

دنبالہ حسابی : $d = t_n - t_{n-1}$ 1

جملہ عمومی : $t_n = a + (n-1)d$ 2

رابطہ عمومی : $d = \frac{t_n - t_m}{n - m}$ 3



4 اگر a, b, c سے جملہ متوالی یک دنبالہ حسابی ہائے، $a + c = 2b$

5 مجموعہ n جملہ نسبت طبقہ رابطہ $S_n = \frac{n}{2} (2a + (n-1)d)$ نسبت
 سے آئیے متوالی آن را بہ صورت زیر نیز نوشتہ :

$$S_n = \frac{n}{2} (t_1 + t_n)$$

نمونہ سوال :

1- در یک دنبالہ حسابی جملہ سوم 14 و جملہ ہفتم 34 است .
 الف) جملہ دہم
 ب) مجموعہ 10 جملہ نسبت

$$t_3 = 14 \text{ , } t_7 = 34 \rightarrow d = \frac{34 - 14}{7 - 3} = \frac{20}{4} = 5$$

$$a + 2d = 14 \Rightarrow a + 10 = 14 \Rightarrow a = 4$$

الف) $t_{10} = a + 9d = 4 + 45 = 49$

ب) $S_{10} = \frac{10}{2} (2a + 9d) = 5 (12 + 45) = 5 \times 57 = 285$

روش دیگر $S_{10} = \frac{10}{2} (t_1 + t_{10}) = 5 (4 + 49) = 5 \times 53 = 265$

2- مجموعہ یازده جملہ نسبت دنبالہ حسابی ... و $v-k$ و k و $k+1$ را بنویسید
 $(k+1) + (v-k) = 2k \Rightarrow k = -1$

دنبالہ : $-21, -1, 19, \dots \Rightarrow a = -21, d = +20$

$$\Rightarrow S_{11} = \frac{11}{2} (2a + 10d) = \frac{11}{2} (-42 + 200) = \frac{11}{2} \times 158 = 869$$

۳- مجموع ده جمله ی نخست دنباله ی ... و ۶ و ۵ و -۶ را بدست آورید.

$$a = -6, d = 6 \rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(2a + 9d) = 5(-12 + 54) = 210$$

۴- در یک دنباله حسابی جمله ی سوم $\frac{1}{2}$ و مجموع نهمین جمله ی نخست آن $\frac{3}{4}$ برابر است
آن دنباله را بنویسید.

$$\begin{aligned} t_3 = \frac{1}{2} &\rightarrow a + 2d = \frac{1}{2} \xrightarrow{\times (2)} \begin{cases} -2a - 2d = -1 \\ \hline 2a + 2d = 1 \end{cases} \\ S_9 = \frac{3}{4} &\rightarrow \frac{9}{2}(2a + 8d) = \frac{3}{4} \Rightarrow \begin{cases} 2a + 2d = 1 \\ \hline d = \frac{1}{2} \end{cases} \end{aligned}$$

$$a + 2\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{a = -\frac{1}{2}}$$

... و ۱ و ۰ و -۱ و -۲

۵- در دنباله حسابی ... و ۱۱ و ۸ و ۵ جمله های چند جمله از آن را بنویسید جمع
کرد تا حاصل از ۱۰۰۰ بیشتر شود؟

$$S_n > 1000 \Rightarrow \frac{n}{2}(2a + (n-1)d) > 1000 \Rightarrow \frac{n}{2}(10 + 2n - 3) > 1000$$

$$\text{حداقل } n=18 \text{ است} \xrightarrow{\text{حداقل}} n(2n+7) > 1000 \xrightarrow{\times 2}$$

۶- مجموع ده جمله اول یک دنباله حسابی که جمله اول آن ۱۰ است و ۴
مربا باشد. مجموع نهمین جمله نخست آن چیست؟

$$a = 10, S_{10} = 41 \rightarrow \frac{10}{2}(10 + 9d) = 41 \\ \Rightarrow 50 + 45d = 41 \Rightarrow 45d = -9 \Rightarrow d = -\frac{1}{5}$$

ملاسعدی @sinxcosx
09168324500

$$S_{13} = \frac{13}{2}(10 + 12(-\frac{1}{5})) = \frac{13}{2}(10 - \frac{12}{5}) = \frac{13}{2} \times \frac{38}{5} = \frac{493}{5}$$

۷- در یک دنباله حسابی، مجموع n جمله نخست آن $S_n = 2n(n+1)$ می‌باشد.
 جمله عمومی دنباله را بنویسید.

$$n=1 \Rightarrow S_1 = 2(1)(2) = 4 \Rightarrow a = 4$$

$$n=2 \Rightarrow S_2 = 2(2)(3) = 12 \Rightarrow t_1 + t_2 = 12 \Rightarrow 4 + t_2 = 12 \Rightarrow t_2 = 8$$

$$\Rightarrow \text{قدرت} = d = 8 - 4 = 4$$

$$\text{جمله عمومی: } t_n = a + (n-1)d = 4 + (n-1) \times 4 \Rightarrow t_n = 4n$$

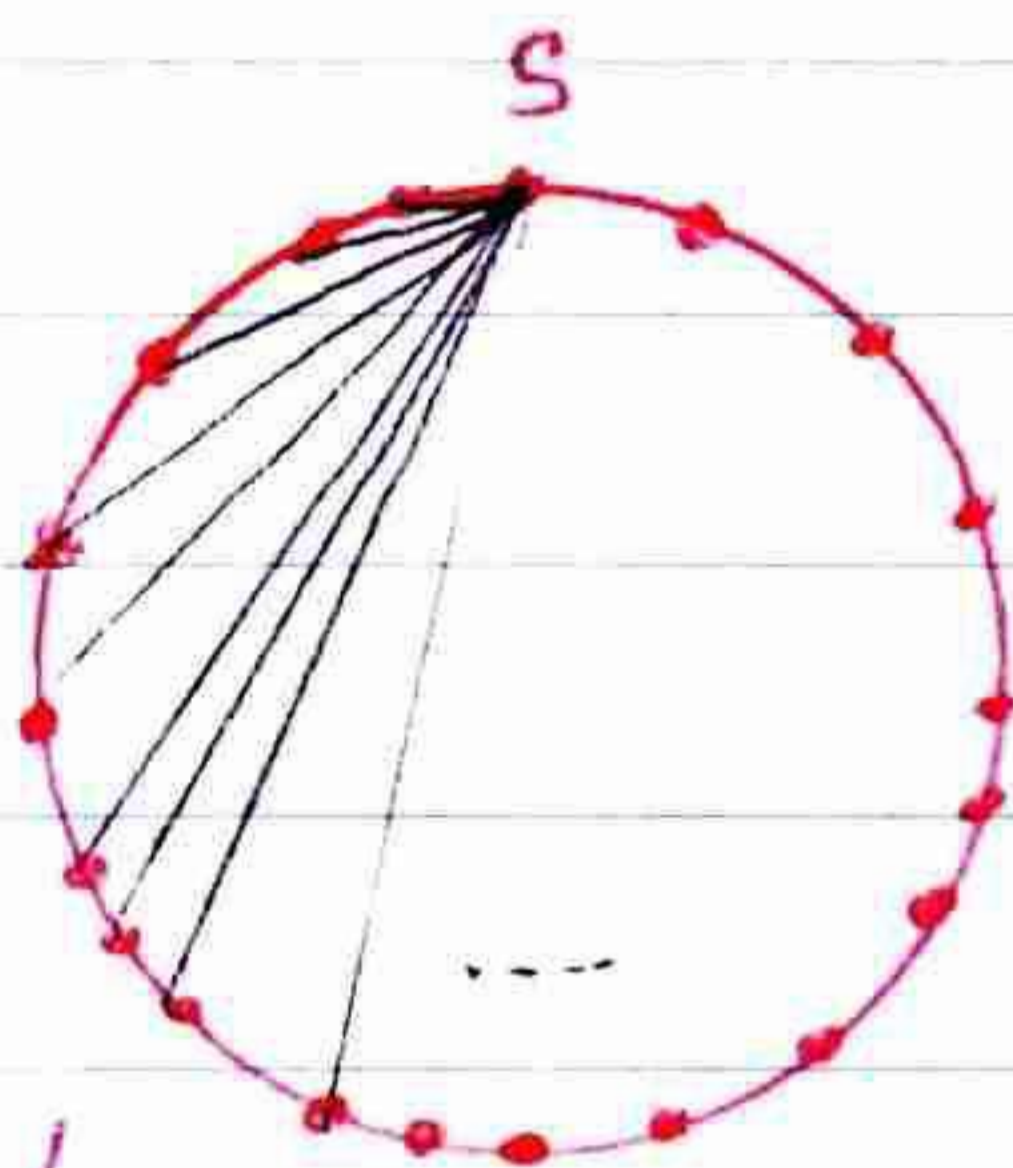
۱۵
 در یک دنباله حسابی، مجموع n جمله نخست آن $S_n = 4n^2 + 2n$ می‌باشد.

$$n=1 \Rightarrow S_1 = 4 \Rightarrow a = 4$$

$$d = 2 \times 2 = 4$$

$$\Rightarrow t_n = 4 + (n-1) \times 4 = 4n$$

۸- بر محیط دایره ای 20 نقطه متمایز قرار دارد، از هر نقطه به نقاط دیگر وصل می‌کنیم.
 تعداد کل وترهای متمایز را بدست آورید.



نقطه اول (S) = 19 وتر دارد

نقطه دوم = 18 وتر دارد

$$\text{تعداد کل وترها} = 19 + 18 + 17 + \dots + 2 + 1 = \frac{19 \times 20}{2} = 190$$

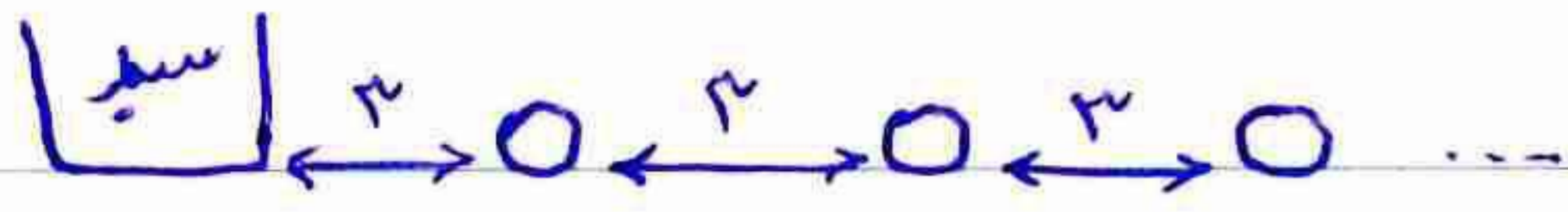
$$1 + 2 + 3 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$$

ملاسعدی @sinxcosx



09168324500

۹- تعداد توپ روی یک خط مستقیم و به فاصله ۳ متر از هم قرار دارند. فاصله توپ اول تا سید ۳ متر است. دونه‌های باید از کنار سید شروع کرده و هر توپ را برداشته و به سید بینازد و مجدداً به طرف توپ بعدی برود و آن را تا سید حمل کند و به داخل آل بینازد. اگر این دونه مجموعاً ۹۱۸ متر دویده باشد تعیین کنید او چند توپ در سید انداخته است؟



$$6 + 12 + 18 + \dots = 918$$

$$\begin{aligned} & 3n+3 \\ & -3n+6 \end{aligned}$$

$$\rightarrow a=6, d=6 \Rightarrow S_n = \frac{n}{2} (12 + (n-1) \times 6) = 918$$

$$\Rightarrow n(2n+5) = 918 \div 2, n(n+1) = 206 \Rightarrow n=17$$

۱۰- مجموع n جمله نخست یک دنباله حسابی $S_n = 2n^2 - n$ می‌باشد. جمله دهم آن چیست؟ $t_{10} = a + 9d = 1 + 26 = 27$, $d=4$, $a=S_1 = 2-1=1$ در اول

$$t_{10} = S_{10} - S_9 = (200 - 10) - (162 - 9) = 190 - 153 = 27$$

۱۱- مجموع همه اعداد طبیعی سه رقمی که مضرب ۷ هستند چقدر است؟

$$105, 112, 119, \dots$$

$$\rightarrow a=105, d=7$$

$$t_n \leq 999 \Rightarrow 105 + (n-1) \times 7 \leq 999 \Rightarrow 7n + 98 \leq 999 \Rightarrow 7n \leq 901$$

$$\div 7 \rightarrow n \leq \frac{901}{7} \approx 128,7 \Rightarrow n=128 \Rightarrow S_{128} = \frac{128}{2} (210 + 127 \times 7) = 70224$$

$$12- \text{حاصل } 1^2 + 2^2 + 3^2 + 4^2 + 5^2 + 6^2 + 7^2 + 8^2 + 9^2 + 10^2 \text{ را به کمک دنباله حسابی بدست آورید.}$$

$$\begin{aligned} & \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \quad \downarrow \\ & (1-0)(1+0) \quad (2-1)(2+1) \quad \dots \quad (n-1)(n+1) \end{aligned}$$

$$\text{عبارت} = 1 + 4 + 9 + 16 + 25 + \dots + 1 + 4$$

$$= \frac{10 \times 11}{2} = 55$$

ملاسعدی @sinxcosx



09168324500

۱۳ - معادله‌ی $1 + 5 + 9 + \dots + x = 221$ را حل کنید.

$$a=1, d=4, S_n=221 \rightarrow \frac{n}{2} (2 + (n-1) \times 4) = 221$$

$$\Rightarrow \frac{n}{2} (4n-2) = 221 \Rightarrow n(2n-1) = 221 \xrightarrow{\text{حرف}} n=11$$

$$\Rightarrow x = t_{11} = a + 10d = 1 + 40 = 41$$

۱۴ - اگر مجموع n جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی 30 و مجموع $2n$ جمله‌ی نخست آن 72 باشد، جمله‌ی n ام آن چیست؟

$$S_3 = 30 \Rightarrow 3(2a + 4d) = 30 \xrightarrow{\div 3} 2a + 4d = 10$$

$$S_n = 72 \Rightarrow 4(2a + 7d) = 72 \xrightarrow{\div 4} 2a + 7d = 18$$

$$\rightarrow d=4, a=-1$$

$$\Rightarrow t_{10} = a + 9d$$

$$= -1 + 36 = 35$$

۱۵ - در یک دنباله حسابی مجموع بیست جمله اول سه برابر مجموع دوازده جمله اول آن است. اگر جمله سوم برابر 4 باشد، جمله دهم آن چیست؟

$$S_{20} = 3S_{12} \Rightarrow \frac{20}{2} (2a + 19d) = 3 \times \frac{12}{2} (2a + 11d) \Rightarrow 10a + 95d = 18a + 99d$$

$$\Rightarrow 8a + 4d = 0$$

$$t_3 = 4 \Rightarrow a + 2d = 4$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 8a + 4d = 0 \\ a + 2d = 4 \end{cases}$$

$$\rightarrow \begin{cases} 8a + 4d = 0 \\ -2a - 4d = -8 \end{cases} \rightarrow a = -2, d = 4$$

$$\Rightarrow t_{10} = a + 9d = -2 + 36 = 34$$

@sinxcosx ملاسعیدی



09168324500

تمرین :
۱- در دنباله حسابی ... ۲، ۶، ۱۰، ... حداقل چند جمله را جمع کنیم تا حاصل بیشتر از ۲۰۰ شود؟

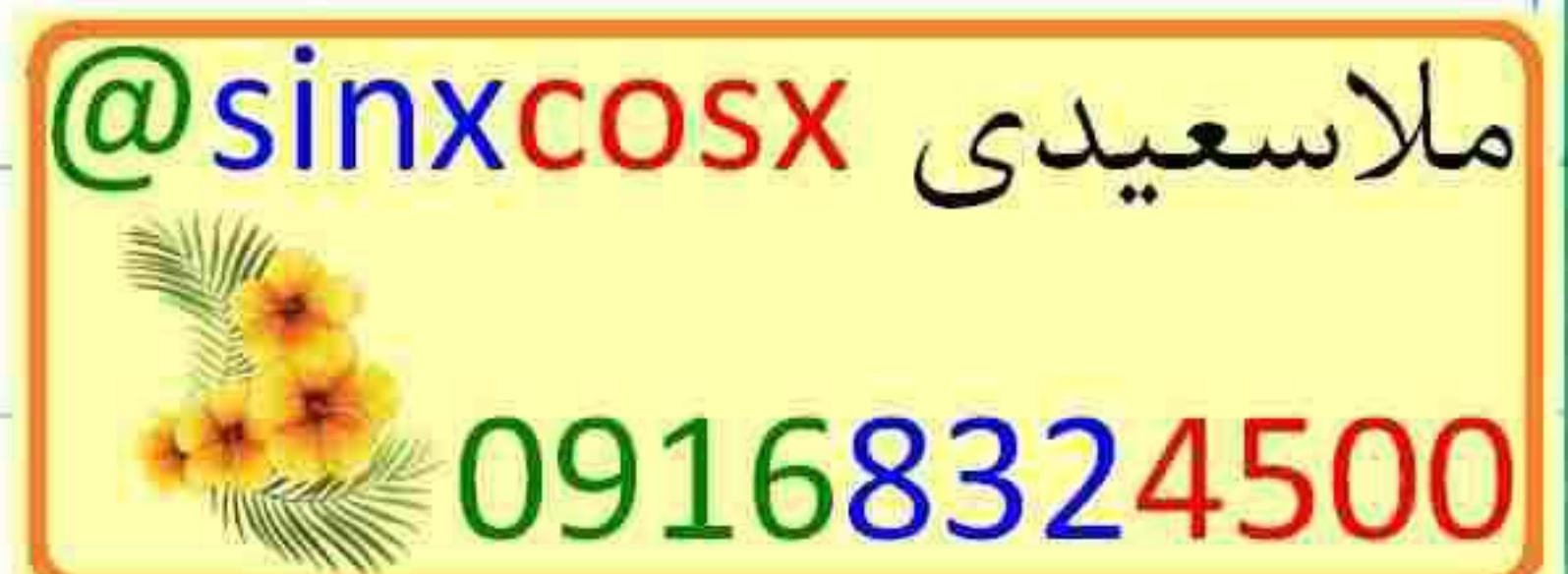
$$S_n = \frac{n}{2} (2^2 + (n-1)4) > 200 \Rightarrow \frac{n}{2} (4n) > 200 \Rightarrow n^2 > 100 \Rightarrow n > 10$$

حداقل باید ۱۱ جمله را جمع شوند.

۲- در یک دنباله حسابی $t_4 + t_n = 21$ مر باشد، مجموع دوازده جمله نخست آن چیست؟

$$\text{فرض: } a + 3d + a + 7d = 21 \Rightarrow 2a + 10d = 21$$

$$S_{12} = 6(2a + 10d) = 6 \times 21 = 126$$



۳- دو دنباله ... A: ۵، ۶، ۱۲، ۱۸، ... و B: ۲، ۶، ۱۰، ... را در نظر بگیرید. مجموع بیت چهارم مشترک آن چقدر است؟

$$S_{10} = 2400 \Rightarrow a = 6, d = 12 \Rightarrow \dots = 4, 18, 30, \dots \text{ دنباله مشترک}$$

نکته: دو دنباله با قدرشمارت های d_B و d_A را در نظر بگیرید.
قدرشمارت دنباله مشترک آنها همان ک.م.م d_A و d_B است.

۴- در یک دنباله حسابی جمله عمومی $t_n = 9n - 7$ مر باشد. مجموع ده جمله نخست آن را بیابید.

$$S_{10} = \frac{10}{2} (t_1 + t_{10}) = 5(2 + 82) = 5 \times 84 = 420$$

$$t_n = 9n - 7 \rightarrow t_1 = 2 \text{ و } d = 9 \text{ (میان فاصله } n \text{ است)}$$

$$S_{10} = \frac{10}{2} (2a + 9d) = 5(4 + 90) = 475$$

۵- در یک دنباله حسابی $a_2 + a_4 + a_6 + a_8 = 0$ است، حاصل $\frac{a_1 + a_2 + a_3 + a_4 + a_5 + a_6 + a_7 + a_8 + a_9}{a_2 + a_4 + a_6 + a_8}$ را بیابید.

$$\text{کسر} = \frac{(a_2 - d) + (a_4 - d) + (a_6 - d) + (a_8 - d)}{(a_2 + d) + (a_4 + d) + (a_6 + d) + (a_8 + d)}$$

$$= \frac{(a_2 + a_4 + a_6 + a_8) - 4d}{(a_2 + a_4 + a_6 + a_8) + 4d} = \frac{0 - 4d}{0 + 4d} = \frac{-4d}{4d} = -1$$

۶- در یک جمله اول یک دنباله حسابی مجموع جمله‌های ردیف فرد ۱۳۵ و مجموع جمله‌های ردیف زوج ۱۵۰ می‌باشد. جمله اول و قدر نسبت دنباله را مشخص کنید.

$$\left. \begin{aligned} t_1 + t_3 + t_5 + \dots + t_{19} &= 135 \Rightarrow 10a + 90d = 135 \\ t_2 + t_4 + t_6 + \dots + t_{20} &= 150 \Rightarrow 10a + 100d = 150 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{حذف دهم}} a = 0, d = 1,5$$

$$\left. \begin{aligned} t_2 + t_4 + \dots + t_{20} &= 150 \\ t_1 + t_3 + \dots + t_{19} &= 135 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{-} d + d + \dots + d = 15 \Rightarrow 10d = 15 \Rightarrow d = 1,5$$

$$S_{19} = 135 + 150 \Rightarrow 1 \cdot (2a + 19 \times 1,5) = 285 \Rightarrow 2a + 28,5 = 28,5 \Rightarrow a = 0$$



دنبالری هندسی: $r = \frac{t_n}{t_{n-1}}$ 1

جملہ عمومی: $t_n = ar^{n-1}$ 2

رابطہ عمومی: $r^{n-m} = \frac{t_n}{t_m}$ 3



4 اگر a, b, c سے جملہ متوالی ازبے دنبالہ هندسی باشندہ ان کا: $ac = b^2$

5 مجموعہ n جملہ تختہ دنبالہ هندسی $S_n = a \frac{1-r^n}{1-r}$

نمونہ سوال:

1- دریک دنبالہ هندسی جملہ سوم 4 ، جملہ سیم 162 سے باقی مجموعہ جس جملہ تختہ آن را بیابید.

$$t_4 = 162, t_3 = 4 \rightarrow r = \frac{t_4}{t_3} \Rightarrow r^3 = 27 \Rightarrow r = 3$$

$$a \times r^2 = 4 \Rightarrow a = \frac{4}{3^2}$$

$$S_4 = a \frac{1-r^4}{1-r} = \frac{4}{3^2} \times \frac{1-729}{-2} = \frac{4}{3^2} \times 364 = \frac{1528}{3}$$

2- مجموعہ 10 جملہ اول دنبالہ $\dots, -2, -1, \frac{1}{2}$ را حساب کنید.

$$a = -\frac{1}{2}, r = -2$$

$$S_{10} = a \frac{1-r^{10}}{1-r} = -\frac{1}{2} \times \frac{1-(-2)^{10}}{1-(-2)} = -\frac{1}{2} \times \frac{-1023}{3} = \frac{341}{2}$$

۳- مجموع پنج جمله نخست دنباله‌های زیر را با توجه به چهار عمومیّت آورید.

الف) $a_n = 2 \times 3^{n-2}$

دنباله: $\frac{2}{3}, 2, \dots \Rightarrow S_5 = \frac{2}{3} \times \frac{1-3^5}{1-3} = \frac{2}{3} \times \frac{-242}{-2} = \frac{242}{3}$

ب) $b_n = 3^{2-n}$

دنباله: $3, 1, \dots \Rightarrow S_5 = 3 \times \frac{1-(\frac{1}{3})^5}{1-\frac{1}{3}} = 3 \times \frac{\frac{242}{27}}{\frac{2}{3}} = \frac{121}{27}$

پ) $c_n = \frac{2^n + 3^n}{3} = \frac{2^n}{3} + \frac{3^n}{3}$

$\frac{2^n}{3} \rightarrow \frac{2}{3}, \frac{4}{3}, \dots \Rightarrow S_5 = \frac{2}{3} \times \frac{1-2^5}{1-2} = \frac{62}{3}$

$\frac{3^n}{3} \rightarrow 1, 3, \dots \Rightarrow S_5 = 1 \times \frac{1-3^5}{1-3} = 121$

$\left. \begin{array}{l} + \\ + \end{array} \right\} S_5 = \frac{145}{3}$

د) $d_n = 2^n + 3n$

$2^n \rightarrow 2, 4, \dots \Rightarrow S_5 = 2 \times \frac{1-2^5}{1-2} = 62$


$\left. \begin{array}{l} + \\ + \end{array} \right\} S_5 = 107$

$3n \rightarrow 3, 6, \dots \Rightarrow S_5 = \frac{5}{2} (6 + 4 \times 3) = 45$

۴- با قرار دادن سه عدد بین اعداد ۲۷ و $\frac{1}{3}$ یک دنباله هندسی افزایشی ساخته ایم. آن دنباله را یافته، مجموع شش جمله نخست آن را بیابید.

$\frac{1}{3}, \dots, 27$ افزایشی $\Rightarrow r = 3 \Rightarrow r^6 = 81 \Rightarrow r = \pm 3$ $\Rightarrow t_1 = \frac{1}{3}, t_6 = 27$ \Rightarrow $\frac{1}{3}, 1, 3, 9, 27, \dots$

$S_6 = \frac{1}{3} \times \frac{1-3^6}{1-3} = \frac{364}{3}$

ملاسعیدی @sinxcosx

 09168324500

۵- مجموع هفت جملهی نخست دنباله‌ی هندسی نزولی $x^2, 2x, x^2, \dots$ را بیابید.

$$(x^2+4)(x^2-2) = (2x)^2 \rightarrow x^4 - 2x^2 + 4x^2 - 8 = 4x^2 \rightarrow x^4 - 2x^2 - 8 = 0$$

$$(x^2-4)(x^2+2) = 0 \rightarrow x^2+2=0 \rightarrow x^2=-2 \text{ غیر ممکن}$$

$$x^2-2=0 \rightarrow x=2 \rightarrow \text{دنباله: } 8, 4, 2, \dots \text{ غیر قابل قبول}$$

$$x=2 \rightarrow \text{دنباله: } 8, 4, 2, \dots \text{ نزولی است}$$

$$a=8, r=\frac{1}{2} \Rightarrow S_7 = 8 \frac{1-(\frac{1}{2})^7}{1-\frac{1}{2}} = \frac{127}{1}$$

۶- در یک دنباله هندسی مجموع چهار جمله اول $\frac{1}{2}$ و جمله پنجم از جمله اول $\frac{1}{16}$ واحد بیشتر است. قدر نسبت دنباله را مشخص کنید.

$$S_5 = 10 \rightarrow a \frac{1-r^5}{1-r} = 10$$

$$t_5 = 10 + t_1 \Rightarrow ar^4 - a = 10 \rightarrow a(r^4 - 1) = 10$$

$$\frac{a \frac{1-r^5}{1-r}}{a \frac{r^4-1}{1}} = \frac{10}{10}$$

$$\Rightarrow \frac{1-r^5}{(1-r)(r^4-1)} = 1 \xrightarrow{\text{طریقه کسری}} 1 = 1-r \Rightarrow r=2$$

۷- در یک دنباله هندسی مجموع هشت جمله اول $\frac{1}{4}$ مجموع چهار جمله اول آن است. نسبت جمله هفتم به جمله اول را حساب کنید.

$$S_8 = \frac{1}{4} S_4 \Rightarrow a \frac{1-r^8}{1-r} = \frac{1}{4} a \frac{1-r^4}{1-r} \Rightarrow (1-r^4)(1+r^4) = \frac{1}{4} (1-r^4)$$

$$\Rightarrow r^4 = \frac{1}{4} - 1 = -\frac{3}{4} \rightarrow r^2 = \frac{1}{2}$$

$$\frac{t_7}{t_1} = \frac{ar^6}{a} = r^6 = (r^2)^3 = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{8}$$

ملاسعدی @sinxcosx



09168324500

۸- در یک دنباله حسابی جمله اول و پنجم و یازدهم به ترتیب سه جمله‌ی متوالی از یک دنباله هندسی غیر ثابت افزایشی اند. قدرنسبت دنباله هندسی را بیابید.

$$a, a+4d, a+10d$$

$$\Rightarrow a(a+10d) = (a+4d)^2 \Rightarrow a^2 + 10ad = a^2 + 8ad + 16d^2$$

$$\Rightarrow 2ad = 16d^2 \xrightarrow{\div 2d} \boxed{a = 8d}$$

دنباله هندسی: $8d, 12d, 18d, \dots \rightarrow r = \frac{12d}{8d} = \frac{3}{2}$

۹- حاصل عبارت $\frac{x^{11} + x^{10} + x^9 + \dots + 1}{x^9 + x^6 + x^3 + 1}$ را به ازای $x = \frac{\sqrt{5}-1}{2}$ بدست آورید.

$$\text{صورت: } a=1, r=x \rightarrow S_{11} = 1 \frac{1-x^{11}}{1-x} = \frac{1-x^{11}}{1-x}$$

$$\text{مخرج: } a=1, r=x^3 \rightarrow S_4 = 1 \frac{1-(x^3)^4}{1-x^3} = \frac{1-x^{12}}{1-x^3}$$

$$\left. \begin{array}{l} S_{11} \\ S_4 \end{array} \right\} \div \rightarrow \text{سهم} = \frac{1-x^{11}}{1-x}$$

$$\Rightarrow \text{سهم} = \frac{(1-x)(1+x+x^2)}{1-x} = 1+x+x^2 \rightarrow 1 + \frac{\sqrt{5}-1}{2} + \left(\frac{\sqrt{5}-1}{2}\right)^2$$

$$\Rightarrow \text{سهم} = 1 + \frac{\sqrt{5}-1}{2} + \frac{4-2\sqrt{5}+1}{4} = 2$$

۱۰- در یک دنباله هندسی مجموع جمله‌های اول و دوم $\frac{9}{2}$ و مجموع جمله‌های چهارم و پنجم $\frac{26}{3}$ است. مجموع شش جمله نخست آن چیست؟

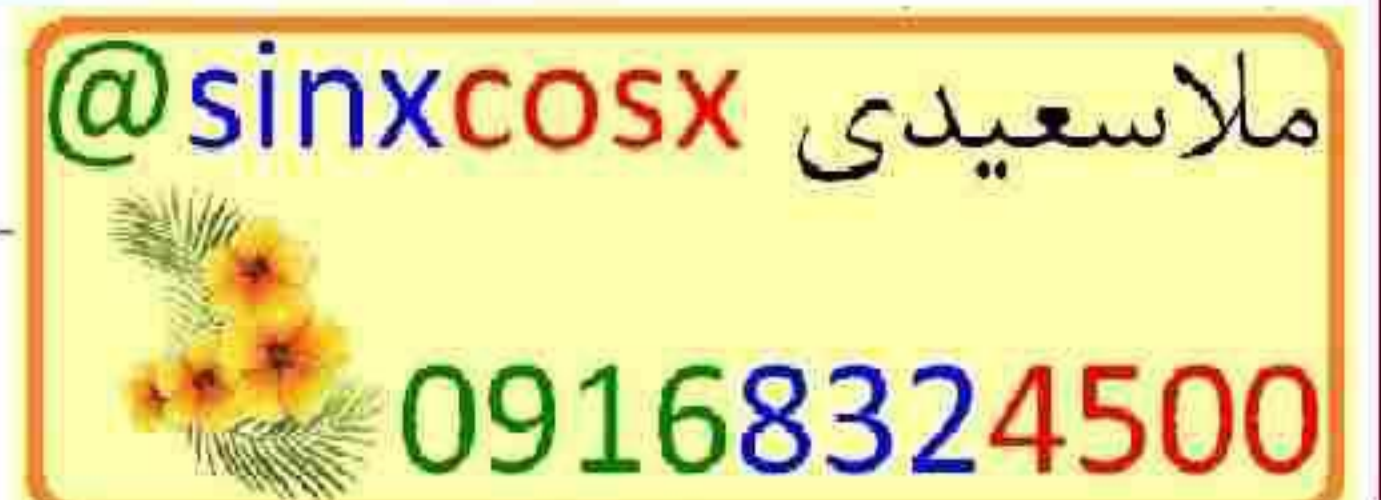
$$t_1 + t_2 = \frac{9}{2} \rightarrow a + ar = \frac{9}{2}$$

$$t_4 + t_5 = \frac{26}{3} \rightarrow ar^3 + ar^4 = \frac{26}{3}$$

$$\left. \begin{array}{l} a(1+r) \\ ar^3(1+r) \end{array} \right\} \div \rightarrow \frac{a(1+r)}{ar^3(1+r)} = \frac{1}{8} \Rightarrow r = 2$$

$$\frac{a+ar}{r} = \frac{9}{2}, a+ra = \frac{9}{r} \Rightarrow ra = \frac{9}{r} \Rightarrow a = \frac{3}{r}$$

$$S_6 = \frac{3}{r} \times \frac{1-r^6}{1-r} = \frac{189}{r}$$



۱۱- برای محافظت از تابش ضربه مواد رادیواکتیو کوبیده‌های محافظی ساخته شده‌است که شدت تابش پس از عبور از آن‌ها نصف می‌شود. حداقل چند لایه باید استفاده کنیم تا شدت تابش مواد مضر ۹۷ درصد کاهش یابد؟

دنباله کاهش دهنده شدت تابش:

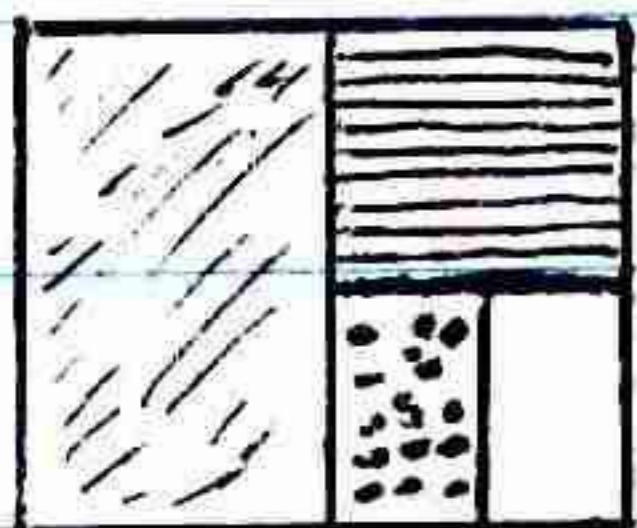
$$\frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \frac{1}{8}, \dots$$

$$S_n = \frac{1}{2} \times \frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n} \geq \frac{97}{100}$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{97}{100} > \frac{1}{2^n} \Rightarrow \frac{3}{100} \geq \frac{1}{2^n} \Rightarrow 3 \times 2^n \geq 100 \Rightarrow 2^n \geq 25, \dots$$

حداقل ۴ لایه لازم است. $\Rightarrow n=4$

۱۲- طول ضلع مربعی ۱ متر است، ابتدا نیمی از مساحت آن را رنگ می‌زنیم، پس نیمی از مساحت باقی مانده را رنگ می‌زنیم، به همین ترتیب در هر مرحله نیمی از مساحت باقی مانده از مرحله قبل را رنگ می‌زنیم، پس از چند مرحله حداقل ۹۹ درصد سطح مربع رنگ شده است؟



دنباله کاهش دهنده مساحت:

$$S_n = \frac{1}{2} \times \frac{1 - (\frac{1}{2})^n}{1 - \frac{1}{2}} = 1 - \frac{1}{2^n} \geq \frac{99}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{100} \geq \frac{1}{2^n} \Rightarrow 2^n \geq 100 \Rightarrow n \geq 7$$

حداقل باید ۷ مرحله رنگ آمیزی صورت گیرد.