n قسمت مساوی تبدیل شده است:



الف) طول قاعده های مثلث را دنباله حسابی با جمله اول  $L_1$  و قدر نسبت  $k$  می سازند:

$$L_1, L_2, L_3, \dots, L_{n-1}, L_n$$

$$L_1, kL_1, k^2L_1, \dots, (k^{n-1})L_1, nL_1$$

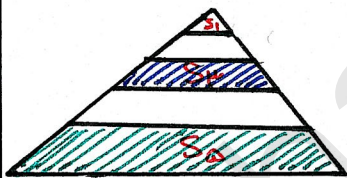
ب) مساحت ایجاد شده بین دو نوار متوالی، مثلث بالایی دنباله حسابی با جمله اول  $S_1$  و قدر نسبت  $k^2$  می سازند:

$$S_1, S_2, S_3, \dots, S_n$$

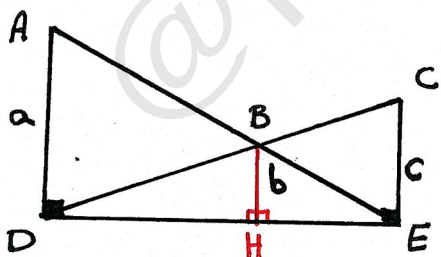
$$S_1, k^2S_1, k^4S_1, \dots, (k^{2(n-1)})S_1$$

نقطه) در شکل مقابل اضلاع AB, AC به ۵ قسمت مساوی تبدیل شده، نسبت مساحت ساق را

پیدا کنید؟



$$S_2 = 4S_1 \rightarrow \frac{S_2}{S_5} = \frac{4}{9}$$



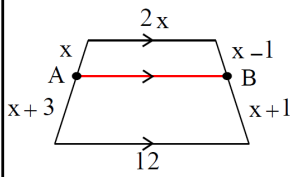
$$\frac{1}{a} + \frac{1}{c} = \frac{1}{b} \quad (A)$$

اثبات)

$$\begin{aligned} \triangle ADE: BH \parallel AD &\xrightarrow{\text{تالس جزد به کل}} \frac{EH}{ED} = \frac{b}{a} \\ \triangle CDE: BH \parallel CE &\xrightarrow{\text{تالس جزد به کل}} \frac{DH}{DE} = \frac{b}{c} \end{aligned}$$

$$\frac{EH}{ED} + \frac{DH}{DE} = \frac{b}{a} + \frac{b}{c}$$

پس  $\frac{1}{b} = \frac{1}{a} + \frac{1}{c}$  و در نتیجه  $1 = \frac{b}{a} + \frac{b}{c}$



در ذوزنقه‌ی روبه‌رو، طول پاره‌خط  $AB$  کدام است؟

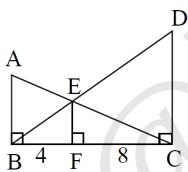
- ۱  ۹
- ۲  ۷٫۵
- ۳  ۱۰
- ۴  ۸

۱

اگر  $\frac{2a+3b}{3a+2b} = \frac{5}{6}$  ، حاصل  $\frac{a}{b}$  چقدر است؟

- ۱   $\frac{2}{4}$
- ۲   $\frac{4}{4}$
- ۳   $\frac{2}{8}$
- ۴   $\frac{8}{3}$

۲

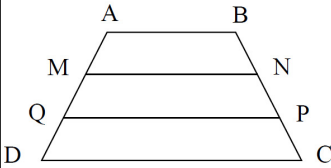


در شکل زیر نسبت  $AB$  به  $CD$  کدام است؟

- ۱   $\frac{3}{4}$
- ۲   $\frac{1}{4}$
- ۳   $\frac{2}{3}$
- ۴   $\frac{1}{3}$

۳

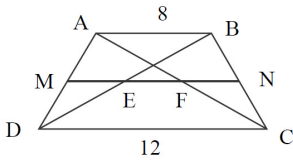
در شکل زیر  $MN$  و  $PQ$  اضلاع  $AD$  و  $BC$  را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده اند. مساحت ذوزنقه  $MNPQ$  چه کسری از مساحت ذوزنقه  $ABCD$  است؟



- ۱  $\frac{1}{3}$
- ۲  $\frac{1}{4}$
- ۳  $\frac{2}{5}$
- ۴  $\frac{4}{5}$

۴

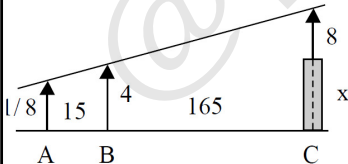
در شکل زیر، ذوزنقه  $ABCD$  و  $M$  و  $N$  وسط دو ساق است. طول  $EF$  کدام است؟



- ۱ ۲
- ۲ ۱٫۵
- ۳ ۱
- ۴  $\frac{3}{4}$

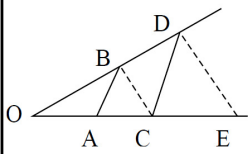
۵

در شکل مقابل دکلی به طول ۸ متر بر بالای برجی نصب شده است. دید چشمی ناظر به ارتفاع ۱٫۸ متر، از ارتفاع دکل و تیرک ۴ متری در یک راستا است. بلندی برج چند متر است؟



- ۱ ۱۹٫۸
- ۲ ۲۰٫۲
- ۳ ۲۰٫۸
- ۴ ۲۱٫۲

۶

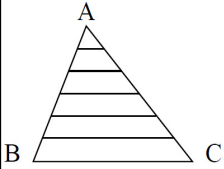


در شکل زیر  $BC \parallel DE$  و  $AB \parallel CD$  و  $OA = 4$  و  $AC = 6$  است. اندازه ی  $CE$  کدام است؟

- ۱۲
- ۱۵
- ۱۶
- ۱۸

۷

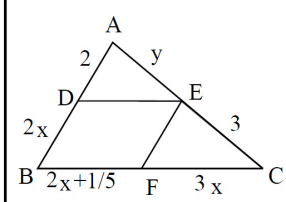
در شکل زیر  $BC = 18$  و اضلاع  $AB$  و  $AC$  توسط ۵ خط موازی با قاعده به ۶ قسمت برابر تقسیم شده اند. مجموع طول این ۵ پاره خط کدام است؟



- ۲۷
- ۳۶
- ۴۵
- ۶۳

۸

در شکل روبه رو  $DE \parallel BC$  و  $EF \parallel AB$  است.  $x$  برابر کدام است؟



- ۳
- ۱٫۵
- ۲
- ۰٫۷۵

۹

در مثلث  $ABC$ ، داریم:  $\hat{A} = 12^\circ$  و  $\hat{B} = 40^\circ$ . اگر نیمساز داخلی زاویہ  $C$ ، عمود منصف ضلع  $BC$  را در نقطہ  $D$  قطع کند، آن گاه زاویہ  $BD$  را به چه نسبتی تقسیم می کند؟

۱  $\frac{1}{2}$

۲  $\frac{1}{3}$

۳  $\frac{1}{4}$

۴  $\frac{1}{6}$

@hamclasihay96

تشابه مثلث ها:

مثال) مثلثی با اضلاع ۶، ۵، ۳ با مثلثی با اضلاع ۵، ۴، ۳ متشابه است، دو مثلث قابل انطباق هستند، بهترین محیطی مثلث اول کدام است؟

۱۳، ۵ (۴)

۱۰ (۳)

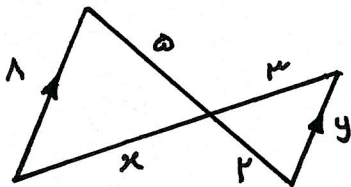
۹ (۲)

۷، ۲ (۱)

حل)

چند نشانه از وجود تشابه در مسایل:

① شکل مربوط به مسئله مانند بال های پروانه بین دو خط موازی باشد



مثال) در شکل مقابل  $xy$  کدام است؟

۲۴ (۲)

۱۸ (۱)

۳۲ (۴)

۳۰ (۳)

حل)

② درون مثلث یک زاویه دو برابر زاویه دیگر است. در این حالت همیشه زاویه بزرگتر را رسم می کنیم و مثلثی متشابه ایجاد می کنیم

مثال) در مثلث  $ABC$  زاویه  $\hat{A} = 2\hat{B}$  و  $BC = 6$  و  $AC = 4$ ، اندازه ی ضلع  $AB$  کدام است؟

۶ (۴)

۵، ۵ (۳)

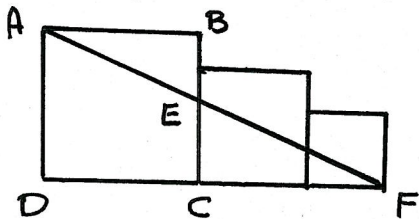
۵ (۲)

۴، ۵ (۱)

حل)

۳۲) شکل مربوط به مسئله دو مثلث قائم الزامه ای باز از به متقابل به راس است.

مثال) در شکل مقابل سه مربع به اضلاع ۳، ۴ و ۵ در کنار یکدیگر به طول پاره خط BE رسم است؟

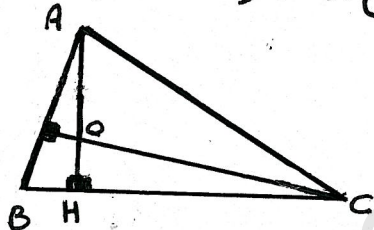


- ۱) ۲/۱
- ۲) ۲/۳
- ۳) ۲/۴
- ۴) ۲/۵

حل)

۳۳) درون مثلث دو ارتفاع رسم شده است، مثلث های قائم الزامه ای پدید می شود که با هم متشابه اند.

مثال) در مثلث ABC، ارتفاع های AH و CH' در نقطه O متقاطع اند و  $AH=3$  و  $AO=HC=4$

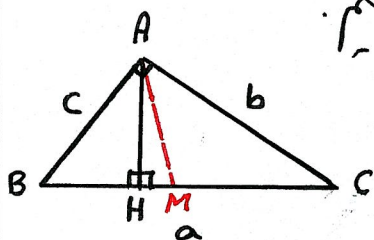


طول پاره خط OH رسم است؟

- ۱) ۱
- ۲) ۲
- ۳) ۳
- ۴) ۴

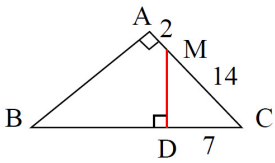
حل)

۳۴) درون مثلث قائم الزامه وقتی ارتفاع وارد شود در رسم می کنیم، مثلث های قائم الزامه پدید می آید که با هم متشابه اند و از برقرار نسبت مشابه بین اضلاع آنها به روابط مهم زیر می رسم.



$$a^2 = b^2 + c^2$$

- ①  $AH^2 = BH \times HC$
- ②  $BA^2 = BH \times BC$
- ③  $CA^2 = CH \times CB$
- ④  $\frac{BH}{CH} = \left(\frac{c}{b}\right)^2$
- ⑤  $AH = \frac{b \cdot c}{a}$
- ⑥  $AM = \frac{a}{2}$
- ⑦  $\alpha = (\widehat{AH}, \widehat{AM}) = \frac{B-C}{2}$

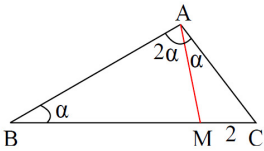


در شکل مقابل  $\hat{A} = \hat{D}$ ، طول  $BD$  چند واحد است؟

- ۱) ۲۲  
۲) ۲۳  
۳) ۲۴  
۴) ۲۵

۱

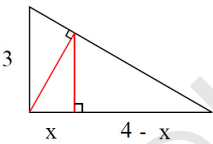
در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A} = 3\hat{B}$  است. نقطه  $M$  به فاصله  $2$  از رأس  $C$  روی ضلع  $BC$  طوری قرار گرفته است که  $AM$  زاویه  $A$  را به نسبت  $2$  به  $1$  تقسیم می‌کند. اگر  $AC = 3$  باشد،  $BM$  چقدر است؟



- ۱) ۲٫۵  
۲) ۳  
۳) ۴  
۴) ۴٫۵

۲

در شکل مقابل، ارتفاع هر دو مثلث قائم الزاویه رسم شده است. اندازه  $x$  کدام است؟



- ۱) ۱٫۹۶  
۲) ۱٫۵۶  
۳) ۱٫۶۴  
۴) ۱٫۴۴

۳



اندازہ‌ی قاعدہ‌های یک دوزنقه ۶ و ۹ واحد و طول پاره‌خطی که دو نقطه وسط قاعدہ‌ها را به هم وصل کند برابر ۱۲ واحد است. فاصلہ‌ی نقطہ‌ی تلاقی دو قطر این دوزنقه از وسط قاعدہ‌ی کوچکتر چقدر است؟

۱) ۳٫۶

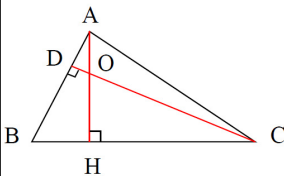
۲) ۴٫۲

۳) ۴٫۸

۴) ۵٫۴

۴

در شکل مقابل  $AH$  و  $CD$  دو ارتفاع مثلث  $ABC$  هستند. اگر  $AD = DO = \frac{1}{3}OH = ۵$  ، طول  $HC$  کدام است؟



۱) ۱۶۵

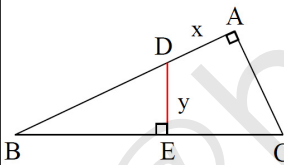
۲) ۱۷۰

۳) ۱۷۵

۴) ۱۸۰

۵

در شکل مقابل  $AB = ۴$  و  $AC = ۳$  و  $BE = ۲$  . حاصل  $xy$  کدام است؟



۱)  $\sqrt{۳}$

۲)  $\frac{۹}{۲}$

۳) ۲٫۷۵

۴) ۲٫۲۵

۶

اندازہی اضلاع مثلثی ۶، ۸ و ۱۰ می باشد. اگر این مثلث با مثلثی به محیط ۷۲ متشابه باشد، آن گاہ مساحت مثلث دوم کدام است؟

۱) ۲۴

۲) ۴۸

۳) ۱۰۸

۴) ۲۱۶

۷

در مثلث قائم الزاویہ  $ABC$ ، اضلاع قائم  $AB = 3\sqrt{5}$  و  $AC = 6$  ارتفاع  $AH$  و میانہ  $AM$  رسم شدہ است. مساحت مثلث  $ABC$ ، چند برابر مساحت مثلث  $AMH$ ، است؟

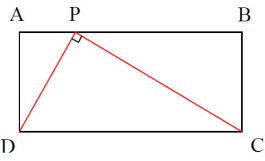
۱) ۱۰

۲) ۱۲

۳) ۱۵

۴) ۱۸

۸



در مستطیل شکل مقابل  $\hat{P} = 90^\circ$  ،  $AP = BP = 9$  . طول  $DP$  کدام است؟

- ۱ ۵
- ۲  $3\sqrt{3}$
- ۳  $4\sqrt{3}$
- ۴ ۶

۹

در یک ذوزنقه، پاره خطی که وسط‌های دو ساق را به هم وصل کند، مساحت آن را به نسبت‌های ۱ و ۲ تقسیم می‌کند. نسبت قاعده‌های آن ذوزنقه،

کدام است؟

- ۱  $\frac{1}{6}$
- ۲  $\frac{1}{5}$
- ۳  $\frac{1}{4}$
- ۴  $\frac{2}{5}$

۱۰