

فصل هفتم

درس سوم) تقسیم چند جمله ای

در این درس به یاری جزایا ۳ نوع تقسیم آشنا خواهیم شد:

۱- تقسیم تک جمله ای بر تک جمله ای: عدد هارا با هم ساده می کنیم و قسمت گیری را با هم.

مثال) حاصل تقسیم $45x^3y^2z^3$ را بر $9x^2y^2z$ (الف)

$$\frac{45x^3y^2z^3}{9x^2y^2z} = \frac{5x^1z^2}{1} = 5xz^2$$

ب) $24a^2b^3c \div 24abc = \frac{24a^2b^3c}{24abc} = \frac{a^1b^2c^1}{1} = abc$

۲- تقسیم چند جمله ای بر تک جمله ای: همه ی جمله های چند جمله ای را بر تک جمله ای تقسیم می کنیم.

مثال) حاصل تقسیم $x^4y^3 + 8x^2y^5 - 25xyz^2$ را بر $5x^2z^2$ (الف)

$$\frac{x^4y^3 + 8x^2y^5 - 25xyz^2}{5x^2z^2} = \frac{x^4y^3}{5x^2z^2} + \frac{8x^2y^5}{5x^2z^2} - \frac{25xyz^2}{5x^2z^2} = \frac{x^2y^3}{5z^2} + \frac{4y^5}{5z^2} - \frac{5yz}{x}$$

ب) $(-70ab^3 - 42b^5 + 10a^3c^7) \div (-25a^2c) = \frac{-70ab^3}{-25a^2c} - \frac{42b^5}{-25a^2c} + \frac{10a^3c^7}{-25a^2c} = \frac{14b^3}{5ac} + \frac{42b^5}{25a^2c} - \frac{2}{5}ac^6$

- ۳- تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای: ۱- ابتدا مقسوم و مقسوم علیه را بر حسب توان های نزولی متغیر (x) مرتب می کنیم.
 ۲- اولین جمله ی مقسوم (بزرگترین درجه ی مقسوم) را بر اولین جمله ی مقسوم علیه (بزرگترین درجه ی مقسوم علیه) تقسیم می کنیم و حاصل را در خارج قسمت می نویسیم.
 ۳- جمله ی به دست آمده از مرحله ی قبل را در مقسوم علیه ضرب می کنیم و حاصل را از مقسوم کم می کنیم.
 ۴- مراحل قبل را تکرار می کنیم تا زمانی که درجه باقی مانده از درجه مقسوم علیه کمتر شود.

مثال) $(x^3 - 3x^2 - 4x) \div (x - 4)$ (الف)

$$\begin{array}{r} x^2 + x \\ x - 4 \overline{) x^3 - 3x^2 - 4x} \\ \underline{x^2 - 4x} \\ 7x \\ \underline{7x - 28} \\ 28 \end{array}$$

در صفر → باقی مانده

پس $x^3 - 3x^2 - 4x$ بر $x - 4$ بخش پذیر است.

۱- $(x^2 + x)(x - 4) + 0 = x^3 - 4x^2 + x^2 - 4x = x^3 - 3x^2 - 4x$ \checkmark

۲- $0 < 1 \checkmark$

مثال) حاصل تقسیم های زیر را بنویسید.

مقسوم علیه: $\frac{A}{D}$ یا $\frac{B}{C}$

مقسوم: $\frac{29}{-28}$ یا $\frac{4}{7}$

خارج قسمت: $\frac{4}{7}$ یا $\frac{1}{1}$

باقیمانده: $\frac{29}{7}$ یا $\frac{28}{1}$

- ۱- $B + D = A \rightarrow$ مقسوم = باقی مانده + مقسوم علیه \times خارج قسمت
- ۲- درجه $D <$ درجه $D \rightarrow$ درجه مقسوم علیه $<$ درجه باقی مانده
- لکه هرگاه باقی مانده تقسیم صفر شود، مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است.

$$c) (-2n^2 + \sqrt{x} - 1 + 2n) \div (-x + 2)$$

$$\begin{array}{r} \sqrt{x}n^2 - 2n^2 + 2n - 1 \quad | \quad \frac{x^2 - n}{\sqrt{x}n^2 + \sqrt{x}n + 2} \\ \underline{-\sqrt{x}n^2 + \sqrt{x}n} \\ \sqrt{x}n^2 - 2n^2 + 2n - 1 \\ \underline{-\sqrt{x}n^2 + \sqrt{x}n} \\ \phantom{\sqrt{x}n^2} + 2n^2 + 2n - 1 \\ \phantom{\sqrt{x}n^2} \underline{-2n^2 + 2n} \\ \phantom{\sqrt{x}n^2} - 1 \end{array}$$

باقی ماند

روابط تقسیم:

$$\frac{\sqrt{x}n^2}{n^2} = \sqrt{x}n^2 \quad (\sqrt{x}n^2 + \sqrt{x}n + 2) (n^2 - n) + 9n - 1$$

$$\frac{\sqrt{x}n^2}{n^2} = \sqrt{x}n^2 \quad \sqrt{x}n^2 - \sqrt{x}n^2 + \sqrt{x}n - \sqrt{x}n^2 + 2n^2 - 2n + 9n - 1$$

$$\frac{2n^2}{n^2} = 2 \quad (\sqrt{x}n^2 - 2n^2 + 2n - 1) \quad \checkmark$$

درجه معنوم \leq درجه باقی ماند
 $1 < 2 \quad \checkmark$

مثال ۴) عبارت $2n^2 - 4n^2 + 12n^2 + 9n + 10$ بر $2n^2 + 3n^2 + 2n^2$ بخش پذیر است. a را بیابید.

$$\begin{array}{r} 2n^2 - 4n^2 + 12n^2 + 9n + 10 \quad | \quad \frac{2n^2 + 3n^2}{2n^2 - 2n^2 + 5} \\ \underline{-2n^2 + 4n^2} \\ 4n^2 + 9n + 10 \\ \underline{-4n^2 + 8n} \\ + n + 10 \\ \underline{-n} \\ 10 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{2n^2}{2n^2} = 2 \\ \frac{-4n^2}{2n^2} = -2 \\ \frac{12n^2}{2n^2} = 6 \\ \frac{9n}{2n^2} = \frac{9}{2n} \\ \frac{10}{2n^2} = \frac{5}{n^2} \end{array}$$

$$an + 9n \rightarrow \text{با هم مضرب} \rightarrow an + 9n = 0 \rightarrow n(a + 9) = 0$$

$$\begin{cases} n = 0 \quad \times \\ a + 9 = 0 \rightarrow a = -9 \end{cases}$$

مثال ۵) مساحت مستطیلی $20x^2 + 20x^2 - 20x^2$ است. اگر طول آن $x^2 - x^2$ باشد، عرض آن را بیابید.

مساحت = عرض \times عرض طول = مساحت
 $\frac{مساحت}{طول} = عرض$
 عرض = $-20x^2 - 20x - 20$

$$\begin{array}{r} -20x^2 + 20x^2 \quad | \quad \frac{x^2 - x^2}{-20x^2 - 20x - 20} \\ \underline{+20x^2 - 20x^2} \\ -20x^2 + 20x^2 \\ \underline{-20x^2 + 20x} \\ -20x^2 + 20x \\ \underline{+20x^2 - 20x} \\ -20x^2 + 20x \\ \underline{-20x^2 + 20x} \\ -20x^2 + 20x \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \frac{-20x^2}{x^2} = -20 \\ \frac{-20x^2}{x^2} = -20 \\ \frac{-20x}{x^2} = -\frac{20}{x} \\ \frac{-20x}{x^2} = -\frac{20}{x} \end{array}$$