

جزوه ریاضیات گسسته

الهام غلامی پور

فصل اول درس دوم

بخش پذیری در اعداد صحیح

عدد صحیح b را بر عدد صحیح $a \neq 0$ بخش پذیر گوییم هرگاه عددی صحیح مانند q یافت شود به طوری که $b = aq$ و آن را با نماد $a | b$ نمایش میدهیم و میخوانیم:

عدد b بر a بخش پذیر است

a عدد b را می شمارد

a عاد میکند b را

a یک شمارنده b است

برای راحتی کار هرگاه $a | b$ به b حاکم و به a نوکر میگوییم، نوکر کوله گشتی حاکم را درکنار خودش حمل میکند!

مثال ها : کاردرکلاس صفحه ۱۰

نکته: میدانیم که ۱۲ بر ۵ بخش پذیر نیست یعنی ۵ عاد نمیکند ۱۲ را و مینویسیم: $5 \nmid 12$

نکته: در بخش پذیری علامت مثبت و منفی دو طرف هیچ فرقی نمیکند. مثلا:

$$-2 \mid -8$$

$$-2 \mid 8$$

$$2 \mid -8$$

$$2 \mid 8$$

ویژگی های بخش پذیری:

$$\forall a \in \mathbb{Z}; a \mid a \quad ۱$$

$$a \mid b \Rightarrow a \mid mb \quad ۲$$

$$a \mid b \Rightarrow a \mid b^n \quad ۳$$

ویژگی ۲ و ۳ یعنی میتوانیم زور حاکم را از طریق ضرب در یک عدد صحیح و یا به توان رساندن بیشتر کنیم

$$a \mid b \Rightarrow \begin{cases} a \mid mb \\ a \mid b^n \\ a \mid mb^n \end{cases}$$

$$a \mid b \Leftrightarrow ka \mid kb \quad k \in \mathbb{Z} \quad ۴$$

$$a \mid b, b \mid c \Rightarrow a \mid c \quad ۵$$

$$\forall a \in \mathbb{Z}; \pm 1 \mid a, a \mid \pm 1 \Rightarrow a = \pm 1 \quad ۶$$

$$a|b \Rightarrow |a| \leq |b| \quad \checkmark$$

$$a|b, b|a \Rightarrow a = \pm b \quad \wedge$$

$$(a|b, a|c \Rightarrow a|b \pm c \text{ در حالت خاص و پر کاربرد}) \quad a|b, a|c \Rightarrow a|mb + nc \quad \circ$$

$$\left. \begin{array}{l} a|b \\ c|d \end{array} \right\} \Rightarrow ac|bd \quad \circ$$