

دبيرستان جمهورى اسلامى

فاطمه سرايى

تست فصل ۲

سال دهم
رياضى

مثلثات دهم

۳۰۵۵۷۱۸





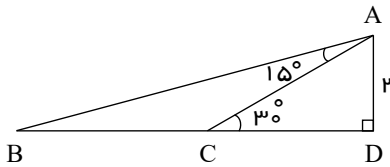
۱ حاصل عبارت $\sin 45^\circ + \cos 30^\circ + \sqrt{2} \sin 90^\circ + \tan 60^\circ$ کدام است؟

$$\frac{3\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2} \quad \text{۱}$$

$$\frac{2\sqrt{3} + 3\sqrt{2}}{2} \quad \text{۲}$$

$$\frac{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2} \quad \text{۳}$$

$$\frac{2\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{2} \quad \text{۴}$$



۲ در شکل زیر، مساحت مثلث ABC کدام است؟

$$\frac{4\sqrt{3}}{3} \quad \text{۱}$$

$$4 \quad \text{۲}$$

$$4\sqrt{3} \quad \text{۳}$$

$$4 \tan 15^\circ \quad \text{۴}$$

۳ اگر $\cos \theta = -\frac{2}{3}$ و $\tan \theta \cos \theta > 0$ باشد، انتهای کمان θ در کدام ربع مثلثاتی است؟

اول ۱

دوم ۲

سوم ۳

چهارم ۴



۴ حاصل عبارت $A = \frac{1 + \tan^2 60^\circ + \sin^2 60^\circ}{\cot 45^\circ + \cos^2 30^\circ}$ کدام است؟

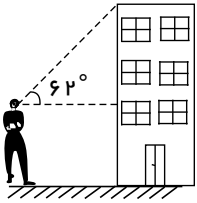
۱ $\frac{19}{7}$

۲ $\frac{1 + 2\sqrt{3}}{3}$

۳ $\frac{3 + 2\sqrt{3}}{4}$

۴ $\frac{7}{4}$

۵ مطابق شکل زیر، شخصی با قد 200 cm در فاصله افقی 5 m از یک ساختمان قرار دارد. اگر این شخص با زاویه 62° نسبت به افق، لبه بالای ساختمان را ببیند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟ ($\tan 62^\circ \simeq 2$)



۱ ۱۰

۲ ۱۲

۳ ۷٫۵

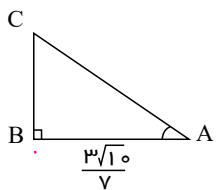
۴ ۴٫۵

۶ معادله‌ی خطی که با جهت مثبت محور x زاویه‌ی 60° می‌سازد و عرض از مبدأ آن ۲ است، کدام است؟

- ۱ $y = 2 - \sqrt{3}x$
- ۲ $y - \sqrt{3}x = 2$
- ۳ $y + \sqrt{3}x = 3$
- ۴ $y = 3 + \sqrt{3}x$

۷ در مثلث قائم الزاویه $\triangle ABC$ که در رأس A قائمه است. حاصل عبارت $1 - (\cos^2 \hat{B} + \cos^2 \hat{C})$ کدام است؟

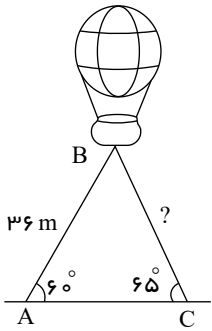
- ۱ ۳
- ۲ ۲
- ۳ ۱
- ۴ صفر



۸ اندازه وتر مثلث مقابل کدام است؟ $\left(\sin A = \frac{2}{v}\right)$

- ۱ ۱
- ۲ $\sqrt{2}$
- ۳ $\sqrt{3}$
- ۴ ۲

۹ یک بالن مطابق شکل زیر با دو طناب به زمین بسته شده است. طول طناب اول ۳۶ متر است. طول طناب دوم چقدر است؟



$$(\sin 65^\circ \approx 0.9)$$

$$\frac{40\sqrt{3}}{3} \quad 1$$

$$20\sqrt{3} \quad 2$$

$$18\sqrt{3} \quad 3$$

$$\frac{50\sqrt{3}}{3} \quad 4$$

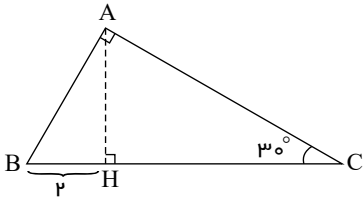
۱۰ مثلث قائم‌الزاویه ABC در رأس A قائمه است؛ حاصل $\frac{\sin\left(\frac{2(B+C)}{3}\right)}{\cos\left(\frac{(B+C)}{3}\right)}$ کدام است؟

$$1 \quad 1$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} \quad 2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2} \quad 3$$

$$\frac{1}{2} \quad 4$$



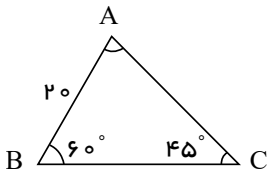
۱۱ در مثلث قائم الزاویه ABC شکل زیر، مساحت مثلث AHC کدام است؟

۱ $2\sqrt{3}$

۲ $4\sqrt{3}$

۳ $6\sqrt{3}$

۴ $8\sqrt{3}$



۱۲ در شکل مقابل طول ضلع AC کدام است؟

۱ $20\sqrt{3}$

۲ $20\sqrt{2}$

۳ $20\sqrt{6}$

۴ $10\sqrt{6}$



۱۳ اگر داشته باشیم $\cos \alpha = \frac{\cos^2 \alpha + 1}{2}$ ، حاصل $\frac{\cos^2 \alpha}{2} + 1$ کدام است؟

- ۱ $\frac{1}{2}$
- ۲ $\frac{3}{2}$
- ۳ $\frac{1}{2}$
- ۴ $\frac{3}{2}$

۱۴ اضلاع متوازی الاضلاع به طول ۱۱ و ۱۲ واحد است. در صورتی که زاویه بین این دو ضلع 120° باشد، مساحت متوازی الاضلاع کدام است؟

- ۱ $22\sqrt{3}$
- ۲ $66\sqrt{3}$
- ۳ $22\sqrt{2}$
- ۴ $66\sqrt{2}$

۱۵ حاصل عبارت $A = \left(\frac{\tan 3^\circ}{\cot^2 3^\circ - 1}\right) \left(\frac{\sin^2 6^\circ}{\cos^4 45^\circ}\right)$ کدام است؟

$\frac{\sin 3^\circ}{2}$ ۱

$2 \sin 6^\circ$ ۲

$\frac{\tan 6^\circ}{2}$ ۳

$2 \cot 45^\circ$ ۴

۱۶ حاصل عبارت $\frac{\tan^2 6^\circ - 2 \tan^2 45^\circ}{\sin 3^\circ + \sqrt{2} \cos 45^\circ}$ کدام است؟

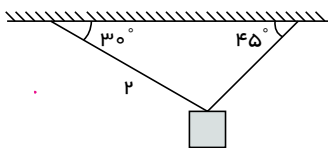
$\frac{1}{4}$ ۱

$\frac{1}{2}$ ۲

$\frac{3}{2}$ ۳

$\frac{2}{4}$ ۴

۱۷ جسمی را مطابق شکل، به وسیله دو طناب نگه داشته‌ایم. اگر طول یکی از طناب‌ها ۲ واحد باشد، طول طناب دیگر کدام است؟



$\frac{1}{2}$ ۱

۲ ۲

$\sqrt{2}$ ۳

$2\sqrt{2}$ ۴

۱۸ اگر $\frac{2}{\sin x} + \frac{3}{\cos x} = 0$ باشد، مقدار $\tan x - \cot x$ کدام است؟

۱ $\frac{13}{6}$

۲ $\frac{5}{6}$

۳ $-\frac{5}{6}$

۴ $-\frac{13}{6}$

۱۹ خط l به معادله $(m-1)y + (2m-1)x = 1$ با جهت مثبت محور x زاویه 45° می‌سازد. این خط محور y ها را در نقطه‌ای با کدام عرض قطع می‌کند؟

۱ $-\frac{1}{3}$

۲ -3

۳ $\frac{2}{3}$

۴ $-\frac{1}{3}$



۲۰. اگر $\sin \alpha \cos \alpha > 0$ و $\cos \alpha \tan \alpha < 0$ باشد، آنگاه انتهای کمان در ربع چندم است؟

اول

دوم

سوم

چهارم

پاسخنامه تشریحی

گزینه ۱

$$\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2} + \sqrt{3} = \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3} + 2\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{2} + 3\sqrt{3}}{2}$$

گزینه ۲

$$\triangle ADC : \sin 30^\circ = \frac{AD}{AC} \Rightarrow AC = \frac{2}{\frac{1}{2}} = 4$$

$$\triangle ADC : \widehat{CAD} = 90^\circ - 30^\circ = 60^\circ$$

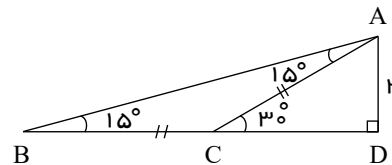
$$\triangle ABD : \widehat{B} = 90^\circ - \widehat{A} = 90^\circ - (60^\circ + 15^\circ) = 15^\circ$$

پس مثلث ABC متساوی الساقین است و شکل به صورت زیر خواهد بود:

$$\Rightarrow AC = BC = 4$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} BC \times AD = \frac{1}{2} \times 4 \times 2$$

$$= 4$$



گزینه ۳

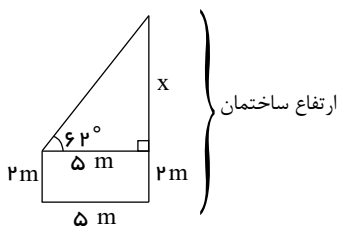
$$\left. \begin{array}{l} \cos \theta = \frac{-r}{r} \rightarrow \cos \theta < 0 \rightarrow \text{ربع دوم یا سوم} \\ \tan \theta \cos \theta > 0 \xrightarrow{\cos \theta < 0} \tan \theta < 0 \rightarrow \text{ربع دوم یا چهارم} \end{array} \right\} \rightarrow \text{ربع دوم}$$

گزینه ۴ می دانیم: $\cot 45^\circ = 1$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\tan 60^\circ = \sqrt{3}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$

$$A = \frac{1 + (\sqrt{3})^2 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2}{1 + (\frac{\sqrt{3}}{2})^2} = \frac{1 + 3 + \frac{3}{4}}{1 + \frac{3}{4}} = \frac{\frac{4 + 12 + 3}{4}}{\frac{4 + 3}{4}} = \frac{19}{7}$$

گزینه ۵

شکل هندسی این مسئله به صورت روبه رو است:



اگر x را محاسبه کنیم، ارتفاع ساختمان به صورت $x + 2$ متر به دست خواهد آمد؛ از تانژانت 62° که در مسئله داده شده شروع می‌کنیم:

$$\tan 62^\circ \approx 2 = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow \frac{x}{5} = 2 \Rightarrow x = 2 \times 5 = 10$$

متر ارتفاع ساختمان $= x + 2 = 10 + 2 = 12$

گزینه ۶

شیب خطی که باجهت مثبت محور x ها زاویه‌ی θ بسازد برابر $\tan \theta$ است

$$y - y_0 = m(x - x_0) \quad \left| \begin{array}{l} \text{بگذرد، عبارتست از} \\ x_0 \\ y_0 \end{array} \right.$$

شیب خط $= \tan 60^\circ = \sqrt{3}$

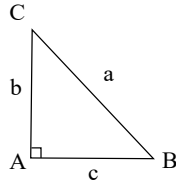
عرض از مبدأ ۲ است. یعنی خط از نقطه‌ی $\left(\frac{0}{2} \right)$ می‌گذرد.

معادله‌ی خط: $y - 2 = \sqrt{3}(x - 0)$

$$y = \sqrt{3}x + 2 \Rightarrow y - \sqrt{3}x = 2$$

گزینه ۷

با توجه به شکل روبرو داریم:



$$\cos \hat{B} = \frac{c}{a}, \cos \hat{C} = \frac{b}{a}$$

$$1 - (\cos^2 B + \cos^2 C) = 1 - \left(\frac{c^2}{a^2} + \frac{b^2}{a^2} \right) = 1 - \left(\frac{b^2 + c^2}{a^2} \right)$$

فیثاغورث
 $\frac{\quad}{b^2 + c^2 = a^2} \rightarrow 1 - \left(\frac{a^2}{a^2} \right) = 1 - 1 = 0$

گزینه ۸

$$\cos A = \sqrt{1 - \sin^2 A} = \sqrt{1 - \frac{4}{49}} = \sqrt{\frac{45}{49}} = \frac{3\sqrt{5}}{7}$$

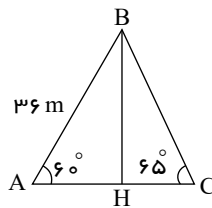
$$\cos A = \frac{AB}{AC} = \frac{3\sqrt{5}}{7} \Rightarrow \frac{3\sqrt{10}}{7} = \frac{3\sqrt{5}}{7} \Rightarrow 3\sqrt{10} = 3\sqrt{5}AC$$

$$\Rightarrow AC = \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{5}} = \sqrt{2}$$

$$\sin \theta = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{وتر}}$$

گزینه ۲ می‌دانیم:

با رسم ارتفاع BH داریم:



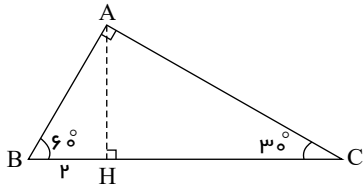
$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BH}{36} \Rightarrow BH = 18\sqrt{3}$$

$$\sin 65^\circ = \frac{BH}{BC} \Rightarrow 0.9 = \frac{18\sqrt{3}}{BC} \Rightarrow BC = \frac{18\sqrt{3}}{0.9} = 18\sqrt{3} \times \frac{10}{9} = 20\sqrt{3}$$

$$A + B + C = 180^\circ \xrightarrow{\hat{A}=90^\circ} B + C = 90^\circ \Rightarrow \frac{B+C}{3} = 30^\circ$$

$$\frac{2(B+C)}{3} = 60^\circ$$

$$\frac{\sin\left(\frac{2(B+C)}{3}\right)}{\cos\left(\frac{(B+C)}{3}\right)} = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 30^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{\sqrt{3}}{2}} = 1$$



$$\tan 60^\circ = \frac{AH}{2} = \sqrt{3} \Rightarrow AH = 2\sqrt{3}$$

$$\sin 30^\circ = \frac{AH}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{2\sqrt{3}}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow AC = 4\sqrt{3}$$

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow 48 = 12 + HC^2 \Rightarrow HC^2 = 36 \Rightarrow HC = 6$$

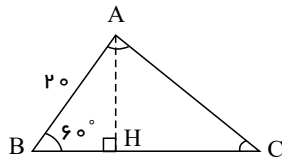
$$S_{\triangle AHC} = \frac{1}{2} \times AH \times HC = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{3} \times 6 = 6\sqrt{3}$$

گزینه ۴ راه اول:

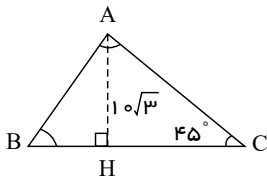
$\sin \theta = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}}$	$\cos \theta = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}}$
-------------------------------------------------	-------------------------------------------------

می‌دانیم:

با رسم ارتفاع AH داریم:



$$\sin 60^\circ = \frac{AH}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow AH = 1.0\sqrt{3}$$

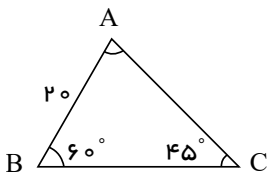


$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1.0\sqrt{3}}{AC} \Rightarrow AC = \frac{2.0\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2.0\sqrt{6}}{2} = 1.0\sqrt{6}$$

راه دوم:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \theta (\theta : \text{زاویه بین } AC, AB)$$

می‌دانیم:



$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 60^\circ = \frac{1}{2} \times AC \times BC \times \sin 45^\circ$$

$$\Rightarrow AB \times \sin 60^\circ = BC \times \sin 45^\circ \Rightarrow 2.0 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = BC \times \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BC = 2.0 \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}}$$

$$BC = 20 \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{20 \cdot \sqrt{6}}{2} = 10\sqrt{6}$$

گزینه ۲ * ۱۳

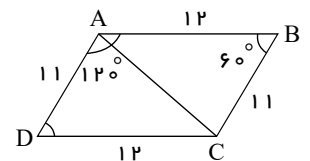
$$\frac{\cos^2 \alpha + 1}{2} = \cos \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha + 1 = 2 \cos \alpha \Rightarrow \cos^2 \alpha - 2 \cos \alpha + 1 = 0$$

$$\rightarrow (\cos \alpha - 1)^2 = 0 \rightarrow \cos \alpha - 1 = 0 \rightarrow \cos \alpha = 1 \rightarrow \frac{\cos \alpha}{2} + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

گزینه ۲ زاویه حاده این متوازی‌الاضلاع برابر با $180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$ است.

$$S_{ABCD} = 2S_{\triangle ABC}$$

$$S_{ABCD} = 2 \times \frac{1}{2} \times AB \times BC \times \sin 60^\circ = 12 \times 11 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 66\sqrt{3}$$



گزینه ۳ * ۱۵

$$\begin{cases} \sin 30^\circ = \frac{1}{2} \\ \cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \tan 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3} \\ \cot 30^\circ = \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow \cot^2 30^\circ = 3 \Rightarrow \cot^2 30^\circ - 1 = 3 - 1 = 2$$

$$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \sin^2 60^\circ = \frac{3}{4}$$

$$\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \cos^2 45^\circ = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos^2 45^\circ = \frac{1}{4}$$

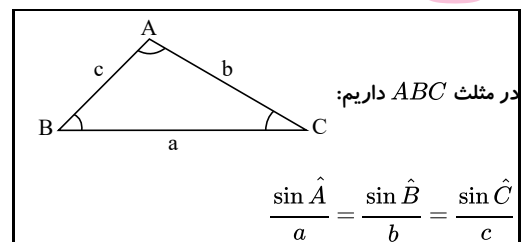
$$A = \left(\frac{\tan 30^\circ}{\cot^2 30^\circ - 1} \right) \left(\frac{\sin^2 60^\circ}{\cos^2 45^\circ} \right) = \frac{\frac{\sqrt{3}}{3}}{2} \times \frac{\frac{3}{4}}{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{3}}{6} \times 3 = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\tan 60^\circ = \frac{\sin 60^\circ}{\cos 60^\circ} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}}{\frac{1}{2}} = \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\tan 60^\circ}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گزینه ۴ * ۱۶

$$\frac{(\sqrt{3})^2 - 2(1)^2}{\frac{1}{2} + \sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right)} = \frac{3 - 2(1)}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{3 - 2}{\frac{1}{2} + 1} = \frac{1}{\frac{3}{2}} = \frac{2}{3}$$

گزینه ۳ * ۱۷



$$\frac{\sin 45^\circ}{2} = \frac{\sin 30^\circ}{x} \Rightarrow x = \frac{2 \sin 30^\circ}{\sin 45^\circ} = \frac{2 \times \frac{1}{2}}{\frac{\sqrt{2}}{2}} = \sqrt{2}$$

گزینه ۲

۱۸

می‌دانیم:

$$\cot x = \frac{1}{\tan x}, \tan x = \frac{\sin x}{\cos x}$$

$$\begin{aligned} \frac{2}{\sin x} + \frac{3}{\cos x} = 0 &\Rightarrow \frac{2}{\sin x} = -\frac{3}{\cos x} \Rightarrow 2 \cos x = -3 \sin x \\ &\Rightarrow \frac{\sin x}{\cos x} = -\frac{2}{3} \\ \Rightarrow \tan x = -\frac{2}{3} &\Rightarrow \cot x = \frac{1}{\tan x} = -\frac{3}{2} \end{aligned}$$

پس:

$$\tan x - \cot x = -\frac{2}{3} - \left(-\frac{3}{2}\right) = -\frac{2}{3} + \frac{3}{2} = \frac{-4+9}{6} = \frac{5}{6}$$

اگر خطی با جهت مثبت محور x ها زاویه α بسازد، شیب آن $\tan \alpha$ است.

گزینه ۲

۱۹

$$(m-1)y + (2m-1)x = 1 \Rightarrow (m-1)y = -(2m-1)x + 1$$

$$\xrightarrow{\times(m-1)} y = -\frac{2m-1}{m-1}x + \frac{1}{m-1}$$

$$\text{شیب خط} = -\frac{2m-1}{m-1} = \tan 45 = 1 \Rightarrow -2m+1 = m-1 \Rightarrow -3m = -2 \Rightarrow m = \frac{2}{3}$$

پس معادله‌ی خط بصورت زیر در می‌آید:

$$-\frac{1}{3}y + \frac{1}{3}x = 1 \xrightarrow{x=0} -\frac{1}{3}y = 1 \Rightarrow y = -3 \quad \text{محل تقاطع خط با محور } y \text{ ها:}$$

گزینه ۳

۲۰

$$\left. \begin{aligned} \cos \alpha \tan \alpha = \cos \alpha \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \sin \alpha < 0 \\ \sin \alpha \cos \alpha > 0 \xrightarrow{\sin \alpha < 0} \cos \alpha < 0 \end{aligned} \right\} \rightarrow \text{ربع سوم}$$



دورستان جمهوري اسلامي

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۵	۲	۹	۲	۱۳	۲	۱۷	۳
۲	۲	۶	۲	۱۰	۱	۱۴	۲	۱۸	۲
۳	۲	۷	۴	۱۱	۳	۱۵	۳	۱۹	۲
۴	۱	۸	۲	۱۲	۴	۱۶	۴	۲۰	۳



جمهوری اسلامی ایران

فاطمه سرایی