

۱. کدام گزینه نادرست است؟

۱) تمام مربع‌ها با هم متشابه‌اند.

۲) تمام مثلث‌های متساوی‌الاضلاع با هم متشابه‌اند.

۳) تمام لوزی‌ها با هم متشابه‌اند.

۴) تمام مثلث‌های متساوی‌الساقین که یک زاویه مجاور قاعده مساوی دارند با هم متشابه‌اند.

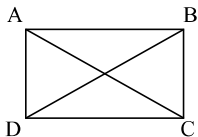
۲. در اثبات این که هر نقطه روی نیم‌ساز یک زاویه از دو ضلع آن به یک فاصله است، دو مثلث قائم‌الزاویه به کدام حالت هم‌نهشت می‌شوند؟

۱) وتر و یک ضلع ۲) وتر و یک زاویه تند ۳) ض ض ض ۴) ز ز ز

۳. به دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی، برای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده است، چه می‌گویند؟

۱) استدلال ۲) فرض ۳) مثال نقض ۴) حدی

۴. در مستطیل $ABCD$ می‌خواهیم ثابت کنیم قطرها با یکدیگر برابرند. کدام گزینه جزء فرض مسئله به حساب نمی‌آید؟



۱) $AD = BC$

۲) $AB = DC$

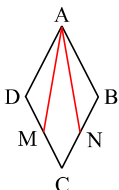
۳) $\hat{ACB} = \hat{BDA}$

۴) $\hat{ADC} = \hat{BCD} = 90^\circ$

۵. اگر یک لوزی دارای زاویه‌ی 50° درجه و لوزی دیگری دارای زاویه‌ی باشد، دو لوزی متشابه‌اند.

۱) 40° ۲) 100° ۳) 130° ۴) 75°

۶. چهار ضلع $ABCD$ لوزی است. M و N وسط اضلاع BC و CD می‌باشند. با توجه به شکل دو مثلث ADM و ABN بنا به کدام حالت هم‌نهشت می‌باشند؟



۱) ز ز ز

۲) ض ض ض

۳) ض ض ض

۴) و ض

۷. برای کدام یک از موارد زیر نمی‌توانیم مثال نقض بیاوریم؟

۱) در هر مستطیل هر قطر، نیمساز زاویه‌های دو سر آن قطر است.

۲) در هر متوازی‌الاضلاع قطرها با هم برابر هستند.

۳) محل برخورد عمود منصف‌های هر مثلث همیشه درون مثلث قرار دارد.

۴) در مثلث متساوی‌الاضلاع هر میانه نیمساز نیز هست.

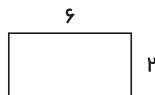
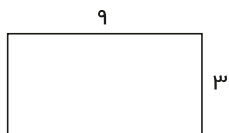
۸. دو مستطیل زیر متشابه‌اند. نسبت تشابه آن‌ها کدام است؟

۱) $\frac{3}{2}$

۲) $\frac{5}{2}$

۳) $\frac{2}{3}$

۴) گزینه‌های ۱ و ۳



۹. در کدام حالت نقطه هم‌رسی عمود منصف‌ها بیرون مثلث قرار دارد؟

۱) $\hat{A} = 90^\circ, \hat{B} = 30^\circ$ ۲) $\hat{A} = 30^\circ, \hat{B} = 40^\circ$ ۳) $\hat{A} = 50^\circ, \hat{B} = 40^\circ$ ۴) $\hat{A} = 70^\circ, \hat{B} = 80^\circ$

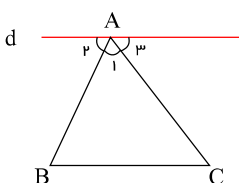
۱۰. در شکل مقابل خط d با BC موازی است. کدام گزینه صحیح است؟

۱) $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$

۲) $\hat{A}_1 = \hat{B}$

۳) $\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = \hat{B} + \hat{C}$

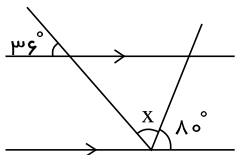
۴) موارد ۲ و ۳



۱۱. کدام یک معرف مربع نمی باشد؟

- ۱) لوزی با زاویه قائمه ۲) مستطیل با اضلاع مساوی ۳) متوازی الاضلاع با زاویه قائمه ۴) لوزی با قطرهای مساوی

۱۲. اندازه‌ی زاویه‌ی x در شکل مقابل چند درجه است؟



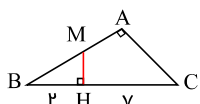
- ۱) 30° ۲) 36°
۳) 64° ۴) 44°

۱۳. کدام گزینه، مثال نقض برای استدلال زیر است؟

«چهارضلعی $ABCD$ چهار ضلع برابر دارد $\Leftrightarrow ABCD$ مربع است.»

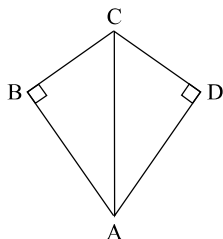
- ۱) لوزی ۲) دوزنقه ۳) مربع ۴) مستطیل

۱۴. در شکل، نقطه M وسط ضلع AB و دو مثلث متشابه می باشند. اندازه‌ی ضلع BM چقدر است؟



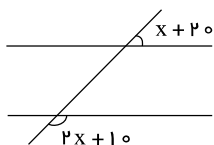
- ۱) ۲ ۲) ۲٫۵ ۳) ۶ ۴) ۳

۱۵. در شکل مقابل در چه صورت می توان گفت ACD و ABC هم نهشت اند؟



- ۱) CA نیمساز A ۲) $CB = CD$
۳) $AB = AD$ ۴) همه موارد

۱۶. x چند درجه است؟



- ۱) ۱۰ ۲) ۳۰
۳) ۵۰ ۴) ۶۰

۱۷. دو زاویه A و B مکمل هستند و زاویه A از سه برابر زاویه B ، 20° درجه کم تر است. زاویه B چند درجه است؟

- ۱) 40° ۲) 45° ۳) 50° ۴) 55°

۱۸. مثلثی که طول اضلاع آن ۳، ۲، ۴ است، با کدام مثلث به طول اضلاع داده شده در گزینه ها متشابه است؟

- ۱) ۹، ۴، ۶ ۲) ۴، ۹، ۱۲ ۳) ۸، ۱۲، ۶ ۴) $\frac{9}{2}$ ، ۶، ۳

۱۹. در چه صورت در یک مثلث نقطه همرسی نیمسازها بیرون مثلث است؟

- ۱) مثلث دارای زاویه باز باشد ۲) مثلث دارای زاویه قائمه باشد ۳) تمام زوایای مثلث تند باشد ۴) چنین چیزی ممکن نیست

۲۰. اگر نسبت تشابه دو لوزی $\frac{2}{3}$ باشد، در صورتی که ضلع لوزی بزرگ تر ۱۵ سانتی متر باشد، اندازه‌ی ضلع لوزی کوچکتر کدام است؟

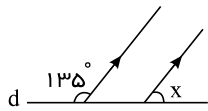
- ۱) ۱۲ ۲) ۱۰ ۳) ۲۲٫۵ ۴) ۱۳٫۵

۲۱. اگر نسبت تشابه دو مثلث $\frac{3}{4}$ باشد، نسبت مساحت هایشان کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{9}{16}$ ۳) $\frac{3}{8}$ ۴) $\frac{9}{32}$

۲۲. کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) در لوزی زاویه های روبه رو برابرند. ۲) قطرهای مستطیل برابرند.
۳) در مثلث متساوی الساقین هر نیمساز میانه هم است. ۴) در مربع قطرها بر هم عمودند.



۵۵ (۴)

۹۵ (۳)

۴۵ (۲)

۱۳۵ (۱)

۲۳. مقدار x برابر است با:

۲۴. در نقشه‌ای با مقیاس $\frac{1}{200}$ ، فاصله‌ی دو نقطه روی نقشه ۳ سانتی‌متر است. فاصله‌ی این دو نقطه در اندازه‌ی واقعی چه قدر است؟

۰٫۶ متر (۴)

۶ متر (۳)

۶۰ متر (۲)

۶۰۰ متر (۱)

۲۵. دو لوزی متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها $\frac{2}{7}$ می‌باشد. اگر اندازه‌ی ضلع یکی از آن‌ها 14cm باشد اندازه‌ی ضلع لوزی دیگر چقدر است؟

۶۳ (۴)

۴۹ یا ۴ (۳)

۴۹ (۲)

۴ (۱)

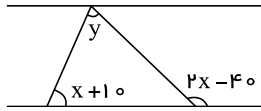
۲۶. کدام دو شکل همواره متشابه‌اند؟

دو مستطیل دلخواه (۴)

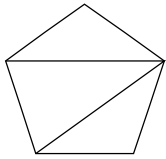
دو مثلث دلخواه (۳)

دو مربع دلخواه (۲)

دو لوزی دلخواه (۱)

۲۷. زاویه‌ی مشخص شده در شکل (y) برابر است با: $2x - 30$ (۲) $3x - 40$ (۱) $x - 50$ (۴) $x - 20$ (۳)

۲۸. شکل مقابل یک پنج ضلعی منتظمی را نشان می‌دهد که دو قطر آن رسم شده است. اگر همه‌ی قطرهای آن رسم شود سطح پنج ضلعی به چند قسمت تقسیم می‌شود؟

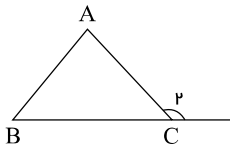


۸ (۲)

۴ (۱)

۱۰ (۴)

۱۱ (۳)

۲۹. در شکل مقابل C_1 برابر با چه زاویه‌ای است؟ $A + B$ (۲) $2C_1$ (۱) $A + C_1$ (۴) $B + C_1$ (۳)

۳۰. کدام یک از گزینه‌های زیر برای استدلال، قابل اعتماد است؟

دلایل منطقی (۴)

استفاده از حواس (۳)

استفاده از شکل (۲)

استفاده از شهود (۱)

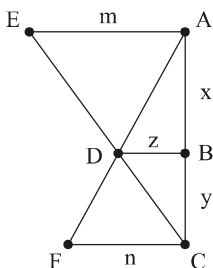
۳۱. تونی به تینا ۴۰ پنی بدهکار است و تینا ۵۰ پنی از تونی قرض می‌گیرد. سپس تونی به تینا ۶۰ پنی می‌دهد. چه کسی و چه قدر باید به دیگری پول بدهد تا حساب هر دو تسویه شود؟

تونی به تینا ۷۰ پنی بدهد. (۴)

تونی به تینا ۷۰ پنی بدهد. (۳)

تونی به تینا ۳۰ پنی بدهد. (۲)

تونی به تینا ۵۰ پنی بدهد. (۱)

۳۲. شکل مقابل EA و DB و FC هر سه بر AC عمود هستند. کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟ $\triangle ABD \sim \triangle DBC$ (۱) $\frac{z}{m} = \frac{y}{x+y}$ (۲) $\frac{z}{n} = \frac{x}{y}$ (۳) $BC \times DE = AB \times CD$ (۴)

۳۳. دو لوزی متشابه‌اند. نسبت تشابه این دو لوزی $\frac{4}{5}$ است. اگر طول ضلع لوزی بزرگ ۲۵ سانتی‌متر باشد طول ضلع لوزی کوچک چقدر است؟

 $\frac{1}{20}$ (۴)

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۶ (۱)

۳۴. عکسی به ابعاد ۴ و ۶ سانتی‌متر را بزرگ کرده‌ایم. (بدون اینکه نسبت تشابه به هم بخورد) اگر به عرض عکس ۱۲ سانتی‌متر اضافه شده باشد به طول آن چند سانتی‌متر اضافه شده است؟

۲۴ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

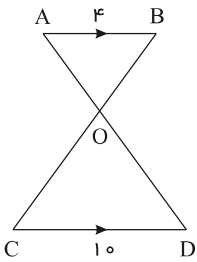
۳۵. نسبت تشابه دو مثلث کدام است؟

$\frac{2}{5}$ (۲)

$\frac{20}{18}$ (۱)

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{6}{10}$ (۳)



۳۶. در نقشه‌ی دیواری جغرافیای ایران، فاصله‌ی دو روستا در جنوب ایران ۲۰ سانتی‌متر است. اگر روی نقشه از این دو نقطه به تهران وصل کنیم زاویه‌ی 40° به وجود می‌آید. فاصله‌ی واقعی و زاویه‌ی دید واقعی آن دو منطقه از تهران کدام یک از جواب‌های زیر است؟ (مقیاس نقشه

$\frac{1}{10000}$)

۲۰ کیلومتر و 4° (۴)

۲ کیلومتر و 4° (۳)

۲۰ کیلومتر و 40° (۲)

۲ کیلومتر و 40° (۱)

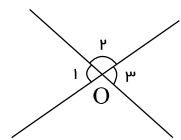
۳۷. مقیاس یک نقشه $\frac{1}{1000}$ است. اگر فاصله‌ی دو نقطه روی نقشه $\frac{1}{3}$ سانتی‌متر باشد. فاصله‌ی این دو نقطه در اندازه‌ی واقعی چند متر است؟

۱۳ (۴)

۱۳۰ (۳)

۰٫۱۳ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)



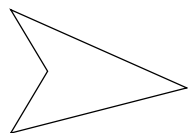
۳۸. «چرا زاویه‌های متقابل به رأس با هم برابرند.» کدام یک مربوط به فرض این مسئله است؟ (فارس - خرداد ۹۵)

$\hat{O}_2 = \hat{O}_1$ (۲)

$\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ$ (۱)

گزینه‌های ۱ و ۳ (۴)

$\hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180^\circ$ (۳)



۳۹. شکل روبه‌رو چه نام دارد؟

چهارضلعی منتظم و مقعر (۲)

چهارضلعی محدب (۱)

چهارضلعی مقعر (۴)

چهارضلعی منتظم (۳)

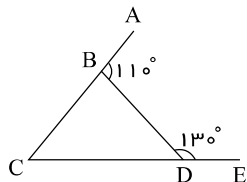
۴۰. در شکل روبه‌رو CBA و CDE خط‌هایی مستقیم‌اند. اگر $\hat{ABD} = 110^\circ$ و $\hat{EDB} = 130^\circ$ ، آن‌گاه اندازه‌ی زاویه‌ی C برابر است با:

5° (۲)

40° (۱)

70° (۴)

60° (۳)



۴۱. در مثلث ABC ($AC > AB > BC$)، از سه رأس به موازات اضلاع مقابل خطوطی رسم می‌کنیم تا مثلث EFG حاصل شود. طول کوچک‌ترین ضلع مثلث کدام است؟

$2BC$ (۴)

$BC + AC + AB$ (۳)

$2AC$ (۲)

$BC + AB$ (۱)

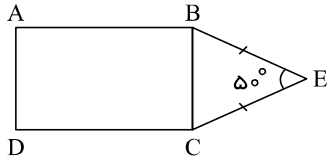
۴۲. چند تا از جمله‌های زیر نادرست است؟
 الف) مستطیل متوازی‌الاضلاعی است که یک زاویه آن قائمه باشد.
 ب) در هر متوازی‌الاضلاع قطر‌ها منصف یکدیگرند.
 ج) در هر متوازی‌الاضلاع قطر‌ها برابرند.
 د) در هر متوازی‌الاضلاع، اضلاع مقابل با هم برابر هستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۴۳. در شکل مقابل $ABCD$ مستطیل و BCE مثلث متساوی‌الساقین است، اندازه زاویه \widehat{DCE} کدام است؟

۱۴۵° (۲)

۶۵° (۱)

۱۶۵° (۴)

۱۵۵° (۳)

۴۴. چند مورد از عبارتهای زیر همواره درست است؟
 الف) مجموع دو عدد فرد همواره زوج است.
 ب) مجموع دو عدد زوج همواره زوج است.
 ج) مجموع دو عدد که حداقل یکی از آنها فرد باشد، زوج است.
 د) مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد، الزاماً فرد نیست.

صفر (۴)

۳ (۳)

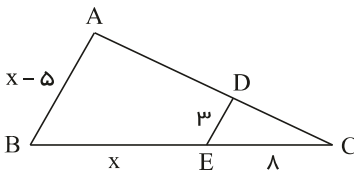
۲ (۲)

۱ (۱)

۴۵. کدام یک از موارد زیر درست است؟

- (۲) هر دو مستطیل دلخواه متشابه‌اند.
 (۴) هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع دلخواه الزاماً متشابه نیستند.

- (۱) هر دو لوزی دلخواه متشابه‌اند.
 (۳) هر دو ۵ ضلعی منتظم دلخواه الزاماً متشابه هستند.



۴۶. در شکل مقابل AB موازی DE می‌باشد، مقدار x کدام است؟

۱۱ (۲)

۸ (۱)

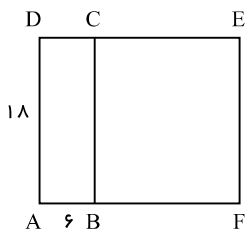
۱۲٫۸ (۴)

۱۶٫۸ (۳)

۴۷. کدام گزینه درست است؟

- (۲) دو مثلث قائم‌الزاویه که دو ضلع برابر دارند، هم‌نهشت هستند.
 (۴) دو مثلث متساوی‌الاضلاع که یک ارتفاع برابر دارند، هم‌نهشت هستند.

- (۱) دو مثلث متساوی‌الساقین که یک میانه برابر دارند، هم‌نهشت هستند.
 (۳) دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت هستند.



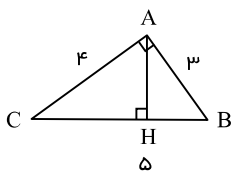
۴۸. دو مستطیل $ABCD$ و $BCEF$ با یکدیگر مشابه‌اند. نسبت مساحت $ADEF$ به $BCEF$ برابر است با:

$\frac{10}{9}$ (۲)

$\frac{8}{7}$ (۱)

$\frac{5}{4}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)



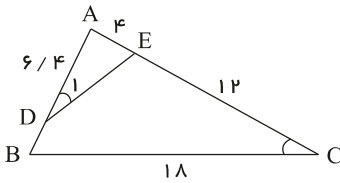
۴۹. AH برابر با کدام گزینه است؟

۴٫۸ (۲)

۲٫۴ (۱)

۳٫۶ (۴)

۱٫۲ (۳)



۵۰. دو مثلث ABC و ADE متشابه‌اند. نسبت تشابه آن‌ها چقدر است؟ ($\widehat{C} = \widehat{D}_1$)

۱ $\frac{2}{9}$

۲ $\frac{1}{4}$

۳ $\frac{2}{5}$

۴ $\frac{1}{3}$

۵۱. کدام عبارت درست نیست؟

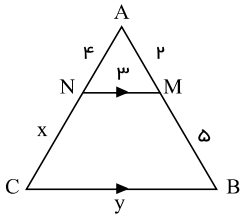
۱) هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع به یک فاصله است.

۲) در یک دایره اگر دو کمان برابر باشند آنگاه وترهای نظیر آن‌ها برابرند.

۳) در هر متوازی‌الاضلاع، فاصله‌ی هر دو رأس مقابل از قطر بین آنها به یک اندازه است.

۴) اگر چهارضلعی $ABCD$ مربع نباشد می‌توان نتیجه گرفت همه ضلع‌های $ABCD$ با هم برابر نیست.

۵۲. در مثلث مقابل، $x + y$ برابر است با:



۱ ۱۸

۲ ۱۷٫۵

۳ ۲۱

۴ ۲۰٫۵

۵۳. روی یک نقشه فاصله دو شهر $75mm$ و در واقعیت 1500 کیلومتر است مقیاس نقشه؟

۱ $\frac{1}{2000000}$

۲ $\frac{1}{20000000}$

۳ $\frac{1}{200000000}$

۴ $\frac{1}{2000000000}$

۵۴. چه تعداد از عبارات زیر صحیح است؟

* اگر دو چندضلعی متشابه باشند حتماً هم‌نهشت هم هستند.

* دو مثلث متساوی‌الساقین اگر یک زاویه مساوی داشته باشند همواره متشابه‌اند.

* دو چندضلعی منتظم با تعداد اضلاع برابر همیشه متشابه‌اند.

* برای اثبات نادرست بودن یک حکم، استفاده از یک مثال نقض کافی است.

* هرگاه در دو چندضلعی همه زاویه‌ها به یک نسبت تغییر کرده باشند و ضلع‌ها تغییر نکرده باشند آن دو چندضلعی متشابه‌اند.

۱ ۱

۲ ۲

۳ ۳

۴ ۴

۵۵. «چون من تا حالا هیچ وقت تصادف نکردم در سفر آینده نیز تصادف نخواهم کرد» این استدلال مشابه کدام یک از استدلال‌های زیر است؟

۱) چون تمام بچه‌های خاله من دختر هستند، پس بچه خاله کوچک من هم دختر خواهد بود.

۲) چون برخی مثلث‌ها قائم‌الزاویه‌اند، پس مثلث متساوی‌الاضلاع هم قائم‌الزاویه است.

۳) همه فیلم‌های جنگی جذاب بوده‌اند. فیلمی که دیدم جذاب بود، پس جنگی است.

۴) چون همه مسکن‌ها خواب‌آور هستند پس در این قرص ماده‌ای است که خواب‌آور است.

۵۶. درباره‌ی دو ادعای زیر چه می‌توان گفت؟

ادعای اول: اگر وترهای دو مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین با هم مساوی باشد آن دو مثلث حتماً هم‌نهشت باشند.

ادعای دوم: اگر فاصله‌ی مرکز دایره‌ای از دو وتر دلخواه آن دایره برابر باشد طول آن دو وتر حتماً با هم مساوی است.

۱) هر دو ادعا درست است. ۲) فقط ادعای اول درست است. ۳) فقط ادعای دوم درست است. ۴) هر دو نادرست است.

۵۷. مثلثی به اضلاع $4/5$ ، 6 و x با مثلثی به اضلاع 6 ، a و 12 متشابه است. (اضلاع از کوچک به بزرگ مرتب شده) محیط مثلث بزرگتر کدام است؟

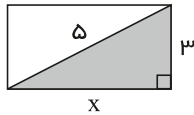
۱ ۲۶

۲ ۲۱

۳ ۲۷

۴ ۱۹٫۵

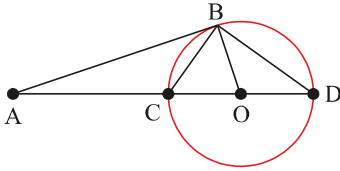
۵۸. مستطیلی به مساحت ۲۴ سانتی متر مربع با مستطیلی به ضلع ۳ سانتی متر و قطر ۵ سانتی متر متشابه است. قطر مستطیل اولی کدام است؟



- (۲) ۱۰
(۴) $6\sqrt{2}$

- (۱) $5\sqrt{2}$
(۳) ۸

۵۹. در شکل مقابل دو مثلث متشابه وجود دارد. آن دو کدامند؟



- (۲) BCD و ABC
(۴) BCD و ADO

- (۱) BCD و ABD
(۳) ABC و ABD

۶۰. مثلثی به اضلاع ۸، ۱۲ و ۱۶ سانتی متر با مثلثی به اضلاع کدام یک از گزینه‌های زیر متشابه است؟

- (۴) ۹ و ۱۲ و ۶

- (۳) ۱۰ و ۶ و ۱۲

- (۲) ۹ و ۸ و ۱۲

- (۱) ۶ و ۱۶ و ۹

۶۱. برای کدام یک از عبارتهای زیر نمی‌توان مثال نقض آورد؟

- (۱) دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند هم‌نهشت هستند.
(۲) هر چهار ضلعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند نوعی متوازی‌الاضلاع است.
(۳) در یک مثلث ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچکتر.
(۴) محل برخورد ارتفاع‌های هر مثلث درون آن است.

۶۲. کدام جمله زیر نادرست است؟

- (۱) دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی را استدلال گویند.
(۲) برای رد کردن یک حکم، تنها یک مثال که خلاف آن حکم باشد، کافی است.
(۳) می‌توان با رسم دو ارتفاع در چند مثلث نتیجه گرفت که محل برخورد دو ارتفاع در هر مثلث، نقطه‌ای درون مثلث است.
(۴) محل برخورد عمودمنصف‌های دو وتر غیرموازی در هر دایره، مرکز دایره می‌باشد.

۶۳. مستطیلی به مساحت ۱۲ با مستطیلی به ضلع ۶ و قطر ۱۰ متشابه است.

قطر مستطیل دیگر چقدر است؟

- (۴) $\frac{5}{8}$

- (۳) ۲۰

- (۲) ۵

- (۱) $\frac{5}{2}$

۶۴. در مثلث متساوی‌الساقین ABC نیمساز CD از زاویه C برابر با قاعده BC است. اندازه‌ی زاویه CDA چه قدر است؟

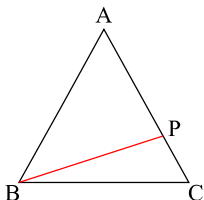
- (۴) 120°

- (۳) 108°

- (۲) 100°

- (۱) 90°

۶۵. مثلث ABC متساوی‌الساقین است، $AB = AC$ ، $\angle BPC = 120^\circ$ و $\angle ABP = 50^\circ$ اندازه‌ی زاویه PBC چه قدر است؟



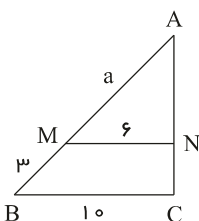
- (۲) 10°

- (۱) 5°

- (۴) 20°

- (۳) 15°

۶۶. باتوجه به شکل مقدار a را به دست آورید. ($MN \parallel BC$)

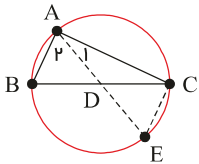


- (۲) ۴

- (۱) ۱٫۸

- (۴) ۵

- (۳) ۴٫۵

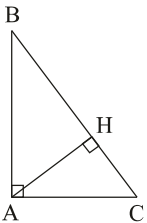


۶۷. باتوجه به شکل کدام یک از گزینه‌های زیر درست نیست؟ $(A_1 = A_2)$

۱ $\triangle ABD \sim \triangle DEC$ (۲)
 ۲ $\triangle ABD \sim \triangle ADC$ (۴)

۳ $\triangle ABD \sim \triangle AEC$ (۱)
 ۴ $\triangle AEC \sim \triangle DEC$ (۳)

۶۸. شکل زیر AH ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه ABC است. اگر $BH = 4\text{ cm}$ و $CH = 9\text{ cm}$ باشد. اندازه‌ی ارتفاع AH برابر است با:



۱ 36 cm (۲)
 ۲ $\sqrt{13}\text{ cm}$ (۴)

۳ 13 cm (۱)
 ۴ 6 cm (۳)

۶۹. مثلث قائم‌الزاویه‌ای به وتر ۴ و ضلع ۲ واحد، با مثلث قائم‌الزاویه دیگری به وتر ۸ و ضلع x متشابه است. مقدار x کدام است؟

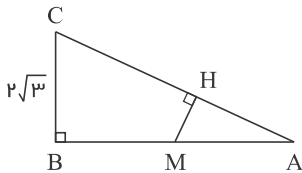
۱ $\frac{1}{2}$ (۱)

۲ $2\sqrt{2}$ (۲)

۳ $4\sqrt{3}$ (۳)

۴ ۶ (۴)

۷۰. دو مثلث قائم‌الزاویه AHM و ABC متشابه هستند. اگر $AM = \frac{1}{3}AB$ و $AB = \sqrt{27}$ باشد، اندازه HM کدام است؟



۱ $\frac{2}{\sqrt{13}}$ (۲)
 ۲ $\frac{1}{\sqrt{39}}$ (۴)

۳ $2\sqrt{39}$ (۱)
 ۴ $\frac{2\sqrt{39}}{13}$ (۳)

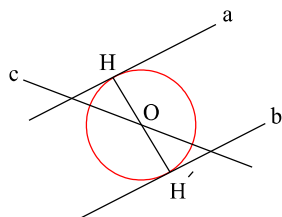
۷۱. سعید نتیجه‌های یک چهارم نهایی، نیمه نهایی و نهایی یک مسابقه‌ی یک حذفی را نوشت (نه لزوماً به همین ترتیب)؛ بهزاد از احمد برد، جواد از داود برد، علی از حمید برد، علی از جواد برد، جواد از بهزاد برد، مجید از مهدی برد و علی از مجید برد. مسابقه نهایی بین کدام دو نفر بود؟

۱ علی و حمید (۱)

۲ علی و جواد (۲)

۳ جواد و داود (۴)

۴ علی و مجید (۳)



۷۲. در شکل مقابل a و b بر قطر دایره عمودند. ۲ مثلث به چه حالتی با هم مساویند؟

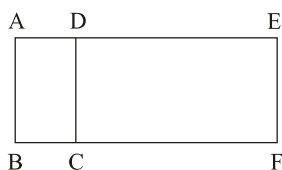
۱ و ز (۱)

۲ و ض (۲)

۳ و ض (۳)

۴ و ض (۴)

۷۳. مطابق شکل، دو مستطیل $ABCD$ و $CDEF$ متشابه‌اند. اگر $AB = 4$ و $AD = 2$ باشد، مساحت مستطیل $CDEF$ چند برابر مساحت مستطیل $AEBF$ است؟



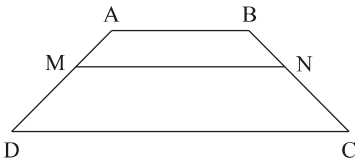
۱ $\frac{5}{4}$ (۱)

۲ $\frac{4}{5}$ (۲)

۳ $\frac{25}{16}$ (۳)

۴ $\frac{16}{25}$ (۴)

۷۴. در شکل روبرو پاره خط MN را موازی قاعده‌های دوزنقه‌ی $ABCD$ رسم کرده‌ایم میدانیم $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{2}$ ، $\frac{AB}{DC} = \frac{1}{3}$ نسبت مساحت



دوزنقه‌ی $ABNM$ به دوزنقه‌ی $MNCD$ کدام است؟

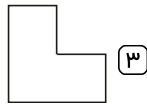
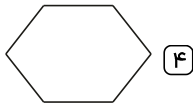
$\frac{4}{7}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{2}{7}$ (۳)

۷۵. کدام یک از شکل‌های زیر قابل تقسیم به چهار قسمت مساوی و متشابه با شکل اصلی نمی‌باشد؟ (روبوکاپ ۱۳۹۰)



۷۶. طول اضلاع مثلثی ۱۲، ۱۷، ۲۱ سانتی‌متر است. این مثلث با مثلث دیگری که محیط آن ۲۰ سانتی‌متر می‌باشد متشابه است. طول کوچکترین ضلع مثلث کوچکتر کدام است؟

۴٫۲ (۴)

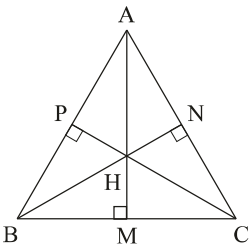
۴٫۸ (۳)

۳٫۴ (۲)

۲٫۴ (۱)

۷۷. در شکل روبرو سه ارتفاع مثلث ABC در نقطه‌ی H با یکدیگر برخورد می‌کنند. اگر $BM = MC = ۴$ و $HM = ۳$ طول AH چه

قدر است؟



۶ (۲)

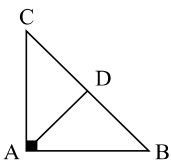
۳ (۱)

$\frac{7}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

۷۸. در شکل مقابل، مثلث ABC در رأس A قائمه است و مثلث ABD متساوی‌الاضلاع است. اگر $AC = ۶$ باشد، طول وتر BC کدام

است؟



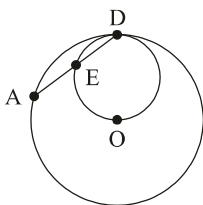
$5\sqrt{2}$ (۲)

$4\sqrt{3}$ (۱)

$5\sqrt{3}$ (۴)

$4\sqrt{2}$ (۳)

۷۹. دایره زیر در نقطه‌ی D مماس هستند و دایره‌ی کوچک‌تر از مرکز دایره‌ی بزرگ می‌گذرد. نسبت $\frac{DE}{DA}$ چقدر است؟



$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{3}$ (۱)

۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۸۰. چند تا از جملات زیر نادرست است؟

- در مثلث متساوی‌الساقین میانه‌های وارد بر ساق‌ها با هم برابرند.

- در دوزنقه متساوی‌الساقین قطر‌ها با هم مساویند.

- در متوازی‌الاضلاع قطر‌ها با هم برابرند.

- در مثلث متساوی‌الساقین ABC که $AB = AC$ نیمساز زاویه‌ی خارجی رأس A موازی BC است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



۸۱. مزرعه‌ای به شکل مستطیل و به ابعاد ۱۰۰ متر در ۶۰ متر است. در نقشه‌ای، محیط این مزرعه ۱۶ سانتی‌متر است. مقیاس این نقشه کدام است؟

- ۱) ۱۰۰ به ۱ ۲) ۱۰۰۰ به ۱ ۳) ۲۰ به ۱ ۴) ۲۰۰۰ به ۱

۸۲. مربعی را به کمک یک دستگاه کپی ۵۰٪ بزرگ می‌کنیم. سپس حاصل را دوباره ۵۰٪ کوچک می‌کنیم. نسبت ضلع مربع شکل پایانی به ضلع مربع شکل اولیه چقدر است؟

- ۱) ۱ ۲) $\frac{۳}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۳}{۴}$

۸۳. در کدام یک از مثلث‌ها محل برخورد ارتفاعها درون مثلث است؟

- ۱) $\hat{B} = ۱۵^\circ, \hat{A} = ۹۰^\circ$ ۲) $\hat{B} = ۴۰^\circ, \hat{A} = ۴۰^\circ$ ۳) $\hat{B} = ۵۵^\circ, \hat{A} = ۳۵^\circ$ ۴) $\hat{B} = ۷۵^\circ, \hat{A} = ۶۵^\circ$

۸۴. اگر مجموع زاویه‌های خارجی یک ضلعی محدب را با A_n و تعداد قطرهای آن را با D_n نمایش دهیم، کدام گزینه درست است؟

- ۱) $D_{۲۰۰} > D_{۱۹۹}, A_{۲۰۰} > A_{۱۹۹}$ ۲) $D_{۲۰۰} < D_{۱۹۹}, A_{۲۰۰} < A_{۱۹۹}$ ۳) $D_{۲۰۰} < D_{۱۹۹}, A_{۲۰۰} = A_{۱۹۹}$ ۴) $D_{۲۰۰} > D_{۱۹۹}, A_{۲۰۰} = A_{۱۹۹}$

۸۵. کدام عبارت زیر با عبارت: «اگر دانش‌آموزی به ریاضیات علاقه‌مند باشد، در مسابقه‌ی کانگورو شرکت می‌کند» معادل است؟

- ۱) اگر دانش‌آموزی به ریاضیات علاقه‌مند نباشد، در مسابقه کانگورو شرکت نمی‌کند. ۲) اگر دانش‌آموزی در مسابقه کانگورو شرکت کند، به ریاضیات علاقه‌مند است.
۳) اگر دانش‌آموزی در مسابقه کانگورو شرکت نکند، به ریاضیات علاقه‌مند نیست. ۴) اگر دانش‌آموزی در مسابقه کانگورو شرکت نکند، به ریاضیات علاقه‌مند است.

۸۶. علی، مهران، سروش و مرتضی هر یک دقیقاً یکی از چهار حیوان خانگی سگ، گربه، ماهی و قناری را دارد. حیوان خانگی مهران مو دارد، حیوان خانگی مرتضی چهار پا دارد، سروش پرنده دارد و علی و مهران گربه دوست ندارند. کدام یک از گزاره‌های زیر درست نیست؟

- ۱) مرتضی یک سگ دارد. ۲) سروش یک قناری دارد. ۳) علی یک ماهی دارد. ۴) مهران یک سگ دارد.

۸۷. زهرا، سارا، مانی و امیر خواهر و برادرند. آن‌ها در یک هفته چند بار دو به دو به سینما رفتند. زهرا یک‌بار با مانی و یک‌بار با امیر به سینما رفت. سارا با مانی به سینما رفت ولی با امیر به سینما نرفت. کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) هر یک از خواهرها با یکی از دو برادرش به سینما رفته است. ۲) یکی از دو برادر با هر دو خواهرش به سینما رفته است.
۳) هر یک از دو برادر با یکی از دو خواهرش به سینما رفته است. ۴) یکی از دو برادر با هیچ یک از دو خواهرش به سینما نرفته است.

۸۸. کدام گزینه مثال نقضی برای این کلام است؟ «اگر n اول باشد آنگاه دقیقاً یکی از $n - ۲$ و $n + ۲$ اول است»

- ۱) ۱۱ ۲) ۳۷ ۳) ۱۹ ۴) ۲۱

۸۹. با استفاده از خطوط موازی و متساوی‌الفاصله، برای تقسیم یک پاره‌خط به ۲ قسمت که یکی $\frac{۲}{۳}$ دیگری باشد، روی نیم خط مربوط، از ابتدای نیم خط باید چند واحد مساوی به دنبال هم جدا کرد؟

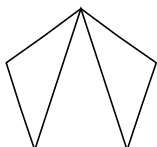
- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۶

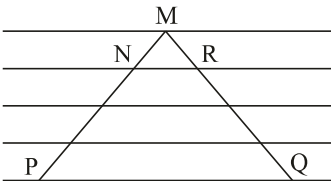
۹۰. اگر نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه $\frac{۴۸}{۲۷}$ باشد، نسبت محیط‌های آن‌ها کدام است؟

- ۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۴}{۳}$ ۳) $\frac{۲\sqrt{۳}}{۳}$ ۴) $\frac{۴۸}{۲۷}$

۹۱. در یک ۵ ضلعی منتظم با رسم قطرهای یک رأس ۳ مثلث پدید می‌آید ۲ تای آنها به حالت با هم هم‌نهشت‌اند.

- ۱) ز ض ز ۲) ض ض ض ۳) ض ض ض ۴) ز ز ز





۹۲. اگر در شکل زیر، تمام خطوط با هم موازی و با فاصله‌های مساوی باشند، کدام گزینه درست نیست؟

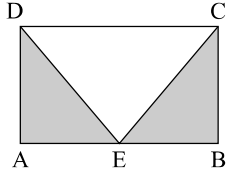
$\frac{MN}{MR} = \frac{NP}{RQ}$ (۲)

$\frac{MR}{MQ} = \frac{NR}{PQ}$ (۴)

$\frac{MN}{NP} = \frac{MR}{RQ}$ (۱)

$\frac{MN}{NP} = \frac{NR}{PQ}$ (۳)

۹۳. اگر E وسط AB از مستطیل ABCD باشد در این صورت هم‌نهشتی مثلث‌های AED و BEC در کدام حالت قابل اثبات نیست؟



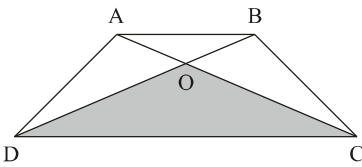
(۱) ض ض ض

(۲) وتر و یک ضلع

(۳) وتر و یک زاویه تند

(۴) ض ض ض

۹۴. در دوزنقه‌ای شکل مقابل، قاعده‌ی بزرگ سه برابر قاعده‌ی کوچک است. مساحت قسمت هاشورخورده چه کسری از مساحت دوزنقه است؟



$\frac{1}{9}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۱)

$\frac{9}{16}$ (۳)

۹۵. در اثبات: اگر در یک چهارضلعی دو ضلع مساوی و موازی باشند آن‌گاه چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است. با رسم یک قطر کدام حالت هم‌نهشتی مثلث‌ها به کار می‌رود.

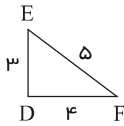
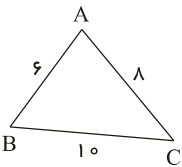
(۴) هر سه مورد

(۳) ض ض ض

(۲) ض ض ز

(۱) ض ض ض

۹۶. در صورت متشابه بودن دو مثلث زیر، نسبت تشابه کدام است؟



$\frac{3}{5}$ (۲)

(۴) متشابه نیستند

$\frac{1}{2}$ (۱)

$\frac{5}{6}$ (۳)

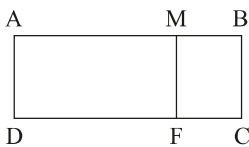
۹۷. دو پنج ضلعی متشابه‌اند. اگر نسبت ضلع‌هایشان ۶ به ۸ و محیط پنج ضلعی کوچکتر ۵۴ سانتی‌متر باشد محیط پنج ضلعی بزرگتر چقدر است؟

۳۶ (۴)

۷۲ (۳)

$\frac{۷۲}{۵}$ (۲)

$\frac{۵۴}{۵}$ (۱)



۹۸. دو مستطیل ABCD و MBCF متشابه‌اند. اگر $DC = 18$ و $BC = 6$ باشد، کدام FC است؟

۲ (۲)

۴ (۴)

۱ (۱)

۳ (۳)

۹۹. نسبت تشابه مثلث ABC به مثلث DEF، $\frac{1}{3}$ می‌باشد. اگر اندازه‌ی اضلاع مثلث ABC ۴ و ۵ و ۶ باشد و بدانیم اندازه‌ی یکی از اضلاع مثلث DEF برابر $x - 1$ است، کدام گزینه نمی‌تواند مقدار x باشد؟

۱۹ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)

۱۰۰. مساحت زمینی مستطیل شکل به اضلاع ۹۰ و ۶۰ متر روی نقشه‌ای به مقیاس $\frac{1}{20000}$ چند سانتی‌متر مربع است؟

۱۸ (۴)

۱۴٫۴ (۳)

۱۳٫۵ (۲)

۷٫۲ (۱)

۱۰۱. مثلث ABC با مختصات $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ با مثلث DEF متشابه است. اگر $D = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $E = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشند مختصات F کدام است؟

- ① $\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ ② $\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ ③ $\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ ④ $\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$

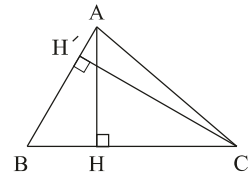
۱۰۲. در یک دایره وتری به طول ۴۸ سانتی متر رسم کرده ایم. اگر فاصله ی مرکز دایره تا وتر ۷ سانتی متر باشد، قطر دایره چند سانتی متر است؟

- ① ۵۴ ② ۲۵ ③ ۵۰ ④ ۲۴

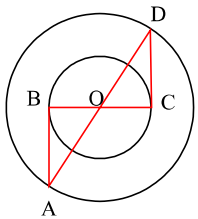
۱۰۳. راننده ای با اتومبیل خود از شهر A حرکت کرد. پس از طی ۱۰ کیلومتر به طرف شرق، ۸ کیلومتر به طرف شمال و ۴ کیلومتر به طرف غرب، به شهر B رسید. فاصله دو شهر A و B به طور مستقیم چند کیلومتر است؟

- ① ۸ ② ۹ ③ ۷ ④ ۱۰

۱۰۴. در مثلث ABC ، AH و CH' ارتفاع هستند. اگر $AH = ۴$ و $CH' = ۶$ باشد، نسبت مساحت های دو مثلث ABH و BCH' کدام است؟



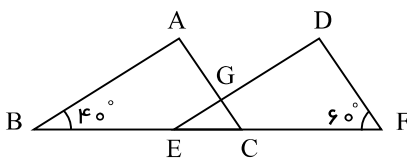
- ① $\frac{9}{4}$ ② ۴ ③ $\frac{16}{9}$ ④ ۱



۱۰۵. کدام گزینه صحیح نیست؟

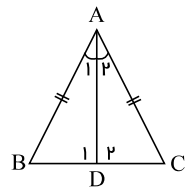
- ① $\hat{C} = \hat{B}$ ② $BC = OD$
③ $\hat{A} = \hat{D}$ ④ $CD = AB$

۱۰۶. در این شکل دو مثلث ABC و DEF هم نهشت اند و $BC = EF$ است. اندازه ی $\angle EGC$ چقدر است؟



- ① ۲۰ ② ۴۰
③ ۶۰ ④ ۸۰

۱۰۷. در مسئله ی روبه رو حکم کدام است؟ «مثلث ABC متساوی الساقین و AD نیمساز زاویه ی A است. ثابت کنید AD میانه نیز هست.»



- ① $BD = DC$ ② $\hat{A}_2 = \hat{A}_1$
③ $\hat{D}_2 = \hat{D}_1$ ④ موارد ۲ و ۳

۱۰۸. کدام گزینه همواره درست است؟

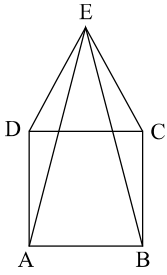
- ① اگر در یک چهارضلعی قطرها یکدیگر را نصف کنند چهارضلعی متوازی الاضلاع است.
② اگر در یک چهارضلعی ضلع ها برابر باشند چهارضلعی مربع است.
③ اگر در یک چهارضلعی قطرها با هم برابر باشند چهارضلعی مربع است.
④ اگر در یک چهارضلعی قطرها بر هم عمود باشند چهارضلعی لوزی است.

۱۰۹. یک چهارضلعی حتماً متوازی الاضلاع است اگر:

- ① یک جفت از اضلاع مجاور آن با یکدیگر مساوی باشند.
② دو جفت ضلع موازی داشته باشد.
③ یک جفت ضلع موازی داشته باشد.
④ دو زاویه ی مجاور برابر داشته باشد.



۱۱۰. مربع $ABCD$ و مثلث متساوی الاضلاع DCE مطابق شکل در یک صفحه‌اند، اندازه‌ی زاویه‌ی AEB کدام است؟



۳۰ (۲)

۱۵ (۱)

۶۰ (۴)

۴۵ (۳)

۱۱۱. در مثلث ABC می‌دانیم $\hat{A} = 75^\circ$ و $\hat{B} = 63^\circ$ است. در مثلث EFD می‌دانیم $\hat{F} = 42^\circ$ و $\hat{D} = 105^\circ$ نسبت بزرگ‌ترین ضلع مثلث ABC به کوچک‌ترین ضلع مثلث EFD کدام است؟

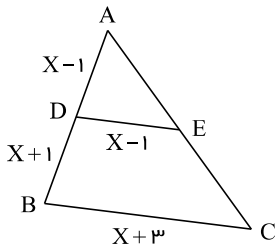
$\frac{AB}{DF}$ (۴)

$\frac{BC}{DE}$ (۳)

$\frac{BC}{DF}$ (۲)

$\frac{AB}{EF}$ (۱)

۱۱۲. در شکل زیر $\hat{D} = \hat{B}$ و $\hat{E} = \hat{C}$ و دو مثلث ABC و ADE متشابه‌اند. مقدار X کدام است؟



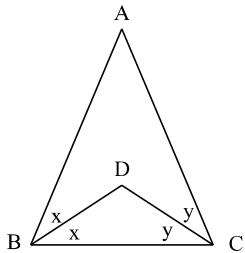
۲ (۱)

۲٫۵ (۲)

۳ (۳)

۳٫۵ (۴)

۱۱۳. باتوجه به شکل زیر اندازه‌ی زاویه‌ی BDC چند درجه است؟ ($\hat{A} = 42^\circ$)



۱۱۱ (۱)

۱۳۸ (۲)

۶۹ (۳)

۱۲۰ (۴)

۱۱۴. کدام یک از استدلال‌های زیر درست است؟

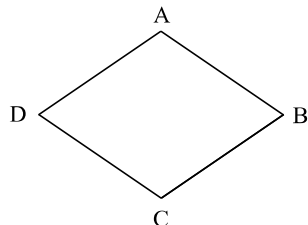
(۱) در هر دوزنقه‌ای همواره دو ضلع موازی داریم. پس هر شکلی که دو ضلع موازی داشته باشد، نوعی دوزنقه است.

(۲) در هر دایره بی‌شمار وتر هم‌اندازه می‌توان رسم کرد. پس تمام وترهای یک دایره با هم برابرند.

(۳) می‌دانیم مربع نوعی لوزی است. پس هر چهارضلعی که زاویه‌هایش قائمه باشند، حتماً لوزی است.

(۴) قطرهای متوازی‌الاضلاع همدیگر را نصف می‌کنند. مستطیل نوعی متوازی‌الاضلاع است. پس قطرهایش منصف یکدیگرند.

۱۱۵. در شکل زیر چهارضلعی لوزی است. از رأس C دو عمود بر اضلاع AB و AD رسم می‌کنیم. هم‌نهشتی دو مثلث به دست آمده را با کدام یک از حالت‌های زیر می‌توان ثابت کرد؟



الف) ض ز ض (ب) ز ض ز (ج) ض ض ض (د) وتر و یک زاویه تند (ه) وتر و یک ضلع

(الف) و (ب) (۱)

(ب) و (د) (۲)

(ج) و (ه) (۳)

(الف) و (د) (۴)

۱۱۶. اگر مثلثی به ضلع‌های ۸ و ۱۰ و ۱۶ با مثلث دیگری به ضلع‌های $Y - 1$ و ۵ و $X + 3$ متشابه باشند (ضلع‌ها از کوچک به بزرگ مرتب شده‌اند). X و Y چه رابطه‌ای دارند؟

$X = Y$ (۱)

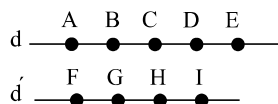
$X = 2Y$ (۲)

$Y = 2X$ (۳)

$X = 3Y$ (۴)

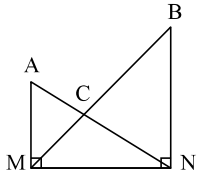
۱۱۷. کدام یک از مثال‌های زیر برای حکم کلی «نقطه برخورد عمود و منصف‌های اضلاع مثلث، یا درون مثلث یا خارج آن قرار دارد»، یک مثال

نقض است؟

۱۱۸. در شکل زیر، دو خط d و d' موازیند. چند مثلث می توان رسم نمود که رئوس آن، نقاط داده شده باشند؟
- 
- ۱) ۲۴ ۲) ۵۰ ۳) ۴۶ ۴) ۷۰

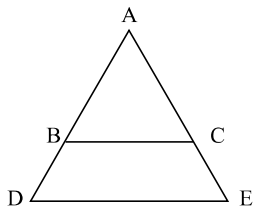
۱۱۹. باغچه ای به شکل مستطیل به ابعاد ۴۰ و ۵۰ واحد است. در نقشه های محیط این باغچه ۹ می باشد. مقیاس این نقطه کدام است؟
- ۱) ۰٫۰۵ ۲) ۰٫۱ ۳) ۰٫۰۰۱ ۴) ۰٫۰۰۳

۱۲۰. در شکل مقابل کدام دو مثلث مشابه هستند؟



- ۱) BCN, AMC ۲) MCN, BCN
 ۳) AMN, AMC ۴) MNB, AMN

۱۲۱. در شکل مقابل $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} = \frac{3}{2}$ ، مساحت چهارضلعی $BCED$ چند برابر مساحت مثلث ABC است؟



- ۱) $\frac{25}{9}$ ۲) $\frac{16}{9}$ ۳) $\frac{10}{9}$ ۴) $\frac{19}{9}$

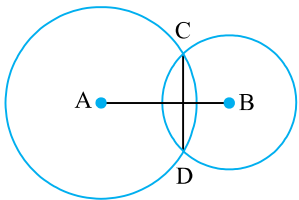
۱۲۲. در یک مثلث قائم الزاویه محل برخورد ارتفاع ها و محل برخورد عمود منصف ها است.

- ۱) داخل مثلث _ داخل مثلث ۲) داخل مثلث _ وسط وتر ۳) روی رأس قائمه مثلث _ داخل مثلث ۴) روی رأس قائمه مثلث _ وسط وتر

۱۲۳. با کدام یک از سه طول داده شده نمی توان یک مثلث ساخت؟ ($1 < a < b$)

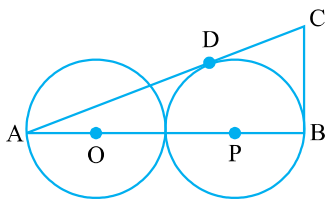
- ۱) $5a, 3a, 2a$ ۲) $6a, 4a, 3a$ ۳) $a + b - 1, b, a$ ۴) $b + 1, a + 2b, a + b$

۱۲۴. دو دایره به مرکز A و B یکدیگر را در C و D قطع کرده اند در این صورت ...



- ۱) AB و CD منصف یکدیگرند. ۲) AB و CD عمود منصف یکدیگرند. ۳) AB عمود منصف CD است. ۴) $\hat{ACB} = \hat{ADB}$

۱۲۵. دو دایره به مرکز O و P و شعاع های ۲، مماس هستند. خط المکزین OP دو دایره را در A و B قطع می کند. دو ضلع دیگر مثلث



- ABC در نقاط B و D بر دایره به مرکز P مماسند. طول BC چقدر است؟

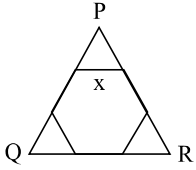
- ۱) ۳ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $3\sqrt{2}$ ۴) $\sqrt{10}$

۱۲۶. بین چهار پاره خط، روابط مقابل برقرار است. کدام یک از نتیجه گیری های زیر صحیح است؟

$$\begin{cases} \overline{MN} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{AB} \\ \overline{AB} = \overline{GH} \end{cases}$$

- ۱) $\overline{MN} = \overline{GH}$ ۲) $\overline{MN} > \overline{GH}$ ۳) $\overline{MN} < \overline{GH}$ ۴) $\overline{EF} = \overline{GH}$

۱۲۸. از هر رأس مثلث متساوی الاضلاع PQR به ضلع o ، مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع x چنان بریده شده است که یک شش ضلعی منتظم باقی مانده است. اندازه x کدام است؟



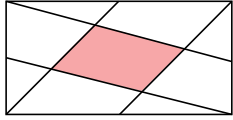
$3\frac{1}{2}$ (۴)

$3\frac{2}{3}$ (۳)

$3\frac{1}{3}$ (۲)

۳ (۱)

۱۲۹. مطابق شکل هر رأس به وسط یکی از ضلع‌ها وصل شده است. اگر طول و عرض مستطیل 30 و 40 سانتی‌متر باشند، مساحت قسمت هاشورخورده چقدر است؟



۲۴۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

۴۰۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

۱۳۰. در متوازی الاضلاع $ABCD$ ، $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ ، $\hat{C} = 40^\circ$ و نقطه M وسط \overline{DC} است. زاویه AMB چند درجه است؟

85° (۴)

90° (۳)

100° (۲)

80° (۱)

۱۳۱. مدیرعامل شرکتی ادعا کرد که «همه کارمندان شرکت ما دست کم ۲۵ سال دارند.» معلوم شد که او اشتباه کرده است. لزوماً می‌شود نتیجه گرفت:

(۲) هر کارمندی بیشتر از ۲۵ سال دارد.

(۱) هر کارمندی درست ۲۵ سال دارد.

(۴) دست کم یک کارمند کمتر از ۲۵ سال دارد.

(۳) هیچ کارمندی ۲۵ ساله نیست.

۱۳۲. اگر همه پلینک‌ها، همان پلونک‌ها باشند و بعضی از پلانک‌ها، همان پلینک‌ها باشند کدام یک از جملات X ، Y ، Z لزوماً درست هستند؟

X : همه پلینک‌ها همان پلانک‌ها هستند.

Y : بعضی از پلونک‌ها، همان پلانک‌ها هستند.

Z : بعضی پلینک‌ها، همان پلانک‌ها نیستند.

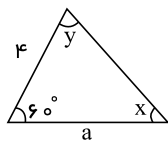
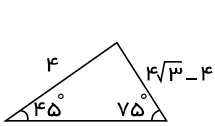
(۴) فقط Y و Z

(۳) Y و X

(۲) فقط Y

(۱) فقط X

۱۳۳. دو مثلث زیر هم نهشت‌اند. x ، y و a به ترتیب کدام هستند؟



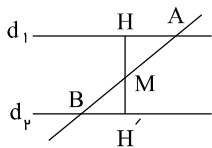
$4\sqrt{3}-4$ ، 45 ، 60 (۲)

4 ، 45 ، 75 (۱)

$4\sqrt{3}-4$ ، 75 ، 45 (۴)

$4\sqrt{3}-4$ ، 45 ، 75° (۳)

۱۳۴. نقطه M وسط پاره خط AB است و HH' بر دو خط موازی d_1 و d_2 عمود است. 2 مثلث ایجاد شده به چه حالتی هم نهشت است؟



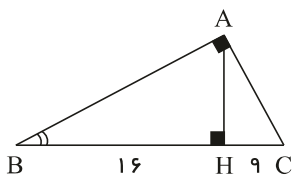
(۴) وض

(۳) وز

(۲) رض ز

(۱) ض ض ض

۱۳۵. AH ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه ABC است. محیط مثلث ABC است؟



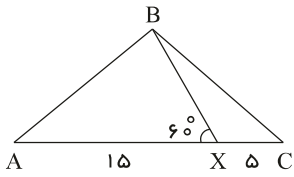
۴۷ (۲)

۳۷ (۱)

۷۵ (۴)

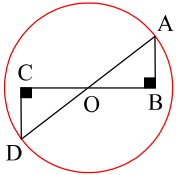
۶۰ (۳)

۱۳۷. در مثلث ABC نقطه x را روی ضلع AC طوری اختیار کرده‌ایم که $AX = 15$ و $CX = 5$ و $\hat{A}XB = 60^\circ$ باشد. چنانچه $\hat{A}BC = 2\hat{A}XB$ باشد. اندازه‌ی ضلع BC چقدر است؟



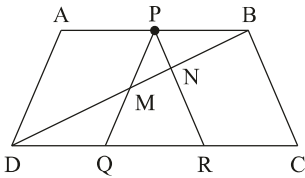
- ۱) ۳۰ ۲) ۱۰ ۳) $4\sqrt{5}$ ۴) $5\sqrt{2}$

۱۳۸. اگر O مرکز دایره باشد کدام گزینه را می‌توان نتیجه گرفت؟



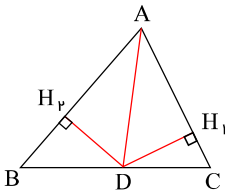
- ۱) $AB = CD$ ۲) $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ ۳) $DO = AO$ ۴) همه‌ی موارد

۱۳۹. در دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین $ABCD$ با قاعده‌های $AB = 6$ و $CD = 8$ مطابق شکل از نقطه‌ی P وسط AB ، دو خط موازی دو ساق رسم کرده‌ایم نسبت $\frac{PM}{NR}$ چقدر است؟



- ۱) $\frac{5}{6}$ ۲) $\frac{3}{4}$ ۳) $\frac{1}{2}$ ۴) $\frac{4}{5}$

۱۴۰. AD نیمساز \hat{A} و $AB > AC$ است. کدام گزینه صحیح است؟



- ۱) $DH_2 < DH_1$ ۲) $DH_2 > DH_1$ ۳) $DH_2 = DH_1$ ۴) اظهار نظر نمی‌توان کرد.

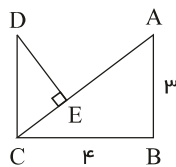
۱۴۱. دو مستطیل متشابه‌اند. اگر محیط مستطیل بزرگتر ۲۵ و نسبت تشابه $\frac{1}{5}$ باشد. مجموع طول و عرض مستطیل کوچکتر کدام است؟

- ۱) ۱۲٫۵ ۲) ۵ ۳) ۲٫۵ ۴) ۷٫۵

۱۴۲. مزرعه‌ای به شکل مستطیل و به ابعاد ۸۰ متر و ۶۰ متر وجود دارد. در نقشه‌ای محیط این مزرعه ۱۴ سانتی‌متر است. مقیاس نقشه کدام است؟

- ۱) ۱:۱۰۰ ۲) ۱:۲۰۰۰ ۳) ۱:۲۰ ۴) ۱:۱۰۰۰

۱۴۳. در شکل زیر $\overline{AB} = \overline{CD}$ و دو مثلث ABC و DEC متشابه هستند. نسبت تشابه کدام است؟



- ۱) ۰٫۴ ۲) ۰٫۵ ۳) ۰٫۶ ۴) ۰٫۸

۱۴۴. مطابق شکل: مستطیل $ABCD$ و $BCEF$ متشابه‌اند. اگر $AB = 1$ و $AD = 3$ باشد، مساحت $ADEF$ چند برابر مساحت مستطیل $BCEF$ است؟

۱۵۰. دو زاویه‌ی مثلثی ۴۵ و ۶۰ درجه هستند دو زاویه‌ی مثلث دیگر ۷۵ و ۶۰ هستند کدام صحیح است؟

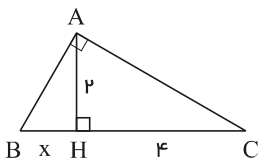
۴) بعید است متشابه باشند.

۳) شاید متشابه باشند.

۲) دو مثلث متشابه‌اند.

۱) دو مثلث متشابه نیستند.

۱۵۱. در شکل زیر x برابر است با:



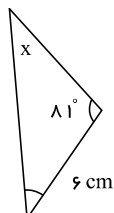
۲) ۲

۴) ۴

۱) ۱

۳) $۲\sqrt{۲}$

۱۵۲. مثلث‌های زیر مساوی‌اند. مقدار x چقدر است؟



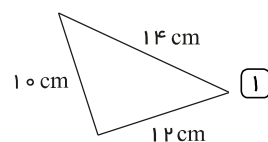
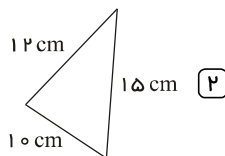
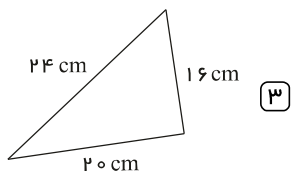
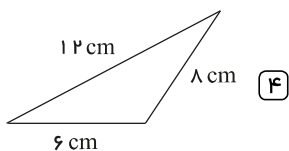
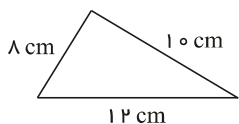
۲) ۵۰

۴) ۷۰

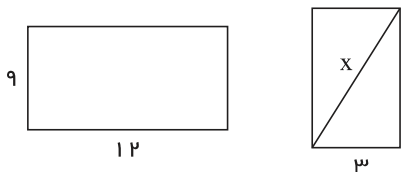
۱) ۴۹

۳) ۶۰

۱۵۹. کدام یک از مثلث‌های زیر با این مثلث متشابه است؟



۱۶۰. این دو مستطیل متشابه‌اند اندازه‌ی پاره‌خط x برابر است با:



- ۲) ۵
۴) ۲۰٫۲۵

- ۱) ۴٫۵
۳) ۲۵

۱۶۱. طول اضلاع مثلثی ۱۲ و ۱۷ و ۲۱ سانتی‌متر است. این مثلث با مثلث دیگری که محیط آن ۲۰ سانتی‌متر است متشابه است طول کوچکترین ضلع مثلث دوم چند سانتی‌متر است؟

- ۱) ۲٫۴ ۲) ۳٫۴ ۳) ۴٫۸ ۴) ۴٫۲

۱۶۲. فاصله‌ی بین دو شهر روی نقشه ۲۴ cm است. فاصله‌ی میان این دو شهر در واقعیت ۳۶۰ کیلومتر است. فاصله‌ی میان این دو شهر چه قدر کوچک شده است؟

- ۱) ۱ : ۱۵۰۰۰۰ ۲) ۱ : ۱۵۰۰۰۰۰ ۳) ۱ : ۱۵۰۰۰ ۴) ۱ : ۱۵۰

۱۶۳. نقطه‌های P و Q روی صفحه طوری انتخاب شده‌اند که $PQ = ۵$. چند مثلث در این صفحه وجود دارند که یک ضلعشان پاره‌خط PQ

است و طول ضلع‌هایشان ۳، ۴، ۵ است؟

۱۶۸. در چهارضلعی $ABCD$ زیر داریم: $AD = BC$ ، $\angle DAC = 5^\circ$ ، $\angle DCA = 65^\circ$ و $\angle ACB = 7^\circ$. اندازه $\angle ABC$ چه قدر است؟

۱) 5°

۲) 55°

۳) 6°

۴) 65°

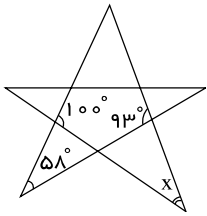
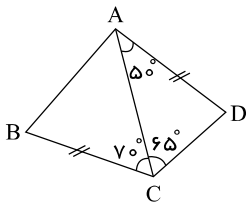
۱۶۹. در شکل مقابل x کدام است؟

۲) ۴۲

۴) ۶۵

۱) ۳۵

۳) ۵۱



۱۷۰. محیط دوزنقه‌ای با ۵ و طول هر ضلع آن عددی طبیعی است. دو زاویه‌ی کوچک‌تر دوزنقه چند درجه‌اند؟

۴) 60° و 30°

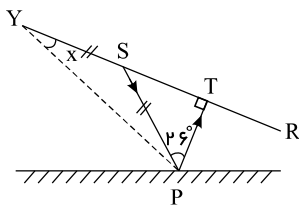
۳) 45° و 45°

۲) 60° و 60°

۱) 30° و 30°

۱۷۱. اگر یک پرتوی نور از نقطه‌ی S تابیده شود به طوری که پس از برخورد و انعکاس با آئینه در نقطه‌ی P ، به نقطه‌ی T برسد، به طوری که

PT عمود بر RS باشد، باتوجه به شکل x برابر است با:



۴) ۳۸

۳) ۳۷

۲) ۳۲

۱) ۲۶

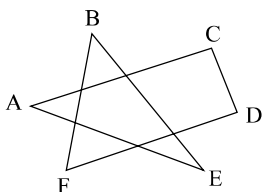
۱۷۲. در شکل روبه‌داریم: $\widehat{C} + \widehat{D} = 150^\circ$. در این صورت $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{F} + \widehat{E}$ چند درجه است؟

۲) 570°

۴) 390°

۱) 360°

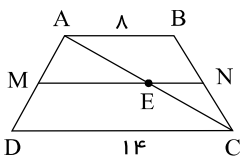
۳) 210°



۱۷۳. مساحت مثلث هاشورخورده $4\frac{1}{2}$ سانتی‌متر است. زوایای QAB و PQR ، زاویه‌ی قائمه می‌باشند. اگر $QR = 4$ و $AB = 3$ ، اندازه‌ی

زاویه‌ی ABQ برابر است با:

۱۷۷. در دوزنقه‌ی مقابل نقاط M و N وسط‌های دو ساق دوزنقه هستند. اندازه‌ی MN برابر است با:



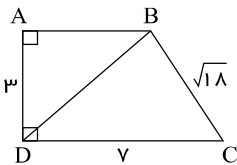
۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

۱۲ (۲)

۳ (۱)

۱۷۸. در دوزنقه‌ی $ABCD$ اندازه‌ی BD چه قدر است؟



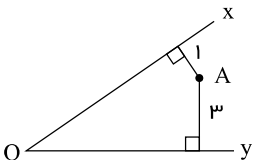
۶ (۴)

۵ (۳)

۴ (۲)

۳ (۱)

۱۷۹. در شکل مقابل فاصله‌ی نقطه‌ی A از دو ضلع زاویه‌ی xOy برابر ۱ و ۳ می‌باشد. چند دایره به مرکز A می‌توان رسم کرد به طوری که نیم‌خط Ox را در دو نقطه قطع کند و Oy را قطع نکند؟



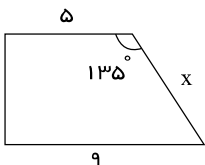
بی‌شمار (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۸۰. در شکل مقابل مقدار x کدام است؟



۵ (۴)

۸ (۳)

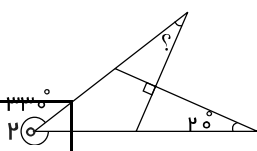
$4\sqrt{2}$ (۲)

۴ (۱)

۱۸۱. باتوجه به اینکه می‌دانیم هر مربع نوعی لوزی است بنابراین:

- (۱) اگر $ABCD$ لوزی باشد، حتماً مربع است.
- (۲) اگر $ABCD$ مربع نباشد لوزی هم نخواهد بود.
- (۳) اگر $ABCD$ لوزی نباشد مربع هم نخواهد بود.
- (۴) اگر $ABCD$ لوزی نباشد ممکن است مربع باشد.

۱۸۲. در شکل، اندازه‌ی زاویه‌ی خواسته شده کدام است؟



۲۰ (۴)

۳۰ (۳)

۴۰ (۲)

۵۰ (۱)

۱۹۰. نسبت تشابه دو مستطیل برابر $\frac{1}{2}$ می باشد. اگر اندازه قطر و طول مستطیل کوچک تر به ترتیب ۱۳ و ۱۲ باشد، مساحت مستطیل بزرگ تر کدام است؟

۶ (۴)

۲۴۰ (۳)

۱۵ (۲)

۶۰ (۱)

۱۹۱. محیط مثلثی با طول ۵، ۷، ۱۱ چند برابر محیط مثلثی متشابه آن با اضلاع ۱۰، ۲۲، x است؟

۳ (۴)

$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۲ (۱)

۱۹۲. جمع دو مثلث به اضلاع $a \leq b \leq c$ و $a' \leq b' \leq c'$ مثلثی است به اضلاع $a + a'$ و $b + b'$ و $c + c'$ کدام گزینه دو مورد جمع دو مثلث متساوی الساقین درست است؟

(۲) قطعاً یک مثلث متساوی الساقین نیست.

(۱) ممکن است یک مثلث متساوی الساقین باشد.

(۴) ممکن است مثلثی تشکیل ندهد.

(۳) قطعاً یک مثلث متساوی الساقین است.

۲۰۲. در مثلث قائم‌الزاویه ABC اگر مثلث CDB متساوی‌الساقین باشد، زاویه A چند درجه است؟

- ۱) 40°
 ۲) 30°
 ۳) 50°
 ۴) 20°

۲۰۳. در شکل زیر مثلث متساوی‌الاضلاع ABC ، در ضلع AC با مربع مشترک است. زاویه خواسته شده چند درجه است؟

- ۱) ۴۵
 ۲) ۳۵
 ۳) ۵۰
 ۴) ۸۰

۲۰۴. در شکل زیر زاویه A چند درجه است؟

- ۱) ۶۰
 ۲) ۱۲۰
 ۳) ۴۰
 ۴) ۸۰

۲۰۵. در شکل زیر مثلث DEC دوران یافته مثلث ABC است. مقدار $\frac{y}{x}$ چقدر است؟

- ۱) ۱
 ۲) ۲
 ۳) ۹
 ۴) ۶

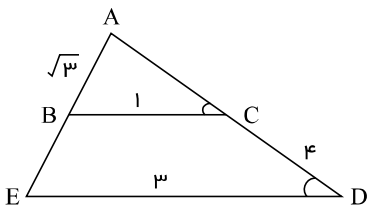
۲۰۶. دو مثلث ABC و DEF متشابه‌اند. محیط مثلث ABC ، 10 واحد و $\frac{2}{3}$ محیط مثلث دیگر است. اگر 2 و 3 اندازه دو ضلع مثلث

ABC باشند، کدام گزینه اندازه اضلاع مثلث DEF را نشان می‌دهد؟

۲۰۹. در شکل زیر زاویه \hat{C} و \hat{D} نشان داده شده با یکدیگر برابرند. محیط مثلث $\triangle ADE$ چند واحد است؟

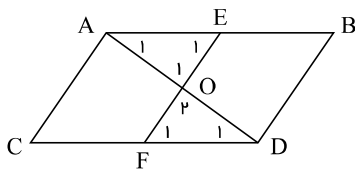
- ۱ $9 + \sqrt{3}$
 ۲ $12\sqrt{3}$
 ۳ $3\sqrt{3}(2 + \sqrt{3})$
 ۴ $3\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)$

۲۱۰. نسبت تشابه مثلث ABC به اضلاع ۶ و a و b به مثلث DEF به اضلاع ۶ و ۱۰ و ۱۴، کوچکتر از یک است. بیشترین عددی که می توان به عنوان نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث DEF در نظر گرفت کدام است؟



- ۱ $2\frac{2}{3}$
 ۲ $\frac{9}{15}$
 ۳ $\frac{9}{49}$
 ۴ $\frac{9}{25}$

۲۱۱. در شکل زیر $ABCD$ یک متوازی الاضلاع است و نقاط E و F وسط اضلاع متوازی الاضلاع رسم شده اند. در اثبات هم نهشتی دو مثلث داخل متوازی الاضلاع کدام یک از موارد زیر را نمی توان به عنوان فرض اثبات به کار برد؟



- ۱ $\hat{A}_1 = \hat{D}_1$
 ۲ $DF = AE$
 ۳ $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$
 ۴ $E_1 = F_1$

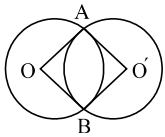
۲۱۲. در شکل مقابل AH ارتفاع مثلث قائم الزاویه ABC می باشد. اگر $AH = 12\text{ cm}$ و $AB = 20\text{ cm}$ باشند. اندازه ی ضلع AC کدام است؟

- ۱ ۱۳
 ۲ ۱۶
 ۳ ۱۴
 ۴ ۱۵

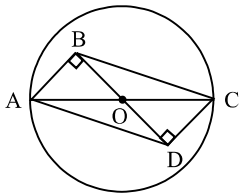
۲۱۷. دلیل هم‌نهشتی دو مثلث ABD و BCD در شکل مقابل کدام است؟ (O مرکز دایره است).

- ۱ وتر و یک ضلع
- ۲ (ز ض ز)
- ۳ وتر و یک زاویه
- ۴ همه گزینه‌ها

۲۱۸. در شکل زیر دو دایره به مرکزهای O و O' یکدیگر را در نقاط A و B قطع می‌کنند. در این صورت چند تا از گزینه‌های زیر، درست است؟



- (a) چهارضلعی $OAO'B$ لوزی است.
- (b) خط OO' عمود منصف پاره خط AB است.
- (c) OO' نیمساز زاویه‌های O و O' است.
- (d) AB نیمساز زاویه‌های A و B است.



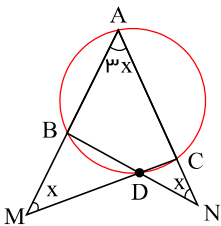
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۲۱۹. در شکل مقابل \hat{x} چند درجه است؟



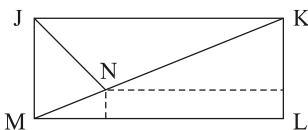
۴۰ (۴)

۲۷٫۵ (۳)

۲۵ (۲)

۲۲٫۵ (۱)

۲۲۰. در مستطیل $JKLM$ ، نیمساز زاویه KJM قطر KM را در نقطه N همانند شکل قطع می‌کند. فاصله نقطه N از ضلع LM برابر است با ۱ و فاصله اش از ضلع KL برابر است با ۸. طول ضلع LM کدام است؟



$۸ + ۳\sqrt{۲}$ (۴)

۱۰ (۳)

$۱۱ - \sqrt{۲}$ (۲)

$۸ + ۲\sqrt{۲}$ (۱)

۲۲۱. در مربعی به ضلع ۴ واحد، فاصله‌ی وسط یک ضلع از قطر مربع کدام است؟

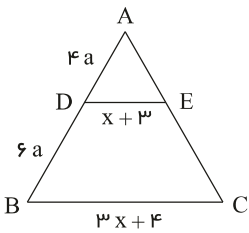
$\sqrt{۳}$ (۴)

$\sqrt{۲}$ (۳)

$\frac{۲}{۳}$ (۲)

۱ (۱)

۲۲۶. در مثلث ABC ، DE موازی BC است. اندازه‌ی DE کدام است؟



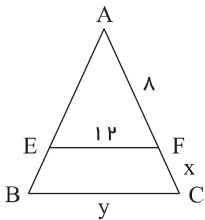
۲۵ (۴)

۱۰ (۳)

۷ (۲)

۴ (۱)

۲۲۷. در شکل مقابل $EF \parallel BC$ و $\frac{AE}{EB} = \frac{5}{2}$ مقدار x و y کدام است؟



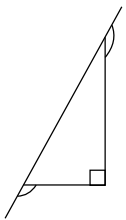
$\begin{cases} x = 5,7 \\ y = 16,8 \end{cases}$ (۴)

$\begin{cases} x = 4,8 \\ y = 3,0 \end{cases}$ (۳)

$\begin{cases} x = 3,2 \\ y = 3,0 \end{cases}$ (۲)

$\begin{cases} x = 3,2 \\ y = 16,8 \end{cases}$ (۱)

۲۲۸. حاصل جمع دو زاویه‌ی علامت خورده چه قدر است؟



320° (۴)

270° (۳)

180° (۲)

150° (۱)

۲۲۹. در شکل زیر، یک مثلث متساوی‌الاضلاع و یک شش ضلعی منتظم در دایره‌ای محاط شده و خود دایره در یک مثلث متساوی‌الاضلاع محاط

۲۳۹. کدام یک از گزینه‌های زیر، برای هم‌نهشتی دو مثلث ANP و AMP در شکل مقابل کافی است؟

۲۴۹. در شکل مقابل $BC = BD$ و $AB = AC$ و $DE = AD$ اگر $\widehat{EDB} = 30^\circ$ باشد، آن گاه \widehat{BAC} برابر است با:

۲۵۷. در شکل زیر قطر دایره است اگر $AD = 10$ ، $AH = 8$ و $AB = 12$ باشد، اندازه‌ی شعاع دایره کدام است؟

۶٫۵ (۲)

۷٫۵ (۴)

۶ (۱)

۷ (۳)

۲۵۸. در شکل زیر ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC است. اگر $BH = 4\text{cm}$ و $CH = 9\text{cm}$ باشد، اندازه‌ی ارتفاع AH

برابر است با:

13cm (۱)

36cm (۲)

6cm (۳)

$\sqrt{13}\text{cm}$ (۴)

۲۵۹. طول یک ضلع قائم مثلث قائم‌الزاویه‌ای را یک واحد افزایش و طول ضلع قائم دیگر را دو واحد کاهش می‌دهیم ولی می‌بینیم که طول وتر مثلث تغییری نمی‌کند. اگر قبل از تغییر، طول اولیه ضلع بزرگتر شده، $1/5$ برابر طول اولیه‌ی ضلع دیگر باشد، طول اولیه‌ی ضلع بزرگ شده چقدر بوده است؟

۲۶۴. در شکل مقابل نقطه‌های B و C بر پاره‌خط AD واقع‌اند و AB ، BC و DC به ترتیب قطرهای دایره‌ای به مرکز O ، N ، P هستند شعاع هر دایره برابر با ۱۵ است. پاره‌خط AG بر دایره‌ی P مماس است و دایره‌ی N را در E و F قطع می‌کند طول وتر EF کدام است؟

۱۵٫۲

۲۰

۲۴

۲۵

۲۶۵. قد علی ۱۸۰ سانتی‌متر است. او هر شب هنگام پیاده‌روی، از کنار چراغ‌های مخصوص روشنایی خیابان که بلندی آن ۴٫۵ متر است می‌گذرد، سایه‌ی علی هنگامی که به ۳ متری چراغ روشنایی می‌رسد چند متر است؟

۲۷۲. در دایره مقابل به مرکز O ، مقدار زاویه x چند درجه است؟

۱) ۳۰

۲) ۳۵

۳) ۴۰

۴) ۴۵

۲۷۳. در مربع $ABCD$ ، $\overline{DM} = \overline{BN}$ است. اگر $\widehat{CBN} = 35^\circ$ باشد، اندازه زاویه BED چند برابر اندازه زاویه BEM است؟

۱) ۴

۲) ۵

۳) ۶

۴) ۸

۲۷۴. در شکل مقابل مقدار \hat{x} چند درجه است؟

۲) 60°

۴) 80°

۱) 50°

۳) 70°

۲۷۵. در مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع $8\sqrt{3}$ اگر فاصله‌های نقطه M در داخل مثلث از ضلع‌های \overline{AB} و \overline{AC} به ترتیب ۵ و ۳ باشد، فاصله آن از ضلع \overline{BC} کدام می‌باشد؟

۲۷۹. در شکل روبه‌رو، روی دو ضلع مثلث متساوی‌الساقین $(\overline{AB} = \overline{AC})ABC$ ، دو مثلث متساوی‌الاضلاع AEB و AFC را رسم کرده‌ایم. زاویه \widehat{EKB} چند درجه است؟

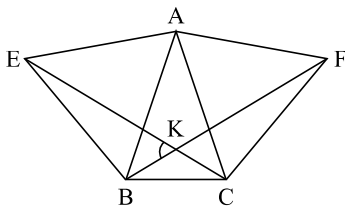
۴۵° (۲)

۳۰° (۱)

۹۰° (۴)

۶۰° (۳)

۲۸۰. در یک روستا کافه درست در ۳۰۰ متری شمال مدرسه واقع است و کلیسا در فاصله ۳۰۰ متری کافه، با زاویه‌ی ۶۰ در قسمت شرقی آن واقع است. زاویه‌ای که خط واصل بین مدرسه و کلیسا با خط افق می‌سازد چند درجه است؟



۳۰۰° (۴)

۲۴۰° (۳)

۱۲۰° (۲)

۳۰° (۱)

۲۸۱. در شکل مقابل طول‌های SP ، SQ و SR با هم برابرند و اندازه‌ی زاویه‌ی $\angle SRQ$ مساوی x° درجه است. اندازه‌ی زاویه‌ی $\angle PQR$ بر حسب واحد درجه چه قدر است؟

۲۸۹. $ABCD$ مربع و EAB و CFB مثلث‌های متساوی‌الاضلاع هستند. \widehat{BEF} چند درجه است؟

۳۰۲. در شکل مقابل مساحت مربع $AMNE$ کدام است؟

$$\left(\frac{AC + AB^2}{AC \cdot AB} \right) \quad (2)$$

$$\left(\frac{AC \cdot AB^2}{AC + AB} \right) \quad (1)$$

$$\frac{AC^2 \cdot AB^2}{AC^2 + AB^2} \quad (4)$$

$$\frac{AC^2 + AB^2}{AC^2 \cdot AB^2} \quad (3)$$

۳۰۳. در شکل مقابل، اگر نقطه‌ی M وسط طول مستطیل باشد، اندازه‌ی پاره‌خط MH کدام است؟

$$\sqrt{\frac{5}{2}} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{5} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{10}}{5} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{10} \quad (3)$$

۳۰۴. در شکل روبرو سه خط موازی را دو خط مورب قطع کرده‌اند. با توجه به اندازه‌ی روی شکل برای پاره‌خط‌های مورب، مقدار y کدام است؟

$$\frac{8}{9} \quad (2)$$

$$\frac{20}{9} \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{32}{9} \quad (3)$$

۳۰۵. در مربع $EFGH$ کدام یک نادرست است؟

- (۱) مثلث EIF و EIH هم‌نهشت هستند.
- (۲) مثلث GHI و GHF هم‌نهشت هستند.
- (۳) مثلث EFH و EGH هم‌نهشت هستند.
- (۴) مثلث EIF و GIH هم‌نهشت هستند.

۳۰۶. در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲ واحد خطی موازی یک ضلع چنان رسم شده است که آن را به یک مثلث و یک ذوزنقه که مساحت ذوزنقه نصف مساحت مثلث اولیه می‌باشد تبدیل می‌کند. طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق ذوزنقه را به هم وصل می‌کند برابر است با:

۳۱۰. دو مربع $ABCD$ و $BJKL$ مساوی و به ضلع ۸cm هستند. M وسط AD و KJ است. در این صورت مساحت ۶ ضلعی $BCDMKL$ بر حسب cm^2 برابر است با:

۸۰ (۲)

۶۴ (۱)

۱۲۸ (۴)

۹۶ (۳)

۳۱۱. نقطه‌ی P داخل مربع $ABCD$ است. فاصله‌ی نقطه‌ی P از رأس‌های A ، B و C به ترتیب برابر است با ۲ ، ۷ و ۹ . فاصله‌ی P تا D کدام است؟

۳۱۸. در شکل مقابل $EF \parallel BC$ می‌باشد. اگر مساحت مثلث AEF برابر با $AF = ۵,۱۰$ و $EB = ۲$ اندازه BC چقدر است؟

$\frac{۲\sqrt{۴۱}}{۳}$ (۲)

$\sqrt{۴۱}$ (۱)

$\frac{\sqrt{۴۱}}{۳}$ (۴)

$\frac{۳\sqrt{۴۱}}{۲}$ (۳)

۳۱۹. فرض کنید در شکل، طول ضلع‌های زاویه قائمه، a و b است. اگر d قطر دایره محاط در مثلث و D قطر دایره محیطی مثلث باشد، $d + D$ کدام است؟

$۲(a + b)$ (۲)

$a + b$ (۱)

$\sqrt{a^۲ + b^۲}$ (۴)

$\frac{۱}{۲}(a + b)$ (۳)

۳۲۰. مقدار x چقدر است؟

۳ (۲)

۱٫۵ (۱)

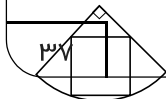
۶ (۴)

۳٫۵ (۳)

۳۲۱. شعاع دایره‌ی محاطی مثلث قائم‌الزاویه برابر ۲ است و شعاع دایره‌ی محیطی همان مثلث $۶٫۵$ است محیط مثلث کدام است؟

۳۲۷. طولهای دو ضلع مثلثی ۱۲۰ و ۱۳۰ سانتی متر است. کدام یک از عددهای زیر نمی تواند طول ضلع سوم مثلث باشد؟

۳۳۸. اگر مربعی در ربع دایره‌ای به شعاع ۱ محاط شده باشد، ضلع مربع چقدر خواهد شد؟



۳۴۸. هرگاه در مثلثی رابطه $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b^2} + \frac{1}{h_c^2}$ بین ارتفاعها برقرار باشد، آن گاه کدام رابطه بین اضلاع برقرار است؟
(h_a ارتفاع وارد بر ضلع a می باشد.)

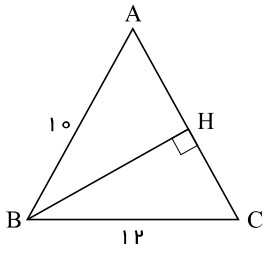
$$\frac{60}{7} \text{ (۴)}$$

$$\frac{60}{13} \text{ (۳)}$$

$$\frac{60}{15} \text{ (۲)}$$

$$\frac{60}{17} \text{ (۱)}$$

۳۴۷. مثلث ABC متساوی الساقین است ($\overline{AB} = \overline{AC}$). اندازه ارتفاع BH کدام است؟ ($\overline{BC} = 12$ و $\overline{AB} = 10$)



$$4,8 \text{ (۱)}$$

$$9,6 \text{ (۲)}$$

$$7,2 \text{ (۳)}$$

$$3,6 \text{ (۴)}$$

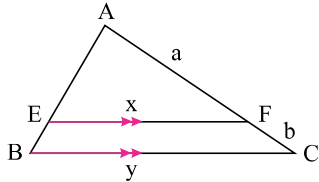
$$a = b + c \text{ (۴)}$$

$$\frac{1}{a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2} \text{ (۳)}$$

$$a^2 = bc \text{ (۲)}$$

$$a^2 = b^2 + c^2 \text{ (۱)}$$

۳۴۹. در شکل مقابل نسبت $\frac{a}{b}$ بر حسب x و y کدام است؟



$$\frac{y-x}{y} \text{ (۲)}$$

$$\frac{y}{y-x} \text{ (۴)}$$

$$\frac{x}{y} \text{ (۱)}$$

$$\frac{x}{y-x} \text{ (۳)}$$

۱. کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ تمام مربعها با هم متشابه‌اند.
 ۲ تمام مثلث‌های متساوی‌الاضلاع با هم متشابه‌اند.
 ۳ تمام لوزی‌ها با هم متشابه‌اند.
 ۴ تمام مثلث‌های متساوی‌الساقین که یک زاویه مجاور قاعده مساوی دارند با هم متشابه‌اند.

پاسخ: گزینه ۳ دو لوزی در صورتی متشابه‌اند که زاویه‌های متناظرشان مساوی باشند.

۲. در اثبات این که هر نقطه روی نیم‌ساز یک زاویه از دو ضلع آن به یک فاصله است، دو مثلث قائم‌الزاویه به کدام حالت هم‌نهشت می‌شوند؟

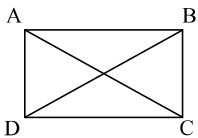
- ۱ وتر و یک ضلع
 ۲ وتر و یک زاویه تند
 ۳ ض ض ض
 ۴ ز ز ز
- پاسخ: گزینه ۲

۳. به دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی، برای معلوم کردن موضوعی که در ابتدا مجهول بوده است، چه می‌گویند؟

- ۱ استدلال
 ۲ فرض
 ۳ مثال نقض
 ۴ حدی

پاسخ: گزینه ۱ استدلال

۴. در مستطیل $ABCD$ می‌خواهیم ثابت کنیم قطرها با یکدیگر برابرند. کدام گزینه جزء فرض مسئله به حساب نمی‌آید؟



- ۱ $AD = BC$
 ۲ $AB = DC$
 ۳ $\hat{ACB} = \hat{BDA}$
 ۴ $\hat{ADC} = \hat{BCD} = 90^\circ$

پاسخ: گزینه ۳ تساوی دو زاویه \hat{ACB} و \hat{BDA} جزء فرض مسئله نیست.

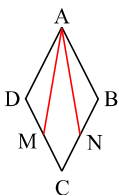
۵. اگر یک لوزی دارای زاویه‌ی 50° درجه و لوزی دیگری دارای زاویه‌ی باشد، دو لوزی متشابه‌اند.

- ۱ 40°
 ۲ 100°
 ۳ 130°
 ۴ 75°

پاسخ: گزینه ۳

$$180^\circ - 50^\circ = 130^\circ$$

۶. چهار ضلع $ABCD$ لوزی است. M و N وسط اضلاع BC و CD می‌باشند. باتوجه به شکل دو مثلث ADM و ABN بنا به کدام حالت هم‌نهشت می‌باشند؟



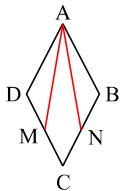
- ۱ ز ض ز
 ۲ ض ض ض
 ۳ ض ض ض
 ۴ و ض

پاسخ: گزینه ۲

شکل لوزی است، پس نصف ضلع‌های آن نیز با هم برابرند. $BN = DM$

زاویه‌های روبه‌رو در لوزی با هم برابرند. $\hat{B} = \hat{D}$

اضلاع لوزی $AD = AB$ ، بنابر حالت دو ضلع و زاویه بین دو مثلث ADM و ABN با هم، هم‌نهشت هستند.

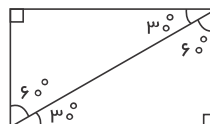


۷. برای کدام یک از موارد زیر نمی‌توانیم مثال نقض بیاوریم؟

- ۱ در هر مستطیل هر قطر، نیمساز زاویه‌های دو سر آن قطر است.
 ۲ در هر متوازی‌الاضلاع قطرها با هم برابر هستند.
 ۳ محل برخورد عمودمنصف‌های هر مثلث همیشه درون مثلث قرار دارد.
 ۴ در مثلث متساوی‌الاضلاع هر میانه نیمساز نیز هست.

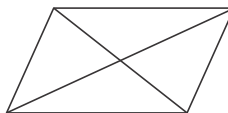
پاسخ: گزینه ۴ بررسی گزینه‌ها:

برای گزینه‌های ۱ تا ۳ مثال نقض می‌زنیم:

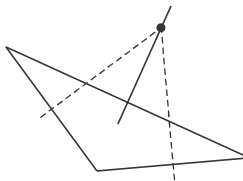


گزینه ۱:

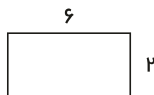
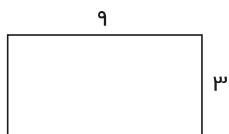
گزینه ۲:



گزینه ۳:



۸. دو مستطیل زیر متشابه‌اند. نسبت تشابه آن‌ها کدام است؟



۲) $\frac{5}{2}$

۴) گزینه‌های ۱ و ۳

۱) $\frac{3}{2}$

۳) $\frac{2}{3}$

پاسخ: گزینه ۴

$\frac{9}{6} = \frac{3}{2}$ یا $\frac{2}{3}$

۹. در کدام حالت نقطه هم‌مرسی عمود منصف‌ها بیرون مثلث قرار دارد؟

۴) $\hat{B} = 100^\circ, \hat{A} = 70^\circ$

۳) $\hat{B} = 40^\circ, \hat{A} = 50^\circ$

۲) $\hat{B} = 40^\circ, \hat{A} = 30^\circ$

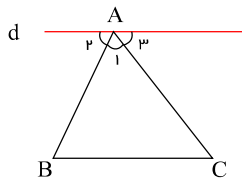
۱) $\hat{B} = 30^\circ, \hat{A} = 90^\circ$

پاسخ: گزینه ۲ نکته: محل برخورد عمود منصف‌ها اگر مثلث زاویه باز داشته باشد در خارج از مثلث است، اگر مثلث قائم‌الزاویه باشد وسط وتر و اگر زوایا تند باشند، داخل مثلث قرار دارد.

طبق نکته بالا باید مثلث زاویه باز داشته باشد.

$\Rightarrow \begin{cases} \hat{A} = 30^\circ \\ \hat{B} = 40^\circ \end{cases} \rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (40^\circ + 30^\circ) = 110^\circ$

۱۰. در شکل مقابل خط d با BC موازی است. کدام گزینه صحیح است؟



۲) $\hat{A}_1 = \hat{B}$

۴) موارد ۲ و ۳

۱) $\hat{A}_1 = \hat{A}_3$

۳) $\hat{A}_1 + \hat{A}_3 = \hat{B} + \hat{C}$

پاسخ: گزینه ۴ چون خط d موازی BC است، پس:

$\left. \begin{matrix} d \parallel BC \\ \text{مورب } AB \end{matrix} \right\} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}$ $\left. \begin{matrix} d \parallel BC \\ \text{مورب } AC \end{matrix} \right\} \Rightarrow \hat{A}_3 = \hat{C}$

$\hat{A}_1 + \hat{A}_3 = \hat{B} + \hat{C}$

پس:

۱۱. کدام یک معرف مربع نمی‌باشد؟

۴) لوزی با قطرهای مساوی

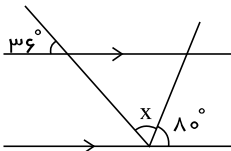
۳) متوازی‌الاضلاع با زاویه قائمه

۲) مستطیل با اضلاع مساوی

۱) لوزی با زاویه قائمه

پاسخ: گزینه ۳ متوازی‌الاضلاع ممکن است ضلع‌های برابر نداشته باشد، پس با زاویه 90° هم مربع نمی‌شود.

۱۲. اندازه‌ی زاویه‌ی x در شکل مقابل چند درجه است؟



۲) 36°

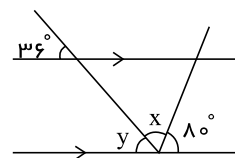
۴) 44°

۱) 30°

۳) 64°

پاسخ: گزینه ۳ طبق خطوط موازی و مورب، زاویه‌ی y برابر است با:

$y = 36^\circ$



پس داریم:

$$x + y + 180 = 180$$

$$x + y = 100$$

$$x = 100 - y = 100 - 36 = 64^\circ$$

۱۳. کدام گزینه، مثال نقض برای استدلال زیر است؟

«چهارضلعی $ABCD$ چهار ضلع برابر دارد $\Leftrightarrow ABCD$ مربع است.»

مستطیل (۴)

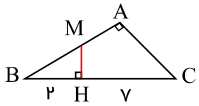
مربع (۳)

دوزنقه (۲)

لوزی (۱)

پاسخ: گزینه ۱ مثال نقض استدلال صورت سؤال لوزی است، چون چهار ضلع برابر دارد، ولی مربع نیست.

۱۴. در شکل، نقطه M وسط ضلع AB و دو مثلث متشابه می‌باشند. اندازه ضلع BM چقدر است؟



۳ (۴)

۶ (۳)

۲٫۵ (۲)

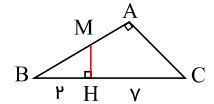
۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

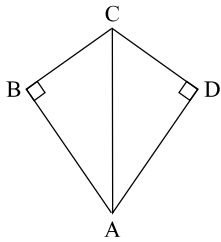
نسبت تشابه را دو مثلث می‌نویسیم:

$$\frac{BC}{BM} = \frac{AB}{BH} = \frac{AC}{MH}$$

$$\frac{2+7}{BM} = \frac{2BM}{2} \Rightarrow BM^2 = 9 \Rightarrow BM = 3$$



۱۵. در شکل مقابل در چه صورت می‌توان گفت ABC و ACD هم‌نهشت‌اند؟



CA نیمساز A (۱)

$CB = CD$ (۲)

$AB = AD$ (۳)

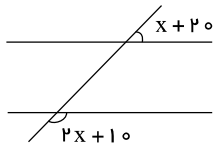
همه موارد (۴)

پاسخ: گزینه ۴ CA نیمساز باشد و CA ضلع مشترک و ز

$CB = CD$ باشد ← و ض

$AB = AD$ باشد ← و ض

۱۶. x چند درجه است؟



۳۰ (۲)

۱۰ (۱)

۶۰ (۴)

۵۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

$$x + 20 = 180 - (2x + 10) \Rightarrow x + 20 = 170 - 2x \Rightarrow 3x = 150 \Rightarrow x = 50^\circ$$

۱۷. دو زاویه A و B مکمل هستند و زاویه A از سه برابر زاویه B ، 20° درجه کم‌تر است. زاویه B چند درجه است؟

55° (۴)

50° (۳)

45° (۲)

40° (۱)

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا باتوجه به فرض مسئله عبارات‌های جبری مربوطه را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} \widehat{A} + \widehat{B} = 180^\circ \\ \widehat{A} - 3\widehat{B} = 20^\circ \end{cases}$$

$$4\widehat{B} = 200^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 50^\circ$$

۱۸. مثلثی که طول اضلاع آن ۳، ۲، ۴ است، با کدام مثلث به طول اضلاع داده شده در گزینه‌ها متشابه است؟

$\frac{9}{2}, 6, 3$ (۴)

۸، ۱۲، ۶ (۳)

۴، ۹، ۱۲ (۲)

۹، ۴، ۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ باید نسبت کوچک‌ترین اضلاع به هم با نسبت اضلاع میانی با هم با نسبت بزرگ‌ترین اضلاع به هم برابر باشد.

$$1) \frac{2}{4} = \frac{3}{6} \neq \frac{4}{9}$$

$$۲) \frac{۲}{۴} \neq \frac{۳}{۹} = \frac{۴}{۱۲}$$

$$۳) \frac{۲}{۶} \neq \frac{۳}{۸} = \frac{۴}{۱۲}$$

$$۴) \frac{۲}{۳} = \frac{۳}{۹} = \frac{۴}{۶}$$

۱۹. در چه صورت در یک مثلث نقطه هم‌رسی نیمسازها بیرون مثلث است؟

- ۱ مثلث دارای زاویه باز باشد
 ۲ مثلث دارای زاویه قائمه باشد
 ۳ تمام زوایای مثلث تند باشد
 ۴ چنین چیزی ممکن نیست

پاسخ: گزینه ۴ نکته: محل برخورد نیمسازها همواره داخل مثلث است.

۲۰. اگر نسبت تشابه دو لوزی $\frac{۲}{۳}$ باشد، در صورتی که ضلع لوزی بزرگ‌تر ۱۵ سانتی‌متر باشد، اندازه‌ی ضلع لوزی کوچک‌تر کدام است؟

- ۱ ۱۲
 ۲ ۱۰
 ۳ ۲۲٫۵
 ۴ ۱۳٫۵

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{۲}{۳} = \frac{x}{۱۵} \Rightarrow x = ۱۰$$

۲۱. اگر نسبت تشابه دو مثلث $\frac{۳}{۴}$ باشد، نسبت مساحت‌هایشان کدام است؟

- ۱ $\frac{۳}{۴}$
 ۲ $\frac{۹}{۱۶}$
 ۳ $\frac{۳}{۸}$
 ۴ $\frac{۹}{۳۲}$

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{نسبت تشابه} = \left(\frac{۳}{۴}\right)^2 = \frac{۹}{۱۶}$$

۲۲. کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ در لوزی زاویه‌های روبه‌رو برابرند.
 ۲ قطرهای مستطیل برابرند.
 ۳ در مثلث متساوی‌الساقین هر نیمساز میانه هم است.
 ۴ در مربع قطرها بر هم عمودند.

پاسخ: گزینه ۳ از بین گزینه‌ها تنها گزینه‌ی ۳ نادرست است. زیرا فقط یکی از نیمسازها، میانه هم هست.

۲۳. مقدار x برابر است با:

- ۱ ۱۳۵
 ۲ ۴۵
 ۳ ۹۵
 ۴ ۵۵

پاسخ: گزینه ۲ چون دو خط موازی‌اند پس زاویه‌ی آنها با خط d برابر است:

$$x = ۱۸۰ - ۱۳۵ = ۴۵$$

۲۴. در نقشه‌ای با مقیاس $\frac{۱}{۲۰۰}$ ، فاصله‌ی دو نقطه روی نقشه ۳ سانتی‌متر است. فاصله‌ی این دو نقطه در اندازه‌ی واقعی چه قدر است؟

- ۱ ۶۰۰ متر
 ۲ ۶۰ متر
 ۳ ۶ متر
 ۴ ۰٫۶ متر

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{۱}{۲۰۰} = \frac{۳}{x} \Rightarrow x = ۶۰۰ \text{ cm} = ۶ \text{ m}$$

۲۵. دو لوزی متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها $\frac{۲}{۷}$ می‌باشد. اگر اندازه‌ی ضلع یکی از آن‌ها ۱۴ cm باشد اندازه‌ی ضلع دیگر چقدر است؟

- ۱ ۴
 ۲ ۴۹
 ۳ ۴۹ یا ۴
 ۴ ۶۳

پاسخ: گزینه ۳ معلوم نیست که ۱۴ cm اندازه‌ی بزرگ‌تر است یا ضلع لوزی کوچک‌تر، پس دو حالت در نظر می‌گیریم.

$$\frac{۲}{۷} = \frac{۱۴}{x} \Rightarrow x = \frac{۱۴ \times ۷}{۲} = ۴۹$$



$$\frac{2}{7} = \frac{x}{14} \rightarrow x = \frac{2 \times 14}{7} = 4$$

۲۶. کدام دو شکل همواره متشابه‌اند؟

۴ دو مستطیل دلخواه

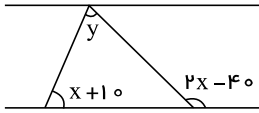
۳ دو مثلث دلخواه

۲ دو مربع دلخواه

۱ دو لوزی دلخواه

پاسخ: گزینه ۲

۲۷. زاویه‌ی مشخص شده در شکل (y) برابر است با:



۲ $2x - 30$

۴ $x - 50$

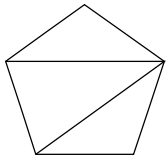
۱ $3x - 40$

۳ $x - 20$

پاسخ: گزینه ۴

$$\text{زاویه‌ی خارجی: } 2x - 40 = y + x + 10 \Rightarrow y = 2x - 40 - x - 10 \Rightarrow y = x - 50$$

۲۸. شکل مقابل یک پنج ضلعی منتظمی را نشان می‌دهد که دو قطر آن رسم شده است. اگر همه‌ی قطرهای آن رسم شود سطح پنج ضلعی به چند قسمت تقسیم می‌شود؟



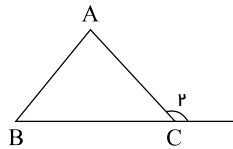
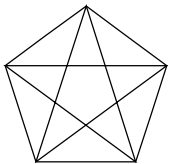
۲ ۸

۴ ۱۰

۱ ۴

۳ ۱۱

پاسخ: گزینه ۳



۲ $A + B$

۴ $A + C_1$

۱ $2C_1$

۳ $B + C_1$

۲۹. در شکل مقابل C_1 برابر با چه زاویه‌ای است؟

پاسخ: گزینه ۲ C_1 زاویه‌ی خارجی است و برابر است با مجموع دو زاویه‌ی غیر مجاور

۳۰. کدام یک از گزینه‌های زیر برای استدلال، قابل اعتماد است؟

۴ دلایل منطقی

۳ استفاده از حواس

۲ استفاده از شکل

۱ استفاده از شهود

پاسخ: گزینه ۴

۳۱. تونی به تینا ۴۰ پنی بدهکار است و تینا ۵۰ پنی از تونی قرض می‌گیرد. سپس تونی به تینا ۶۰ پنی می‌دهد. چه کسی و چه قدر باید به دیگری پول بدهد تا حساب هر دو تسویه شود؟

۴ تینا به تونی ۷۰ پنی بدهد.

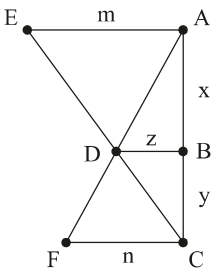
۳ تونی به تینا ۷۰ پنی بدهد.

۲ تونی به تینا ۳۰ پنی بدهد.

۱ تونی به تینا ۵۰ پنی بدهد.

پاسخ: گزینه ۴ تونی در کل باید ۱۱۰ پنی از تینا بگیرد و ۴۰ پنی به او بدهکار است پس تینا باید ۷۰ پنی به تونی بدهد تا حساب هر دو تسویه شود.

۳۲. شکل مقابل EA و DB و FC هر سه بر AC عمود هستند. کدام یک از گزاره‌های زیر نادرست است؟



۱ $\triangle ABD \sim \triangle DBC$

۲ $\frac{z}{m} = \frac{y}{x+y}$

۳ $\frac{z}{n} = \frac{x}{y}$

۴ $BC \times DE = AB \times CD$

پاسخ: گزینه ۳ گزینه‌ی ۲ درست است. \rightarrow طبق تشابه دو مثلث BDC و ACE

$$\frac{z}{m} = \frac{y}{x+y}$$

$$\triangle CAE \sim \triangle CBD \rightarrow \frac{BC}{AB} = \frac{CD}{DE} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} BC \times DE = AB \times CD$$

گزینه ی ۴ درست است

۳۳. دو لوزی متشابه اند. نسبت تشابه این دو لوزی $\frac{4}{5}$ است. اگر طول ضلع لوزی بزرگ ۲۵ سانتی متر باشد طول ضلع لوزی کوچک چقدر است؟

- ۱) ۱۶ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) $\frac{1}{20}$

پاسخ: گزینه ۲ نسبت تشابه با نسبت اضلاع برابر است.

$$\frac{4}{5} = \frac{x}{25} \Rightarrow x = 20 \text{ cm}$$

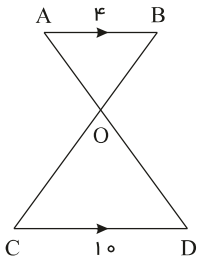
۳۴. عکسی به ابعاد ۴ و ۶ سانتی متر را بزرگ کرده ایم. (بدون اینکه نسبت تشابه به هم بخورد) اگر به عرض عکس ۱۲ سانتی متر اضافه شده باشد به طول آن چند سانتی متر اضافه شده است؟

- ۱) ۱۲ ۲) ۱۶ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{4}{6} = \frac{4+12}{6+x} \Rightarrow \frac{4}{6} = \frac{16}{6+x} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 4(6+x) = 6 \times 16$$

$$\Rightarrow 24 + 4x = 96 \Rightarrow 4x = 96 - 24 \rightarrow 4x = 72 \Rightarrow x = 18$$



۳۵. نسبت تشابه دو مثلث کدام است؟

- ۱) $\frac{20}{18}$ ۲) $\frac{2}{5}$ ۳) $\frac{6}{10}$ ۴) $\frac{4}{5}$

پاسخ: گزینه ۲ چون دو مثلث متشابه اند نسبت تشابه عبارتست از: $\frac{AB}{CD}$

$$\frac{AB}{CD} = \frac{4}{10} = \frac{2}{5}$$

۳۶. در نقشه ی دیواری جغرافیای ایران، فاصله ی دو روستا در جنوب ایران ۲۰ سانتی متر است. اگر روی نقشه از این دو نقطه به تهران وصل کنیم زاویه ی

40° به وجود می آید. فاصله ی واقعی و زاویه ی دید واقعی آن دو منطقه از تهران کدام یک از جواب های زیر است؟ (مقیاس نقشه $\frac{1}{10000}$)

- ۱) ۲ کیلومتر و 40° ۲) ۲۰ کیلومتر و 40° ۳) ۲ کیلومتر و 4° ۴) ۲۰ کیلومتر و 4°

پاسخ: گزینه ۱

$$20 \times 10000 = 200000 \text{ cm} = 2000 \text{ m} = 2 \text{ km}$$

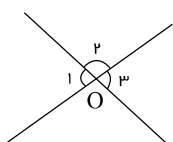
در شکل های مشابه زاویه تغییر نمی کند.

۳۷. مقیاس یک نقشه $\frac{1}{1000}$ است. اگر فاصله ی دو نقطه روی نقشه $1,3$ سانتی متر باشد. فاصله ی این دو نقطه در اندازه ی واقعی چند متر است؟

- ۱) ۱,۳ ۲) ۰,۱۳ ۳) ۱۳۰ ۴) ۱۳

پاسخ: گزینه ۴

$$\frac{1}{1000} = \frac{1,3}{x} \Rightarrow x = 1300 \text{ cm} = 13 \text{ m}$$



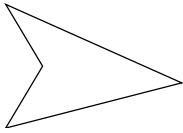
۳۸. چرا زاویه های متقابل به رأس با هم برابرند. کدام یک مربوط به فرض این مسئله است؟ (فارس - خرداد ۹۵)

- ۱) $\hat{O}_1 + \hat{O}_2 = 180^\circ$ ۲) $\hat{O}_2 = \hat{O}_1$ ۳) $\hat{O}_2 + \hat{O}_3 = 180^\circ$ ۴) گزینه های ۱ و ۳

پاسخ: گزینه ۴



۳۹. شکل روبه‌رو چه نام دارد؟

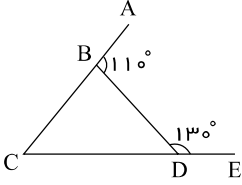


- ۱) چهارضلعی محدب
۲) چهارضلعی منتظم و مقعر
۳) چهارضلعی منتظم
۴) چهارضلعی مقعر

- ۱) چهارضلعی محدب
۳) چهارضلعی منتظم

پاسخ: گزینه ۴

۴۰. در شکل روبه‌رو CBA و CDE خط‌هایی مستقیم‌اند. اگر $\widehat{ABD} = 110^\circ$ و $\widehat{EDB} = 130^\circ$ ، آن‌گاه اندازه‌ی زاویه‌ی C برابر است با:



- ۱) 40°
۲) 50°
۳) 60°
۴) 70°

- ۱) 40°
۳) 60°

پاسخ: گزینه ۳

$$\widehat{CBD} = 180 - 110 = 70^\circ$$

$$\widehat{CDB} = 180 - 130 = 50^\circ$$

$$\triangle CBD : \widehat{C} + 50 + 70 = 180 \Rightarrow \widehat{C} = 60^\circ$$

۴۱. در مثلث ABC ($AC > AB > BC$)، از سه رأس به موازات اضلاع مقابل خطوطی رسم می‌کنیم تا مثلث EFG حاصل شود. طول کوچک‌ترین ضلع مثلث کدام است؟

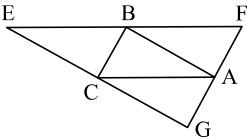
۱) $BC + AB$

۲) $2AC$

۳) $BC + AC + AB$

۴) $2BC$

پاسخ: گزینه ۴



باتوجه به شکل، مثلث به دست آمده، مثلثی متشابه با نسبت تشابه ۲ (بزرگ‌تر) است، پس کوچک‌ترین ضلع آن دو برابر ضلع کوچک ABC یعنی $2BC$ است.

۴۲. چند تا از جمله‌های زیر نادرست است؟

(الف) مستطیل متوازی‌الاضلاعی است که یک زاویه آن قائمه باشد.

(ب) در هر متوازی‌الاضلاع قطرهای آن یکدیگر را نصف می‌کنند.

(ج) در هر متوازی‌الاضلاع قطرهای آن برابرند.

(د) در هر متوازی‌الاضلاع، اضلاع مقابل با هم برابر هستند.

۱) ۱

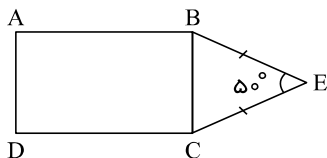
۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱. گزینه ج نادرست است و بقیه گزینه‌ها درست است.

۴۳. در شکل مقابل $ABCD$ مستطیل و BCE مثلث متساوی‌الساقین است، اندازه زاویه \widehat{DCE} کدام است؟



۱) 65°

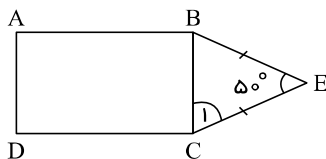
۲) 145°

۳) 155°

۴) 165°

پاسخ: گزینه ۳

از آن‌جا که مثلث BCE متساوی‌الساقین است، اندازه زاویه $\widehat{C_1}$ برابر است با:



$$\widehat{B_1} = \widehat{C_1} = \frac{180^\circ - 50^\circ}{2} = 65^\circ$$

$$\widehat{DCE} = 90^\circ + 65^\circ = 155^\circ$$

۴۴. چند مورد از عبارت‌های زیر همواره درست است؟

(الف) مجموع دو عدد فرد همواره زوج است.

(ب) مجموع دو عدد زوج همواره زوج است.

(ج) مجموع دو عدد که حداقل یکی از آن‌ها فرد باشد، زوج است.

(د) مجموع یک عدد زوج و یک عدد فرد، الزاماً فرد نیست.

(۴) صفر

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

پاسخ: گزینه ۲ موارد الف و ب همواره درست است. اما مجموع یک عدد فرد $(2k+1)$ و یک عدد زوج $(2n)$ همیشه فرد است و مورد ج و د نادرست است.

۴۵. کدام یک از موارد زیر درست است؟

(۱) هر دو لوزی دلخواه متشابه‌اند.

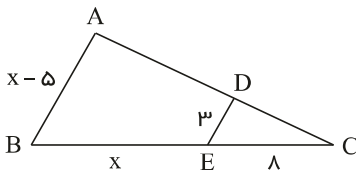
(۲) هر دو مستطیل دلخواه متشابه‌اند.

(۳) هر دو ۵ ضلعی منتظم دلخواه الزاماً متشابه هستند.

(۴) هر دو مثلث متساوی‌الاضلاع دلخواه الزاماً متشابه نیستند.

پاسخ: گزینه ۳ هر دو n ضلعی منتظم دلخواه متشابه‌اند و فقط گزینه ۳ از بین چهار گزینه درست است.

۴۶. در شکل مقابل AB موازی DE می‌باشد، مقدار x کدام است؟



(۲) ۱۱

(۱) ۸

(۴) ۱۲٫۸

(۳) ۱۶٫۸

پاسخ: گزینه ۴ از رأس روبه‌روی دو ضلع موازی یعنی نقطه‌ی C رابطه‌ی جزء به کل را می‌نویسیم:

$$\frac{CD}{CA} = \frac{CE}{CB} = \frac{DE}{AB}$$

$$\frac{8}{8+x} = \frac{3}{x-5} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 8(x-5) = 3(8+x) \rightarrow 8x - 40 = 24 + 3x$$

$$8x - 3x = 24 + 40 \rightarrow 5x = 64 \rightarrow x = \frac{64}{5} = 12,8$$

۴۷. کدام گزینه درست است؟

(۱) دو مثلث متساوی‌الساقین که یک میانه برابر دارند، هم‌نهشت هستند.

(۲) دو مثلث قائم‌الزاویه که دو ضلع برابر دارند، هم‌نهشت هستند.

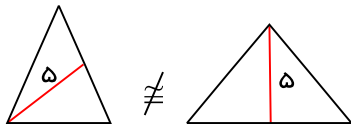
(۳) دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند، هم‌نهشت هستند.

(۴) دو مثلث متساوی‌الاضلاع که یک ارتفاع برابر دارند، هم‌نهشت هستند.

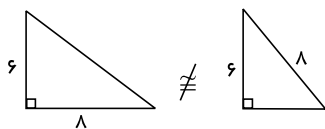
پاسخ: گزینه ۴ چون مثلث متساوی‌الاضلاع سه ضلعی منتظم است و تمام ارتفاع‌های آن برابر است، در صورت داشتن ارتفاع برابر، یعنی هر سه ارتفاع آنها با هم برابر است و در نتیجه دو شکل با هم، هم‌نهشت هستند.

بررسی سایر گزینه‌ها: برای گزینه‌های ۱ تا ۳ مثال نقض می‌آوریم.

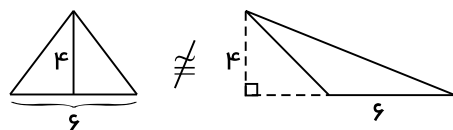
گزینه ۱:

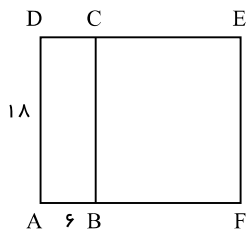


گزینه ۲:



گزینه ۳:





۴۸. دو مستطیل $ABCD$ و $BCEF$ با یکدیگر مشابه‌اند. نسبت مساحت $ADEF$ به $BCEF$ برابر است با:

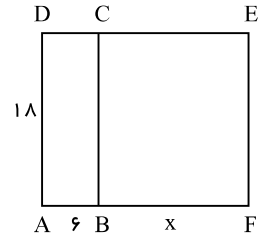
$\frac{10}{9}$ (۲)

$\frac{8}{7}$ (۱)

$\frac{5}{4}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲ طول مستطیل $BCEF$ را به دست می‌آوریم:

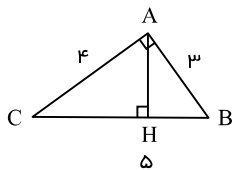


$$\frac{6}{18} = \frac{18}{x} \rightarrow x = \frac{18 \times 18}{6} = 54$$

$$\frac{S_{ADEF}}{S_{BCEF}} = \frac{AF \times AD}{BF \times BC} = \frac{(54 + 6) \times 18}{54 \times 18} = \frac{60}{54}$$

$$\rightarrow \frac{S_{ADEF}}{S_{BCEF}} = \frac{10}{9}$$

۴۹. AH برابر با کدام گزینه است؟



۴٫۸ (۲)

۲٫۴ (۱)

۳٫۶ (۴)

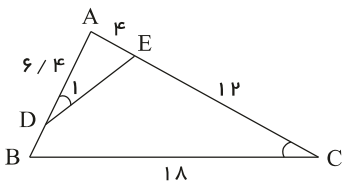
۱٫۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۱ مساحت مثلث قائم‌الزاویه برابر است با:

$$\frac{AB \times AC}{2} = \frac{AH \times BC}{2} \rightarrow AB \times AC = AH \times BC$$

$$\rightarrow 3 \times 4 = AH \times 5 \rightarrow AH = \frac{12}{5} = ۲٫۴$$

۵۰. دو مثلث ABC و ADE متشابه‌اند. نسبت تشابه آن‌ها چقدر است؟ ($\hat{C} = \hat{D}_1$)



$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{2}{9}$ (۱)

$\frac{1}{3}$ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳ در دو مثلث متشابه ضلع‌های متناظر، به ضلع‌هایی می‌گویند که روبرو به زاویه‌های مساوی قرار دارند مثلث AD و AC ضلع‌های متناظرند چون روبروی دو زاویه‌ی مساوی \hat{B} و \hat{E} قرار دارند.
روش اول:

$$\frac{AD}{AC} = \frac{6/4}{16} = \frac{64}{160} = \frac{64 \times 1}{160 \times 1} = \frac{2}{5}$$

روش دوم:

$$\left. \begin{matrix} \hat{D}_1 = \hat{C} \\ \hat{A} = \hat{A} \end{matrix} \right\} \rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC$$

$$\frac{AE}{AB} = \frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AC} \rightarrow \frac{6/4}{16} = \frac{2}{5}$$

۵۱. کدام عبارت درست نیست؟

(۱) هر نقطه روی نیمساز زاویه از دو ضلع به یک فاصله است.

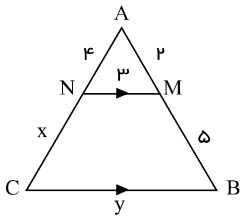
(۲) در یک دایره اگر دو کمان برابر باشند آنگاه وترهای نظیر آن‌ها برابرند.

(۳) در هر متوازی‌الاضلاع، فاصله‌ی هر دو رأس مقابل از قطر بین آنها به یک اندازه است.

(۴) اگر چهارضلعی $ABCD$ مربع نباشد می‌توان نتیجه گرفت همه ضلع‌های $ABCD$ با هم برابر نیست.

پاسخ: گزینه ۴ اگر لوزی باشد همه‌ی ضلع‌ها برابرند.

۵۲. در مثلث مقابل، $x + y$ برابر است با:



۱۸ (۱)

۱۷٫۵ (۲)

۲۱ (۳)

۲۰٫۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۴

$$MN \parallel BC \xrightarrow{\text{قضیه تالس}} \frac{AN}{AC} = \frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \rightarrow$$

$$\frac{4}{4+x} = \frac{2}{y} = \frac{3}{y} \rightarrow 4 + 2x = 28 \rightarrow x = 10.2 \quad y = 21 \rightarrow y = 10.5$$

$$\Rightarrow x + y = 10 + 10.5 = 20.5$$

۵۳. روی یک نقشه فاصله دو شهر ۷۵mm و در واقعیت ۱۵۰۰ کیلومتر است نقشه؟

۱ / ۲۰۰۰۰۰۰ (۴)

۱ / ۲۰۰۰۰۰۰۰ (۳)

۱ / ۲۰۰۰۰۰۰۰ (۲)

۲۰۰۰۰۰۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$1500 \text{ km} \xrightarrow{\times 1000} 1500000 \text{ m} \xrightarrow{\times 1000} 1500000000 \text{ mm}$$

$$\frac{75 \text{ mm}}{1500000000} = \frac{1}{20000000}$$

۵۴. چه تعداد از عبارات زیر صحیح است؟

* اگر دو چندضلعی متشابه باشند حتماً هم نهشت هم هستند.

* دو مثلث متساوی الساقین اگر یک زاویه مساوی داشته باشند همواره متشابه‌اند.

* دو چندضلعی منتظم با تعداد اضلاع برابر همیشه متشابه‌اند.

* برای اثبات نادرست بودن یک حکم، استفاده از یک مثال نقض کافی است.

* هرگاه در دو چندضلعی همه زاویه‌ها به یک نسبت تغییر کرده باشند و ضلع‌ها تغییر نکرده باشند آن دو چندضلعی متشابه‌اند.

۴ (۴)

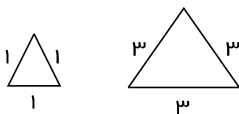
۲ (۳)

۳ (۲)

۱ (۱)

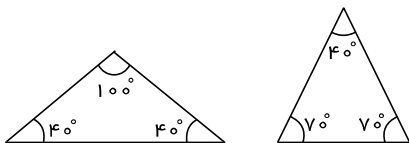
پاسخ: گزینه ۳ بررسی عبارت‌ها:

* اگر دو چندضلعی متشابه باشند، حتماً هم نهشت هم هستند. مثال نقض:



* دو مثلث متساوی الساقین اگر یک زاویه مساوی داشته باشند با هم، هم نهشت هستند.

مثال نقض:



* دو چندضلعی منتظم با تعداد اضلاع برابر همواره با هم متشابه‌اند، درست است.

* برای اثبات نادرست بودن یک حکم، استفاده از یک مثال نقض کافی است، درست است.

* هرگاه در دو چندضلعی همه زاویه‌ها به یک نسبت تغییر کرده باشند و ضلع‌ها تغییر نکرده باشند آن دو چندضلعی متشابه‌اند، نادرست است. دو چندضلعی زمانی متشابه‌اند که

زوایای برابر و اضلاعشان به یک نسبت تغییر کند. پس فقط دو تا از عبارت‌ها صحیح می‌باشد.

۵۵. «چون من تا حالا هیچ وقت تصادف نکردم در سفر آینده نیز تصادف نخواهم کرد» این استدلال مشابه کدام یک از استدلال‌های زیر است؟

(۱) چون تمام بچه‌های خاله من دختر هستند، پس بچه خاله کوچک من هم دختر خواهد بود. (۲) چون برخی مثلث‌ها قائم‌الزاویه‌اند، پس مثلث متساوی‌الاضلاع هم قائم‌الزاویه است.

(۳) همه فیلم‌های جنگی جذاب بوده‌اند. فیلمی که دیدم جذاب بود، پس جنگی است. (۴) چون همه مسکن‌ها خواب‌آور هستند پس در این قرص ماده‌ای است که خواب‌آور است.

پاسخ: گزینه ۱ تنها استدلال گزینۀ ۱ به استدلال سؤال نزدیک است.

۵۶. درباره‌ی دو ادعای زیر چه می‌توان گفت؟

ادعای اول: اگر وترهای دو مثلث قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین با هم مساوی باشد آن دو مثلث حتماً هم‌نهشت باشند.
ادعای دوم: اگر فاصله‌ی مرکز دایره‌ای از دو وتر دلخواه آن دایره برابر باشد طول آن دو وتر حتماً با هم مساوی است.

- ۱) هر دو ادعا درست است. ۲) فقط ادعای اول درست است. ۳) فقط ادعای دوم درست است. ۴) هر دو نادرست است.

پاسخ: گزینه ۱ هر دو ادعا کاملاً صحیح است.

۵۷. مثلثی به اضلاع ۴٫۵، ۶ و x با مثلثی به اضلاع ۶، a و ۱۲ متشابه است. (اضلاع از کوچک به بزرگ مرتب شده) محیط مثلث بزرگتر کدام است؟

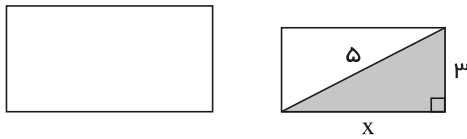
- ۱) ۲۶ ۲) ۲۱ ۳) ۲۷ ۴) ۱۹٫۵

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{4.5}{6} = \frac{6}{a} \Rightarrow 4.5a = 6 \times 6 \Rightarrow 4.5a = 36 \Rightarrow a = 8$$

$$\text{محیط مثلث بزرگتر} = 12 + 8 + 6 = 26$$

۵۸. مستطیلی به مساحت ۲۴ سانتی‌متر مربع با مستطیلی به ضلع ۳ سانتی‌متر و قطر ۵ سانتی‌متر متشابه است. قطر مستطیل اولی کدام است؟



- ۱) $5\sqrt{2}$
۲) ۱۰
۳) ۸
۴) $6\sqrt{2}$

پاسخ: گزینه ۱

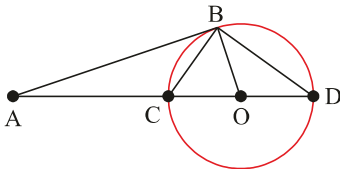
$$\text{فیثاغورس در مستطیل کوچک: } x^2 = 5^2 - 3^2 = 25 - 9 = 16 \rightarrow x = \sqrt{16} = 4$$

$$6 = (3 \times 4) \div 2 \text{ مساحت}$$

نسبت مساحت‌ها مجذور نسبت تشابه است. پس حالا که مساحت مستطیل بزرگ ۴ برابر مساحت مستطیل کوچک است معلوم می‌شود هر ضلع مستطیل بزرگ $\sqrt{4}$ برابر مستطیل

کوچک است یعنی قطر بزرگ می‌شود

۵۹. در شکل مقابل دو مثلث متشابه وجود دارد. آن دو کدام‌اند؟



- ۱) BCD و ABD
۲) BCD و ABC
۳) ABC و ABD
۴) BCD و ADO

پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A} = \text{مشترک} \\ \hat{ABC} = \hat{D} = \frac{\widehat{BC}}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle ABD$$

۶۰. مثلثی به اضلاع ۸، ۱۲ و ۱۶ سانتی‌متر با مثلثی به اضلاع کدام یک از گزینه‌های زیر متشابه است؟

- ۱) ۶ و ۹ و ۱۲ ۲) ۹ و ۸ و ۱۲ ۳) ۱۰ و ۶ و ۱۲ ۴) ۹ و ۱۲ و ۶

پاسخ: گزینه ۴ باید مثلثی را پیدا کنیم که نسبت اضلاع متناظرشان با هم برابر باشد، چون متشابه‌اند.

بررسی گزینه‌ها:

گزینه ۱: متشابه نیستند.

گزینه ۲: متشابه نیستند.

گزینه ۳: متشابه نیستند.

گزینه ۴: متشابه‌اند.

$$\frac{6}{8} = \frac{9}{12} \neq \frac{16}{16}$$

$$\frac{8}{8} \neq \frac{9}{12} = \frac{12}{16}$$

$$\frac{6}{8} \neq \frac{10}{12} \neq \frac{12}{16}$$

$$\frac{6}{8} = \frac{9}{12} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$$

(در بررسی گزینه‌ها دقت کنید که در دو مثلث کوچک‌ترین ضلع دو مثلث را با هم و بزرگ‌ترین ضلع را با هم در نظر گرفتیم.)

۶۱. برای کدام یک از عبارات‌های زیر نمی‌توان مثال نقض آورد؟

- ۱) دو مثلث که مساحت‌های برابر داشته باشند هم‌نهشت هستند.
 ۲) هر چهار ضلعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند نوعی متوازی‌الاضلاع است.
 ۳) در یک مثلث ضلع روبه‌رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر است از ضلع روبه‌رو به زاویه کوچکتر.
 ۴) محل برخورد ارتفاع‌های هر مثلث درون آن است.

پاسخ: گزینه ۳ در تمامی گزینه‌ها به جز گزینه ۳ می‌توان مثال نقض آورد.

۶۲. کدام جمله زیر نادرست است؟

- ۱) دلیل آوردن و استفاده از دانسته‌های قبلی را استدلال گویند.
 ۲) برای رد کردن یک حکم، تنها یک مثال که خلاف آن حکم باشد، کافی است.
 ۳) می‌توان با رسم دو ارتفاع در چند مثلث نتیجه گرفت که محل برخورد دو ارتفاع در هر مثلث، نقطه‌ای درون مثلث است.
 ۴) محل برخورد عمودمنصف‌های دو وتر غیرموازی در هر دایره، مرکز دایره می‌باشد.

پاسخ: گزینه ۳ با رسم چند مثلث و ویژگی‌های آنها نمی‌توان یک حکم کلی را نتیجه گرفت. سایر گزینه‌ها درست هستند.

۶۳. مستطیلی به مساحت ۱۲ با مستطیلی به ضلع ۶ و قطر ۱۰ متشابه است.

قطر مستطیل دیگر چقدر است؟

- ۱) $\frac{5}{2}$ ۲) ۵ ۳) ۲۰ ۴) $\frac{5}{8}$

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا ضلع دیگر مستطیلی که یک ضلع و قطر آن مشخص است را به دست می‌آوریم:

$$6^2 + x^2 = 10^2 \rightarrow x^2 = 100 - 36 = 64 \rightarrow x = 8$$

حالا مساحت آن را به دست می‌آوریم:

$$\text{مساحت مستطیل} = 6 \times 8 = 48$$

نسبت مساحت مستطیل‌ها برابر است با:

$$\frac{12}{48} = \frac{1}{4} \rightarrow \text{نسبت تشابه} = \frac{1}{2}$$

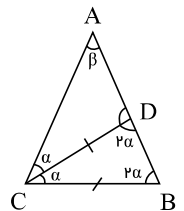
قطر مستطیل اول طبق نسبت تشابه برابر است با:

$$\frac{1}{2} = \frac{y}{10} \rightarrow y = 5$$

۶۴. در مثلث متساوی‌الساقین ABC نیمساز CD از زاویه C برابر با قاعده‌ی BC است. اندازه‌ی زاویه‌ی CDA چه قدر است؟

- ۱) 90° ۲) 100° ۳) 108° ۴) 120°

پاسخ: گزینه ۳ در مثلث CDB زیر داریم:



$$\alpha + 2\alpha + 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 36^\circ$$

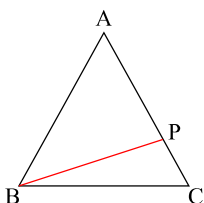
$$\widehat{B} = \widehat{C} = 2\alpha = 72^\circ$$

$$\widehat{A} = 180^\circ - (2 \times 72^\circ) = 36^\circ$$

$$\angle CDA = 180^\circ - (36^\circ + 36^\circ) = 108^\circ$$

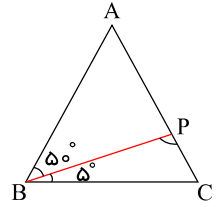
۶۵. مثلث ABC متساوی‌الساقین است، $AB = AC$ ، $\angle BPC = 120^\circ$ و $\angle ABP = 50^\circ$ اندازه‌ی زاویه‌ی PBC چه قدر است؟

- ۱) 5° ۲) 10° ۳) 15° ۴) 20°



پاسخ: گزینه ۱ چون زاویه‌ی خارجی مثلث برابر مجموع دو زاویه‌ی غیر مجاور داخلی است داریم:

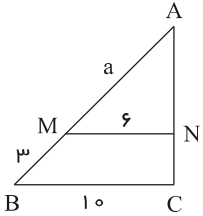
$$\angle BAP = 12^\circ - 5^\circ = 7^\circ$$



چون زاویه‌ی رأس مثلث A ، 7° است. مقدار هر یک از دو زاویه‌ی دیگر $55^\circ = \frac{180^\circ - 7^\circ}{2}$ است، بنابراین:

$$\angle PBC = 55^\circ - 5^\circ = 5^\circ$$

۶۶. باتوجه به شکل مقدار a را به دست آورید. ($MN \parallel BC$)



۲

۱

۴

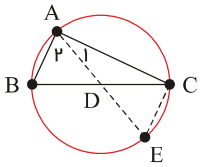
۳

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{AM}{AB} = \frac{MN}{BC} \rightarrow \frac{a}{3+a} = \frac{6}{10} \rightarrow 10a = 18 + 6a$$

$$\rightarrow a = \frac{18}{4} = 4,5$$

۶۷. باتوجه به شکل کدام یک از گزینه‌های زیر درست نیست؟ ($A_1 = A_2$)



۴ $\triangle ABD \sim \triangle ADC$

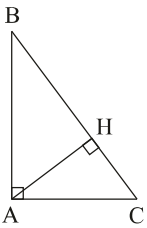
۳ $\triangle AEC \sim \triangle DEC$

۲ $\triangle ABD \sim \triangle DEC$

۱ $\triangle ABD \sim \triangle AEC$

پاسخ: گزینه ۴

۶۸. شکل زیر AH ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC است. اگر $BH = 4\text{cm}$ و $CH = 9\text{cm}$ باشد. اندازه‌ی ارتفاع AH برابر است با:



۲ 36cm

۱ 13cm

۴ $\sqrt{13}\text{cm}$

۳ 6cm

پاسخ: گزینه ۳ حاصل ضرب دو قطعه ایجاد شده بر روی وتر برابر است با مجذور ارتفاع وارد بر وتر

$$AH^2 = BH \times CH \rightarrow AH^2 = 4 \times 9 = 36 \rightarrow AH = \sqrt{36} = 6\text{cm}$$

۶۹. مثلث قائم‌الزاویه‌ای به وتر ۴ و ضلع ۲ واحد، با مثلث قائم‌الزاویه‌ی دیگری به وتر ۸ و ضلع x متشابه است. مقدار x کدام است؟

۴

۳ $4\sqrt{3}$

۲ $2\sqrt{2}$

۱ $\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳ نسبت تشابه را می‌نویسیم:

$$\frac{4}{8} = \frac{2}{x} \Rightarrow x = 4$$

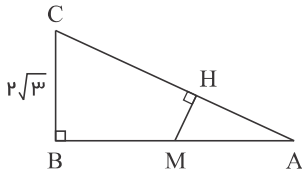
$x = 4$ در گزینه‌ها نیست، پس یعنی x با ضلع دیگری متناسب است و نسبت تشابه را اشتباه نوشته‌ایم. ضلع سوم مثلث اولی را y در نظر می‌گیریم. باتوجه به رابطه فیثاغورس داریم:

$$4^2 = 2^2 + y^2 \Rightarrow y^2 = 12 \Rightarrow y = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$$

حال نسبت تشابه را می‌نویسیم:

$$\frac{4}{8} = \frac{2\sqrt{3}}{x} \Rightarrow x = 4\sqrt{3}$$

۷۰. دو مثلث قائم‌الزاویه AHM و ABC متشابه هستند. اگر $AM = \frac{1}{3}AB$ و $AB = \sqrt{۲۷}$ باشد، اندازه HM کدام است؟



(۲) $\frac{۲}{\sqrt{۱۳}}$

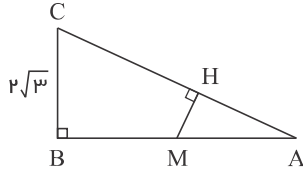
(۴) $\frac{۱}{\sqrt{۳۹}}$

(۱) $۲\sqrt{۳۹}$

(۳) $\frac{۲\sqrt{۳۹}}{۱۳}$

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا نسبت تشابه را برای اضلاع متناظر دو مثلث AHM و ABC می‌نویسیم:

$$\frac{AM}{AC} = \frac{HM}{BC} = \frac{AH}{AB}$$



مقدار AC را از رابطه فیثاغورس برای مثلث ABC به دست می‌آوریم:

$$BC^2 + AB^2 = AC^2 \Rightarrow (2\sqrt{3})^2 + (\sqrt{27})^2 = AC^2$$

$$\Rightarrow 12 + 27 = AC^2 \Rightarrow AC^2 = 39 \Rightarrow AC = \sqrt{39}$$

همچنین از اینکه $AM = \frac{1}{3}AB$ و $AB = \sqrt{27}$ داریم:

$$AM = \frac{1}{3}AB \Rightarrow AM = \frac{1}{3}\sqrt{27} = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

حال باتوجه به رابطه:

$$\frac{AM}{AC} = \frac{HM}{BC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{39}} = \frac{HM}{2\sqrt{3}}$$

$$\sqrt{39}HM = (\sqrt{3})(2\sqrt{3}) \Rightarrow HM = \frac{6}{\sqrt{39}}$$

مخرج $\frac{6}{\sqrt{39}}$ را گویا می‌کنیم:

$$\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{39}} \times \frac{\sqrt{39}}{\sqrt{39}} = \frac{6\sqrt{39}}{39} = \frac{2\sqrt{39}}{13}$$

۷۱. سعید نتیجه‌های یک چهارم نهایی، نیمه نهایی و نهایی یک مسابقه‌ی یک حذفی را نوشت (نه لزوماً به همین ترتیب)؛ بهزاد از احمد برد، جواد از داود برد، علی از حمید برد، علی از جواد برد، جواد از بهزاد برد، مجید از مهدی برد و علی از مجید برد. مسابقه نهایی بین کدام دو نفر بود؟

(۴) جواد و داود

(۳) علی و مجید

(۲) علی و جواد

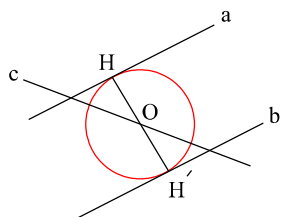
(۱) علی و حمید

پاسخ: گزینه ۲ تعداد مسابقات هر یک را می‌نویسیم:

علی	احمد	بهزاد	جواد	داوود	مجید	مهدی	حمید
۳	۱	۲	۳	۱	۲	۱	۱

علی و جواد بیش‌ترین مسابقه را انجام داده‌اند پس مسابقه‌ی نهایی بین این دو بوده است.

۷۲. در شکل مقابل a و b بر قطر دایره عمودند. ۲ مثلث به چه حالتی با هم مساویند؟



(۱) وز

(۲) ض ض

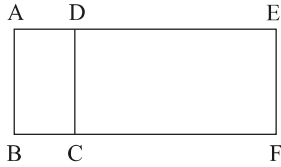
(۳) و ض

(۴) ز ض ز

پاسخ: گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} \widehat{H} = \widehat{H}' = 90^\circ \\ OH = OH' = \text{شعاع} \\ \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 = \text{مقابل به رأس} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \text{به حالت ز ز هم نهشت اند}$$

۷۳. مطابق شکل، دو مستطیل $ABCD$ و $CDEF$ متشابه اند. اگر $AB = 4$ و $AD = 2$ باشد، مساحت مستطیل $CDEF$ چند برابر مساحت مستطیل $AEFB$ است؟



$\frac{4}{5}$ (۲)

$\frac{5}{4}$ (۱)

$\frac{16}{25}$ (۴)

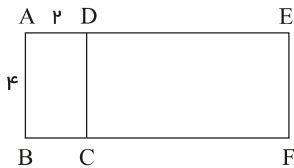
$\frac{25}{16}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{نسبت تشابه} = \frac{\text{عرض مستطیل کوچک } ADCB}{\text{عرض مستطیل بزرگ } DEFC} = \frac{AD}{DC} = \frac{2}{4} = \frac{1}{2}$$

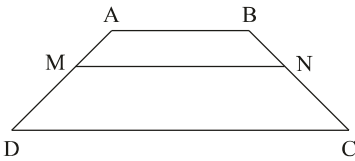
نکته: هرگاه نسبت تشابه دو شکل a باشد نسبت تشابه مساحت‌های آن‌ها a^2 می‌باشد.

پس مساحت مستطیل $DCFE$ چهار برابر مساحت $ADCB$ است. یعنی مساحت کل شکل ۵ برابر مساحت مستطیل کوچک است.



$$\frac{\text{مساحت } CDEF}{\text{مساحت } ABFE} = \frac{4}{5}$$

۷۴. در شکل روبرو پاره خط MN را موازی قاعده‌های دوزنقه‌ی $ABCD$ رسم کرده‌ایم. $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{3}$ ، $\frac{AN}{NC} = \frac{1}{2}$ نسبت مساحت دوزنقه‌ی $ABNM$ به دوزنقه‌ی $MNCD$ کدام است؟



$\frac{4}{7}$ (۲)

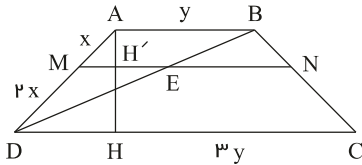
$\frac{1}{4}$ (۱)

$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{2}{7}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

ارتفاع دوزنقه را رسم می‌کنیم قطر BD را نیز رسم می‌کنیم:



$$\frac{AM}{MD} = \frac{AH'}{H'H} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AH'}{H'H}$$

مقدار AB را y در نظر می‌گیریم چون $\frac{AB}{DC} = \frac{1}{3}$ پس $DC = 3y$. از طرفی مقدار AM را x در نظر می‌گیریم چون $\frac{AM}{MD} = \frac{1}{2}$ پس $MD = 2x$. حال برای مثلث ABD داریم:

$$\frac{DM}{DA} = \frac{ME}{AB} \Rightarrow \frac{2}{3} = \frac{ME}{y} \Rightarrow 3ME = 2y \Rightarrow ME = \frac{2}{3}y$$

همچنین برای مثلث BDC داریم

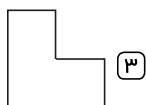
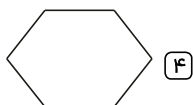
$$\frac{BN}{BC} = \frac{EN}{DC} \Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{EN}{3y} \Rightarrow 3EN = 3y \Rightarrow EN = y$$

$$\Rightarrow MN = ME + EN = \frac{2}{3}y + y = \frac{5}{3}y$$

$$\frac{S_{ABNM}}{S_{MNCD}} = \frac{\frac{1}{2}AH' \times (AB + MN)}{\frac{1}{2}H'H' \times (MN + DC)} = \frac{\frac{1}{2}H'H'(y + \frac{5}{3}y)}{H'H'(3y + \frac{5}{3}y)}$$

$$= \frac{1}{2} \times \frac{\frac{1}{3}y}{\frac{14}{3}y} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{14} = \frac{1}{28}$$

۷۵. کدام یک از شکل‌های زیر قابل تقسیم به چهار قسمت مساوی و متشابه با شکل اصلی نمی‌باشد؟ (روبوکاپ ۱۳۹۰)

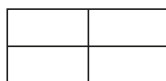


پاسخ: گزینه ۴

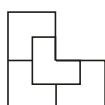
گزینه ۱:



گزینه ۲:



گزینه ۳:



۷۶. طول اضلاع مثلثی ۱۲، ۱۷، ۲۱ سانتی‌متر است. این مثلث با مثلث دیگری که محیط آن ۲۰ سانتی‌متر می‌باشد متشابه است. طول کوچکترین ضلع مثلث کوچکتر کدام است؟

۴٫۲ (۴)

۴٫۸ (۳)

۳٫۴ (۲)

۲٫۴ (۱)

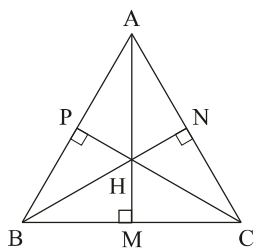
پاسخ: گزینه ۳ محیط اولین مثلث را بدست آوریم: $12 + 17 + 21 = 50$

نسبت تشابه برابر است با: $\frac{50}{20} = \frac{5}{2}$

پس نسبت اضلاع هم: $\frac{5}{2}$

$$\frac{5}{2} = \frac{12}{x} \Rightarrow x = 4.8$$

۷۷. در شکل روبه‌رو سه ارتفاع مثلث ABC در نقطه‌ی H با یکدیگر برخورد می‌کنند. اگر $BM = MC = 4$ و $HM = 3$ ، طول AH چه قدر است؟



۶ (۲)

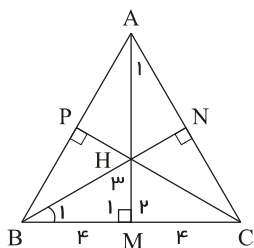
۳ (۱)

$\frac{7}{3}$ (۴)

$\frac{4}{3}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ مثلث‌های AMC و BMH مشابه‌اند، زیرا داریم:

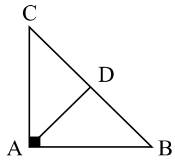
$$\begin{cases} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 = 90^\circ \\ \hat{B}_1 = \hat{A}_1 = 90^\circ - \hat{C} \end{cases} \Rightarrow \triangle AMC \sim \triangle BMH$$



باتوجه به این که در مثلث‌های متشابه اضلاع متناظر، متناسب هستند. پس:

$$\frac{AM}{BM} = \frac{MC}{HM} \Rightarrow \frac{AH + 3}{4} = \frac{4}{3} \Rightarrow AH = \frac{16}{3} - 3 = \frac{7}{3}$$

۷۸. در شکل مقابل، مثلث ABC در رأس A قائمه است و مثلث ABD متساوی الاضلاع است. اگر $AC = 6$ باشد، طول وتر BC کدام است؟



۵√۲ (۲)

۴√۳ (۱)

۵√۳ (۴)

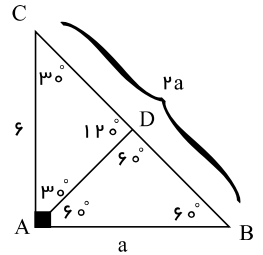
۴√۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۱ نکته: در مثلث قائم الزاویه ضلع روبه روی زاویه 30° درجه نصف وتر است. پس در ABC داریم BC دو برابر AB است. (برای سادگی کار مقدار AB را a در نظر می گیریم)

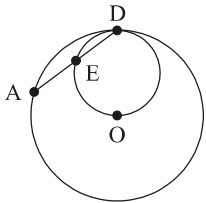
$$(2a)^2 = a^2 + 6^2 \rightarrow 4a^2 = a^2 + 36 \rightarrow 4a^2 - a^2 = 36$$

$$\rightarrow 3a^2 = 36 \rightarrow a^2 = 12 \rightarrow a = \sqrt{12}$$

$$BC = 2\sqrt{12} = 2\sqrt{4 \times 3} = 2 \times 2\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$



۷۹. دایره زیر در نقطه D مماس هستند و دایره ی کوچک تر از مرکز دایره ی بزرگ می گذرد. نسبت $\frac{DE}{DA}$ چقدر است؟



۱/۴ (۲)

۱/۳ (۱)

۱ (۴)

۱/۲ (۳)

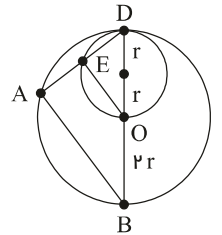
پاسخ: گزینه ۳

مشترک $\hat{D} = \hat{D}$

دو زاویه ی محاطی A و E رو به روی نیم دایره هستند $\hat{E} = \hat{A} = 90^\circ$

$\left. \begin{array}{l} \text{ز ز} \\ \text{دو زاویه} \end{array} \right\} \rightarrow \Delta DEO \sim \Delta DAB$

طبق تناسب اجزای متناظر داریم: $\frac{EO}{AB} = \frac{DO}{DB} = \frac{DE}{DA} = \frac{r}{4r} = \frac{1}{4}$



۸۰. چند تا از جملات زیر نادرست است؟

- در مثلث متساوی الساقین میانه های وارد بر ساق ها با هم برابرند.
- در دوزنقه متساوی الساقین قطر ها با هم مساویند.
- در متوازی الاضلاع قطر ها با هم برابرند.
- در مثلث متساوی الساقین ABC که $AB = AC$ نیمساز زاویه ی خارجی رأس A موازی BC است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ تنها عبارت نادرست، عبارت سوم است.

۸۱. مزرعه ای به شکل مستطیل و به ابعاد ۱۰۰ متر در ۶۰ متر است. در نقشه ای، محیط این مزرعه ۱۶ سانتی متر است. مقیاس این نقشه کدام است؟

۲۰۰۰ به ۱ (۴)

۲۰ به ۱ (۳)

۱۰۰۰ به ۱ (۲)

۱۰۰ به ۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ ابتدا محیط مزرعه را بر حسب سانتی متر به دست می آوریم:

متر $320 = 2(60 + 100) = 2(\text{عرض} + \text{طول}) = 2$ محیط مستطیل

سانتی متر $320 \times 100 = 32000$

چون محیط مستطیل در نقشه برابر ۱۶ سانتی متر است، پس نسبت اندازه محیط مستطیل در نقشه به اندازه محیط آن در واقعیت مقیاس نقشه به دست می آید:

مقیاس نقشه $= \frac{16}{32000} = \frac{1}{2000} \rightarrow 1$ به 2000

۸۲. مربعی را به کمک یک دستگاه کپی ۵۰٪ بزرگ می‌کنیم. سپس حاصل را دوباره ۵۰٪ کوچک می‌کنیم. نسبت ضلع مربع شکل پایانی به ضلع مربع شکل اولیه چقدر است؟

- ۱ ۲ ۳ ۴ $\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینه ۴ روش اول: استفاده از رابطه درصدهای متوالی:

$$\frac{150}{100} \times \frac{50}{100} = \frac{75}{100} = \frac{3}{4}$$

روش دوم: فرض کنیم ضلع مربع برابر ۱ باشد، ابتدا اگر ۵۰٪ به آن اضافه کنیم، برابر ۱٫۵ می‌شود حال اگر ۵۰٪ آن را کاهش دهیم ($1,5 \times \frac{50}{100} = 0,75$) در نتیجه ضلع مربع پایانی برابر ۰٫۷۵ و ضلع مربع اولیه برابر ۱ است.
بنابراین:

$$\frac{0,75}{1} = \frac{3}{4}$$

۸۳. در کدام یک از مثلث‌ها محل برخورد ارتفاعها درون مثلث است؟

- ۱ $\hat{B} = 15^\circ, \hat{A} = 90^\circ$ ۲ $\hat{B} = 40^\circ, \hat{A} = 40^\circ$ ۳ $\hat{B} = 55^\circ, \hat{A} = 35^\circ$ ۴ $\hat{B} = 75^\circ, \hat{A} = 65^\circ$

پاسخ: گزینه ۴ نکته: محل برخورد ارتفاعها در مثلث قائم‌الزاویه روی رأس قائم است، اگر در مثلث زاویه باز باشد محل برخورد ارتفاعها خارج از مثلث است و اگر تمام زوایای تند باشند، محل برخورد ارتفاعها داخل مثلث است.
طبق نکته بالا باید هر سه زاویه تند باشند:

$$\begin{cases} \hat{A} = 65^\circ \\ \hat{B} = 75^\circ \end{cases} \rightarrow \hat{C} = 180^\circ - (75^\circ + 65^\circ) = 180^\circ - 140^\circ = 40^\circ$$

۸۴. اگر مجموع زوایای خارجی یک ضلعی محدب را با A_n و تعداد قطرهای آن را با D_n نمایش دهیم، کدام گزینه درست است؟

- ۱ $D_{200} > D_{199}, A_{200} > A_{199}$ ۲ $D_{200} < D_{199}, A_{200} < A_{199}$ ۳ $D_{200} < D_{199}, A_{200} = A_{199}$ ۴ $D_{200} > D_{199}, A_{200} = A_{199}$

پاسخ: گزینه ۴ می‌دانیم مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی 360° است، پس به ازای جمیع مقادیر n ، $A_n = 360^\circ$ پس $A_{200} = A_{199} = 360^\circ$. از طرفی می‌دانیم با افزایش تعداد رأس‌های یک n ضلعی، تعداد قطرهای آن افزایش می‌یابد. یعنی $D_{200} > D_{199}$.

۸۵. کدام عبارت زیر با عبارت: «اگر دانش‌آموزی به ریاضیات علاقه‌مند باشد، در مسابقه‌ی کانگورو شرکت می‌کند» معادل است؟

- ۱ اگر دانش‌آموزی به ریاضیات علاقه‌مند نباشد، در مسابقه کانگورو شرکت نمی‌کند. ۲ اگر دانش‌آموزی در مسابقه کانگورو شرکت کند، به ریاضیات علاقه‌مند است.
۳ اگر دانش‌آموزی در مسابقه کانگورو شرکت نکند، به ریاضیات علاقه‌مند نیست. ۴ اگر دانش‌آموزی در مسابقه کانگورو شرکت نکند، به ریاضیات علاقه‌مند است.

پاسخ: گزینه ۳ عکس نقیض هر عبارت درست، حتماً درست است.

۸۶. علی، مهران، سروش و مرتضی هر یک دقیقاً یکی از چهار حیوان خانگی سگ، گربه، ماهی و قناری را دارد. حیوان خانگی مهران مو دارد، حیوان خانگی مرتضی چهار پا دارد، سروش پرنده دارد و علی و مهران گربه دوست ندارند. کدام یک از گزاره‌های زیر درست نیست؟

- ۱ مرتضی یک سگ دارد. ۲ سروش یک قناری دارد. ۳ علی یک ماهی دارد. ۴ مهران یک سگ دارد.

پاسخ: گزینه ۱ بدیهی است سروش قناری دارد چون گفته شده او پرنده دارد و فقط یکی از این چهار جانور پرنده هستند. پس گزینه‌ی ۲ درست است چون مهران و علی گربه دوست ندارند پس مرتضی گربه دارد. بنابراین گزینه‌ی ۱ نادرست است.

۸۷. زهرا، سارا، مانی و امیر خواهر و برادرند. آن‌ها در یک هفته چند بار دو به دو به سینما رفتند. زهرا یک‌بار با مانی و یک‌بار با امیر به سینما رفت. سارا با مانی به سینما رفت ولی با امیر به سینما نرفت. کدام گزینه نادرست است؟

- ۱ هر یک از خواهرها با یکی از دو برادرش به سینما رفته است. ۲ یکی از دو برادر با هر دو خواهرش به سینما رفته است.
۳ هر یک از دو برادر با یکی از دو خواهرش به سینما رفته است. ۴ یکی از دو برادر با هیچ‌یک از دو خواهرش به سینما نرفته است.

پاسخ: گزینه ۴ هم مانی و هم امیر با زهرا به سینما رفته‌اند، پس گزینه‌ی (۴) نادرست است.

۸۸. کدام گزینه مثال نقضی برای این کلام است؟ «اگر n اول باشد آنگاه دقیقاً یکی از $n - 2$ و $n + 2$ اول است»

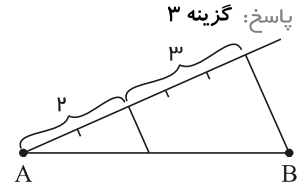
- ۱ ۱۱ ۲ ۳۷ ۳ ۱۹ ۴ ۲۱

پاسخ: گزینه ۲ ۳۷ اول است اما ۳۵ و ۳۹ اول نیست.

۸۹. با استفاده از خطوط موازی و متساوی‌الفاصله، برای تقسیم یک پاره‌خط به ۲ قسمت که یکی $\frac{2}{3}$ دیگری باشد، روی نیم خط مربوط، از ابتدای نیم خط باید چند واحد مساوی به دنبال هم جدا کرد؟

- ۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۵ ۴) ۶

$2 + 3 = 5$



پاسخ: گزینه ۳

۹۰. اگر نسبت مساحت‌های دو مثلث متشابه $\frac{48}{27}$ باشد، نسبت محیط‌های آن‌ها کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{4}{3}$ ۳) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ ۴) $\frac{48}{27}$

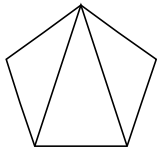
پاسخ: گزینه ۲

$$\text{نسبت تشابه} = \sqrt{\frac{48}{27}} = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{27}} = \frac{\sqrt{16 \times 3}}{\sqrt{9 \times 3}} = \frac{4\sqrt{3}}{3\sqrt{3}} = \frac{4}{3}$$

نکته:

$(\text{نسبت تشابه})^2 = \text{نسبت مساحت‌ها}$

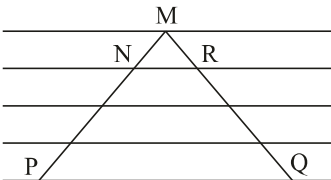
$\text{نسبت تشابه} = \frac{4}{3} = \text{نسبت محیط}$



۹۱. در یک ضلعی منتظم با رسم قطرهای یک رأس ۳ مثلث پدید می‌آید ۲ تای آنها به حالت با هم هم‌نهشت‌اند.

- ۱) ز ض ز ۲) ض ض ض
۳) ض ض ض ۴) ز ز ز

پاسخ: گزینه ۲ باتوجه به اینکه در هر n ضلعی منتظم ضلع‌ها و زوایا با هم برابرند این دو مثلث کناری به واسطهٔ برابر بودن ۲ ضلع و زاویهٔ بین آنها هم‌نهشت می‌باشند.

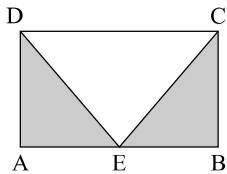


۹۲. اگر در شکل زیر، تمام خطوط با هم موازی و با فاصله‌های مساوی باشند، کدام گزینه درست نیست؟

- ۱) $\frac{MN}{NP} = \frac{MR}{RQ}$ ۲) $\frac{MN}{MR} = \frac{NP}{RQ}$
۳) $\frac{MN}{NP} = \frac{NR}{PQ}$ ۴) $\frac{MR}{MQ} = \frac{NR}{PQ}$

پاسخ: گزینه ۳ باتوجه به تشابه مثلث‌ها همه‌ی گزینه‌ها درست اند به جز گزینه‌ی ۳. یعنی: $\frac{MN}{NP} \neq \frac{NR}{PQ}$

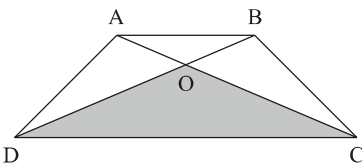
۹۳. اگر E وسط AB از مستطیل $ABCD$ باشد در این صورت هم‌نهشتی مثلث‌های AED و BEC در کدام حالت قابل اثبات نیست؟



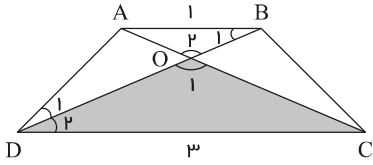
- ۱) ض ض ض ۲) وتر و یک ضلع
۳) وتر و یک زاویه‌ی تند ۴) ض ض ض

پاسخ: گزینه ۳ تنها به حالت وتر و یک زاویه‌ی تند نمی‌تواند اثبات کرد که دو مثلث برابرند چون زاویه‌ی تند آن دو را نداریم.

۹۴. در دوزنقه‌ای شکل مقابل، قاعده‌ی بزرگ سه برابر قاعده‌ی کوچک است. مساحت قسمت هاشورخورده چه کسری از مساحت دوزنقه است؟



- ۱) $\frac{1}{3}$ ۲) $\frac{1}{9}$
۳) $\frac{9}{16}$ ۴) $\frac{4}{9}$



پاسخ: گزینه ۳

$$S_{AOB} = S$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \\ \hat{B}_1 = \hat{D}_2 \text{ (دو خط موازی و خط مورب)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle ABO \sim \triangle ODO \Rightarrow \frac{1}{3} = \text{نسبت تشابه}$$

$$AB = x \Rightarrow DC = 3x \Rightarrow S_{ABO} = \frac{1}{9} S_{DOC}$$

پس ارتفاع مثلث OAB ، $\frac{1}{3}$ ارتفاع مثلث DOC است

هر نسبت تشابه این دو مثلث برابر $\frac{1}{3}$ است.

$$h_{\triangle OAB} = h \Rightarrow h_{\triangle DOC} = 3h$$

$$h_{\triangle DBA} = h_{\triangle ABC} = 4h \Rightarrow S_{\triangle DBA} = 4S$$

$$4S + 4S + S - 2S + 9S = S_{\text{نوزده}} = 16S \Rightarrow \frac{S_{\text{هائور}}}{S_{\text{کل}}} = \frac{9}{16}$$

۹۵. در اثبات: اگر در یک چهارضلعی دو ضلع مساوی و موازی باشند آن گاه چهارضلعی متوازی الاضلاع است. با رسم یک قطر کدام حالت هم‌نهمتی مثلث‌ها به کار می‌رود.

(۴) هر سه مورد

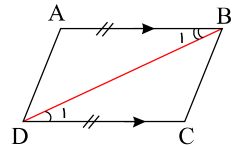
(۳) ض ض ض

(۲) ز ض ز

(۱) ض ض ض

پاسخ: گزینه ۳

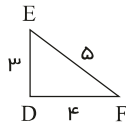
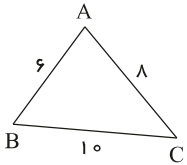
$$\left. \begin{aligned} AB \parallel CD \\ BD \text{ مورب} \end{aligned} \right\} \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{D}_1 \\ AB = CD \\ \text{مشترک } DB$$



$$\xrightarrow{\text{ض ض ض}} \triangle ADB \cong \triangle BDC$$

اجزای متناظر: $AB = BC$

۹۶. در صورت متشابه بودن دو مثلث زیر، نسبت تشابه کدام است؟



(۲) $\frac{3}{5}$

(۱) $\frac{1}{2}$

(۴) متشابه نیستند

(۳) $\frac{5}{6}$

پاسخ: گزینه ۱ دو مثلث متشابه اند و نسبت تشابه برابر $\frac{1}{2}$ است: $\frac{3}{6} = \frac{4}{8} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$

۹۷. دو پنج ضلعی متشابه‌اند. اگر نسبت ضلع‌هایشان ۶ به ۸ و محیط پنج ضلعی کوچکتر ۵۴ سانتی‌متر باشد محیط پنج ضلعی بزرگتر چقدر است؟

(۴) ۳۶

(۳) ۷۲

(۲) $\frac{72}{5}$

(۱) $\frac{54}{5}$

پاسخ: گزینه ۳ محیط ۵ ضلعی کوچکتر برابر ۵۴ است. پس: $5x = 54 \rightarrow x = \frac{54}{5}$

۵ ضلعی کوچکتر است. $\frac{54}{5}$

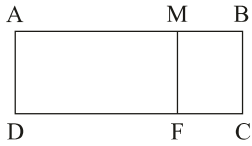
$$\frac{6}{8} = \frac{54}{x} \rightarrow x = \frac{8 \times 54}{6} \rightarrow x = \frac{72}{5}$$

محیط ۵ ضلعی بزرگتر برابر است با $\frac{72}{5} \times 5 = 72$

راه ساده تر:

نسبت اضلاع = نسبت محیط‌ها

$$\frac{x}{54} = \frac{8}{6} \Rightarrow x = \frac{8 \times 54}{6} = 72$$



۹۸. دو مستطیل $ABCD$ و $MBCF$ متشابه‌اند. اگر $DC = 18$ و $BC = 6$ باشد، FC کدام است؟

۲ (۲)

۱ (۱)

۴ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{\text{عرض } ABCD}{\text{طول } ABCD} = \frac{\text{عرض } MDCF}{\text{طول } MBCF}$$

$$\Rightarrow \frac{18}{6} = \frac{6}{FC} \rightarrow FC = 2$$

۹۹. نسبت تشابه مثلث ABC به مثلث DEF ، $\frac{1}{3}$ می‌باشد. اگر اندازه‌ی اضلاع مثلث ABC ۴ و ۵ و ۶ باشد و بدانیم اندازه‌ی یکی از اضلاع مثلث

DEF برابر $x - 1$ است، کدام گزینه نمی‌تواند مقدار x باشد؟

۱۹ (۴)

۱۶ (۳)

۱۵ (۲)

۱۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{1}{4} = \frac{4}{x-1} \rightarrow x-1 = 16 \Rightarrow x = 17$$

$$\frac{1}{4} = \frac{5}{x-1} \rightarrow x-1 = 20 \Rightarrow x = 21$$

$$\frac{1}{4} = \frac{6}{x-1} \rightarrow x-1 = 24 \Rightarrow x = 25$$

تنها گزینه‌ی ۲ نمی‌تواند باشد.

۱۰۰. مساحت زمینی مستطیل شکل به اضلاع ۹۰ و ۶۰ متر روی نقشه‌ای به مقیاس $\frac{1}{20000}$ چند سانتی‌متر مربع است؟

۱۸ (۴)

۱۴٫۴ (۳)

۱۳٫۵ (۲)

۷٫۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{طول} = 90m = 9000cm$$

$$\text{عرض} = 60m = 6000cm$$

$$\text{مساحت مستطیل روی نقشه} = \left(9000 \times \frac{1}{20000}\right) \times \left(6000 \times \frac{1}{20000}\right) = 13,5cm^2$$

۱۰۱. مثلث ABC با مختصات $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ با مثلث DEF متشابه است. اگر $D = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $E = \begin{bmatrix} 6 \\ 1 \end{bmatrix}$ باشند مختصات

F کدام است؟

$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ (۴)

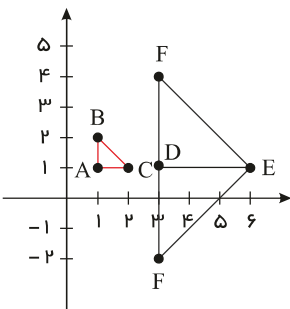
$\begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ (۳)

$\begin{bmatrix} 3 \\ 2 \end{bmatrix}$ (۲)

$\begin{bmatrix} 2 \\ 3 \end{bmatrix}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

مطابق شکل یا $F = \begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$ و یا $F = \begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix}$ است.



۱۰۲. در یک دایره وتری به طول ۴۸ سانتی‌متر رسم کرده‌ایم. اگر فاصله‌ی مرکز دایره تا وتر ۷ سانتی‌متر باشد، قطر دایره چند سانتی‌متر است؟

۲۴ (۴)

۵۰ (۳)

۲۵ (۲)

۵۴ (۱)

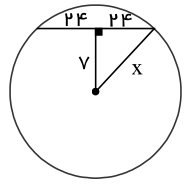
پاسخ: گزینه ۳

در دایره شعاع عمود بر وتر، منصف آن نیز هست.

$$48 \div 2 = 24$$

$$x^2 = 24^2 + 7^2 \rightarrow x^2 = 576 + 49 = 625 \rightarrow x = \sqrt{625} = 25 \text{ شعاع}$$

$$25 \times 2 = 50 \text{ قطر}$$



۱۰۳. راندهای با اتومبیل خود از شهر A حرکت کرد. پس از طی ۱۰ کیلومتر به طرف شرق، ۸ کیلومتر به طرف شمال و ۴ کیلومتر به طرف غرب، به شهر B رسید. فاصله دو شهر A و B به طور مستقیم چند کیلومتر است؟

۱۰ (۴)

۷ (۳)

۹ (۲)

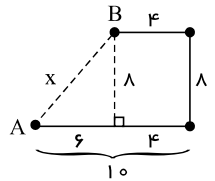
۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ طبق فیثاغورس داریم:

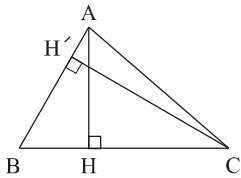
$$x^2 = 8^2 + 6^2$$

$$x^2 = 64 + 36 = 100$$

$$x = 10$$



۱۰۴. در مثلث ABC، ارتفاع AH و CH' هستند. اگر AH = ۴ و CH' = ۶ باشد، نسبت مساحت‌های دو مثلث ABH و BCH' کدام است؟



۴ (۲)

۱ (۴)

۹/۴ (۱)

۱۶/۹ (۳)

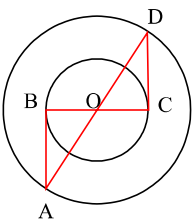
پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{H} = \hat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABH \sim \triangle BCH'$$

$$\frac{AH}{AH'} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3} \quad \text{نسبت تشابه}$$

پس نسبت مساحت‌ها برابر می‌شود با: $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$

۱۰۵. کدام گزینه صحیح نیست؟



BC = OD (۲)

CD = AB (۴)

C = B (۱)

A = D (۳)

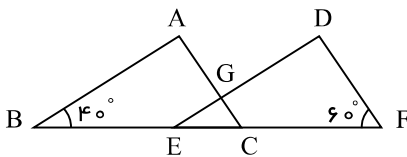
پاسخ: گزینه ۲ مثلث‌ها هم‌نهشت‌اند و اجزای متناظر آنها برابرند اما دلیلی بر تساوی BC و OD وجود ندارد.

$$\hat{D} = \hat{A}$$

$$AB = CD = 90^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{C} = 90^\circ$$

۱۰۶. در این شکل دو مثلث ABC و DEF هم‌نهشت‌اند و BC = EF است. اندازه‌ی EGC چقدر است؟



۲۰ (۱)

۴۰ (۲)

۶۰ (۳)

۸۰ (۴)

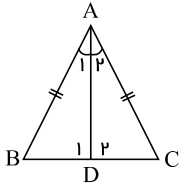
پاسخ: گزینه ۴ اجزای متناظر آن معلوم می‌شود.

$$\hat{C} = \hat{F} = 60^\circ, \hat{E} = \hat{B} = 40^\circ$$

$$\text{در مثلث } \triangle AGC: \hat{E} + \hat{C} + \hat{G} = 180^\circ$$

$$40 + 60 + \hat{G} = 180 \Rightarrow \hat{G} = 80^\circ$$

۱۰۷. در مسئله‌ی روبه‌رو حکم کدام است؟ «مثلث ABC متساوی‌الساقین و AD نیمساز زاویه‌ی A است. ثابت کنید AD میانه نیز هست.



$\hat{A}_2 = \hat{A}_1$ (۲)

$BD = DC$ (۱)

موارد ۲ و ۳ (۴)

$\hat{D}_2 = \hat{D}_1$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱ برای این که AD میانه باشد باید اثبات شود که اضلاع BD و DC برابرند.

۱۰۸. کدام گزینه همواره درست است؟

- (۱) اگر در یک چهارضلعی قطرها یکدیگر را نصف کنند چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.
- (۲) اگر در یک چهارضلعی ضلع‌ها برابر باشند چهارضلعی مربع است.
- (۳) اگر در یک چهارضلعی قطرها با هم برابر باشند چهارضلعی مربع است.
- (۴) اگر در یک چهارضلعی قطرها بر هم عمود باشند چهارضلعی لوزی است.

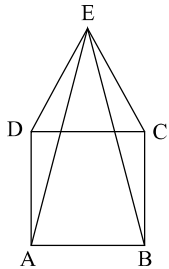
پاسخ: گزینه ۱

۱۰۹. یک چهارضلعی حتماً متوازی‌الاضلاع است اگر:

- (۱) یک جفت از اضلاع مجاور آن با یکدیگر مساوی باشند.
- (۲) دو جفت ضلع موازی داشته باشد.
- (۳) یک جفت ضلع موازی داشته باشد.
- (۴) دو زاویه‌ی مجاور برابر داشته باشد.

پاسخ: گزینه ۲ چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است که اضلاع آن دوجه‌دو با هم موازی باشند. پس گزینه‌ی ۲ صحیح است.

۱۱۰. مربع $ABCD$ و مثلث متساوی‌الاضلاع DCE مطابق شکل در یک صفحه‌اند، اندازه‌ی زاویه‌ی AEB کدام است؟



۳۰ (۲)

۱۵ (۱)

۶۰ (۴)

۴۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۲ چون $AD = DE = EC = CB$ پس در مثلث DAE باید زاویه‌های DAE و DEA برابر باشند و در نتیجه مقدار مشترکشان برابر است با:

$$\frac{180 - (90 + 60)}{2} = 15$$

به همین ترتیب زاویه‌ی CEB برابر است با 15° و در نتیجه:

$$\hat{AEB} = 60 - (15 + 15) = 30$$

۱۱۱. در مثلث ABC می‌دانیم $\hat{A} = 75^\circ$ و $\hat{B} = 63^\circ$ است. در مثلث EFD می‌دانیم $\hat{F} = 42^\circ$ و \hat{D} نسبت بزرگ‌ترین ضلع مثلث

ABC به کوچک‌ترین ضلع مثلث EFD کدام است؟

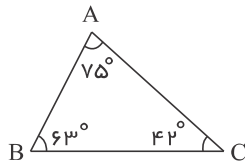
$\frac{AB}{DF}$ (۴)

$\frac{BC}{DE}$ (۳)

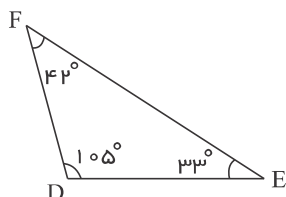
$\frac{BC}{DF}$ (۲)

$\frac{AB}{EF}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ دو مثلث ABC و EFD را رسم می‌کنیم:



$$\hat{C} = 180^\circ - 75^\circ - 63^\circ = 42^\circ$$



$$\hat{E} = 180^\circ - 105^\circ - 42^\circ = 33^\circ$$

نکته: در مثلث هرچه زاویه بزرگ‌تر باشد، ضلع روبه‌رو به آن زاویه نیز بزرگ‌تر خواهد بود.

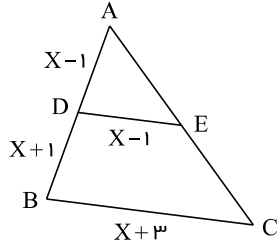
پس برای $\triangle ABC$

$$BC > AC > AB :$$

و برای $\triangle EFD$

$$EF > DE > FD :$$

$$\frac{\text{بزرگترین ضلع } ABC}{\text{کوچکترین ضلع } EFD} = \frac{BC}{FD}$$



۱۱۲. در شکل زیر $\widehat{D} = \widehat{B}$ و $\widehat{E} = \widehat{C}$ و دو مثلث ABC و ADE متشابه‌اند. مقدار X کدام است؟

۲ ۱

۲٫۵ ۲

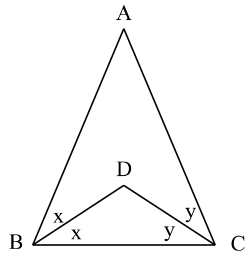
۳ ۳

۳٫۵ ۴

پاسخ: گزینه ۳ باتوجه به تشابه دو مثلث ABC و ADE داریم:

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \Rightarrow \frac{x-1}{x+1+x-1} = \frac{x-1}{x+3} \Rightarrow \frac{x-1}{2x} = \frac{x-1}{x+3}$$

$$\Rightarrow 2x = x + 3 \Rightarrow x = 3$$



۱۱۳. باتوجه به شکل زیر اندازه زاویه BDC چند درجه است؟ ($\widehat{A} = 42^\circ$)

۱۱۱ ۱

۱۳۸ ۲

۶۹ ۳

۱۲۰ ۴

پاسخ: گزینه ۱ باتوجه به شکل برای مثلث ABC داریم:

$$\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180^\circ$$

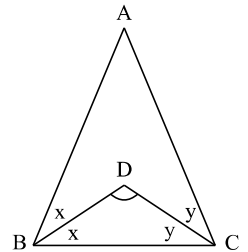
$$42 + 2x + 2y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2x + 2y = 180^\circ - 42^\circ$$

$$\Rightarrow 2x + 2y = 138^\circ$$

$$\Rightarrow 2(x + y) = 138^\circ$$

$$\Rightarrow x + y = 69^\circ$$



حال برای مثلث BDC داریم:

$$\widehat{BDC} + x + y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BDC} + 69^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{BDC} = 180^\circ - 69^\circ = 111^\circ$$

۱۱۴. کدام یک از استدلال‌های زیر درست است؟

۱ در هر دوزنقه‌ای همواره دو ضلع موازی داریم. پس هر شکلی که دو ضلع موازی داشته باشد، نوعی دوزنقه است.

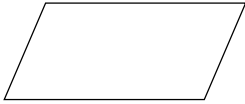
۲ در هر دایره بی‌شمار وتر هم‌اندازه می‌توان رسم کرد. پس تمام وترهای یک دایره با هم برابرند.

۳ می‌دانیم مربع نوعی لوزی است. پس هر چهارضلعی که زاویه‌هایش قائمه باشند، حتماً لوزی است.

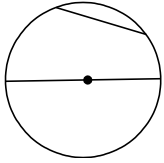
۴ قطرهای متوازی‌الاضلاع همدیگر را نصف می‌کنند. مستطیل نوعی متوازی‌الاضلاع است. پس قطرهایش یکدیگر را نصف می‌کنند.

پاسخ: گزینه ۴ بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه ۱: نادرست است. مثال نقض: متوازی‌الاضلاع هم دو ضلع موازی دارد ولی نوعی دوزنقه نیست.



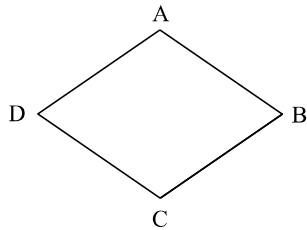
گزینه ۱: نادرست است. مثال نقض: متوازی‌الاضلاع هم دو ضلع موازی دارد ولی نوعی دوزنقه نیست.



گزینه ۱: نادرست است. مثال نقض: متوازی‌الاضلاع هم دو ضلع موازی دارد ولی نوعی دوزنقه نیست.



۱۱۵. در شکل زیر چهارضلعی لوزی است. از رأس C دو عمود بر اضلاع AB و AD رسم می‌کنیم. هم‌نهشتی دو مثلث به دست آمده را با کدام یک از حالت‌های زیر می‌توان ثابت کرد؟



الف) ض ز ض (ب) ز ض ز (ج) ض ض ض (د) وتر و یک زاویه تند (ه) وتر و یک ضلع

۱ (الف) و (ب)

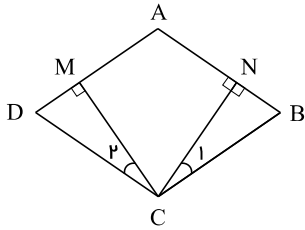
۲ (ب) و (د)

۳ (ج) و (ه)

۴ (الف) و (د)

پاسخ: گزینه ۲

ضلع‌های لوزی برابرند: $DC = BC$ ، زاویه‌های روبه‌رو در لوزی با هم برابرند $\widehat{B} = \widehat{D}$



پس دو مثلث DCM و CNB بنا بر حالت وتر و یک زاویه تند با هم هم‌نهشت هستند.

همچنین با توجه به اینکه مثلث‌ها قائم‌الزاویه هستند، $\widehat{M} = \widehat{N} = 90^\circ$ و اینکه $\widehat{D} = \widehat{B}$ ، در نتیجه $\widehat{C}_1 = \widehat{C}_2$ و $DC = BC$ و $\widehat{D} = \widehat{B}$ پس می‌توان گفت بنا بر حالت دو زاویه و ضلع بین نیز این دو مثلث هم‌نهشت هستند.

۱۱۶. اگر مثلثی به ضلع‌های ۸ و ۱۰ و ۱۶ با مثلث دیگری به ضلع‌های $Y - 1$ و ۵ و $X + 3$ متشابه باشند (ضلع‌ها از کوچک به بزرگ مرتب شده‌اند). Y و X چه رابطه‌ای دارند؟

۴ $X = 3Y$

۳ $Y = 2X$

۲ $X = 2Y$

۱ $X = Y$

پاسخ: گزینه ۱ چون دو مثلث متشابه‌اند، پس نسبت اضلاع متناظر آنها با هم برابر است.

پس داریم:

$$\frac{8}{Y-1} = \frac{10}{5} = \frac{16}{X+3}$$

$$\frac{8}{Y-1} = \frac{10}{5} \Rightarrow 10Y - 10 = 40 \Rightarrow 10Y = 50 \Rightarrow Y = 5, \quad \frac{10}{5} = \frac{16}{X+3}$$

$$\Rightarrow 10X + 30 = 80 \Rightarrow 10X = 50 \Rightarrow Y = 5, \quad X = 5$$

پس:

$$X = Y = 5$$

۱۱۷. کدام یک از مثال‌های زیر برای حکم کلی «نقطه برخورد عمود و منصف‌های اضلاع مثلث، یا درون مثلث یا خارج آن قرار دارد»، یک مثال نقض است؟

۴ مثلث قائم‌الزاویه

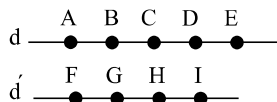
۳ مثلث با زاویه باز

۲ مثلث متساوی‌الساقین

۱ مثلث متساوی‌الاضلاع

پاسخ: گزینه ۴ نقطه برخورد عمود منصف‌های اضلاع مثلث قائم‌الزاویه وسط وتر است.

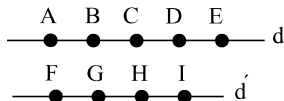
پس محل برخورد آنها روی ضلع مثلث است. پس می‌تواند مثلث نقض مناسبی برای حکم صورت سؤال باشد.



۱۱۸. در شکل زیر، دو خط d و d' موازیند. چند مثلث می‌توان رسم نمود که رئوس آن، نقاط داده شده باشند؟

- ۲۴ ۱
 ۵۰ ۲
 ۴۶ ۳
 ۷۰ ۴

پاسخ: گزینه ۴



با هر کدام از نقاط مشخص شده روی خط d و انتخاب دو نقطه از نقاط مشخص شده روی خط d' (به جای انتخاب دو نقطه می‌توان تعداد پاره‌خطها را شمرد) به تعداد $\frac{4 \times 3}{2} = 6$

مثلث ساخته می‌شود و باتوجه به اینکه روی خط d ، ۵ نقطه وجود دارد جمعاً به تعداد $5 \times 6 = 30$ مثلث ساخته می‌شود.

حال اگر یک نقطه از نقاط مشخص شده روی خط d' و دو نقطه از نقاط مشخص شده خط d انتخاب کنیم $\frac{5 \times 4}{2} = 10$ ، ۱۰ مثلث برای هر نقطه و باتوجه به اینکه روی خط d' ،

۴ نقطه وجود دارد، جمعاً به تعداد $4 \times 10 = 40$ مثلث ساخته می‌شود.

حال تمام مثلثها برابر می‌شود با: $30 + 40 = 70$.

۱۱۹. باغچه‌ای به شکل مستطیل به ابعاد ۴۰ و ۵۰ واحد است. در نقشه‌های محیط این باغچه ۹ می‌باشد. مقیاس این نقطه کدام است؟

- ۰٫۰۵ ۱
 ۰٫۱ ۲
 ۰٫۰۰۱ ۳
 ۰٫۰۰۳ ۴

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا محیط واقعی باغچه را با استفاده از ابعاد واقعی آن حساب می‌کنیم.

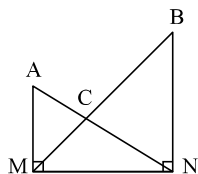
$$180 = 2 \times (50 + 40) = 2 \times 90 = 2 \times (عرض + طول) = 2 \text{ محیط مستطیل}$$

برای به دست آوردن مقیاس آن، مقدار محیط روی نقشه را تقسیم بر مقدار واقعی محیط می‌کنیم.

$$\text{مقیاس} = \frac{9}{180} = 0,05$$

بنابراین مقیاس نقشه برابر ۰٫۰۵ است.

۱۲۰. در شکل مقابل کدام دو مثلث مشابه هستند؟



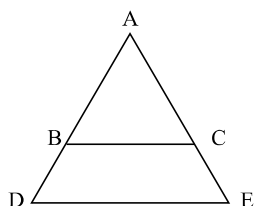
- MCN, BCN ۲
 BCN, AMC ۱
 MNB, AMN ۴
 AMN, AMC ۳

پاسخ: گزینه ۱

(طبق قضیه خطوط موازی و مورب)

$$\left. \begin{array}{l} AM \perp MN \\ BN \perp MN \end{array} \right\} \rightarrow AM \parallel BN \rightarrow \hat{M}AC = \hat{C}NB \quad (1)$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{ACM} = \hat{BCN} \quad (\text{متقابل به رأس}) \\ \hat{MAC} = \hat{CNB} \quad (1) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{دو زاویه}} \triangle ACM \sim \triangle BNC$$



۱۲۱. در شکل مقابل $\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} = \frac{3}{2}$ ، مساحت چهارضلعی BCED چند برابر مساحت مثلث ABC است؟

- $\frac{16}{9}$ ۲
 $\frac{19}{9}$ ۴
 $\frac{25}{9}$ ۱
 $\frac{10}{9}$ ۳

پاسخ: گزینه ۲ نسبت تناسب $\triangle ABC$ به $\triangle ADE$ را به دست می‌آوریم.

$$\frac{AB}{BD} = \frac{AC}{CE} = \frac{3}{2} \rightarrow \text{نسبت تناسب} = \frac{3}{5} \frac{AB}{AB+BD} = \frac{AC}{AC+CE} = \frac{3}{3+2} \rightarrow$$

$\triangle ADE$ به $\triangle ABC$

$$\frac{AB}{AD} = \frac{AC}{AE} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{S_{\triangle ABC}}{S_{\triangle ADE}} = \frac{9}{25} \rightarrow \frac{S_{\triangle ABC}}{S_{BCED}} = \frac{9}{25-9} = \frac{9}{16} \rightarrow \frac{S_{BCED}}{S_{\triangle SABC}}$$

۱۲۲. در یک مثلث قائم الزاویه محل برخورد ارتفاعها و محل برخورد عمود منصفها است.

- ۱ داخل مثلث _ داخل مثلث
 ۲ داخل مثلث _ وسط وتر
 ۳ روی رأس قائمه مثلث _ داخل مثلث
 ۴ روی رأس قائمه مثلث _ وسط وتر

پاسخ: گزینه ۴ محل برخورد ارتفاعها در مثلث قائم الزاویه ← روی رأس قائمه مثلث محل برخورد عمود منصفها در مثلث قائم الزاویه ← وسط وتر.

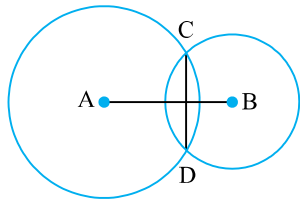
۱۲۳. با کدام یک از سه طول داده شده نمی توان یک مثلث ساخت؟ ($1 < a < b$)

- ۱ $5a, 3a, 2a$
 ۲ $6a, 4a, 3a$
 ۳ $a + b - 1, b, a$
 ۴ $b + 1, a + 2b, a + b$

پاسخ: گزینه ۱ قضیه حمار: در هر مثلث مجموع اندازه های دو ضلع مثلث از اندازه ضلع سوم مثلث بیشتر است.

طبق قضیه حمار مجموع دو ضلع $3a$ و $2a$ برابر است با $5a$ و از ضلع سوم بزرگتر نیست، پس با $2a, 3a$ و $5a$ نمی توان مثلث ساخت.

۱۲۴. دو دایره به مرکز A و B یکدیگر را در C و D قطع کرده اند در این صورت ...

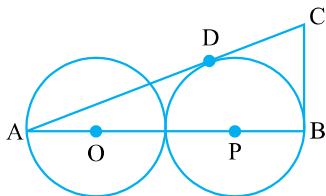


- ۱ AB و CD منصف یکدیگرند.
 ۲ AB و CD عمود منصف یکدیگرند.
 ۳ AB عمود منصف CD است.
 ۴ $\hat{ACB} = \hat{ADB}$

پاسخ: گزینه ۳ چون A تا دو سر پاره خط CD فاصله ای برابر دارد، پس A عمود منصف CD است. B نیز همین طور، پس AB عمود منصف CD است. از طرفی هم واضح است

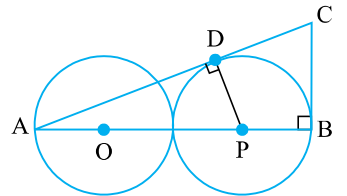
(۲) نادرست است چرا که فاصله B و A از C یکسان نیست (شعاع دایره ها متفاوت است) برای نادرستی (۱) شما دلیل بیاورید!

۱۲۵. دو دایره به مرکز O و P و شعاع های ۲، مماس هستند. خط المرکزین OP دو دایره را در A و B قطع می کند. دو ضلع دیگر مثلث ABC در



- ۱ ۳
 ۲ $2\sqrt{2}$
 ۳ $3\sqrt{2}$
 ۴ $\sqrt{10}$

پاسخ: گزینه ۲ از P به D وصل کنید و می دانیم مماس بر دایره در نقطه تماس بر شعاع دایره عمود است. AD را در مثلث APD از راه فیثاغورس به دست می آوریم:



$$R = 2 \Rightarrow DP = 2, AP = 6$$

$$\Rightarrow AD^2 = AP^2 - DP^2 = 36 - 4 = 32$$

$$\Rightarrow AD = \sqrt{32} = 4\sqrt{2}$$

$$\triangle PDA \simeq \triangle ABC \Rightarrow \frac{PD}{BC} = \frac{AD}{AB}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{BC} = \frac{4\sqrt{2}}{8} \Rightarrow BC = \frac{16\sqrt{2}}{4\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 2\sqrt{2}$$

۱۲۶. بین چهار پاره خط، روابط مقابل برقرار است. کدام یک از نتیجه گیری های زیر صحیح است؟

$$\begin{cases} \overline{MN} = \overline{EF} \\ \overline{EF} < \overline{AB} \\ \overline{AB} = \overline{GH} \end{cases}$$

$\overline{EF} = \overline{GH}$ (۴)

$\overline{MN} < \overline{GH}$ (۳)

$\overline{MN} > \overline{GH}$ (۲)

$\overline{MN} = \overline{GH}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ از دو رابطه اول نتیجه می شود $\overline{MN} < \overline{AB}$ و چون رابطه سوم می گوید $\overline{AB} = \overline{GH}$ پس از این دو رابطه می توان نتیجه گرفت $\overline{MN} < \overline{GH}$.

۱۲۷. برای آنکه یک صفحه را به ۱۱ ناحیه تقسیم کنیم، حداقل چند خط راست باید رسم کنیم؟

۵ (۴)

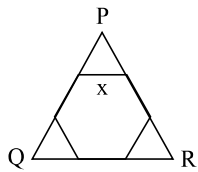
۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ با یک خط می توان صفحه را به ۲ ناحیه تقسیم کرد. با دو خط می توان صفحه را حداکثر به ۴ ناحیه تقسیم کرد. با ۳ خط می توان صفحه را حداکثر به ۷ ناحیه تقسیم کرد. ولی با ۴ خط می توان صفحه را حداکثر به ۱۱ ناحیه تقسیم کرد.

۱۲۸. از هر رأس مثلث متساوی الاضلاع PQR به ضلع 10 ، مثلث متساوی الاضلاعی به ضلع x چنان بریده شده است که یک شش ضلعی منتظم باقی مانده است. اندازه x کدام است؟



$3\frac{1}{2}$ (۴)

$3\frac{2}{3}$ (۳)

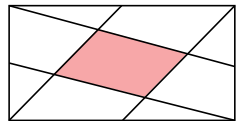
$3\frac{1}{3}$ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ چون شش ضلعی منتظم است پس باید اضلاع مثلث اولیه به سه قسمت برابر تقسیم شوند. بنابراین داریم:

$$x = 10 \div 3 = \frac{10}{3} = 3\frac{1}{3}$$

۱۲۹. مطابق شکل هر رأس به وسط یکی از ضلع ها وصل شده است. اگر طول و عرض مستطیل 30 و 40 سانتی متر باشند، مساحت قسمت هاشور خورده چقدر است؟



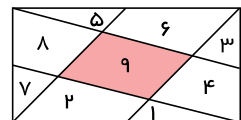
۴۰۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

۲۴۰ (۴)

۳۰۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ مطابق شکل اگر ناحیه (۱) را به ناحیه (۲) بچسبانیم یک متوازی الاضلاع مساوی با ناحیه (۹) ساخته می شود. به همین ترتیب ناحیه های (۳) و (۴) هم یک متوازی الاضلاع درست می کنند. ناحیه های (۵) و (۶) هم همین طور و در نهایت ناحیه های (۷) و (۸) هم به همین ترتیب. پس مساحت این مستطیل از ۵ متوازی الاضلاع تشکیل شده است. بنابراین برای به دست آوردن مساحت قسمت هاشور خورده چنین عمل می کنیم:



$$30 \times 40 = 1200 \Rightarrow 1200 \div 5 = 240$$

۱۳۰. در متوازی الاضلاع $ABCD$ ، $\overline{AB} = 2\overline{BC}$ ، $\hat{C} = 40^\circ$ و نقطه M وسط \overline{DC} است. زاویه AMB چند درجه است؟

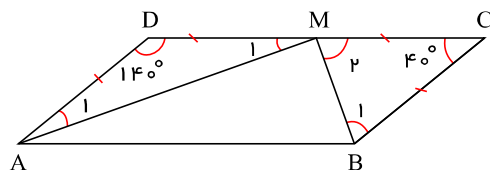
18° (۴)

9° (۳)

100° (۲)

8° (۱)

پاسخ: گزینه ۳ می دانیم زوایای مجاور متوازی الاضلاع مکمل اند، پس $\hat{D} = 140^\circ$ از طرفی چون M وسط \overline{DC} و $\overline{DC} = \overline{AD}$ پس دو مثلث ADM و MCB متساوی الساقین هستند.



پس در نتیجه:

$$\begin{cases} \hat{MCB} : \hat{M}_\gamma = \hat{B}_1 = 70^\circ \\ \hat{ADM} : \hat{M}_1 = \hat{A}_1 = 20^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{M}_1 + \hat{M}_\gamma = 90^\circ \Rightarrow \hat{AMB} = 180^\circ - 90^\circ = 90^\circ$$

۱۳۱. مدیرعامل شرکتی ادعا کرد که «همه کارمندان شرکت ما دست کم ۲۵ سال دارند.» معلوم شد که او اشتباه کرده است. لزوماً می‌شود نتیجه گرفت:

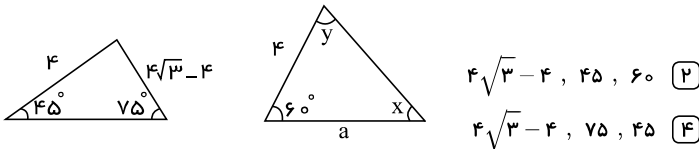
- ۱ هر کارمندی درست ۲۵ سال دارد.
 ۲ هر کارمندی بیشتر از ۲۵ سال دارد.
 ۳ هیچ کارمندی ۲۵ ساله نیست.
 ۴ دست کم یک کارمند کمتر از ۲۵ سال دارد.

پاسخ: گزینه ۴

۱۳۲. اگر همه پلینک‌ها، همان پلونک‌ها باشند و بعضی از پلانک‌ها، همان پلینک‌ها باشند کدام یک از جملات X, Y, Z لزوماً درست هستند؟
 X : همه پلینک‌ها همان پلانک‌ها هستند.
 Y : بعضی از پلونک‌ها، همان پلانک‌ها هستند.
 Z : بعضی پلینک‌ها، همان پلانک‌ها نیستند.

- ۱ فقط X
 ۲ فقط Y
 ۳ Y و X
 ۴ فقط Y و Z
- پاسخ: گزینه ۱

۱۳۳. دو مثلث زیر هم نهشت‌اند. x, y و a به ترتیب کدام هستند؟



- ۱ $4, 45, 75$
 ۲ $4\sqrt{3}-4, 45, 60$
 ۳ $4\sqrt{3}-4, 75, 45$
 ۴ $4, 75, 45$

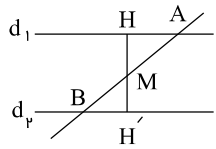
- ۱ $4, 45, 75$
 ۲ $4\sqrt{3}-4, 45, 75$
 ۳ $4, 45, 75$

پاسخ: گزینه ۳ با توجه به هم‌نهشتی این دو، داریم:

$$a = 4\sqrt{3} - 4$$

$$y = 45^\circ, x = 75^\circ$$

۱۳۴. نقطه M وسط پاره‌خط AB است و HH' بر دو خط موازی d_1 و d_2 عمود است. ۲ مثلث ایجاد شده به چه حالتی هم‌نهشت است؟



- ۱ ض ض ض
 ۲ ز ض ز
 ۳ و ز
 ۴ و ض

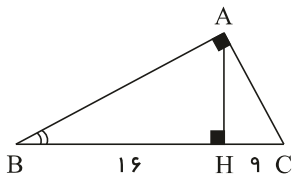
پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} AM = BM \text{ وسط } M \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \text{ متقابل به رأس} \\ \hat{A} = \hat{B} \text{ طبق خطوط موازی و مورب} \end{array} \right\} \Delta AMH \cong \Delta BMH \text{ به حالت ز ض ز}$$

$$\left. \begin{array}{l} AM = BM \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{array} \right\} \Rightarrow \Delta AMH \cong \Delta BMH \text{ وتر و یک زاویه حاده}$$

گزینه ۳ نیز صحیح می‌باشد.

۱۳۵. AH ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC است. محیط مثلث ABC است؟



- ۱ ۳۷
 ۲ ۴۷
 ۳ ۶۰
 ۴ ۷۵

پاسخ: گزینه ۳

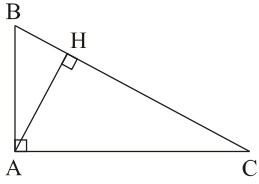
تصویر ضلع قائم روی وتر \times وتر = 2 ضلع قائم

$$AC^2 = 25 \times 9 \rightarrow AC = \sqrt{25 \times 9} = 5 \times 3 = 15 \rightarrow AC = 15$$

$$AB^2 = 25 \times 16 \rightarrow AB = \sqrt{25 \times 16} = 5 \times 4 = 20 \rightarrow AB = 20$$

$$\text{محیط} = \text{جمع سه ضلع} = 25 + 15 + 20 = 60$$

۱۳۶. در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع AH وارد بر وتر است. با توجه به اندازه‌های $BH = 3$ و $CH = 9$ طول AB کدام است؟



$\sqrt{5}$ (۲)

۶ (۴)

۲ (۱)

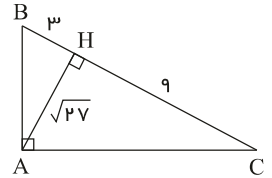
$\sqrt{6}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

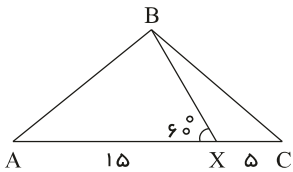
حاصل ضرب دو قطعه‌ی ایجاد شده روی وتر = ارتفاع^۲

$$AH^2 = BH \times HC \rightarrow AH^2 = 3 \times 9 = 27 \rightarrow AH = \sqrt{27}$$

$$AB^2 = 3^2 + (\sqrt{27})^2 \rightarrow AB^2 = 9 + 27 = 36 \rightarrow AB = \sqrt{36} = 6$$



۱۳۷. در مثلث ABC نقطه‌ی x را روی ضلع AC طوری اختیار کرده‌ایم که $AX = 15$ و $CX = 5$ و $\hat{AXB} = 60^\circ$ باشد. چنانچه $\hat{ABC} = 2\hat{AXB}$ باشد. اندازه‌ی ضلع BC چقدر است؟



۱۰ (۲)

$5\sqrt{2}$ (۴)

۳۰ (۱)

$4\sqrt{5}$ (۳)

گزینه ۲ پاسخ:

$$\hat{ABC} = 2\hat{AXB} \Rightarrow \hat{ABC} = 120^\circ$$

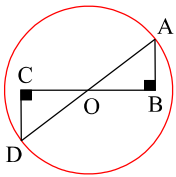
$$\hat{BXC} = 180 - \hat{BXA} = 120^\circ$$

$$\left. \begin{aligned} \hat{BXC} &= \hat{ABC} = 120^\circ \\ \hat{C} &= \hat{C} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \triangle BXC \sim \triangle BCA$$

$$\Rightarrow \frac{XC}{BC} = \frac{BC}{AC} \Rightarrow BC^2 = XC \times AC \Rightarrow BC^2 = 5 \times 20$$

$$\Rightarrow BC^2 = 100 \Rightarrow BC = 10$$

۱۳۸. اگر O مرکز دایره باشد کدام گزینه را می‌توان نتیجه گرفت؟



$\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ (۲)

همه‌ی موارد (۴)

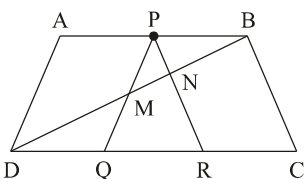
$AB = CD$ (۱)

$DO = AO$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} DO = OA & \quad \text{شعاع} \\ \hat{O}_1 = \hat{O}_2 & \quad \text{مرکز دایره} \\ \hat{C} = \hat{B} = 90^\circ & \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \triangle AOB \cong \triangle DOC \xrightarrow{\text{وز}} AB = CD$$

۱۳۹. در ذوزنقه‌ی متساوی‌الساقین $ABCD$ با قاعده‌های $AB = 6$ و $CD = 8$ مطابق شکل از نقطه‌ی P وسط AB ، دو خط موازی دو ساق رسم



$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{5}{6}$ (۱)

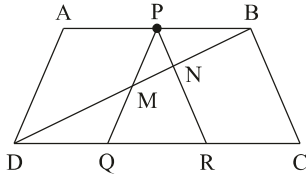
$\frac{1}{2}$ (۳)

کرده‌ایم نسبت $\frac{PM}{NR}$ چقدر است؟

پاسخ: گزینه ۴

از اینکه P وسط AB و چهارضلعی‌های $APDQ$ و $PRCB$ متوازی‌الاضلاع هستند داریم:

$$AP = PB = DQ = RC = 3$$



$$DC = DQ + QR + RC \Rightarrow 8 = 3 + QR + 3 \Rightarrow QR = 2$$

و همچنین اندازه‌ی $AD = BC = a$ در نظر می‌گیریم.

برای مثلث ABD داریم:

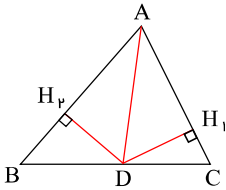
$$\frac{PM}{AD} = \frac{PB}{AB} \Rightarrow \frac{PM}{a} = \frac{3}{6} \Rightarrow 6PM = 3a \Rightarrow PM = \frac{1}{2}a \quad (1)$$

$$\frac{NR}{BC} = \frac{DR}{DC} \Rightarrow \frac{NR}{a} = \frac{5}{8} \Rightarrow 8NR = 5a \Rightarrow NR = \frac{5}{8}a \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{PM}{NR} = \frac{\frac{1}{2}a}{\frac{5}{8}a} = \frac{1}{2} \times \frac{8}{5} = \frac{4}{5}$$

برای مثلث DBC قضیه‌ی تالس را می‌نویسیم:

۱۴۰. AD نیمساز \hat{A} و $AB > AC$ است. کدام گزینه صحیح است؟



$$DH_p > DH_1 \quad (2)$$

$$DH_p < DH_1 \quad (1)$$

(۴) اظهار نظر نمی‌توان کرد.

$$DH_p = DH_1 \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A}_1 = \hat{A}_p \text{ نیمساز} \\ \hat{H}_1 = \hat{H}_p = 90 \\ AD \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \triangle ADH_1 \cong \triangle ADH_p \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} DH_1 = DH_p$$

۱۴۱. دو مستطیل متشابه‌اند. اگر محیط مستطیل بزرگتر ۲۵ و نسبت تشابه $\frac{1}{5}$ باشد. مجموع طول و عرض مستطیل کوچکتر کدام است؟

$$7,5 \quad (4)$$

$$2,5 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$12,5 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳ نسبت تشابه با نسبت محیط‌ها برابر است. x را محیط مستطیل کوچکتر فرض می‌کنیم.

$$\frac{1}{5} = \frac{x}{25} \rightarrow x = 5$$

محیط مستطیل کوچکتر برابر ۵ است.

$$2(a+b) = 5 \quad a+b = 2,5$$

۱۴۲. مزرعه‌ای به شکل مستطیل و به ابعاد ۸۰ متر و ۶۰ متر وجود دارد. در نقشه‌ای محیط این مزرعه ۱۴ سانتی‌متر است. مقیاس نقشه کدام است؟

$$1000 \text{ به } 1 \quad (4)$$

$$20 \text{ به } 1 \quad (3)$$

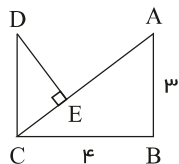
$$2000 \text{ به } 1 \quad (2)$$

$$100 \text{ به } 1 \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۲

$$\left. \begin{array}{l} 80m = 8000cm \\ 60m = 6000cm \end{array} \right\} \rightarrow \text{محیط مستطیل} = 2 \times (8000 + 6000) = 28000cm$$

$$\text{مقیاس نقشه} = \frac{14}{28000} = \frac{1}{2000}$$



۱۴۳. در شکل زیر $\overline{AB} = \overline{CD}$ و دو مثلث ABC و DEC متشابه هستند. نسبت تشابه کدام است؟

$$0,5 \quad (2)$$

$$0,4 \quad (1)$$

$$0,8 \quad (4)$$

$$0,6 \quad (3)$$

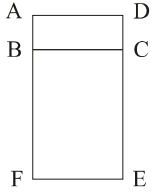
پاسخ: گزینه ۳ چون دو مثلث متشابه‌اند پس زاویه‌های E و B هر دو قائمه‌اند.

$$AC^2 = AB^2 + BC^2 \Rightarrow AC^2 = 3^2 + 4^2 = 25 \Rightarrow AC = 5$$

پس نسبت تشابه را بدست می آوریم:

$$\frac{DC}{AC} = \frac{3}{5} = 0,6$$

۱۴۴. مطابق شکل: مستطیل $ABCD$ و $BCEF$ متشابه اند. اگر $AD = 3$ و $AB = 1$ باشد، مساحت $ADEF$ چند برابر مساحت مستطیل $BCEF$ است؟



۲ $\frac{3}{2}$

۴ $\frac{10}{9}$

۱ $\frac{4}{3}$

۳ $\frac{9}{8}$

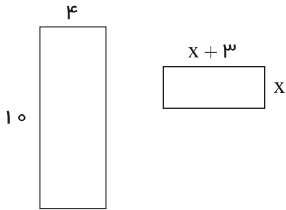
پاسخ: گزینه ۴

$$ABCD \sim BCEF \Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{BF}{BC}$$

$$\frac{3}{1} = \frac{BF}{3} \Rightarrow BF = 9 \Rightarrow AF = 1 + 9 = 10$$

$$\Rightarrow S_{ADEF} = 10 \times 3 = 30, S_{BCE} = 9 \times 3 = 27$$

$$\Rightarrow \frac{S_{ADEF}}{S_{BCE}} = \frac{30}{27} = \frac{10}{9}$$



۱۴۵. دو مستطیل زیر متشابه اند. مساحت مستطیل کوچک چند واحد مربع است؟

۲ ۱۸

۴ ۱۰

۱ ۲

۳ ۲۰

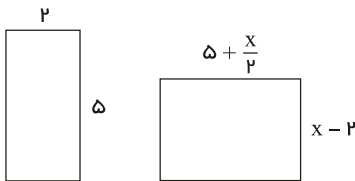
پاسخ: گزینه ۴ نسبت طولها و عرضها برابرند چون متشابه هستند

$$\frac{10}{x+3} = \frac{4}{x} \rightarrow 4(x+3) = 10x \rightarrow 4x + 12 = 10x \rightarrow x = 2$$

طول مستطیل کوچک = ۵

عرض مستطیل کوچک = ۲

مساحت مستطیل کوچک = $5 \times 2 = 10$



۲ ۵

۴ ۸

۱ ۷

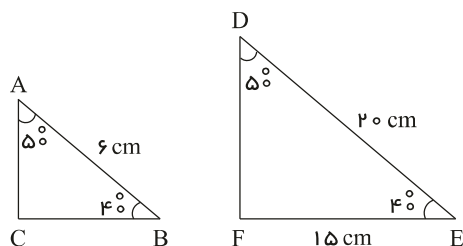
۳ ۶

۱۴۶. دو مستطیل زیر متشابه اند. مقدار x را بدست آورید.

پاسخ: گزینه ۲ نسبت عرضها و طولها برابرند.

$$\frac{2}{x-2} = \frac{5}{5+\frac{x}{2}} \Rightarrow 2(5+\frac{x}{2}) = 5(x-2)$$

$$x - 5x = -10 - 10 \rightarrow x = 5$$



۱۴۷. شکل زیر دو مثلث متشابه را نشان می دهد. در مثلث ABC ، طول ضلع BC چه قدر است؟

۱ ۳,۵ سانتی متر

۲ ۴,۵ سانتی متر

۳ ۵ سانتی متر

۴ ۵,۵ سانتی متر

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{AB}{DE} = \frac{CB}{FE} \Rightarrow \frac{6}{20} = \frac{CB}{15}$$

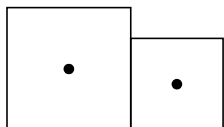
$$\Rightarrow CB = \frac{6 \times 15}{20} = \boxed{4.5cm}$$

۱۴۸. در کدام یک از گزینه‌های زیر دو مثلث متشابه نیستند؟

- ۱ دو مثلث قائم‌الزاویه که یک زاویه‌ی مساوی دارند.
 ۲ دو مثلث که دو ضلع متناسب و یک زاویه‌ی مساوی دارند.
 ۳ دو مثلث که دو زاویه‌ی مساوی دارند.
 ۴ دو مثلث که سه ضلع متناسب دارند.

پاسخ: گزینه ۲ باید ذکر شود که زاویه بین دو ضلع مساوی است.

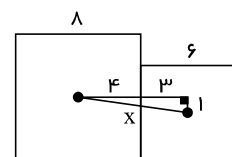
۱۴۹. در شکل مقابل، ضلع مربع بزرگ ۸ و ضلع مربع کوچک ۶ واحد است. فاصله‌ی مراکز مربع‌ها از یکدیگر چقدر است؟



- ۱ $\sqrt{50}$ ۲ $\sqrt{58}$ ۳ ۸ ۴ ۱۱

پاسخ: گزینه ۱ طبق فیثاغورس داریم:

$$x^2 = 7^2 + 1^2 = 49 + 1 = 50 \rightarrow x = \sqrt{50}$$



۱۵۰. دو زاویه‌ی مثلثی ۴۵ و ۶۰ درجه هستند دو زاویه‌ی مثلث دیگر ۷۵ و ۶۰ هستند کدام صحیح است؟

- ۱ دو مثلث متشابه نیستند. ۲ دو مثلث متشابه‌اند. ۳ شاید متشابه باشند. ۴ بعید است متشابه باشند.

پاسخ: گزینه ۲ مجموع زوایای یک مثلث برابر ۱۸۰ است زاویه سوم برای مثلث اول برابر ۷۵، ۶۰، ۴۵

$$180 - 60 - 45 = 75$$

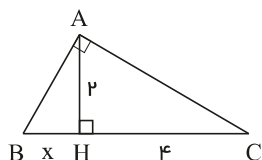
برای مثلث دوم

$$180 - 60 - 75 = 45$$

۴۵، ۶۰، ۷۵

پس این دو مثلث به حالت برابری ۲ زاویه با هم مشابه‌اند.

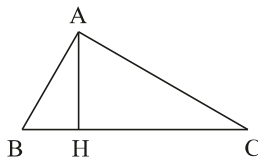
۱۵۱. در شکل زیر x برابر است با:



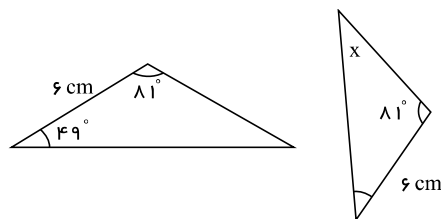
- ۱ ۱ ۲ ۲ ۳ $2\sqrt{2}$ ۴ ۴

پاسخ: گزینه ۱ در هر مثلث قائم‌الزاویه اگر ارتفاع وارد بر وتر را رسم کنیم داریم:

$$AH^2 = BH \times HC$$



$$AH^2 = BH \cdot CH \Rightarrow 2^2 = x \times 4 \Rightarrow 4 = 4x \Rightarrow x = 1$$



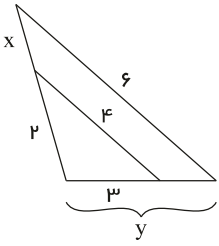
۱۵۲. مثلث‌های زیر مساوی‌اند. مقدار x چقدر است؟

- ۱ ۴۹ ۲ ۵۰ ۳ ۶۰ ۴ ۷۰

پاسخ: گزینه ۲ x نمی‌تواند ۴۹ باشد چون ضلع ۶cm باید بین ۸۱ و ۴۹ باشد پس زاویه سوم مثلث برابر است با:

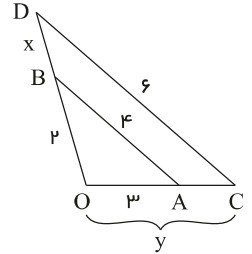
$$x = 180 - (49 + 81) = 50$$

۱۵۳. در شکل x و y به ترتیب برابرند با:



- ۱) ۳٫۵ و ۱
۲) ۲ و ۴٫۵
۳) ۱ و ۴٫۵
۴) ۲ و ۳٫۵

پاسخ: گزینه ۳ قضیه‌ی تالس را می‌نویسیم



$$\frac{OA}{OC} = \frac{BA}{DC} \Rightarrow \frac{3}{y} = \frac{4}{6} \Rightarrow 4y = 18 \Rightarrow y = 4.5$$

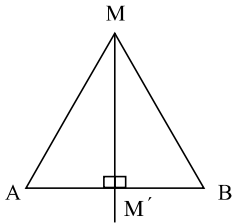
$$\Rightarrow OC = OA + AC \Rightarrow 4.5 = 3 + AC \Rightarrow AC = 1.5$$

$$\Rightarrow \frac{OB}{BD} = \frac{OA}{AC} \Rightarrow \frac{2}{x} = \frac{3}{1.5} \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1$$

۱۵۴. A و B روی یک صفحه اند. نقاطی که از A و B به یک فاصله‌اند

- ۱) در مرکز پاره‌خط AB قرار دارند.
۲) روی دایره‌ای به قطر AB قرار دارد.
۳) روی عمود منصف پاره‌خط AB قرار دارند.
۴) چنین نقطه‌ای وجود ندارد.

پاسخ: گزینه ۳



$$AMB = \begin{cases} AM = BM \\ \hat{A} = \hat{B} \\ \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \end{cases} \Rightarrow \triangle AMM' \cong \triangle BMM' \Rightarrow AM' = M'B$$

\rightarrow عمود منصف AB است

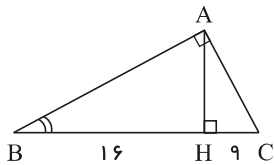
۱۵۵. ریشه‌ی $\frac{1}{10000}$ فاصله‌ی دو روستا برابر 20cm است فاصله‌ی آن دو روستا در نقشه $\frac{1}{25000}$ چه قدر است؟

- ۱) 2cm
۲) 4cm
۳) 4cm
۴) 10cm

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{1}{10000} = \frac{20\text{cm}}{x} \rightarrow x = 200000\text{cm}$$

$$\frac{1}{25000} = \frac{y}{200000} \rightarrow y = \frac{200}{25} = 8\text{cm}$$



۱۵۶. AH ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه ABC است. محیط مثلث ABC کدام است؟

- ۱) ۳۷
۲) ۴۷
۳) ۶۰
۴) ۷۵

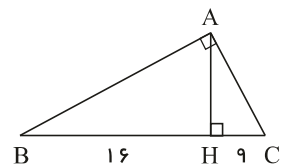
پاسخ: گزینه ۳

تصویر ضلع قائم روی وتر \times وتر = (ضلع قائمه)^۲

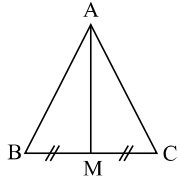
$$AC^2 = 25 \times 9 \rightarrow AC = \sqrt{25 \times 9} = 5 \times 3 = 15 \rightarrow AC = 15\text{cm}$$

$$AB^2 = 25 \times 16 \rightarrow AB = \sqrt{25 \times 16} = 5 \times 4 = 20 \rightarrow AB = 20\text{cm}$$

$$\text{محیط} = \text{جمع سه ضلع} = 25 + 15 + 20 = 60$$



۱۵۷. در مثلث ABC ، AM میانه‌ی وارد بر BC است. آیا با یک استدلال معتبر می‌توان ثابت کرد که مثلث ABC متساوی‌الساقین است؟



- ۱) بله. چون دو مثلث AMB و AMC به حالت (ض ز ض) هم‌نهشت‌اند.
 ۲) بله. چون با مشاهده کردن می‌بینیم که AB و AC مساوی‌اند.
 ۳) بله. چون به حالت وتر و یک ضلع دو مثلث AMB و AMC هم‌نهشت‌اند.
 ۴) خیر. چون فرض‌های مسئله برای اثبات حکم نیست.

پاسخ: گزینه ۴ در دو مثلث AMB و AMC فقط BM و MC با هم مساوی‌اند. پس فرض مسئله برای اثبات حکم کافی نیست.

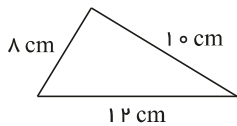
۱۵۸. فاصله دو روستا $۱۲٫۵$ کیلومتر است. روی نقشه با مقیاس ۱۰۰۰۰۰ فاصله آن دو روستا چند سانتی‌متر می‌باشد؟

- ۱) $۱٫۲۵$ ۲) $۱۲٫۵$ ۳) ۸ ۴) $۰٫۸$

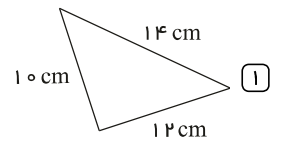
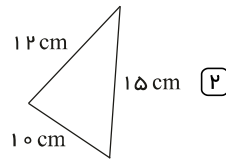
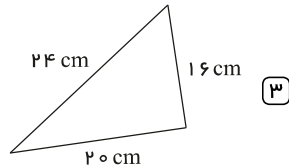
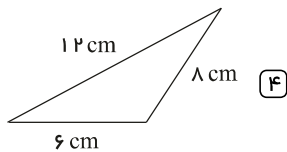
پاسخ: گزینه ۲

$$۱۲٫۵ \text{ km} \xrightarrow{\times 1000} ۱۲۵۰۰ \text{ m} \xrightarrow{\times 100} ۱۲۵۰۰۰۰ \text{ cm}$$

$$۱۲۵۰۰۰۰ \times \frac{1}{۱۰۰۰۰۰} = ۱۲٫۵ \text{ cm}$$



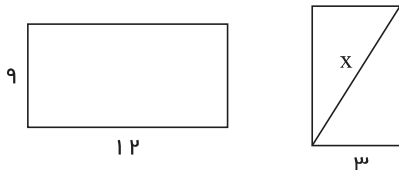
۱۵۹. کدام یک از مثلث‌های زیر با این مثلث متشابه است؟



پاسخ: گزینه ۳ تناسب اضلاع را بررسی می‌کنیم نسبت تشابه $\frac{۸}{۱۶} = \frac{۱۰}{۲۰} = \frac{۱۲}{۲۴} = \frac{۱}{۲}$

سوال‌های تستی بهتر است اضلاع یکی از مثلث‌ها را به ترتیب از کوچک به بزرگ بنویسیم در صورت‌ها و اضلاع مثلث دوم زاویه به ترتیب در مخرج‌ها بنویسیم اگر رابطه‌ی تساوی بین سه کسر برقرار باشد \Leftrightarrow دو مثلث به هم شبیه‌اند.

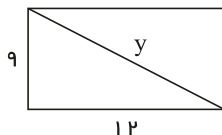
۱۶۰. این دو مستطیل متشابه‌اند اندازه‌ی پاره‌خط x برابر است با:



- ۱) $۴٫۵$ ۲) ۵
 ۳) ۲۵ ۴) $۲۰٫۲۵$

پاسخ: گزینه ۲

باتوجه به رابطه‌ی فیثاغورث قطر مستطیل را به دست می‌آوریم:



$$y^2 = 12^2 + 9^2 = 144 + 81 = 225 \Rightarrow y = 15$$

حالت تشابه را برای دو مستطیل می‌نویسیم

$$\frac{9}{3} = \frac{15}{x} \Rightarrow 9x = 45 \Rightarrow x = 5$$

۱۶۱. طول اضلاع مثلثی ۱۲ و ۱۷ و ۲۱ سانتی‌متر است. این مثلث با مثلث دیگری که محیط آن ۲۰ سانتی‌متر است متشابه است طول کوچکترین ضلع

مثلث دوم چند سانتی‌متر است؟

- ۱) $۲٫۴$ ۲) $۳٫۴$ ۳) $۴٫۸$ ۴) $۴٫۲$

پاسخ: گزینه ۳

ضلع اول	۱۲	۴٫۸
ضلع دوم	۱۷	۶٫۸
ضلع سوم	۲۱	۸٫۴
مجموع (محیط)	۵۰	۲۰

۱۶۲. فاصله‌ی بین دو شهر روی نقشه 24cm است. فاصله‌ی میان این دو شهر در واقعیت 360 کیلومتر است. فاصله‌ی میان این دو شهر چه قدر کوچک شده است؟

۱:۱۵۰ (۴)

۱:۱۵۰۰۰ (۳)

۱:۱۵۰۰۰۰۰ (۲)

۱:۱۵۰۰۰۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{1}{x} = \frac{24\text{cm}}{360\text{km}} \Rightarrow x = \frac{360 \times 10^5 \text{cm}}{24\text{cm}} = 1500000$$

۱۶۳. نقطه‌های P و Q روی صفحه طوری انتخاب شده‌اند که $PQ = 5$. چند مثلث در این صفحه وجود دارند که یک ضلعشان پاره‌خط PQ است و طول ضلع‌هایشان ۳، ۴، ۵ است؟

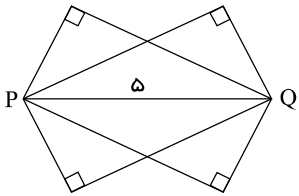
۱ (۴)

۲ (۳)

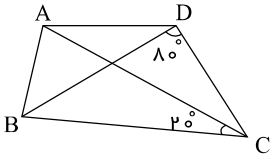
۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ مثلث وجود دارد.



۱۶۴. در چهارضلعی $ABCD$ ، قطر BD نیم‌ساز زاویه‌ی ABC است. $AC = BC$ ، $\angle BDC = 80^\circ$ و $\angle ACB = 20^\circ$. زاویه‌ی BAD برابر است با:



120° (۲)

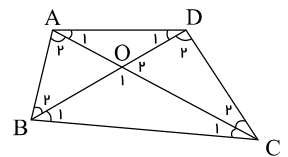
135° (۱)

100° (۴)

110° (۳)

پاسخ: گزینه ۲ مثلث ABC متساوی‌الساقین است پس:

$$\hat{A}_r = \hat{B} = \frac{180 - \hat{C}_1}{2} = 80$$



در نتیجه دایره‌ی محیطی مثلث ABC از D هم می‌گذرد پس چهارضلعی $ABCD$ محیطی است:

$$\hat{A} + \hat{C} = \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

از طرفی:

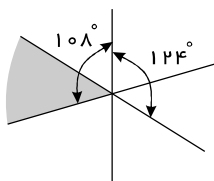
$$\hat{O}_1 = 180 - (\hat{B}_1 + \hat{C}_1) = 180 - (40^\circ + 20^\circ) = 120^\circ$$

$$\hat{C}_r = 180 - (\hat{O}_r + \hat{D}_r) = 180 - (60^\circ + 80^\circ) = 40^\circ$$

به این ترتیب:

$$\hat{A} = 180 - \hat{C} = 180 - (\hat{C}_1 + \hat{C}_r) = 180 - (20^\circ + 40^\circ) = 120^\circ$$

۱۶۵. سه خط در یک نقطه متقاطعند. در شکل زیر دو زاویه مشخص شده‌اند. اندازه زاویه‌ی سایه خورده چقدر است؟



53° (۲)

52° (۱)

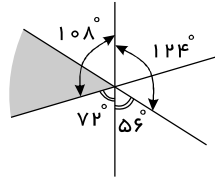
55° (۴)

54° (۳)

پاسخ: گزینه ۱ نخست زاویه‌های پایینی را محاسبه می‌کنیم:

$$180^\circ - 108^\circ = 72^\circ$$

$$180^\circ - 124^\circ = 56^\circ$$

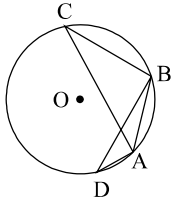


برای به دست آوردن زاویه سایه خورده به طریقهی زیر عمل می‌کنیم:

$$180^\circ - (72^\circ + 56^\circ) = 52^\circ$$

۱۶۶. مثلث‌های ABC و ABD مطابق شکل زیر درون دایره‌ای محاط شده‌اند. می‌دانیم که $\angle BAC = 45^\circ$ و $\angle BAD = 135^\circ$. کدام یک از

گزاره‌های زیر در مورد پاره‌خط‌های BC و BD درست است؟



$BC < BD$ (۲)

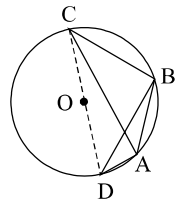
$BC > BD$ (۱)

$BC = 2BD$ (۴)

$BC = BD$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳ باتوجه به شکل زیر در می‌یابیم:

$$\angle DAC = \angle DAB - \angle CAB = 135^\circ - 45^\circ = 90^\circ$$



بنابراین قطر دایره است و در نتیجه $\widehat{CD} = 180^\circ$. از سوی دیگر $\widehat{CB} = 90^\circ$ و در نتیجه $\widehat{BD} = 90^\circ$. لذا وترهای BC و BD که دو سر کمان‌های مساوی را به هم وصل می‌کنند پس با هم برابرند.

۱۶۷. پرهام همه‌ی زاویه‌های دو مثلث را که یکی حاده و دیگری منفرجه بود، اندازه گرفت. او اندازه چهار تا از زاویه‌ها را به یاد دارد: 120° ، 80° ،

55° و 10° . اندازه‌ی کوچکترین زاویه مثلث حاده چه قدر است؟

(۴) نمی‌توان تعیین کرد

(۳) 45°

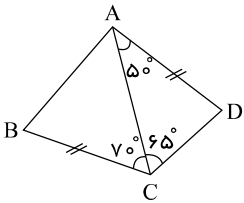
(۲) 10°

(۱) 5°

پاسخ: گزینه ۳ کلیه‌ی زاویه‌های مثلث حاده از 90° کوچک‌تر است. بنابراین 120° نمی‌تواند یکی از زاویه‌های آن باشد. اگر فرض کنیم 55° و 10° دو تا از زاویه‌ها باشند، زاویه‌ی دیگر 125° می‌شود که قابل قبول نیست. اگر 80° و 10° را برگزینیم، زاویه‌ی سوم 90° می‌شود یعنی مثلث قائم‌الزاویه می‌شود که قابل قبول نیست. اما اگر 80° و 55° دو زاویه‌ی آن باشد، زاویه‌ی سوم 45° می‌شود و هر سه زاویه‌ی آن حاده‌اند. کوچک‌ترین این زاویه‌ها 45° است. پس گزینه‌ی (۳) درست است.

۱۶۸. در چهارضلعی $ABCD$ زیر داریم: $AD = BC$ ، $\angle DAC = 50^\circ$ ، $\angle DCA = 65^\circ$ و $\angle ACB = 70^\circ$. اندازه‌ی $\angle ABC$ چه قدر

است؟



(۲) 55°

(۱) 50°

(۴) 65°

(۳) 60°

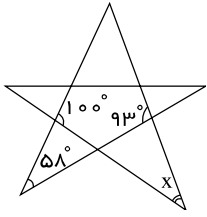
پاسخ: گزینه ۲

$$\triangle CAD \text{ متساوی الساقین } \widehat{C} = \widehat{D} \Rightarrow \widehat{C} = \widehat{D} \Rightarrow \widehat{D} = 180^\circ - (50^\circ + 65^\circ) = 65^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow AC = AD \\ AD = BC \text{ از طرفی} \end{array} \right\} \Rightarrow AC = BC \Rightarrow \triangle ACB \text{ متساوی الساقین}$$

$$\Rightarrow \widehat{A} = \widehat{B} = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$$

۱۶۹. در شکل مقابل x کدام است؟



- ۴۲ (۲)
- ۶۵ (۴)

- ۳۵ (۱)
- ۵۱ (۳)

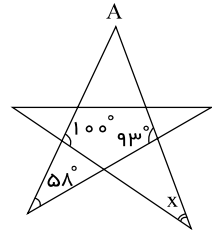
پاسخ: گزینه ۳

زاویه‌ی رأس A برابر است با:

پس x برابر است با:

$$180^\circ - (58^\circ + 93^\circ) = 29^\circ$$

$$x = 180^\circ - (100^\circ + 29^\circ) = 51^\circ$$



۱۷۰. محیط دوزنقه‌ای با ۵ و طول هر ضلع آن عددی طبیعی است. دو زاویه‌ی کوچک‌تر دوزنقه چند درجه‌اند؟

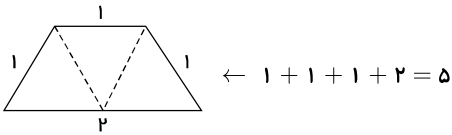
- ۶۰ و ۳۰ (۴)

- ۴۵ و ۴۵ (۳)

- ۶۰ و ۶۰ (۲)

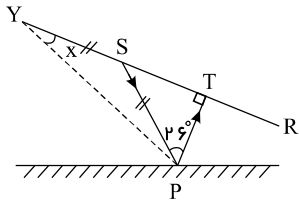
- ۳۰ و ۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ همان‌طور که در شکل زیر دیده می‌شود، زاویه‌های کوچک‌تر برابر زاویه‌های مثلث متساوی‌الاضلاع هستند؛ یعنی ۶۰ درجه.



۱۷۱. اگر یک پرتوی نور از نقطه‌ی S تابیده شود به طوری که پس از برخورد و انعکاس با آئینه در نقطه‌ی P ، به نقطه‌ی T برسد، به طوری که PT

عمود بر RS باشد، با توجه به شکل x برابر است با:



- ۳۲ (۲)
- ۳۸ (۴)

- ۲۶ (۱)
- ۳۷ (۳)

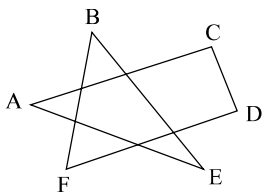
پاسخ: گزینه ۲

$\triangle SYP$ متساوی‌الساقین است $\Rightarrow \widehat{SPY} = x$

زاویه‌ی خارجی: $\widehat{PST} = x + x = 2x$

$$\triangle SPT : 2x + 26 + 90 = 180 \Rightarrow x = 32^\circ$$

۱۷۲. در شکل روبه‌داریم: $\widehat{C} + \widehat{D} = 150^\circ$. در این صورت $\widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{F} + \widehat{E}$ چند درجه است؟



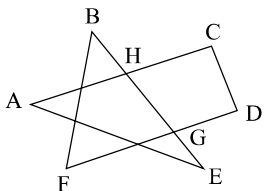
- ۵۷ (۲)

- ۳۶ (۱)

- ۳۹ (۴)

- ۲۱ (۳)

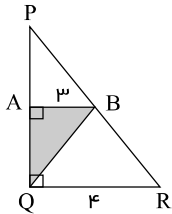
پاسخ: گزینه ۳



$$\left. \begin{array}{l} \triangle AEH : \widehat{A} + \widehat{E} = \widehat{CHG} \\ \triangle FBG : \widehat{F} + \widehat{B} = \widehat{DGH} \end{array} \right\} \rightarrow \widehat{A} + \widehat{E} + \widehat{F} + \widehat{B} = \widehat{CHG} + \widehat{DGH}$$

$$\square CDGH : \widehat{CHG} + \widehat{DGH} = 360^\circ - (\widehat{C} + \widehat{D}) = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$$

۱۷۳. مساحت مثلث هاشور خورده $4\frac{1}{2}$ سانتی متر است. زوایای QAB و PQR ، زاویه قائمه می باشد. اگر $QR = 4$ و $AB = 3$ ، اندازه ی زاویه ی



ABQ برابر است با:

- ۱۵° (۲)
۶۰° (۴)

- ۴۵° (۱)
۷۵° (۳)

گزینه ۱: پاسخ

$$S_{\triangle ABQ} = 4\frac{1}{2} \Rightarrow \frac{3 \times AQ}{2} = \frac{9}{2} \Rightarrow AQ = 3$$

چون $AQ = AB = 3$ است، در نتیجه $\triangle ABQ$ قائم الزاویه ی متساوی الساقین است. بنابراین داریم

$$\widehat{ABQ} = \widehat{AQB} = 45^\circ$$

۱۷۴. $ABCD$ یک مربع است و P و Q دو نقطه ی در خارج آن هستند. به طوری که مثلث های ABP و BCQ هر دو متساوی الاضلاع هستند. اندازه ی زاویه ی $\angle PQB$ چند درجه است؟

- ۲۵° (۴)

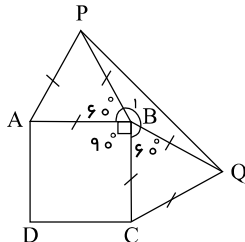
- ۲۰° (۳)

- ۱۵° (۲)

- ۱۰° (۱)

پاسخ: گزینه ۲ در شکل زیر مثلث PQB متساوی الساقین می باشد.

زاویه ی B_1 برابر است با:

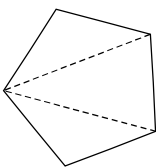


$$\widehat{B}_1 = 360^\circ - 60^\circ - 60^\circ - 90^\circ = 150^\circ$$

$$\angle PQB = \frac{180^\circ - 150^\circ}{2} = 15^\circ$$

پس:

۱۷۵. یک پنج ضلعی که خطوط قطری آن به صورت نقطه چین از یک رأس به رأس های دیگر رسم شده است، مشاهده می کنید. اگر یک چندضلعی منتظم دارای ۵۰ ضلع باشد و خطوط قطری از یک رأس به رأس های دیگر رسم شود، چند خط قطری به دست می آید؟



- ۴۷ (۲)

- ۴۶ (۱)

- ۴۹ (۴)

- ۴۸ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

راه کلی:

از یک نقطه جز به رأس های مجاور، به هر رأس دیگر قطری رسم می شود. به خودش هم نمی توان رسم کرد، پس:

$$1 - 2 = \text{تعداد رأس ها} = \text{تعداد قطرها}$$

$$3 - 2 = \text{قطر} \Rightarrow 5 \text{ ضلعی منتظم}$$

$$3 - 3 = \text{قطر} \Rightarrow 6 \text{ ضلعی منتظم}$$

$$3 - 4 = \text{قطر} \Rightarrow 7 \text{ ضلعی منتظم}$$

⋮

$$3 - 50 = 47 \text{ قطر} \Rightarrow 50 \text{ ضلعی منتظم}$$

۱۷۶. طول و عرض مستطیلی ۱۱ cm و ۶ cm است. یکی از طولها را انتخاب می‌کنیم. نیم‌سازهای زاویه‌هایی که در هر کدام از دو سر این ضلع هستند، طول دیگر را به سه پاره‌خط تقسیم می‌کنند. طول این پاره‌خطها چند است؟

۵, ۱, ۵ (۴)

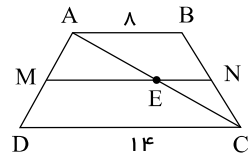
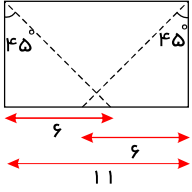
۴, ۳, ۴ (۳)

۲, ۷, ۲ (۲)

۱, ۹, ۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴

هر نیم‌ساز دو زاویه ۴۵° ایجاد میکند پس در هر مثلث کناری زاویه‌ی دیگر ۴۵° و بنابراین متساوی الساقین است. با توجه به شکل طول پاره خطها ۵، ۱ و ۵ است.



۱۷۷. در ذوزنقه‌ی مقابل نقاط M و N وسطهای دو ساق ذوزنقه هستند. اندازه‌ی MN برابر است با:

۱۲ (۲)

۳ (۱)

۱۱ (۴)

۱۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$MN = \frac{AB + DC}{2} = \frac{8 + 14}{2} = \frac{22}{2} = 11$$

نکته: پاره‌خطی که وسطهای دو ساق ذوزنقه را به هم وصل می‌کند برابر است با نصف مجموع دو قاعده.

۱۷۸. در ذوزنقه‌ی $ABCD$ اندازه‌ی BD چه قدر است؟

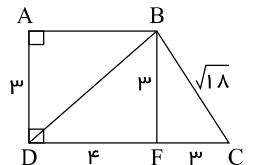
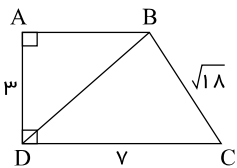
۴ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۳



$$FC^2 = (\sqrt{18})^2 - 3^2$$

$$FC^2 = 18 - 9 = 9 \rightarrow FC = \sqrt{9} = 3$$

$$DF = DC - FC \rightarrow DF = 7 - 3 = 4$$

$$DB^2 = 4^2 + 3^2 \rightarrow DB^2 = 16 + 9 = 25 \rightarrow DB = \sqrt{25} = 5$$

۱۷۹. در شکل مقابل فاصله‌ی نقطه‌ی A از دو ضلع زاویه‌ی xOy برابر ۱ و ۳ می‌باشد. چند دایره به مرکز A می‌توان رسم کرد به طوری که نیم‌خط Ox را در دو نقطه قطع کند و Oy را قطع نکند؟

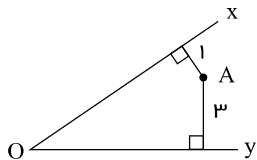
۲ (۲)

۱ (۱)

بی‌شمار (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ هر دایره که شعاع آن بزرگ‌تر از یک و کوچک‌تر از ۳ باشد این ویژگی را دارد.



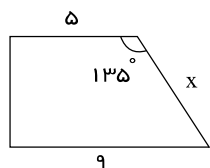
۱۸۰. در شکل مقابل مقدار x کدام است؟

$4\sqrt{2}$ (۲)

۴ (۱)

۵ (۴)

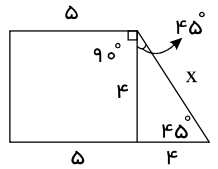
۸ (۳)



پاسخ: گزینه ۲

$$\text{وتر}^2 = \text{ضلع}^2 + \text{ضلع}^2$$

$$x^2 = 4^2 + 4^2 \rightarrow x^2 = 16 + 16 = 32 \rightarrow x = \sqrt{32} = \sqrt{16 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

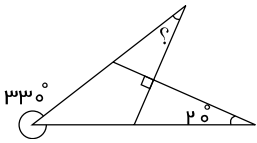


۱۸۱. باتوجه به اینکه می دانیم هر مربع نوعی لوزی است بنابراین:

- ۱) اگر $ABCD$ لوزی باشد، حتماً مربع است.
 ۲) اگر $ABCD$ مربع نباشد لوزی هم نخواهد بود.
 ۳) اگر $ABCD$ لوزی نباشد مربع هم نخواهد بود.
 ۴) اگر $ABCD$ لوزی نباشد ممکن است مربع باشد.

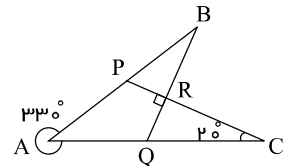
پاسخ: گزینه ۳

۱۸۲. در شکل، اندازه زاویه خواسته شده کدام است؟



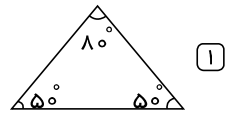
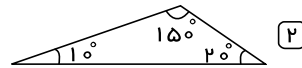
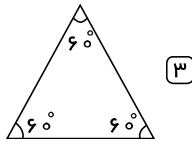
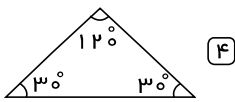
- ۱) ۵۰
 ۲) ۴۰
 ۳) ۳۰
 ۴) ۲۰

پاسخ: گزینه ۲



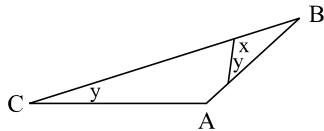
$$\begin{aligned} \hat{B} + 90^\circ &= \angle CPA \\ &= 180^\circ - (\hat{C} + \hat{A}) \\ &= 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \\ &\rightarrow \hat{B} = 40^\circ \end{aligned}$$

۱۸۳. بابک فکر می کند که هر زاویه مثلث متساوی الساقین، حاده است. کدام مثال زیر نشان می دهد که او اشتباه می کند؟



پاسخ: گزینه ۴

۱۸۴. باتوجه به شکل زیر زاویه A برابر کدام گزینه است؟

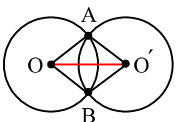


- ۱) $3y$
 ۲) $\frac{2x-y}{2}$
 ۳) x
 ۴) $\frac{x+y}{2}$

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{y} = 180^\circ \\ \hat{x} + \hat{y} + \hat{B} = 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} + \hat{y} = \hat{x} + \hat{y} + \hat{B} \Rightarrow \hat{A} = \hat{x}$$

۱۸۵. در شکل زیر O و O' مرکزهای دو دایره هستند که یکدیگر را در نقطه های A و B قطع کرده اند. می خواهیم ثابت کنیم مثلث های OAO' و OBO' هم نهشت هستند. کدام گزینه جزء فرض های مسئله به حساب می آید؟



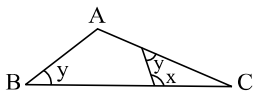
۱) $OA = O'A$
 ۲) $\hat{A} = \hat{B}$
 ۳) $OA = OB$
 ۴) $\hat{AOO'} = \hat{BOO'}$

۱) $OA = O'A$
 ۲) $\hat{A} = \hat{B}$
 ۳) $OA = OB$
 ۴) $\hat{AOO'} = \hat{BOO'}$

۱) $OA = O'A$
 ۲) $\hat{A} = \hat{B}$
 ۳) $OA = OB$
 ۴) $\hat{AOO'} = \hat{BOO'}$

۱) $OA = O'A$
 ۲) $\hat{A} = \hat{B}$
 ۳) $OA = OB$
 ۴) $\hat{AOO'} = \hat{BOO'}$

پاسخ: گزینه ۳ $OA = OB$ هر دو شعاع های یک دایره هستند، پس با هم برابرند و جزء مفروضات مسئله به حساب می آیند.



۱۸۶. باتوجه به شکل زیر $\frac{A}{B}$ کدام گزینه است؟

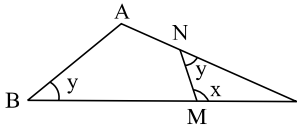
۱) $\frac{x}{180 - (x+y)}$
 ۲) $\frac{3y}{180 - x}$
 ۳) $\frac{180 - (x+y)}{x}$
 ۴) $\frac{180 - (x-y)}{y}$

۱) $\frac{x}{180 - (x+y)}$
 ۲) $\frac{3y}{180 - x}$
 ۳) $\frac{180 - (x+y)}{x}$
 ۴) $\frac{180 - (x-y)}{y}$

۱) $\frac{x}{180 - (x+y)}$
 ۲) $\frac{3y}{180 - x}$
 ۳) $\frac{180 - (x+y)}{x}$
 ۴) $\frac{180 - (x-y)}{y}$

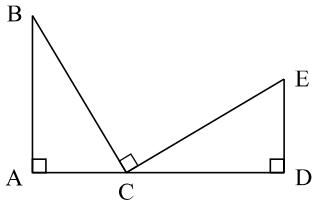
۱) $\frac{x}{180 - (x+y)}$
 ۲) $\frac{3y}{180 - x}$
 ۳) $\frac{180 - (x+y)}{x}$
 ۴) $\frac{180 - (x-y)}{y}$

پاسخ: گزینه ۱



باتوجه به اینکه دو مثلث ABC و MNC دو زاویه برابر دارند، زاویه سوم آن‌ها هم با هم برابر است، پس $\hat{A} = x$ است. به این ترتیب $\frac{\hat{A}}{\hat{B}} = \frac{x}{y}$ (در گزینه‌ها وجود ندارد) به احتمال زیاد مدنظر طراح سؤال نسبت $\frac{\hat{A}}{\hat{B}}$ بوده است که با گزینه ۱ برابر است.

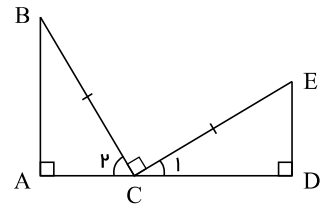
۱۸۷. در شکل مقابل BC با CE برابر است. دو مثلث ABC و CDE بنا به کدام حالت هم‌نهشت هستند؟



- ۱) وتر و یک زاویه تند
- ۲) وتر و یک ضلع
- ۳) (زضز)
- ۴) گزینه‌های ۱ و ۳

پاسخ: گزینه ۴

$$\left. \begin{aligned} \hat{C}_1 + \hat{C}_2 &= 90^\circ \\ \hat{C}_1 + \hat{E} &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{C}_2 = \hat{E} \quad \left. \begin{aligned} \hat{C}_1 + \hat{C}_2 &= 90^\circ \\ \hat{C}_2 + \hat{B} &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{C}_1 = \hat{B}$$



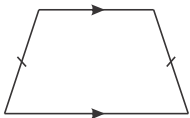
پس این دو مثلث بنا بر حالت‌های دو زاویه و ضلع بین و چون قائمه هم هستند، بنا بر حالت وتر و یک زاویه تند با هم، هم‌نهشت هستند.

۱۸۸. کدام ویژگی زیر برای اینکه یک چهارضلعی، متوازی‌الاضلاع باشد، کافی نیست؟

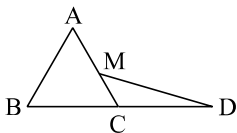
- ۱) دو قطر همدیگر را نصف می‌کنند.
- ۲) هر خطی که بر یک ضلعش عمود باشد، بر ضلع مقابل آن نیز عمود است.
- ۳) دو ضلع دارد که هم مساوی است و هم موازی.
- ۴) دو ضلع دارد که با هم موازی و دو ضلع دیگر با هم مساوی است.

پاسخ: گزینه ۴

مثالی برای گزینه ۴ که متوازی‌الاضلاع نیست (ذوزنقه متساوی‌الساقین)



۱۸۹. در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به ضلع ۲، نقطه M وسط AC و نقطه C وسط BD است. مساحت مثلث CMD کدام است؟

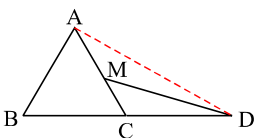


- ۲) $\frac{3}{4}$
- ۴) ۱

- ۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
- ۳) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

پاسخ: گزینه ۳

نقطه A را به D وصل می‌کنیم. حال مساحت دو مثلث ABC و ADC با هم برابرند (ارتفاع‌های برابر و قاعده‌های برابر)، همچنین مساحت دو مثلث DMC و AMD هم با هم برابرند، پس مساحت مثلث DCM نصف مساحت مثلث ABC است. حال مساحت مثلث ABC را محاسبه می‌کنیم.



نکته: مساحت مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a برابر $\frac{a^2 \sqrt{3}}{4}$ است.

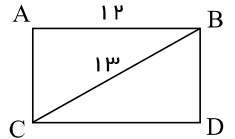
حال مساحت مثلث ABC به ضلع ۲ برابر $\sqrt{3}$ ، $\frac{4\sqrt{3}}{4} = \sqrt{3}$ ، پس مساحت مثلث DCM برابر $\frac{\sqrt{3}}{2}$ است.

۱۹۰. نسبت تشابه دو مستطیل برابر $\frac{1}{3}$ می باشد. اگر اندازه قطر و طول مستطیل کوچک تر به ترتیب ۱۳ و ۱۲ باشد، مساحت مستطیل بزرگ تر کدام است؟

- ۱) ۶۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۴۰ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا باتوجه به رابطه فیثاغورس، اندازه عرض مستطیل کوچک تر را به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} AB^2 + AC^2 &= BC^2 \\ \Rightarrow 12^2 + AC^2 &= 13^2 \\ \Rightarrow AC^2 &= 25 \rightarrow AC = 5 \end{aligned}$$



پس عرض مستطیل کوچک برابر ۵ است.

حال باتوجه به اینکه نسبت تشابه دو مستطیل $\frac{1}{3}$ است و طول و عرض مستطیل کوچک تر به ترتیب برابر ۱۲ و ۵ است، پس طول و عرض مستطیل بزرگ تر برابر ۲۴ و ۱۰ است و در نتیجه مساحت آن برابر $24 \times 10 = 240$.

۱۹۱. محیط مثلثی با طول ۵، ۷، ۱۱ چند برابر محیط مثلثی متشابه آن با اضلاع ۱۰، ۲۲، x است؟

- ۱) ۲ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲ از آنجایی که دو مثلث متشابه هستند پس نسبت اضلاع را پیدا می کنیم:

$$\frac{5}{10} = \frac{7}{x} = \frac{11}{22} \rightarrow x = 14$$

حالا نسبت محیطها را به دست می آوریم:

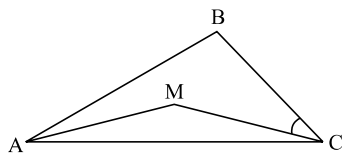
$$\frac{5 + 7 + 11}{10 + 14 + 22} = \frac{23}{46} = \frac{1}{2}$$

۱۹۲. جمع دو مثلث به اضلاع $a \leq b \leq c$ و $a' \leq b' \leq c'$ مثلثی است به اضلاع $a + a'$ و $b + b'$ و $c + c'$ کدام گزینه دو مورد جمع دو مثلث متساوی الساقین درست است؟

- ۱) ممکن است یک مثلث متساوی الساقین باشد. ۲) قطعاً یک مثلث متساوی الساقین نیست.
۳) قطعاً یک مثلث متساوی الساقین است. ۴) ممکن است مثلثی تشکیل ندهد.

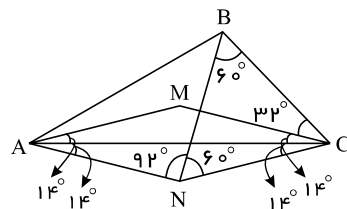
پاسخ: گزینه ۱ مثلث حاصل ممکن است متساوی الساقین باشد. پاسخ به این وابسته است که قاعده مثلث از دو مثلث از دو ضلع دیگر بزرگ تر یا کوچک تر باشد. همچنین همین اتفاق باید در مثلث دیگر افتاده باشد.

۱۹۳. در شکل روبه رو $MA = MC = BC$ و $\widehat{B\hat{C}M} = 32^\circ$ و $\widehat{M\hat{C}A} = 14^\circ$ ، اندازه زاویه $\widehat{M\hat{A}B}$ چند درجه است؟



- ۱) 14° ۲) 28°
۳) 16° ۴) 32°

پاسخ: گزینه ۳ نقطه C خطی به موازات AM و از نقطه A خطی به موازات MC رسم می کنیم این دو خط همدیگر را در نقطه N قطع می کند.



چهارضلعی AMCN لوزی است. (اندازه زوایا روی شکل مشخص شده است) از B به N وصل می کنیم در مثلث NBC داریم:

$$\begin{aligned} \widehat{C} &= 14^\circ + 14^\circ + 32^\circ = 60^\circ \\ \Rightarrow BN &= AN \quad \text{متساوی الاضلاع BNC} \\ BC &= NC \end{aligned}$$

در نتیجه مثلث BNA مثلث متساوی الساقین است:

$$\widehat{ABN} = \widehat{BAN} = \frac{180^\circ - 92^\circ}{2} = \frac{88^\circ}{2} = 44^\circ$$

$$\Rightarrow x = 44^\circ - (14 + 14)^\circ = 16^\circ$$

۱۹۴. نیمساز زوایای داخلی یک مستطیل، مربعی می‌سازند که یک رأس آن روی محیط مستطیل است. آن گاه نسبت اضلاع مستطیل چه قدر است؟

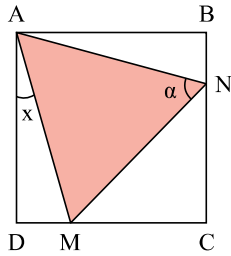
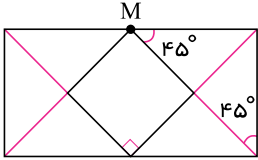
۲ (۴)

$2\sqrt{2}$ (۳)

$\sqrt{2}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ با توجه به این که M وسط ضلع مستطیل می‌افتد پس نسبت طول مستطیل به عرض مستطیل ۲ است.



۱۹۵. در مربع زیر اگر $\overline{AM} = \overline{AN}$ باشد، زاویه x بر حسب α کدام است؟

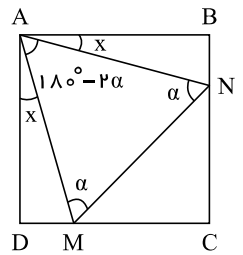
$90^\circ - \frac{\alpha}{2}$ (۲)

$45^\circ - \frac{\alpha}{4}$ (۱)

$\frac{\alpha}{2} - 45^\circ$ (۴)

$\alpha - 45^\circ$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳



$$\left. \begin{array}{l} \overline{AN} = \overline{AM} \\ \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ \\ \overline{AB} = \overline{AD} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وتر و یک ضلع}} \triangle \hat{A}BN \cong \triangle \hat{A}DM \xrightarrow{\text{برابری اجزای متناظر}} \hat{BAN} = \hat{DAN} = x$$

$$\overline{AN} = \overline{AM} \Rightarrow \triangle \hat{A}MN \text{ متساوی الساقین است} \Rightarrow \hat{ANM} = \hat{AMN} = \alpha \Rightarrow \hat{NAM} = 180^\circ - 2\alpha$$

$$\hat{BAD} = x + (180^\circ - 2\alpha) + x = 90^\circ$$

همچنین $ABCD$ مربع است، پس:

$$2x = 90^\circ - 180^\circ + 2\alpha \Rightarrow x = \frac{2\alpha - 90^\circ}{2} = \alpha - 45^\circ$$

۱۹۶. مثلث $\hat{A}BC$ مفروض است. چند مثلث متمایز $\hat{D}EF$ می‌توان یافت به طوری که $\hat{D} = \hat{A}$ ، $\hat{F} = \hat{C}$ و $\overline{EF} = \overline{BC}$ ولی دو مثلث $\hat{D}EF$ و $\hat{A}BC$ هم‌نهشت نباشند؟

بی‌شمار (۴)

۲ (۳)

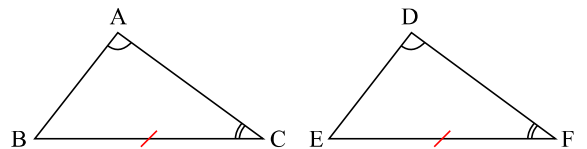
۱ (۲)

صفر (۱)

پاسخ: گزینه ۱ فرض کنید دو مثلث ABC و DEF شرایط سؤال را داشته باشند یعنی $\hat{A} = \hat{D}$ ، $\hat{C} = \hat{F}$ و $\overline{BC} = \overline{EF}$ در نتیجه داریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = 180^\circ - (\hat{A} + \hat{C}) \\ \hat{E} = 180^\circ - (\hat{D} + \hat{F}) \end{array} \right\} \xrightarrow{\hat{A}=\hat{D}, \hat{C}=\hat{F}} \hat{B} = \hat{E}$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{E} \\ \overline{BC} = \overline{EF} \\ \hat{C} = \hat{F} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ضد)}} \triangle \hat{A}BC \cong \triangle \hat{D}EF$$



پس بنا به حالت دو زاویه و ضلع بین دو مثلث ABC و DEF هم‌نهشت‌اند و هیچ مثلثی را نمی‌توان یافت که با ABC هم‌نهشت نباشد.

۱۹۷. در مثلثی که $\hat{A} = 2\hat{B}$ و زاویه $\hat{C} = 30^\circ$ ، زاویه \hat{B} چند درجه است؟

۸۰ (۴)

۷۵ (۳)

۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ می‌دانیم در هر مثلث مجموع ۳ زاویه برابر 180° است.

$$\left. \begin{aligned} \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{C} = 30^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{A} + \hat{B} = 150^\circ \left. \begin{aligned} \hat{A} = 2\hat{B} \\ \Rightarrow 3\hat{B} = 150^\circ \Rightarrow \hat{B} = 50^\circ \end{aligned} \right\}$$

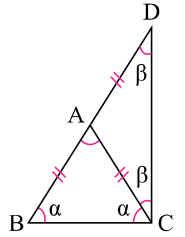
۱۹۸. یک ساق مثلث متساوی الساقین را از طرف رأس مثلث به اندازه خودش ادامه می‌دهیم، نقطه حاصل و قاعده مثلث چه نوع مثلثی تشکیل می‌دهد؟

- ۱ قائم‌الزاویه ۲ قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین ۳ متساوی‌الساقین ۴ منفرجه‌الزاویه

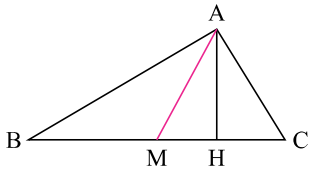
پاسخ: گزینه ۱ با توجه به شکل در مثلث جدید (DBC) : $AC = AD \Rightarrow \hat{ADC} = \hat{ACD} = \beta$

بنابراین مثلث قائم‌الزاویه خواهد بود.

$$a + \beta + (a + \beta) = 180^\circ \Rightarrow a + \beta = 90^\circ$$



۱۹۹. در مثلث قائم‌الزاویه ABC ، $(\angle A = 90^\circ)$ و ارتفاع AH و AM میانه و زاویه $\angle B = 30^\circ$ است. کدام گزینه درست است؟



$$MH = \frac{AN}{4} = \frac{AB}{4} \quad (2)$$

$$MH = MH = \frac{BC}{4} \quad (1)$$

$$MH = \frac{AM}{2} = \frac{BC}{4} \quad (4)$$

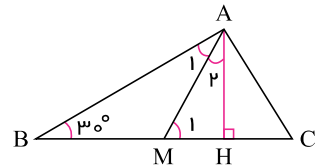
$$MH = \frac{MC}{2} = \frac{AC}{4} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴ می‌دانیم در هر مثلث قائم‌الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است و ضلع مقابل به زاویه 30° نیز نصف وتر است.

$$AM = \frac{BC}{2} = BM \Rightarrow \hat{ABM} \text{ متساوی‌الساقین است} \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B} = 30^\circ$$

$$\hat{M}_1 \text{ زاویه خارجی} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{B} = 60^\circ \Rightarrow \hat{A}_2 = 90^\circ - \hat{M}_1 = 30^\circ$$

$$\hat{AHM} : \left. \begin{aligned} \hat{H} = 90^\circ \\ \hat{A}_2 = 30^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow MH = \frac{AM}{2} = \frac{BC}{4}$$

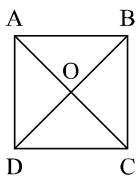
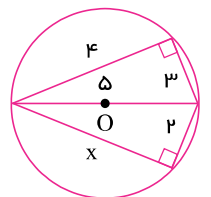


۲۰۰. در دایره‌ای به قطر ۵ واحد یک چهار ضلعی محاط شده است. اگر طول سه ضلع متوالی آن ۴ و ۳ و ۲ واحد باشد، طول چهارم آن کدام است؟

- ۱ $\sqrt{23}$ ۲ $\sqrt{22}$ ۳ $\sqrt{21}$ ۴ $\sqrt{20}$

پاسخ: گزینه ۳ می‌دانیم عددی ۳ و ۴ و ۵ اضلاع مثلث قائم‌الزاویه می‌باشند. پس چهار ضلعی به دو مثلث قائم‌الزاویه تقسیم شده است. پس:

$$5^2 = 2^2 + x^2 \Rightarrow 25 - 4 = x^2 \Rightarrow 21 = x^2 \Rightarrow \sqrt{21} = x$$



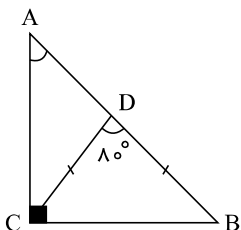
۲۰۱. در مربع $ABCD$ می‌خواهیم ثابت کنیم قطرهای آن یکدیگر را نصف می‌کنند، کدام گزینه جزء فرض مسئله نیست؟

- ۱ $\hat{DAC} = \hat{ACB}$ ۲ $AD = BC$
۳ $\hat{ADB} = \hat{DBC}$ ۴ $\hat{ADC} = \hat{BCD}$

پاسخ: گزینه ۴ برای اثبات این مسئله باید هم‌نهمی دو مثلث AOD و BOC اثبات شود. $\hat{ADC} = \hat{BCD}$ جزء فرض‌های مسئله نیست.

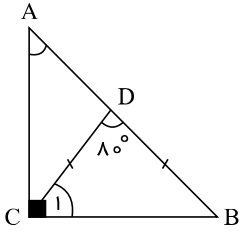
۲۰۲. در مثلث قائم‌الزاویه ABC اگر مثلث CDB متساوی‌الساقین باشد، زاویه A چند درجه است؟

- ۱ 40° ۲ 30°
۳ 50° ۴ 20°



پاسخ: گزینه ۱

از آنجا که مثلث CDB متساوی الساقین است، با توجه به شکل داریم:

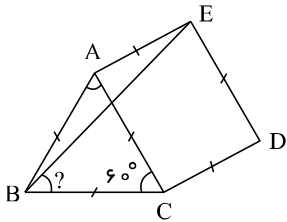


$$\hat{B} = \hat{C}_1 = \frac{180^\circ - 80^\circ}{2} = 50^\circ$$

$$\hat{A} = 90^\circ - 50^\circ = 40^\circ$$

در مثلث قائم الزاویه ABC داریم:

۲۰۳. در شکل زیر مثلث متساوی الاضلاع ABC ، در ضلع AC با مربع مشترک است. زاویه خواسته شده چند درجه است؟



۱) ۴۵

۲) ۳۵

۳) ۵۰

۴) ۸۰

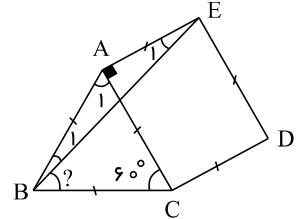
$$\triangle ABC \text{ متساوی الاضلاع} \rightarrow \hat{C} = \hat{A}_1 = 60^\circ = \hat{B}$$

$$\hat{A}_1 + \hat{A}_2 = 60^\circ + 90^\circ = 150^\circ$$

$$180^\circ - 150^\circ = 30^\circ \rightarrow \hat{B}_1 = \hat{E}_1 = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

$$\hat{B} = \hat{B}_1 + \hat{B}_2 \rightarrow 60^\circ = \hat{B}_2 + 15^\circ \rightarrow \hat{B}_2 = 45^\circ$$

پاسخ: گزینه ۱



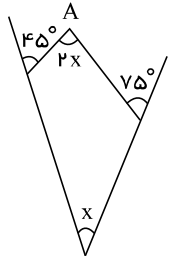
۲۰۴. در شکل زیر زاویه A چند درجه است؟

۱) ۶۰

۳) ۴۰

۲) ۱۲۰

۴) ۸۰



$$2x + x + (180^\circ - 45^\circ) + (180^\circ - 75^\circ) = 360^\circ$$

$$3x - 45^\circ - 75^\circ = 0$$

$$3x = 120^\circ$$

$$x = 40^\circ \rightarrow \hat{A} = 2x = 80^\circ$$

پاسخ: گزینه ۴ مجموع زوایای یک چهارضلعی، ۳۶۰ درجه است. داریم:

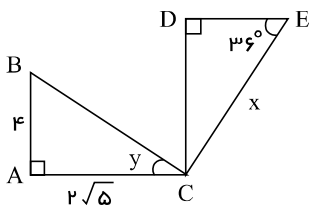
۲۰۵. در شکل زیر مثلث DEC دوران یافته مثلث ABC است. مقدار $\frac{y}{x}$ چقدر است؟

۲) ۲

۴) ۶

۱) ۱

۳) ۹



پاسخ: گزینه ۳ از آنجا که با دوران اندازه های یک شکل تغییر نمی کند، دو مثلث هم نهشت اند و اضلاع و زوایای متناظرشان با یکدیگر برابر است.

$$(2\sqrt{5})^2 + 4^2 = 20 + 16 = 36 \rightarrow x = \sqrt{36} = 6$$

$$\hat{B} = \hat{E} = 36^\circ \rightarrow y = 90^\circ - 36^\circ = 54^\circ \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{54}{6} = 9$$

۲۰۶. دو مثلث $\triangle ABC$ و $\triangle DEF$ متشابه‌اند. محیط مثلث $\triangle ABC$ ، ۱۰ واحد و $\frac{2}{3}$ محیط مثلث دیگر است. اگر ۲ و ۳ اندازه دو ضلع مثلث $\triangle ABC$ باشند،

کدام گزینه اندازه اضلاع مثلث $\triangle DEF$ را نشان می‌دهد؟

۳ و ۷ و ۵ (۴)

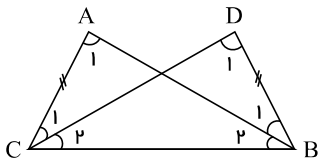
$\frac{3}{2}$ و ۹ و $\frac{15}{2}$ (۳)

۳ و $\frac{15}{2}$ و $\frac{9}{2}$ (۲)

۳ و ۹ و ۱۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ اندازه دو ضلع مثلث $\triangle ABC$ ، ۲ و ۳ و محیط آن ۱۰ واحد است، پس اندازه ضلع سوم ۵ واحد است. حال با نسبت تشابه دو مثلث داریم:

$$\frac{2}{3} = \frac{10}{P_{\triangle DEF}} = \frac{2}{a} = \frac{3}{b} = \frac{5}{c} \rightarrow a = 3, b = \frac{9}{2}, c = \frac{15}{2}$$



۲۰۷. در شکل زیر زاویه \hat{B} و \hat{C} با یکدیگر برابرند. با توجه به شکل نسبت \hat{D}_1 به \hat{A}_1 برابر است با نسبت:

\hat{B}_2 به \hat{C}_2 (۲)

\hat{B}_2 به \hat{D}_1 (۱)

\hat{B}_2 به \hat{C}_2 (۴)

\hat{C}_1 به \hat{A}_1 (۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$\left. \begin{array}{l} AC = DB \text{ شکل } \\ CB \text{ مشترک} \\ \hat{B} = \hat{C} \text{ صورت سوال} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{قضیه}} \triangle DBC \cong \triangle ACB$$

اجزاء متناظر:

$$\left\{ \begin{array}{l} \hat{C}_2 = \hat{B}_2 \xrightarrow{\hat{C}=\hat{B}} \hat{C}_1 = \hat{B}_1 \\ \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \\ CD = AB \end{array} \right.$$

و از آنجایی که \hat{D}_1 و \hat{A}_1 برابرند و نسبتشان یک است با گزینه آخر که \hat{B}_2 و \hat{C}_2 نیز برابرند، متناسب است.

۲۰۸. مزرعه‌ای به شکل مستطیل و به ابعاد ۳۰ در ۵۰ متر است. اگر مقیاس نقشه ۱ به ۴۰۰ باشد، محیط این مزرعه در نقشه چند سانتی‌متر است؟

۴۰۰ (۴)

۴۰ (۳)

۴ (۲)

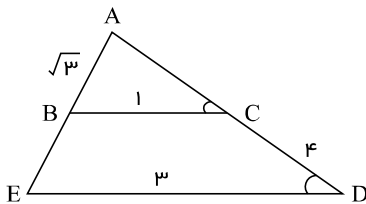
۰٫۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ محیط مزرعه برابر است با:

$$(50 + 30) \times 2 = 80 \times 2 = 160m$$

$$160 \times 100 = 16000cm$$

$$\text{مقیاس} = \frac{\square}{16000} = \frac{1}{400} \rightarrow \square = 40cm$$



۲۰۹. در شکل زیر زاویه \hat{C} و \hat{D} نشان داده شده با یکدیگر برابرند. محیط مثلث $\triangle ADE$ چند واحد است؟

$12\sqrt{3}$ (۲)

$9 + \sqrt{3}$ (۱)

$3\sqrt{3}(\sqrt{3} + 1)$ (۴)

$3\sqrt{3}(2 + \sqrt{3})$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{C} = \hat{D} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{دو}} \triangle ADE, \triangle ABC \rightarrow \frac{AB}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{BC}{DE}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{AE} = \frac{AC}{AD} = \frac{1}{3} \rightarrow AE = 3\sqrt{3}$$

$$\frac{AC}{AD} = \frac{1}{3} \rightarrow AD = 3AC \rightarrow CD = 2AC \rightarrow 4 = 2AC \rightarrow AC = 2 \rightarrow AD = 6$$

$$P_{\triangle AED} = AE + ED + AD = 3\sqrt{3} + 3 + 6 = 3\sqrt{3}(1 + \sqrt{3})$$

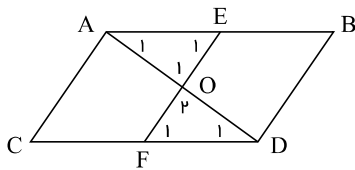
۲۱۰. نسبت تشابه مثلث ABC به اضلاع ۶ و a و b به مثلث DEF به اضلاع ۶ و ۱۰ و ۱۴، کوچک تر از یک است. بیش ترین عددی که می توان به عنوان نسبت مساحت مثلث ABC به مساحت مثلث DEF در نظر گرفت کدام است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{9}{15}$ ۳) $\frac{9}{49}$ ۴) $\frac{9}{25}$

پاسخ: گزینه ۴ از آن جاکه نسبت تشابه دو مثلث عدد ۱ نیست پس ضلع به واحد ۶ در مثلث ABC با ضلع ۶ واحدی مثلث دیگر متناسب نیست، پس ۶ با a متناسب است یا با b . در دو حالت نسبت مساحت ها را محاسبه می کنیم.

$$\left. \begin{array}{l} 1) \frac{a}{6} = \frac{b}{10} = \frac{6}{14} \rightarrow \frac{6}{14} = \frac{3}{7} \rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = \frac{9}{49} \\ 2) \frac{a}{14} = \frac{b}{6} = \frac{6}{10} \rightarrow \frac{6}{10} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{S_{ABC}}{S_{DEF}} = \frac{9}{25} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{9}{25} > \frac{9}{49}$$

۲۱۱. در شکل زیر $ABCD$ یک متوازی الاضلاع است و نقاط E و F وسط اضلاع متوازی الاضلاع رسم شده اند. در اثبات هم نهشتی دو مثلث داخل متوازی الاضلاع کدام یک از موارد زیر را نمی توان به عنوان فرض اثبات به کار برد؟



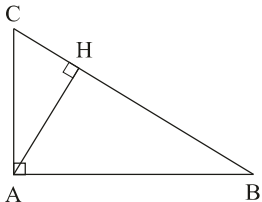
- ۱) $\hat{A}_1 = \hat{D}_1$
 ۲) $DF = AE$
 ۳) $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$
 ۴) $E_1 = F_1$

پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} AB \parallel CD, \text{ مورب } AD \rightarrow \hat{A}_1 = \hat{D}_1 \\ AB \parallel CD, \text{ مورب } EF \rightarrow \hat{E}_1 = \hat{F}_1 \\ FD = AE \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ضد)}} \text{ دو مثلث هم نهشت اند.}$$

و $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$ در اجزاء متناظر نتیجه می شود.

۲۱۲. در شکل مقابل AH ارتفاع مثلث قائم الزاویهی ABC می باشد. اگر $AH = 12 \text{ cm}$ و $AB = 20 \text{ cm}$ باشند. اندازه ی ضلع AC کدام است؟



- ۱) ۱۳ ۲) ۱۶
 ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

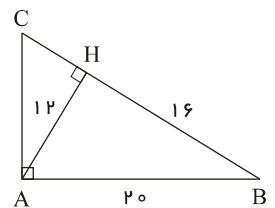
پاسخ: گزینه ۴

$$BH^2 = 20^2 - 12^2 \rightarrow BH^2 = 400 - 144 = 256 \rightarrow BH = \sqrt{256} = 16$$

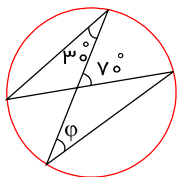
$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \\ \hat{H} = \hat{A} = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{}} \triangle AHB \sim \triangle ABC$$

$$\frac{AH}{CA} = \frac{AB}{CB} = \frac{HB}{AB} \rightarrow \frac{12}{CA} = \frac{20}{CB} = \frac{16}{20}$$

$$\frac{12}{CA} = \frac{16}{20} \rightarrow AC = \frac{12 \times 20}{16} = \frac{240}{16} = 15$$



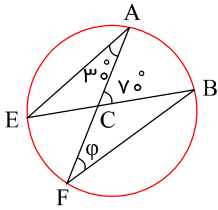
۲۱۳. در شکل، مقدار زاویهی φ کدام است؟



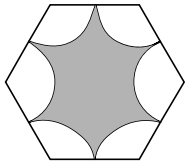
- ۱) ۳۰ ۲) ۳۵
 ۳) ۴۰ ۴) ۴۵

پاسخ: گزینه ۳ زاویهی ACB زاویهی خارجی مثلث ACE است پس برابر است با $\angle A + \angle E$ و در نتیجه: $\angle E = 70 - 30 = 40$

زاویه های E و F هر دو محاطی روبه‌رو به یک کمان هستند پس مساوی‌اند و در نتیجه $\varphi = 40^\circ$



۲۱۴. در شکل زیر محیط شش ضلعی منتظم ۳۶ است. هر رأس مرکز یک دایره و شعاع هر یک از دایره‌ها نصف طول شش ضلعی است. محیط شکل هاشور خورده کدام است؟



۱۲π (۲)

۱۵π (۱)

۶π (۴)

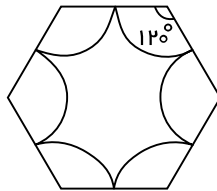
۱۳π (۳)

پاسخ: گزینه ۲ ابتدا اندازه یک زاویه شش ضلعی منتظم را به دست می‌آوریم.

$$\frac{180^\circ(6-2)}{6} = \frac{180^\circ \times 4}{6} = 120^\circ$$

اگر این قطاع‌های دایره‌ای را پیش هم بگذاریم:

$$\frac{6 \times 120^\circ}{360^\circ} = 2$$



به اندازه ۲ دایره کامل خواهد بود.

پس کافی است، محیط یک دایره را به دست آورده و در ۲ ضرب کنیم.

اندازه ضلع شش ضلعی $36 \div 6 = 6$

شعاع دایره $6 \div 2 = 3$

محیط دایره $2\pi r = 6\pi$

محیط دو دایره 12π

۲۱۵. نسبت تشابه دو لوزی، $\frac{2}{5}$ و طول قطرهای لوزی کوچکتر ۱۰ و $\sqrt{200}$ می‌باشد نسبت مساحت لوزی بزرگتر به محیط آن چقدر است؟

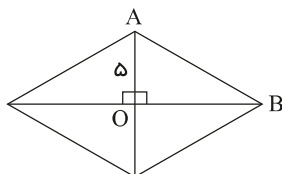
$\frac{25\sqrt{6}}{24}$ (۴)

$\frac{200\sqrt{3}}{3}$ (۳)

$\frac{25\sqrt{6}}{12}$ (۲)

$\frac{100\sqrt{3}}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲



$$AB^2 = OA^2 + OB^2 \Rightarrow AB = \sqrt{75} = 5\sqrt{3}$$

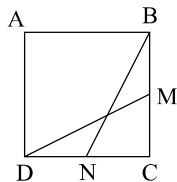
نسبت اضلاع و قطرهای همان نسبت تشابه است. پس اندازه‌ی اضلاع و قطرهای لوزی بزرگ را به دست می‌آوریم

$$\frac{2}{5} = \frac{\sqrt{200}}{AB} \Rightarrow \text{قطر بزرگ} = \frac{5 \times \sqrt{200}}{2} = 25\sqrt{2}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{10}{AB} \Rightarrow \text{قطر کوچک} = \frac{5 \times 10}{2} = 25, \quad \frac{2}{5} = \frac{5\sqrt{3}}{AB} \Rightarrow \frac{25\sqrt{3}}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{مساحت لوزی} &= \frac{25\sqrt{2} \times 25}{2} = \frac{625\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \frac{\text{مساحت لوزی}}{\text{محیط لوزی}} = \frac{25\sqrt{6}}{12} \\ \text{محیط لوزی} &= 4 \times \frac{25\sqrt{3}}{2} = 50\sqrt{3} \end{aligned}$$

۲۱۶. در شکل زیر چهارضلعی $ABCD$ مربع و $\overline{DM} = \overline{BN}$ است. اگر $\widehat{CBN} = 25^\circ$ باشد، آنگاه زاویه \widehat{DMN} چند درجه است؟



۱) ۴۰ درجه

۲) ۳۰ درجه

۳) ۲۵ درجه

۴) ۲۰ درجه

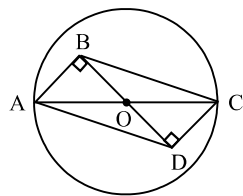
پاسخ: گزینه ۴ دو مثلث DMC و BNC هم‌نهشت‌اند.

$$\left. \begin{array}{l} \overline{BC} = \overline{DC} \text{ ضلع مربع} \\ \overline{BN} = \overline{DM} \text{ فرض} \\ \widehat{C} = 90^\circ \text{ زاویه مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{(ض د)}} \triangle BNC \cong \triangle DCM \rightarrow \widehat{CBN} = \widehat{MDC} = 25^\circ$$

$$MC = NC \Rightarrow \triangle MNC \text{ متساوی الساقین} \Rightarrow \widehat{CMN} = 45^\circ$$

$$\widehat{MDC} = 25^\circ, \widehat{C} = 90^\circ \Rightarrow \widehat{DMC} = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$$

$$\rightarrow \widehat{DMN} = \widehat{DMC} - \widehat{CMN} = 65^\circ - 45^\circ = 20^\circ$$



۲۱۷. دلیل هم‌نهشتی دو مثلث ABD و BCD در شکل مقابل کدام است؟ (O مرکز دایره است.)

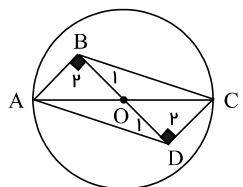
۱) وتر و یک ضلع

۲) (ض ز)

۳) وتر و یک زاویه

۴) همه گزینه‌ها

پاسخ: گزینه ۴



$$\left. \begin{array}{l} AO = OC = \text{شعاع دایره} \\ \widehat{O}_1 = \widehat{O}_2 \text{ متقابل به رأس} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AOB \cong \triangle COD \Rightarrow BO = OD$$

وتر و زاویه تند

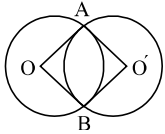
$$\left. \begin{array}{l} BO = OD \\ AO = OC \end{array} \right\} \Rightarrow \text{متوازی الاضلاع است } ABCD$$

$$\Rightarrow \left. \begin{array}{l} \widehat{B}_1 = \widehat{D}_1 \\ \widehat{B}_2 = \widehat{D}_2 \\ BD = BD \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle BDC \text{ (ض ز)}$$

$$\left. \begin{array}{l} AB = DC \\ \widehat{A} = \widehat{C} \\ AD = BC \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle BDC \text{ (ض ض ض)}$$

دو گزینه دیگر هم به راحتی قابل بررسی است. لذا هر چهار گزینه صحیح می‌باشد.

۲۱۸. در شکل زیر دو دایره به مرکزهای O و O' یکدیگر را در نقاط A و B قطع می‌کنند. در این صورت چند تا از گزینه‌های زیر، درست است؟



(a) چهارضلعی $OAO'B$ لوزی است.

(b) خط OO' عمودمنصف پاره‌خط AB است.

(c) OO' نیمساز زاویه‌های O و O' است.

(d) AB نیمساز زاویه‌های A و B است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

ممکن است دو دایره شعاع برابر نداشته باشند، چون در صورت سؤال اطلاعی در مورد شعاع دایره داده نشده است. باتوجه به شکل به بررسی عبارت‌ها می‌پردازیم.

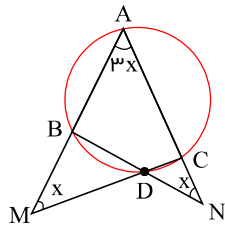
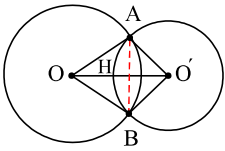
(a) نادرست؛ ممکن است شعاع‌ها برابر نباشد.

(b) درست؛ باتوجه به هم‌نهشتی دو مثلث AOH و BHO (ض ز ض) می‌توان نشان داد که OO' عمودمنصف AB است.

(c) درست؛ از هم‌نهشتی دو مثلث AOO' و OBO' ثابت می‌شود.

(d) نادرست؛ در صورت مساوی نبودن شعاع، AB نیمساز \hat{A} و \hat{B} نیست.

۲۱۹. در شکل مقابل \hat{x} چند درجه است؟



۲۵ (۲)

۲۲٫۵ (۱)

۴۰ (۴)

۲۷٫۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۱ چهارضلعی $ABDC$ محاطی است. پس \hat{BDC} برابر $180^\circ - 3x$ و $180^\circ - 3x$ که مکمل آن است برابر با:

$$180^\circ - (180^\circ - 3x) = 3x$$

باتوجه به این‌که \hat{CDN} و \hat{BDM} متقابل به رأس اند پس CDN نیز برابر $3x$ است.

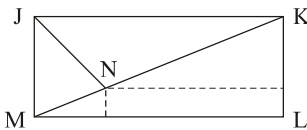
همان‌طور در مثلث \hat{CDN} مشخص است زاویه‌ی DCA زاویه‌ی خارجی می‌باشد و اندازه‌ی آن برابر است با مجموع زوایای x و \hat{CDN} . پس زاویه‌ی \hat{DCA} برابر با $4x$ است.

به همین ترتیب زاویه‌ی \hat{ABD} نیز برابر $4x$ می‌باشد چون در چهارضلعی محاطی $ABCD$ مجموع \hat{ABD} و \hat{DCA} برابر 180° پس داریم:

$$4x + 4x = 180^\circ \quad x = \frac{45^\circ}{2} = 22,5^\circ$$

۲۲۰. در مستطیل $JKLM$ ، نیمساز زاویه‌ی KJM قطر KM را در نقطه‌ی N همانند شکل قطع می‌کند. فاصله‌ی نقطه‌ی N از ضلع LM برابر است با

۱ و فاصله‌اش از ضلع KL برابر است با ۸. طول ضلع LM کدام است؟



۱۱ - $\sqrt{2}$ (۲)

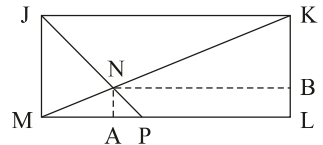
۸ + $2\sqrt{2}$ (۱)

۸ + $3\sqrt{2}$ (۴)

۱۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۱ JN را امتداد می‌دهیم تا ML را در P قطع کند. مثلث‌های JMP و NAP متساوی‌الساقین هستند؛ پس:

$$\begin{aligned} MA &= MP - AP = JM - AN \\ &= KL - BL = KB \end{aligned}$$



مثلث‌های MAN و NBK هم‌متشابه‌اند؛ پس $\frac{MA}{AN} = \frac{BN}{BK}$

در نتیجه $MA^2 = 1 \times 8 = 8$ ، پس:

$$ML = MA + AL = \sqrt{8} + \sqrt{8} = 2\sqrt{2}$$

۲۲۱. در مربعی به ضلع ۴ واحد، فاصله‌ی وسط یک ضلع از قطر مربع کدام است؟

$\sqrt{3}$ (۴)

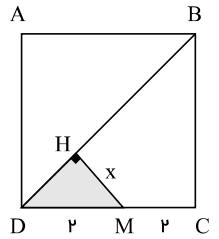
$\sqrt{2}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

۱ (۱)

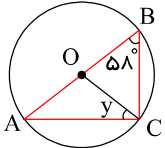
پاسخ: گزینه ۳ مثلث HMD قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است، پس داریم:

$$DH^2 + HM^2 = DM^2 \rightarrow x^2 + x^2 = 2^2 = 4 \rightarrow x^2 = 2 \rightarrow x = \sqrt{2}$$



۲۲۲. مثلث‌های AOC و COB در داخل دایره‌ای به مرکز O رسم شده‌اند. خط AOB هم خطی مستقیم است. در صورتیکه $\widehat{OBC} = 58^\circ$ باشد،

اندازه‌ی \widehat{OCA} برابر است با:



۶۰° (۲)

۵۸° (۱)

۳۲° (۴)

۶۴° (۳)

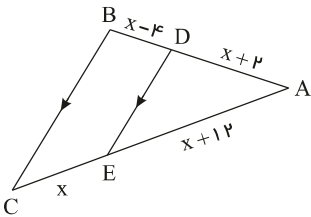
پاسخ: گزینه ۴

$$\widehat{OBC} = \widehat{OCB} = 58^\circ \Rightarrow \widehat{BOC} = 180 - 2 \times 58 = 64^\circ$$

$$\widehat{COA} = 180 - 64 = 116^\circ$$

$$\widehat{OAC} = \widehat{OCA} = y \Rightarrow \widehat{AOC} = 180 - 2y = 116^\circ$$

$$180 - 2y = 116 \Rightarrow 2y = 64 \Rightarrow y = 32$$



۲۲۳. در شکل روبه‌رو $DE \parallel BC$ باتوجه به اندازه‌های مشخص شده روی شکل، x چه عددی است؟

۲۴ (۱)

۸ (۲)

۴٫۸ (۳)

۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۲

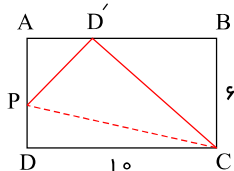
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \rightarrow \frac{x-4}{x+2} = \frac{x}{x+12} \rightarrow x(x+2) = (x-4)(x+12)$$

$$x^2 + 2x = x^2 + 12x - 4x - 48 \rightarrow 2x - 12x + 4x = -48$$

$$-6x = -48 \rightarrow x = \frac{-48}{-6} = 8$$

۲۲۴. مستطیل $ABCD$ از روی خط CP طوری تا شده که نقطه‌ی D روی AB می‌افتد و نقطه‌ی D' را به وجود می‌آورد. اگر $BC = 6\text{cm}$ و

$CD = 10\text{cm}$ باشد، طول DP را به دست آورید.



۳ (۲)

$\frac{10}{3}$ (۱)

$\sqrt{13}$ (۴)

$\frac{8}{3}$ (۳)

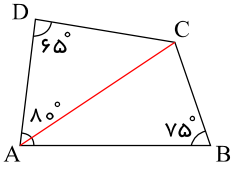
پاسخ: گزینه ۱ چون مستطیل $ABCD$ از روی خط CP تا شده است، در نتیجه دو مثلث DPC و $D'PC$ هم‌نهشت‌اند.

$$\triangle BD'C : BD'^2 = 10^2 - 6^2 \Rightarrow BD' = 8 \Rightarrow AD' = 10 - 8 = 2$$

$$\triangle AD'P : PD'^2 = (6 - PD)^2 + 2^2 \xrightarrow{PD=PD'} PD^2 = 36 + PD^2 - 12PD + 4$$

$$\Rightarrow 12PD = 40 \Rightarrow PD = \frac{40}{12} = \frac{10}{3}$$

۲۲۵. در چهارضلعی محدب $ABCD$ ، $AB = AC$ ، $\angle ABC = 75^\circ$ ، $\angle BAD = 80^\circ$ ، $\angle ADC = 65^\circ$ اندازه‌ی زاویه‌ی BDC کدام است؟



۱۵ (۲)

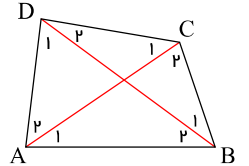
۱۰ (۱)

۳۰ (۴)

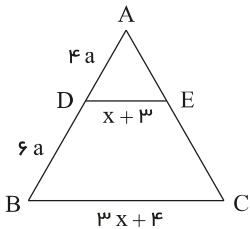
۲۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$\begin{aligned} \widehat{B} = 75^\circ &\Rightarrow \widehat{C}_r = 75^\circ \\ \Rightarrow \widehat{A}_1 = 30^\circ &\Rightarrow \widehat{A}_r = 50^\circ \\ \Rightarrow \widehat{C}_1 = 180 - (50 + 65) &= 65^\circ \\ \Rightarrow \widehat{C}_1 = \widehat{D} &\Rightarrow AC = AD \\ &\Rightarrow AD = AB \\ \Rightarrow \widehat{D}_1 = \widehat{B}_r = \frac{180 - 80}{2} &= 50^\circ \\ &\Rightarrow \widehat{D}_r = 15^\circ \end{aligned}$$



۲۲۶. در مثلث ABC ، DE موازی BC است. اندازه‌ی DE کدام است؟



۷ (۲)

۴ (۱)

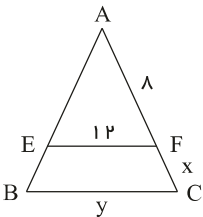
۲۵ (۴)

۱۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

$$\begin{aligned} \frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} &\rightarrow \frac{4a}{10a} = \frac{x+3}{3x+4} \rightarrow \frac{4}{10} = \frac{x+3}{3x+4} \\ \rightarrow 4(3x+4) = 10(x+3) &\rightarrow 12x+16 = 10x+30 \\ \rightarrow 12x-10x = 30-16 &\rightarrow x=7 \end{aligned}$$

$$DE = x + 3 = 7 + 3 = 10$$



۲۲۷. در شکل مقابل $EF \parallel BC$ و $\frac{AE}{EB} = \frac{5}{2}$ مقدار x و y کدام است؟

$\begin{cases} x=3,2 \\ y=30 \end{cases}$ (۲)

$\begin{cases} x=3,2 \\ y=16,8 \end{cases}$ (۱)

$\begin{cases} x=5,7 \\ y=16,8 \end{cases}$ (۴)

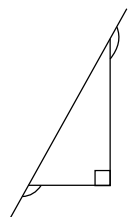
$\begin{cases} x=4,8 \\ y=30 \end{cases}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

$$\text{طبق تشابه دو مثلث } AEF \text{ و } ABC: \frac{AE}{EB} = \frac{AF}{FC} \rightarrow \frac{5}{2} = \frac{8}{x} \rightarrow x = \frac{2 \times 8}{5} = \frac{16}{5} = 3,2$$

$$\text{طبق تشابه دو مثلث } AEF \text{ و } ABC: \frac{AE}{AB} = \frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} \rightarrow \frac{5}{7} = \frac{12}{y} \rightarrow y = \frac{7 \times 12}{5} = \frac{84}{5} = 16,8$$

۲۲۸. حاصل جمع دو زاویه‌ی علامت خورده چه قدر است؟



۱۸۰ (۲)

۱۵۰ (۱)

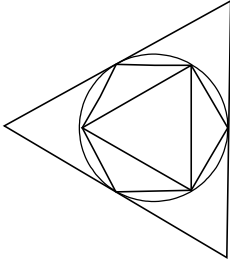
۳۲۰ (۴)

۲۷۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۳ از دو زاویه‌ی نیم صفحه در مجموع یک زاویه‌ی قائمه کم شده است. پس:

$$(180 + 180) - 90 = 270^\circ$$

۲۲۹. در شکل زیر، یک مثلث متساوی‌الاضلاع و یک شش ضلعی منتظم در دایره‌ای محاط شده و خود دایره در یک مثلث متساوی‌الاضلاع محاط شده است. مساحت مثلث بزرگ S_1 است. مساحت مثلث کوچک S_2 است و مساحت شش ضلعی S_3 است. کدام رابطه درست است؟



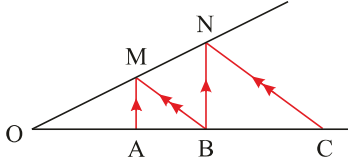
$$S_3 = \frac{S_1 + S_2}{2} \quad (۲) \quad S_2 = \sqrt{S_1 \cdot S_3} \quad (۱)$$

$$S_3 = \sqrt{S_1^2 + S_2^2} \quad (۴) \quad S_1 = S_2 + S_3 \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۱ توجه کنید که $S_3 = 2S_2$ و $S_1 = 4S_2$

$$\rightarrow \sqrt{S_1 S_3} = \sqrt{4S_2^2} = 2S_2 = S_3$$

۲۳۰. در شکل زیر $OA = 3$ و $AC = 9$ می‌باشد. اندازه‌ی OB کدام است؟ $(AM \parallel BN, BM \parallel CN)$

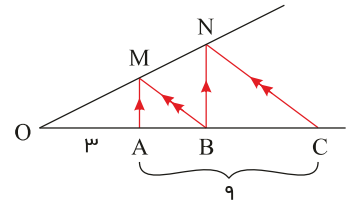


- ۴ (۱) ۶ (۲) ۸ (۳) ۹ (۴)

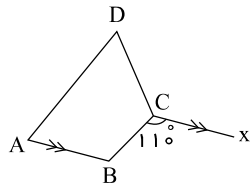
پاسخ: گزینه ۲ قضیه‌ی تالس را برای دو خط موازی می‌نویسیم

$$\left. \begin{array}{l} CN \parallel BM \Rightarrow \frac{OB}{OC} = \frac{OM}{ON} \\ AM \parallel BN \Rightarrow \frac{OA}{OB} = \frac{OM}{ON} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{OB}{OC} = \frac{OA}{OB} \Rightarrow \frac{OB}{12} = \frac{3}{OB}$$

$$\Rightarrow (OB)^2 = 36 \Rightarrow OB = 6$$



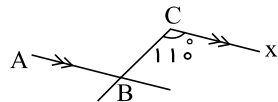
۲۳۱. چهارضلعی $ABCD$ دوزنقه متساوی‌الساقین است. اندازه‌ی زاویه‌ی D کدام است؟



- ۷۰ (۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۴) ۵۰ (۳)

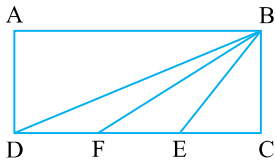
پاسخ: گزینه ۱

AB و CX طبق فرض سوال موازیند.



زاویه‌های B و C هم به دلیل مورب بودن BC برابرند بنابراین B نیز 110° است زاویه‌ی A و B مکمل‌اند پس A برابر 70° است و چون دوزنقه متساوی‌الساقین است، پس $\widehat{D} = \widehat{A} = 70^\circ$

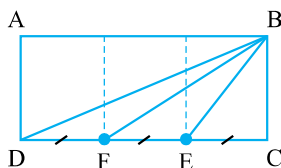
۲۳۲. در مستطیل مقابل، $AB = 3AD$ می‌باشد، نقاط E و F طول مستطیل را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده‌اند. کدام گزینه صحیح است؟



$$\triangle BED \sim \triangle BFD \quad (۲) \quad \triangle BEC \sim \triangle BDA \quad (۱)$$

$$\triangle BEF \sim \triangle BFD \quad (۴) \quad \triangle BED \sim \triangle BFE \quad (۳)$$

پاسخ: گزینه ۳ این سؤال خیلی جالبه، شکل سؤال رو می‌گم. شکل دقیق‌تر چنین است:



هر ضلع مربع کوچک را ۱ فرض می‌کنیم:

پس در مثلث BEF :

$$FE = 1, BE = \sqrt{2}$$

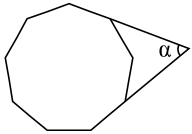
و در مثلث BDE :

$$DE = 2, EB = \sqrt{2}$$

پس:

$$\frac{FE}{EB} = \frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{BE}{DE} = \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2} \times \sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

در نتیجه نسبت‌ها برابر است و از طرفی زاویه BEF در هر دو مشترک است؛ پس BDE مشابه مثلث FEB است. یادآوری: اگر یک زاویه از مثلثی با یک زاویه از مثلث دیگر با هم برابر باشد و اضلاع این زاویه‌ها با هم متناسب باشد، هر دو متشابه‌اند.



۲۳۳. در شکل زیر یک ۹ ضلعی منتظم نمایش داده شده است. اندازه‌ی زاویه‌ی α چه قدر است؟

۵۰° (۲)

۴۵° (۱)

۶۰° (۴)

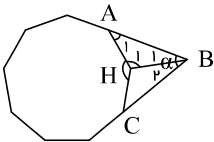
۵۵° (۳)

پاسخ: گزینه ۴ مجموع زاویه‌های خارجی یک n ضلعی 360° است. بنابراین $A_1 = \frac{360^\circ}{9} = 40^\circ$ از سوی دیگر اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی ۹ ضلعی برابر

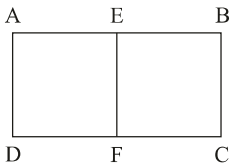
$$\frac{(9-2) \times 180}{9} = 140^\circ \text{ است.}$$

خط BH نیمساز زاویه‌ی ABC است و زاویه‌های \widehat{B}_1 و \widehat{B}_2 برابرند. از طرف دیگر زاویه‌ی \widehat{H}_1 برابر است با: $\frac{360^\circ - 140^\circ}{2} = 110^\circ$ در نتیجه،

$$\widehat{\alpha} = 2\widehat{B}_1 = 60^\circ \text{ و } \widehat{B}_1 = 180^\circ - 40^\circ - 110^\circ = 30^\circ$$



۲۳۴. در مستطیل $ABCD$ نقاط E و F وسط دو طول مستطیل هستند. اگر چهارضلعی $Aefd$ با $ABCD$ متشابه باشد، آن گاه AB چند برابر BC می‌باشد؟



$\sqrt{2}$ (۲)

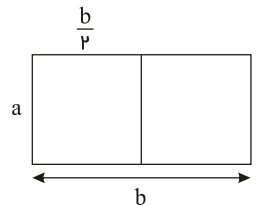
۲ (۱)

۳ (۴)

۱٫۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{a}{b} = \frac{\frac{b}{2}}{a} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} a^2 = \frac{b^2}{2} \rightarrow b^2 = 2a^2 \rightarrow b = \sqrt{2}a$$



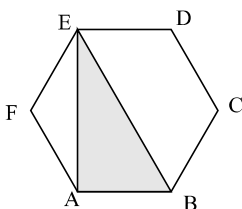
۲۳۵. شش ضلعی $ABCDEF$ منتظم و مساحت AEB برابر $3\sqrt{3}$ می‌باشد. اندازه‌ی \overline{AE} برابر با چند است؟

$4\sqrt{3}$ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)

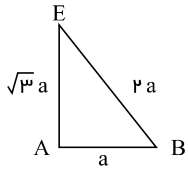
۸ (۴)

$8\sqrt{3}$ (۳)



پاسخ: گزینه ۳ باتوجه به این‌که اندازه‌ی هر زاویه داخلی ۶ ضلعی برابر 120° است و اگر هر ضلع ۶ ضلعی را a در نظر بگیریم:

$$x = \frac{\sqrt{3}}{2}a \text{ (} x \text{ نصف } AE \text{ است) پس } AE \text{ برابر با } \sqrt{3}a \text{ می‌شود بنابراین مثلث } AEB \text{ را با اندازه‌های زیر در نظر می‌گیریم.}$$



مساحت $\triangle AEB$ برابر است با: $S_{\triangle AEB} = \frac{AE \times AB}{2} = \frac{\sqrt{3}a^2}{2}$

$$32\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}}{2}a^2 \Rightarrow a^2 = 2 \times 32 = 64 \rightarrow a = 8$$

$$AE = \sqrt{3} \times 8 = 8\sqrt{3}$$

۲۳۶. چهارضلعی می تواند حداکثر چهار زاویه ی قائمه داشته باشد هشت ضلعی محدب حداکثر چند زاویه ی قائمه می تواند داشته باشد؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ توجه کنید که $90^\circ - 36^\circ = 54^\circ$ پس چرخیدن به اندازه 54° در جهت ساعتگرد معادل است با چرخیدن به اندازه 90° در جهت پادساعتگرد هر زاویه ی خارجی میزان چرخش در جهت پادساعتگرد است و چون این مجموع باید 360° شود، پاسخ عدد ۳ است. پس یک هشت ضلعی محدب حداکثر ۳ ضلع قائمه داخلی می تواند داشته باشد.

۲۳۷. در یک مثلث متساوی الساقین به اضلاع $\sqrt{3}$ و $\sqrt{3}$ و $\sqrt{2}$ ، نسبت ارتفاع وارد بر قاعده به ساق مثلث کدام است؟

$\frac{\sqrt{30}}{5}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{\sqrt{30}}{6}$ (۲)

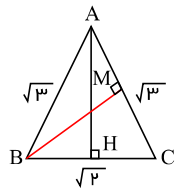
$\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ ارتفاع وارد بر قاعده را رسم می کنیم و همان طور که می دانیم، ارتفاع وارد بر قاعده، میانه نیز است.

حال رابطه فیثاغورس را برای مثلث AHC می نویسیم:

$$AH^2 + HC^2 = AC^2 \Rightarrow AH^2 + \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 = (\sqrt{3})^2$$

$$\Rightarrow AH^2 + \frac{2}{4} = 3 \Rightarrow AH^2 = \frac{5}{2} \Rightarrow AH = \sqrt{\frac{5}{2}}$$



حال نسبت ارتفاع وارد بر قاعده را بر ساق به دست می آوریم:

$$\frac{AH}{AC} = \frac{\sqrt{\frac{5}{2}}}{\sqrt{3}} = \sqrt{\frac{5}{2}} \times \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}}$$

حال معرج عبارت به دست آمده را گویا می کنیم:

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{30}}{6}$$

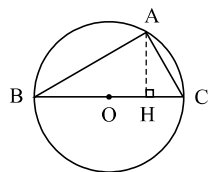
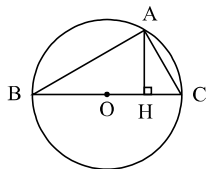
۲۳۸. باتوجه به شکل زیر اندازه AH کدام است؟ ($OB = 5$ و $AC = 2\sqrt{5}$ و O مرکز دایره است.)

۳ (۲)

۲ (۱)

۵ (۴)

۴ (۳)



پاسخ: گزینه ۳

زاویه A زاویه ای محاطی و روبه رو به نصف دایره است، پس $\hat{A} = 90^\circ$ مثلث ABC قائم الزاویه است، با توجه به قضیه فیثاغورس داریم:

$$AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow AB^2 + (2\sqrt{5})^2 = 10^2$$

$$\Rightarrow AB^2 + 20 = 100$$

$$\Rightarrow AB^2 = 80$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

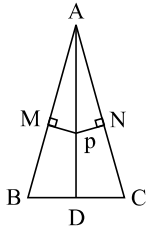
حال با استفاده از اضلاع AC و AB مساحت مثلث ABC را به دست می آوریم:

$$S_{ABC} = \frac{AB \times AC}{2} = \frac{4\sqrt{5} \times 2\sqrt{5}}{2} = 20$$

همچنین مساحت مثلث ABC را می توان با قاعده BC و ارتفاع AH نیز محاسبه کرد:

$$S_{ABC} = \frac{BC \times AH}{2} = 20 \Rightarrow BC \times AH = 40$$

$$\Rightarrow 10 \times AH = 40 \Rightarrow AH = 4$$



۲۳۹. کدام یک از گزینه های زیر، برای هم نهشتی دو مثلث AMP و ANP در شکل مقابل کافی است؟

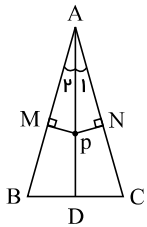
۱) مثلث ABC ، متساوی الساقین است. ($AB = AC$)

۲) میانه وارد بر ضلع BC است.

۳) نقاط M و N وسط اضلاع AB و AC هستند.

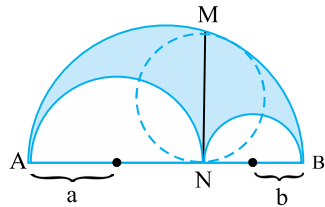
۴) نقطه P روی نیمساز زاویه A قرار دارد.

پاسخ: گزینه ۴ دو مثلث AMP و ANP قائم الزاویه هستند که دارای وتر مشترک هستند، حال اگر P روی نیمساز زاویه A قرار داشته باشد، در این صورت، این دو مثلث بنابر حالت وتر و یک زاویه تند با هم هم نهشت می شوند. پس دو زاویه \hat{A}_1 و \hat{A}_2 با هم برابرند و نقطه P روی نیمساز زاویه \hat{A} قرار دارد.



۲۴۰. در شکل روبه رو، مرکز هر سه نیم دایره روی AB است و MN مماس بر دو دایره است. مساحت بخش هاشور زده را S_1 و مساحت دایره به قطر

MN را S_2 می نامیم. کدام رابطه درست است؟



$$S_1 = \frac{1}{4} S_2 \quad \text{۲)}$$

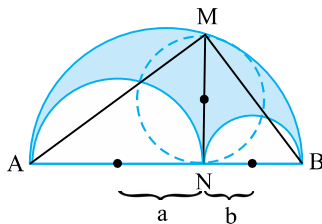
$$S_1 = S_2 \quad \text{۱)}$$

$$S_1 = \frac{5}{4} S_2 \quad \text{۴)}$$

$$S_1 = \frac{3}{4} S_2 \quad \text{۳)}$$

پاسخ: گزینه ۱

مساحت هر کدام را جداگانه به دست می آوریم (بر حسب a و b):



شعاع نیم دایره بزرگ

$$R = a + b$$

ابتدا مساحت قسمت هاشورخورده :

$$S_1 = (\pi R^2 - (\pi a^2 + \pi b^2)) \div 2$$

$$= \frac{1}{2} \pi [(a+b)^2 - a^2 - b^2] = \frac{\pi}{2} [2ab] = \pi ab$$

$$S_1 = \pi ab$$

برای S_1 ، ابتدا M را به A و B وصل می‌کنیم، مثلث قائم‌الزاویه‌ای پدید می‌آید (M روبه‌رو به AB قطر نیم‌دایره است).

و MN ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه است.

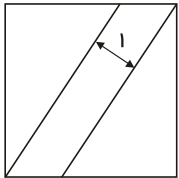
پس:

$$MN^2 = AN \times NB = 2a \times 2b = 4ab$$

$$S_r = \pi r^2 = \pi \left(\frac{MN}{2}\right)^2 = \pi \times \frac{MN^2}{4} = \pi \times \frac{4ab}{4}$$

$$S_r = \pi ab \Rightarrow S_1 = S_r$$

۲۴۱. با رسم دو خط موازی به فاصله‌ی یک سانتی‌متر از هم، مربع مقابل به سه قسمت با مساحت‌های مساوی تقسیم می‌شود. مساحت مربع کدام است؟



۱۳ (۲)

۱۲ (۱)

۱۵ (۴)

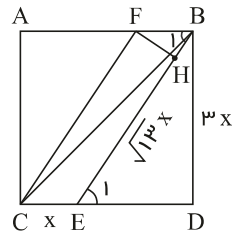
۱۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$S_{BED} = 2S_{BCE} \xrightarrow[\text{ارتفاع هر دو مثلث}]{\text{را } BD \text{ می‌گیریم}} \frac{EC \times BD}{2} = 2 \times \frac{DE \times BD}{2} \rightarrow ED = 2CE$$

$$BE^2 = (2x)^2 + (3x)^2 \rightarrow BE^2 = 4x^2 + 9x^2 = 13x^2 \rightarrow BE = \sqrt{13}x$$

$$\left. \begin{matrix} \hat{B}_1 = \hat{E}_1 \\ \hat{H} = \hat{D} \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{دو زاویه}} \triangle FBH \approx \triangle BDE$$



$$\frac{FB}{BE} = \frac{FH}{BC} \rightarrow \frac{x}{\sqrt{13}x} = \frac{1}{3x} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{13}} = \frac{1}{3x} \rightarrow 3x = \sqrt{13} \rightarrow x = \frac{\sqrt{13}}{3}$$

$$\text{طول ضلع مربع} = 3x = 3 \times \frac{\sqrt{13}}{3} = \sqrt{13} \rightarrow \text{ضلع مربع} = \sqrt{13}$$

$$S = (\text{یک ضلع})^2 = (\sqrt{13})^2 = 13$$

۲۴۲. در شکل روبه‌رو طول پاره‌خط AC چقدر است؟ ($BC = 12$)

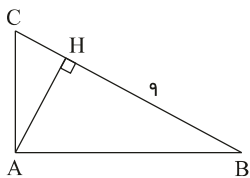
۳۶ (۲)

۳ (۱)

۶ (۴)

۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۴



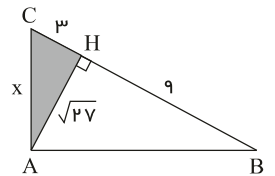
$$AH^2 = CH \cdot HB$$

$$AH^2 = 3 \times 9 = 27 \Rightarrow AH = \sqrt{27}$$

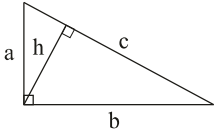
از طرفی AC وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ی ACH می‌باشد. پس طبق رابطه‌ی فیثاغورس داریم:

$$AC^2 = CH^2 + AH^2$$

$$AC^2 = 3^2 + (\sqrt{27})^2 = 9 + 27 = 36 \rightarrow AC = \sqrt{36} = 6$$



۲۴۳. در مثلث قائم‌الزاویه‌ای اندازه‌ی ارتفاع وارد بر وتر 12 cm است. اگر محیط این مثلث 60 cm باشد، اندازه‌ی وتر این مثلث چند سانتی‌متر است؟



۱۳ (۲)

۱۰ (۱)

۲۵ (۴)

۱۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ نکته: چون مثلث قائم‌الزاویه است، داریم:

$$a \times b = h \times c \Rightarrow a \times b = 12c$$

$$c^2 = a^2 + b^2 \text{ طبق فیثاغورس داریم:}$$

$$\text{طبق فرض مسئله محیط } 60 \text{ است} \Rightarrow a + b + c = 60 \rightarrow a + b = 60 - c$$

$$\text{طرفین را به توان ۲ می‌رسانیم} \rightarrow a^2 + b^2 + 2ab = 60^2 + c^2 - 120c$$

$$\text{طبق نکته} \Rightarrow \cancel{a^2} + 2ab = 60^2 + \cancel{b^2} - 120c \rightarrow 24c = -120c + 3600$$

$$\rightarrow 24c + 120c = 3600 \rightarrow 144c = 3600 \rightarrow c = \frac{3600}{144} = 25$$

۲۴۴. دو وتر عمود بر هم در یک دایره یکدیگر را قطع کرده‌اند. اگر طول دو قسمت جدا شده روی وتر عمودی ۴ و ۱۲ و دو قسمت جدا شده روی وتر

افقی ۶ و ۸ باشد، اندازه‌ی قطر دایره کدام است؟

$\frac{\sqrt{65}}{2}$ (۴)

$2\sqrt{65}$ (۳)

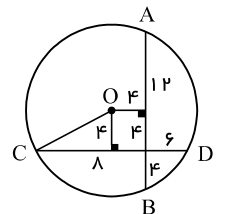
$\sqrt{65}$ (۲)

$4\sqrt{65}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳

$$(4 + 12) \div 2 = 16 \div 2 = 8$$

$$(8 + 6) \div 2 = 14 \div 2 = 7$$

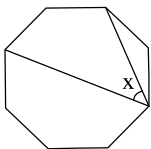


$$OC^2 = 7^2 + 4^2 \rightarrow OC^2 = 49 + 16 = 65 \rightarrow OC^2 = 65 \rightarrow OC = \sqrt{65} \text{ شعاع}$$

$$\text{قطر } \sqrt{65} \times 2 = 2\sqrt{65}$$

نکته: از مرکز دایره یک عمود بر AB و یک عمود بر CD رسم می‌کنیم. این عمودها وترها را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کنند و به کمک رابطه‌ی فیثاغورس مثل بالا حل می‌کنیم.

۲۴۵. اندازه‌ی زاویه‌ی x در یک ۸ ضلعی منتظم برابر است با:



45° (۲)

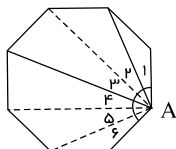
$67,5^\circ$ (۱)

70° (۴)

90° (۳)

پاسخ: گزینه ۲

در شکل روبه‌رو اندازه‌ی \hat{A} برابر است با اندازه‌ی زاویه‌ی داخلی ۸ ضلعی منتظم.



$$\hat{A} = \frac{(8 - 2) \times 180}{8} = 135^\circ$$

از آنجایی که شکل ۸ ضلعی منتظم است، داریم: $\hat{A}_1 = \hat{A}_2 = \hat{A}_3 = \hat{A}_4 = \hat{A}_5 = \hat{A}_6 = \hat{A}_7 = \hat{A}_8 = \frac{135}{6}$

$$x = A_r + A_r = 2 \times \frac{135}{6} = \frac{135}{3} = 45^\circ$$

۲۴۶. مثلث ABC که در آن $\hat{A} = 30^\circ$ و $\hat{B} = 60^\circ$ و $S = 20\sqrt{3}$ (مساحت مثلث) با مثلث $A'B'C'$ که در آن ضلع بزرگتر برابر با $\sqrt{10}$ می‌باشد، متشابه است. نسبت تشابه این دو مثلث چقدر است؟

۱) ۸

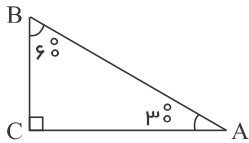
۲) ۴

۳) $\sqrt{2}$

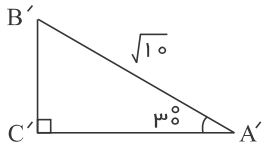
۴) ۲

پاسخ: گزینه ۳

مثلث ABC قائم‌الزاویه است.



برای مثلث $A'B'C'$ ضلع بزرگتر یعنی وتر، پس:



باتوجه به اینکه ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف وتر است، پس $B'C' = \frac{\sqrt{10}}{2}$ ، حال از رابطه فیثاغورس ضلع $A'C'$ را به دست می‌آوریم.

$$A'C'^2 + B'C'^2 = A'B'^2$$

$$\Rightarrow A'C'^2 + \left(\frac{\sqrt{10}}{2}\right)^2 = (\sqrt{10})^2$$

$$\Rightarrow A'C'^2 + \frac{10}{4} = 10$$

$$\Rightarrow A'C'^2 = 10 - \frac{10}{4} = \frac{30}{4}$$

$$\Rightarrow A'C' = \frac{\sqrt{30}}{2}$$

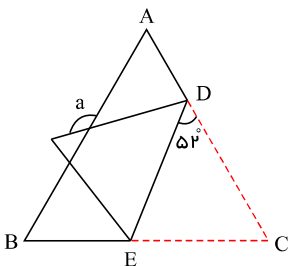
حال مساحت مثلث $A'B'C'$ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{A'C' \times B'C'}{2} = \frac{\frac{\sqrt{30}}{2} \times \frac{\sqrt{10}}{2}}{2} = \frac{\sqrt{300}}{4} = \frac{\sqrt{3000}}{8} = \frac{10\sqrt{3}}{8} = \frac{5\sqrt{3}}{4}$$

حال اگر از نسبت مساحت‌های این مثلث دو مثلث جذر بگیریم، نسبت تشابه دو مثلث به دست می‌آید.

$$\frac{S_{ABC}}{S_{A'B'C'}} = \frac{20\sqrt{3}}{\frac{5\sqrt{3}}{4}} = 20\sqrt{3} \times \frac{4}{5\sqrt{3}} = 16 \Rightarrow \text{نسبت تشابه} = \sqrt{16} = 4$$

۲۴۷. مثلث متساوی‌الاضلاع ABC را همانند شکل روبه‌رو نسبت به پاره خط DE تا زده‌ایم. مقدار a برابر کدام گزینه است؟ ($\hat{EDC} = 52^\circ$)



۱) 104°

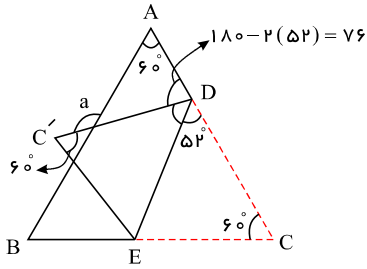
۲) 106°

۳) 136°

۴) 156°

پاسخ: گزینه ۳

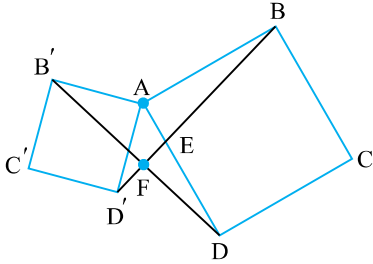
دو مثلث CDE و $C'DE$ هم نهشت هستند و با توجه به زاویه‌های روی شکل داریم:



طبق زاویه خارجی داریم:

$$a = 60 + 76 = 136$$

۲۴۸. در شکل روبه‌رو، $ABCD$ و $AB'C'D'$ مربع‌اند. زاویه DFD' چند درجه است؟



۱) ۸۰

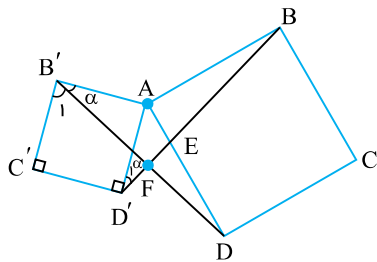
۲) ۸۷

۳) ۹۰

۴) ۱۰۰

پاسخ: گزینه ۳

دو مثلث $AB'D$ و $AD'F$ بنا بر ۲ ضلع و زاویه بین، هم‌نهشتند؛ پس $\triangle AB'D \cong \triangle AD'F$



پس در ۴ ضلعی $B'C'D'F$ مجموع ۳ زاویه C' و B'_1 و $FD'C'$ برابر با ۳ تا 90° است؛ زیرا همان‌قدر که از B' کم شده است به D' اضافه شده است؛ یعنی

$$\hat{C}' + \hat{B}'_1 + \hat{C}'D'F = 90^\circ + 90^\circ - \alpha + 90^\circ + \alpha = 270^\circ - \alpha + \alpha = 270^\circ$$

و چون در هر ۴ ضلعی مجموع زوایا 360° است؛ پس زاویه F برابر است با:

$$360^\circ - 270^\circ = 90^\circ$$

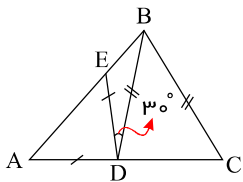
۲۴۹. در شکل مقابل $BC = BD$ و $AB = AC$ و $DE = AD$. اگر $\hat{EDB} = 30^\circ$ باشد، آن‌گاه \hat{BAC} برابر است با:

۱) 32°

۲) 24°

۳) 40°

۴) 48°



پاسخ: گزینه ۴

$$AD = DE \Rightarrow \hat{EAD} = \hat{DEA} = y$$

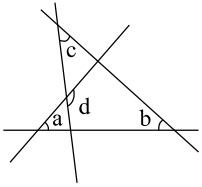
$$AB = AC \Rightarrow \hat{ABC} = \hat{ACB} = x$$

$$BC = BD \Rightarrow \hat{BDC} = \hat{DCB} = x$$

$$ADE \text{ در مثلث } \hat{x} + 30^\circ = y + y \Rightarrow x + 30^\circ = 2y \Rightarrow x = 2y - 30^\circ \quad (1)$$

$$\triangle ABC : y + x + x = 180 \Rightarrow y + 2x = 180 \xrightarrow{(1)} y + 2(2y - 30^\circ) = 180$$

$$\Rightarrow 5y - 60^\circ = 180 \Rightarrow y = \frac{240^\circ}{5} = 48$$



۲۵۰. در شکل، $a = 55^\circ$ ، $b = 40^\circ$ و $c = 35^\circ$. مقدار d کدام است؟

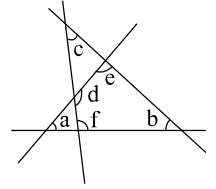
۱۲۰° (۲)

۱۰۵° (۱)

۱۳۰° (۴)

۱۲۵° (۳)

پاسخ: گزینه ۴

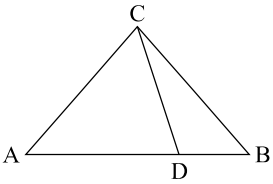


$$f + b + c = 180 \rightarrow f = 105$$

$$e + a + b = 180 \rightarrow e = 85$$

$$e + f + b + d = 360 \rightarrow d = 130$$

۲۵۱. مثلث متساوی الساقین ABC (که در آن $BC = AC$) و نقطه‌ی D روی AB داده شده است و $AD = AC$ و $DB = DC$. اندازه‌ی زاویه‌ی ACB چند است؟



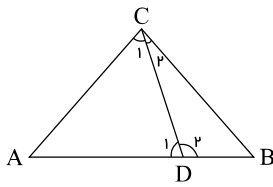
۱۰۰° (۲)

۹۸° (۱)

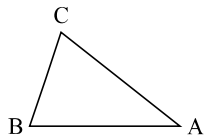
۱۰۸° (۴)

۱۰۴° (۳)

پاسخ: گزینه ۴ از متساوی الساقین بودن مثلث‌های ACD و DBC نتیجه می‌شود که زاویه‌های A و B و C_1 مساوی‌اند، زاویه‌ی D_1 زاویه‌ی خارجی مثلث DBC است و در نتیجه $\hat{D}_1 = \hat{B} + \hat{C}_1$ و چون $\hat{C}_1 = \hat{D}_1$ باید $\hat{C} = 3\hat{A}$ باشد. به این ترتیب، باید $5\hat{A} = 180^\circ$ که نتیجه می‌دهد $A = 36^\circ$ و $\hat{C} = 108^\circ$



۲۵۲. در مثلث متساوی الساقین ABC ، می‌دانیم $\angle BAC > 60^\circ$ و $AB = AC = 5$ طول محیط این مثلث عددی صحیح است. چند مثلث از این نوع وجود دارد؟



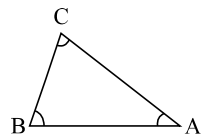
۲ (۲)

۱ (۱)

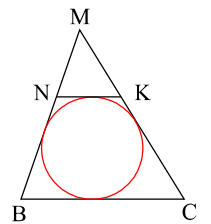
۴ (۴)

۳ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ اگر $\angle BAC$ برابر 60° بود، $BC = 5$ می‌شد. اما $\angle BAC$ از 60° درجه بزرگتر است، پس $BC > 5$. BC می‌تواند ۶، ۷، ۸ یا ۹ باشد و در همه‌ی این حالت‌ها از مجموع دو ضلع دیگر کوچکتر است.



۲۵۳. در شکل مقابل $NK \parallel BC$ می‌باشد، اگر محیط مثلث MNK برابر ۱۰ و محیط مثلث MBC برابر ۱۸ باشد، اندازه‌ی ضلع BC چیست؟



۸ (۲)

۱۴ (۱)

۲ (۴)

۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۳ نکته: از یک نقطه دو مماس بر دایره رسم می‌شود که طول این مماس‌ها برابر است.

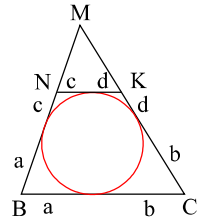
$$MN + MK + NK = 10 \rightarrow MN + NK + c + d = 10$$

$c+d$

$$\overbrace{MN + c + a}^{MB} + \overbrace{MK + d + b}^{MC} + \overbrace{a + b}^{BC} = 18$$

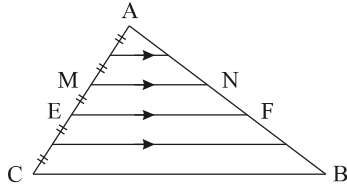
چونگاری $MN + MK + C + d = 10$

$$\rightarrow 10 + 2a + 2b = 18$$



$$2a + 2b = 18 - 10 = 8 \rightarrow 2(a + b) = 8 \rightarrow a + b = \frac{8}{2} = 4 \rightarrow BC = 4$$

۲۵۴. در شکل مقابل اضلاع AB و AC هر کدام به ۵ قسمت مساوی تقسیم شده‌اند. اگر $BC = 6\text{cm}$ باشد، مجموع اندازه‌ی پاره‌خط‌های MN و EF چه قدر است؟



- ۵ (۲)
۷,۶ (۴)

- ۱۳ (۱)
۶ (۳)

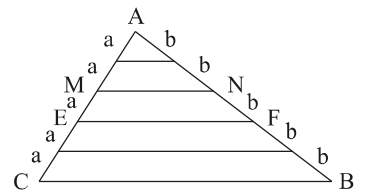
پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB} = \frac{MN}{CB} \rightarrow \frac{2}{5} = \frac{2}{5} = \frac{MN}{6}$$

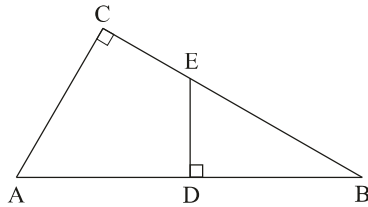
$$\rightarrow \frac{2}{5} = \frac{MN}{6} \rightarrow MN = \frac{2 \times 6}{5} = \frac{12}{5}$$

$$\frac{AE}{AC} = \frac{AF}{AB} = \frac{EF}{CB} \rightarrow \frac{3}{5} = \frac{EF}{6} \rightarrow EF = \frac{3 \times 6}{5} = \frac{18}{5}$$

$$\frac{12}{5} + \frac{18}{5} = \frac{30}{5} = 6$$



۲۵۵. در شکل زیر $\hat{C} = 90^\circ$, $AC = DB$, $AB \perp DE$, $AB = 20$ و $AC = 12$ است، مساحت $ADEC$ برابر است با:



- ۷۵ (۱)
۴۸ (۲)
۴۲ (۳)
۳۷ (۴)

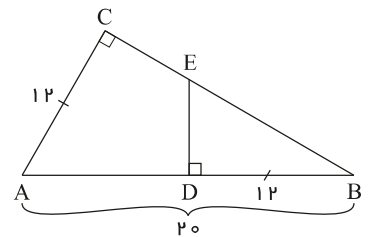
$$CB^2 = 20^2 - 12^2 \rightarrow CB^2 = 400 - 144 = 256 \rightarrow CB = \sqrt{256} = 16$$

$$\text{مساحت } ACB = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{قاعده}}{2} = \frac{CA \times CB}{2} = \frac{12 \times 16}{2} = 96$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{B} = \hat{B} \text{ مشترک} \\ \hat{C} = \hat{D} = 90^\circ \end{array} \right\} \rightarrow \triangle EDB \sim \triangle ACB$$

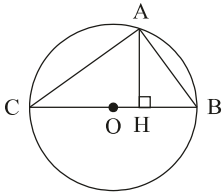
$$\frac{ED}{AC} = \frac{EB}{AB} = \frac{DB}{CB} \rightarrow \frac{ED}{12} = \frac{12}{16} \rightarrow ED = \frac{12 \times 12}{16} = 9$$

$$\text{مساحت مثلث } EDB = \frac{ED \times DB}{2} = \frac{9 \times 12}{2} = 54 \Rightarrow \text{مساحت } ADEC = 96 - 54 = 42$$



پاسخ: گزینه ۳

۲۵۶. در شکل زیر، O مرکز دایره است. اگر $AH = ۳$ و $BH = ۱$ باشد، طول وتر AC کدام است؟

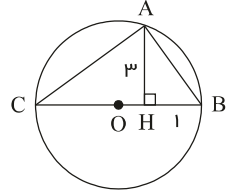


- ۱) ۹۰
۲) $\sqrt{۹۰}$
۳) ۱۲
۴) $\sqrt{۱۲}$

پاسخ: گزینه ۲ نکته: از تشابه مثلث‌ها نتیجه می‌شود:

$$AH^2 = BH \cdot HC$$

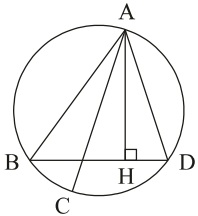
$$3^2 = 1 \times HC \Rightarrow HC = 9$$



سپس طبق فیثاغورس AC را به دست می‌آوریم:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow AC^2 = 3^2 + 9^2 = 9 + 81 = 90 \Rightarrow AC = \sqrt{90}$$

۲۵۷. در شکل زیر AC قطر دایره است اگر $AD = ۱۰$ ، $AH = ۸$ و $AB = ۱۲$ باشد، اندازه‌ی شعاع دایره کدام است؟



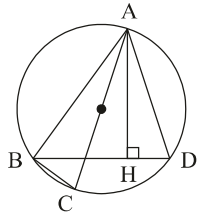
- ۱) ۶
۲) ۶٫۵
۳) ۷
۴) ۷٫۵

$$\left. \begin{matrix} \hat{H} = \hat{B} = 90^\circ \\ \hat{C} = \hat{D} \end{matrix} \right\} \rightarrow \triangle AHD \sim \triangle ABC$$

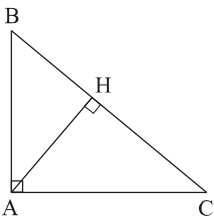
$$\frac{AD}{AC} = \frac{AH}{AB} = \frac{HD}{BC} \rightarrow \frac{10}{AC} = \frac{8}{12} \rightarrow AC = 15 \text{ قطر}$$

$$\text{شعاع} = 15 \div 2 = 7,5$$

پاسخ: گزینه ۴



۲۵۸. در شکل زیر AH ارتفاع وارد بر وتر مثلث قائم‌الزاویه‌ی ABC است. اگر $BH = ۴\text{cm}$ و $CH = ۹\text{cm}$ باشد، اندازه‌ی ارتفاع AH برابر است با:



- ۱) ۱۳cm
۲) ۳۶cm
۳) ۶cm
۴) $\sqrt{۱۳}\text{cm}$

پاسخ: گزینه ۳

حاصل ضرب دو قطعه ایجاد شده بر روی وتر = (ارتفاع وارد بر وتر)^۲

$$AH^2 = BH \times HC \rightarrow 4 \times 9 = 36 \rightarrow AH = \sqrt{36} = 6$$

۲۵۹. طول یک ضلع قائم مثلث قائم‌الزاویه‌ای را یک واحد افزایش و طول ضلع قائم دیگر را دو واحد کاهش می‌دهیم ولی می‌بینیم که طول وتر مثلث تغییری نمی‌کند. اگر قبل از تغییر، طول اولیه ضلع بزرگتر شده، ۱٫۵ برابر طول اولیه‌ی ضلع دیگر باشد، طول اولیه‌ی ضلع بزرگ شده چقدر بوده است؟

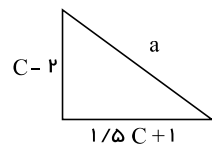
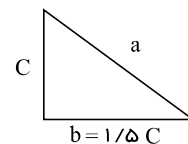
- ۱) ۵
۲) ۷٫۵
۳) ۳
۴) ۴٫۵

پاسخ: گزینه ۲

$$\text{رابطه‌ی ۱: } a^2 = c^2 + (1,5c)^2 \rightarrow a^2 = c^2 + 2,25c^2$$

$$a^2 = (1,5c + 1)^2 + (c - 2)^2$$

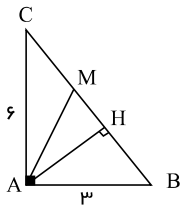
$$a^2 = 2,25c^2 + 1 + 3c + c^2 + 4 - 4c$$



به جای a^2 طبق رابطه‌ی (۱) $\rightarrow 3,25c^2 = 3,25c^2 - 1c + 5$

$3,25c^2 - 3,25c^2 + 1c = +5 \rightarrow +1c = +5 \rightarrow c = \frac{+5}{+1} = 5 \rightarrow c = 5$

$b = 1,5c \rightarrow b = 1,5 \times 5 = 7,5$



۲۶۰. در مثلث قائم‌الزاویه مقابل نسبت $\frac{MH}{AH}$ کدام است؟ (AH ارتفاع و AM میانه مثلث AHC است)

۱ (۲)

۳ (۱)

۱ (۴)

۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

$CB^2 = 6^2 + 3^2 \rightarrow CB^2 = 36 + 9 = 45 \rightarrow CB = \sqrt{45}$ یا $\sqrt{9 \times 5} = 3\sqrt{5}$

مساحت مثلث ABC = $\begin{cases} \frac{6 \times 3}{2} \\ \frac{\sqrt{45} \times AH}{2} \end{cases} \Rightarrow \frac{6 \times 3}{2} = \frac{\sqrt{45} \times AH}{2} \rightarrow 18 = \sqrt{45} \times AH$

$AH = \frac{18}{\sqrt{45}} \times \frac{\sqrt{45}}{\sqrt{45}} = \frac{18\sqrt{45}}{45} = \frac{18\sqrt{9 \times 5}}{45} = \frac{18 \times 3\sqrt{5}}{45} = \frac{54\sqrt{5}}{45} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

$HB^2 = 3^2 - \left(\frac{6\sqrt{5}}{5}\right)^2 \rightarrow HB^2 = \frac{9}{1} - \frac{36}{5} = \frac{45 - 36}{5} = \frac{9}{5} \rightarrow HB = \sqrt{\frac{9}{5}}$

$= \frac{3}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{3\sqrt{5}}{5}$

$CH = 2MH = CB - HB = \frac{3\sqrt{5}}{1} - \frac{3\sqrt{5}}{5} = \frac{15\sqrt{5} - 3\sqrt{5}}{5} = \frac{12\sqrt{5}}{5}$

$\rightarrow MH = \frac{12\sqrt{5}}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{6\sqrt{5}}{5}$

$\frac{MH}{AH} = \frac{\frac{6\sqrt{5}}{5}}{\frac{6\sqrt{5}}{5}} = 1$

۲۶۱. نزدیکی غروب، هنگامی که یک درخت ۸ متری سایه‌ای به طول ۱۵ متر بر زمین می‌اندازد سایه یک دکل برق ۳۳ متر طول دارد. ارتفاع دکل برق چند متر است؟ (روبوکاپ ۱۳۸۹)

۱۶,۸ (۴)

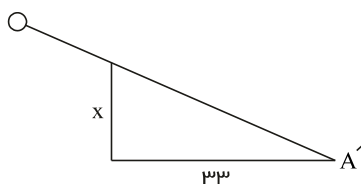
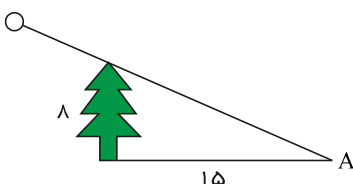
۱۷,۸ (۳)

۱۷,۶ (۲)

۱۶,۶ (۱)

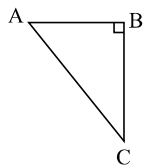
پاسخ: گزینه ۲

باتوجه به شکل، دو مثلث متشابه ساخته می‌شود. زیرا زاویه‌ی A برابر زاویه‌ی A' است.



$\frac{15}{33} = \frac{8}{x} \Rightarrow x = \frac{8 \times 33}{15} = 17,6$

۲۶۲. اگر شخصی بخواهد از نقطه A به نقطه B و سپس به نقطه C برود، به اندازه $\frac{BC}{۲}$ مسافت بیشتری طی می کند، نسبت به زمانی که مستقیماً از A به C برود. نسبت $\frac{AB}{BC}$ کدام است؟



$\frac{۴}{۵}$ (۴)

$\frac{۳}{۵}$ (۳)

$\frac{۴}{۳}$ (۲)

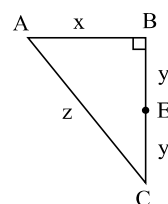
$\frac{۳}{۴}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

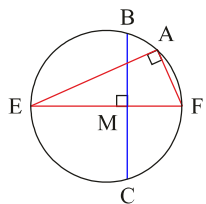
به توان ۲ $x + y = z \rightarrow x^2 + y^2 + 2xy = z^2$ }
 طبق فیثاغورس $z^2 = x^2 + (2y)^2 \rightarrow z^2 = x^2 + 4y^2$ }

طرفین تقسیم بر y $x^2 + y^2 + 2xy = x^2 + 4y^2 \rightarrow 2xy = 3y^2 \rightarrow 2x = 3y$

طرفین تقسیم بر y $\rightarrow \frac{x}{y} = \frac{۳}{۲} \rightarrow \frac{AB}{AC} = \frac{x}{2y} = \frac{۳}{۴}$



۲۶۳. در دایره‌ی مقابل وتر EF عمود منصف وتر BC است و آن را در M قطع می کند. بین M نقطه‌ی دلخواه D را در نظر می گیریم و ED را امتداد می دهیم تا دایره را در A قطع کند. در این صورت کدام گزینه نیز نادرست است؟



$\frac{EF}{EF} = \frac{ME}{AF}$ (۴)

$\hat{A}FE = \hat{M}DE$ (۳)

$\triangle EDM \sim \triangle EFA$ (۲)

$\hat{A} = 90^\circ$ (۱)

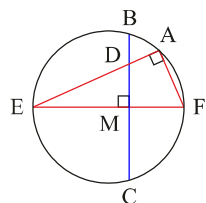
پاسخ: گزینه ۴

نکته ۱: هر خطی که عمود منصف وترى از دایره باشد از مرکز می گذرد.

نکته ۲: زاویه محاطی مقابل به قطر دایره قائمه است.

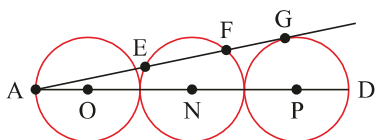
باتوجه به نکته‌ی بالا EF قطر دایره $\hat{A} = 90^\circ$ درجه می باشد و دو مثلث EMD و AEF به حالت دو زاویه $\hat{M} = \hat{A} = 90^\circ$ و مشترک $\hat{E} = \hat{E}$

متشابه هستند و تنها گزینه‌ی غلط گزینه‌ی ۴ است.



$\hat{E} = \hat{E}$ و مشترک $\hat{M} = \hat{A} = 90^\circ$

۲۶۴. در شکل مقابل نقطه‌های B و C بر پاره‌خط AD واقع اند و AB ، BC و DC به ترتیب قطرهای دایره‌ی مرکز O ، N ، P هستند شعاع هر دایره برابر با ۱۵ است. پاره‌خط AG بر دایره‌ی P مماس است و دایره‌ی N را در E و F قطع می کند طول وتر EF کدام است؟



۱۵٫۲ (۲)

۲۰ (۱)

۲۴ (۴)

۲۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۴

از N بر EF عمود رسم می کنیم و از آنجایی که شعاع عمود بر وتر آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می کند. داریم:

$EH = HF$

حال اندازه‌ی NH را به کمک قضیه تالس به دست می آوریم.

$\frac{NH}{GP} = \frac{AN}{AP} \Rightarrow \frac{NH}{15} = \frac{3 \times 15}{5 \times 15} \Rightarrow NH = 9$

حال بنابر قضیه فیثاغورث برای مثلث $\triangle NHF$

$$NF^2 = NH^2 + HF^2 \Rightarrow 15^2 = 9^2 + HF^2 \Rightarrow HF^2 = 225 - 81 = 144 \Rightarrow HF = 12$$

$$\Rightarrow EF = 2 \times 12 = 24$$

۲۶۵. قد علی ۱۸۰ سانتی متر است. او هر شب هنگام پیدار روی، از کنار چراغ‌های مخصوص روشنایی خیابان که بلندی آن ۴٫۵ متر است می‌گذرد، سایه‌ی علی هنگامی که به ۳ متری چراغ روشنایی می‌رسد چند متر است؟

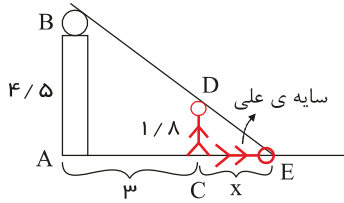
۲٫۲ (۴)

۲٫۱ (۳)

۱٫۸ (۲)

۲ (۱)

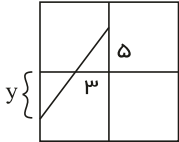
پاسخ: گزینه ۱



$$\frac{EC}{AE} = \frac{CD}{AB} \Rightarrow \frac{x}{3+x} = \frac{1.8}{4.5}$$

$$\Rightarrow 4.5x = 5.4 + 1.8x \Rightarrow 2.7x = 5.4 \Rightarrow x = 2$$

۲۶۶. در شکل مقابل ضلع مربع بزرگ ۱۴ است و از ۴ مربع کوچک تشکیل شده است. ذره‌ی y روی شکل کدام است؟



۲۰ (۴)

۳۴ (۳)

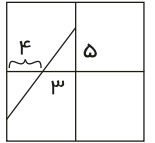
۶ (۲)

۵ (۱)

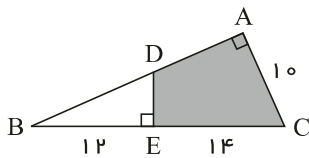
پاسخ: گزینه ۴ هر مثلث مشخص شده در شکل با هم بنا بر حالت دو زاویه با هم متشابه‌اند (یک زاویه 90° و یک زاویه مقابل به رأس)

$$\text{ضلع مربع کوچک } 14 \div 2 = 7$$

$$\Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow 3y = 20 \Rightarrow y = \frac{20}{3}$$



۲۶۷. در مثلث قائم‌الزاویه‌ی زیر مساحت قسمت رنگی کدام است؟



۱۳۰ (۲)

۳۰ (۱)

۷۰ (۴)

۹۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

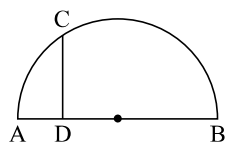
$$AB^2 = 26^2 - 10^2 \rightarrow AB^2 = 676 - 100 = 576 \rightarrow AB = \sqrt{576} = 24$$

$$\left. \begin{array}{l} \hat{E} = \hat{A} = 90^\circ \\ \hat{B} = \hat{B} \text{ مشترک} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ز}} \triangle BDE \approx \triangle BAC$$

$$\frac{BD}{BC} = \frac{DE}{AC} = \frac{BE}{BA} \rightarrow \frac{DE}{10} = \frac{12}{24} \rightarrow DE = \frac{10 \times 12}{24} = \frac{120}{24} = 5$$

$$S_{BDE} = \frac{12 \times 5}{2} = \frac{60}{2} = 30 \quad S_{BAC} = \frac{24 \times 10}{2} = \frac{240}{2} = 120 \quad 120 - 30 = 90$$

۲۶۸. در نیم‌دایره‌ی زیر CD بر قطر AB عمود است. اگر $AD = \sqrt{3}$ و $AB = 4\sqrt{3}$ باشند، اندازه‌ی کمان BC چند درجه است؟



۱۲۰ (۲)

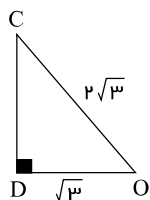
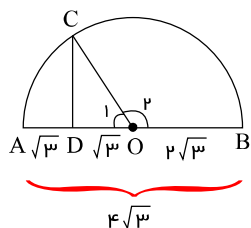
۱۱۰ (۱)

۱۵۰ (۴)

۱۴۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

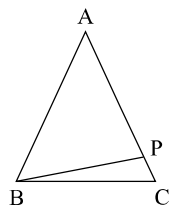
از آن جا که قطر دایره ۲ برابر OB (شعاع) است، پس هر شعاع این دایره $2\sqrt{3}$ می باشد.



نکته: در مثلث قائم الزاویه، ضلع روبه روی زاویه 30° درجه نصف وتر است.

باتوجه به نکته، در مثلث قائم الزاویه DOC زاویه C برابر با 30° درجه است.

در نتیجه: زاویه $\widehat{O_1} = 60^\circ$ و $\widehat{O_2} = 180 - 60 = 120^\circ$ درجه است و کمان BC روبه روی زاویه مرکزی $\widehat{O_2}$ است پس برابر با آن، یعنی 120° درجه است.
 ۲۶۹. در شکل، مثلث ABC متساوی الساقین است. $AB = AC$ ، $\angle BPC = 120^\circ$ و $\angle ABP = 50^\circ$ اندازه زاویه PBC کدام است؟



۱

۲

۳

۴

پاسخ: گزینه ۱ می توانیم بنویسیم:

$$\begin{cases} 50^\circ + \angle PBC = \angle B \\ 120^\circ + \angle PBC + \angle C = 180^\circ \end{cases}$$

با جمع کردن دو رابطه بالا نتیجه می شود:

$$2\angle PBC = 10^\circ$$

$$\angle PBC = 5^\circ$$

۲۷۰. مثلث ABC به ضلع های ۴ و ۶ و ۸ و مثلث DEF به ضلع های ۱ و ۳ و ۵ با هم متشابه هستند. مقدار $x + y$ (با $y < x$) کدام گزینه است؟

۱۴

۱۷

۲۳

۲۴

پاسخ: گزینه ۳ باتوجه به اینکه $y < x$ پس اضلاع مثلث DEF به صورت $1 < x - 1 < y - 2 < x + 3$ است، حال باتوجه به اضلاع متناظر دو مثلث، نسبت تشابه را می نویسیم:

$$\frac{x+3}{8} = \frac{x-1}{6} = \frac{y-2}{4}$$

$$(1) \Rightarrow 6(x+3) = 8(x-1) \Rightarrow 6x+18 = 8x-8$$

$$\Rightarrow -2x = -26 \Rightarrow x = 13$$

حال با جایگذاری $x = 13$ استفاده از رابطه (۲) داریم:

$$\frac{x-1}{6} = \frac{y-2}{4} \Rightarrow \frac{13-1}{6} = \frac{y-2}{4} \Rightarrow \frac{12}{6} = \frac{y-2}{4}$$

$$\Rightarrow 2 = \frac{y-2}{4} \Rightarrow y-2 = 8 \Rightarrow y = 10 \Rightarrow x+y = 10 + 13 = 23$$

۲۷۱. از نقطه M خارج از دایره، دو مماس MA و MB را بر دایره رسم کرده ایم. مثلث متساوی الاضلاعی به مساحت $12\sqrt{3}$ سانتی متر مربع است. طول کمان \widehat{AB} چند سانتی متر است؟ ($\pi = 3$)

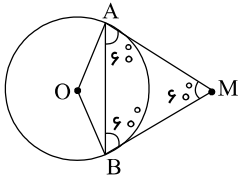
۸

۱۰

۱۲

۱۰

پاسخ: گزینه ۲ چون مثلث MAB متساوی الاضلاع است، پس هر کدام از زاویه‌های آن برابر 60° است.



نکته: زاویه ظلی، زاویه‌ای در دایره است که یک ضلع آن مماس بر دایره و ضلع دیگر محیط دایره را قطع کند. زاویه ظلی برابر نصف کمان روبه‌رو است.

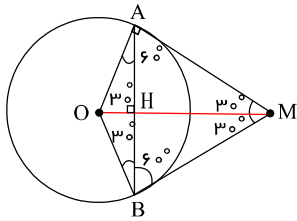
زاویه \hat{A} یک زاویه ظلی است، پس $\hat{AB} = 120^\circ$

باتوجه به اینکه مساحت هر مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a برابر $\frac{a^2\sqrt{3}}{4}$ است، پس:

$$a^2 \frac{\sqrt{3}}{4} = 12\sqrt{3} \Rightarrow \frac{a^2}{4} = 12 \Rightarrow a^2 = 48 \Rightarrow a = \sqrt{48} \Rightarrow a = 4\sqrt{3}$$

پس: $AB = AM = BM = 4\sqrt{3}$

خط عمود بر وتر AB را از مرکز دایره رسم می‌کنیم و چون خط عمود از مرکز دایره وتر را نصف می‌کند پس: $AH = 2\sqrt{3}$



حال باتوجه به اینکه در مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف وتر است، رابطه فیثاغورس را برای مثلث OAH می‌نویسیم:

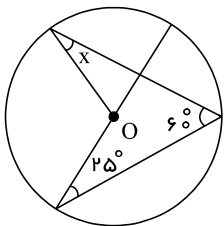
$$AH^2 + OH^2 = AO^2$$

$$(2\sqrt{3})^2 + \left(\frac{x}{2}\right)^2 = x^2 \Rightarrow 12 = x^2 - \frac{x^2}{4} \Rightarrow 12 = \frac{3}{4}x^2$$

$$\Rightarrow x^2 = 16 \rightarrow x = 4 \text{ شعاع دایره}$$

حال باتوجه به اینکه کمان $\hat{AB} = 120^\circ$ ، کفایت $\frac{1}{3}$ محیط دایره را به دست آوریم:

$$\frac{1}{3} \times 2\pi r \Rightarrow \frac{1}{3} \times 2 \times 3 \times 4 = 8$$

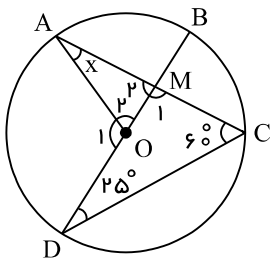


۲۷۲. در دایره مقابل به مرکز O ، مقدار زاویه x چند درجه است؟

- ۳۰ ۱
- ۳۵ ۲
- ۴۰ ۳
- ۴۵ ۴

پاسخ: گزینه ۲

زاویه C یک زاویه محاطی است، پس کمان روبه‌رو به آن یعنی $\hat{AD} = 120^\circ$ است. زاویه O_1 یک زاویه مرکزی و برابر کمان روبه‌رو است، پس $\hat{O}_1 = 120^\circ$.



\widehat{O}_1 و \widehat{O}_2 مکمل هم هستند، زاویه $\widehat{O}_2 = 60^\circ$. همچنین برای مثلث MCD داریم:

$$\widehat{D} + \widehat{C} + \widehat{M}_1 = 180^\circ \Rightarrow 25^\circ + 60^\circ + \widehat{M}_1 = 180^\circ \Rightarrow \widehat{M}_1 = 95^\circ$$

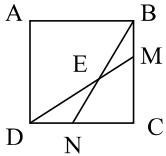
\widehat{M}_2 و \widehat{M}_1 مکمل هم هستند، پس $\widehat{M}_2 = 85^\circ$.

و در آخر برای مثلث AOM داریم:

$$\widehat{A} + \widehat{M}_2 + \widehat{O}_2 = 180^\circ \Rightarrow x + 85^\circ + 60^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = 180^\circ - 145^\circ \Rightarrow x = 35^\circ$$

۲۷۳. در مربع $ABCD$ ، $\overline{DM} = \overline{BN}$ است. اگر $\widehat{CBN} = 35^\circ$ باشد، اندازه زاویه BED چند برابر اندازه زاویه BEM است؟



۵ (۲)

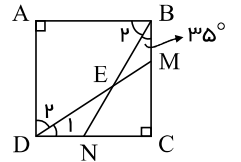
۴ (۱)

۸ (۴)

۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ دو مثلث BNC و DMC بنابر حالت وتر و یک ضلع قائم با هم، هم‌نهشت هستند، پس:

$$\widehat{D}_1 = \widehat{CBN} = 35^\circ$$



همچنین:

$$\widehat{B}_2 = 90^\circ - 35^\circ = 55^\circ$$

$$\widehat{D}_2 = 55^\circ$$

$$\widehat{A} + \widehat{B}_2 + \widehat{D}_2 + \widehat{BED} = 360^\circ \Rightarrow$$

$$90^\circ + 55^\circ + 55^\circ + \widehat{BED} = 360^\circ \Rightarrow \widehat{BED} = 160^\circ$$

حال برای چهارضلعی $ABED$ داریم:

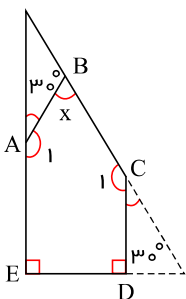
همچنین دو زاویه \widehat{BEM} و \widehat{BED} مکمل هم هستند، پس:

$$\widehat{BEM} = 180^\circ - 160^\circ = 20^\circ$$

پس زاویه \widehat{BED} ، هشت برابر زاویه \widehat{BEM} است:

$$\frac{160^\circ}{20^\circ} = 8$$

۲۷۴. در شکل مقابل مقدار \widehat{x} چند درجه است؟



۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

۸۰ (۴)

۷۰ (۳)

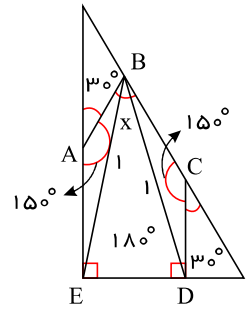
پاسخ: گزینه ۲

$$\widehat{C}_1 = \widehat{A}_1 = 180^\circ - 30^\circ = 150^\circ$$

و در ضمن درون پنج‌ضلعی سه مثلث که مجموع زوایای هر کدام 180° می‌باشد وجود دارد، پس:

$$ABCDE \text{ مجموع زوایای داخلی } = 3 \times 180^\circ = 540^\circ$$

$$\hat{x} = 540^\circ - (\hat{A}_1 + \hat{E} + \hat{D} + \hat{C}_1) = 540^\circ - (150^\circ + 90^\circ + 90^\circ + 150^\circ) = 60^\circ$$



۲۷۵. در مثلث متساوی الاضلاع ABC به ضلع $8\sqrt{3}$ اگر فاصله‌های نقطه M در داخل مثلث از ضلع‌های AB و AC به ترتیب ۵ و ۳ باشد، فاصله آن از ضلع BC کدام می‌باشد؟

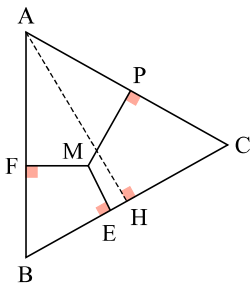
۳ (۴)

۴ (۳)

۶ (۲)

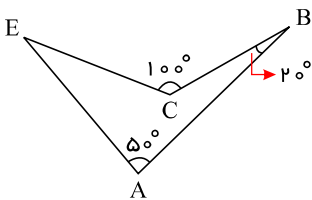
۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۳



$$\text{مجموع فاصله‌های نقطه } M \text{ تا اضلاع} = \text{ارتفاع مثلث} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times \text{اندازه یک ضلع} = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 8\sqrt{3} = 3 \times 4 = 12$$

$$\overline{ME} + \overline{MF} + \overline{MP} = \overline{AH} = 12 \Rightarrow \overline{ME} + 5 + 3 = 12 \Rightarrow \overline{ME} = 12 - 8 = 4$$



۳۰ (۲)

۴۰ (۴)

۲۵ (۱)

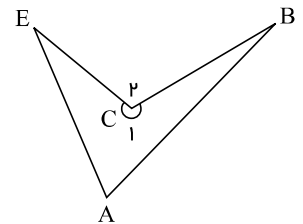
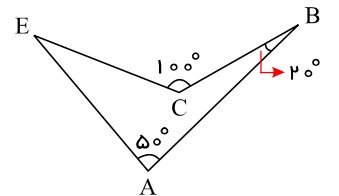
۳۵ (۳)

۲۷۶. با توجه به شکل اندازه زاویه E چقدر است؟

پاسخ: گزینه ۲ می‌دانیم:

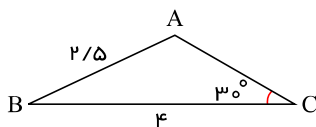
$$\left. \begin{aligned} \hat{C}_1 + \hat{C}_r &= 36^\circ \\ \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}_1 + \hat{E} &= 360^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{C}_1 + \hat{C}_r = \hat{A} + \hat{B} + \hat{C}_1 + \hat{E}$$

$$\hat{C}_r = \hat{A} + \hat{B} + \hat{E} \rightarrow 100^\circ = 50^\circ + 20^\circ + E \Rightarrow E = 100^\circ - 50^\circ - 20^\circ = 30^\circ$$



۲۷۷. مثلث ABC مطابق شکل مفروض است. چند مثلث متمایز DEF می‌توان یافت که در آن‌ها $\overline{DE} = \overline{AB}$ ، $\overline{EF} = \overline{BC}$ و $\hat{F} = 30^\circ$ ولی دو

مثلث ABC و DEF هم‌نهشت نباشند؟



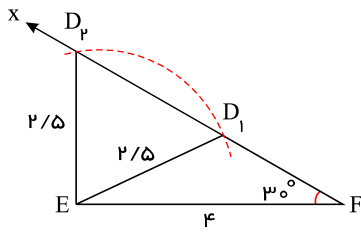
۱ (۲)

بی‌شمار (۴)

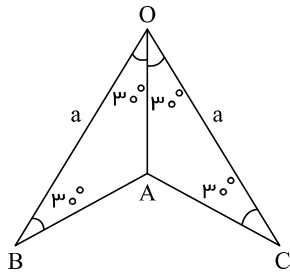
صفر (۱)

۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۲ پاره خط \overline{EF} را به طول ۴ در نظر بگیرید که با نیم خط Fx مطابق شکل زاویه 30° می‌سازد. اگر با پرگار کمانی به مرکز E و به شعاع $2/5$ رسم کنیم، در دو نقطه نیم خط را قطع می‌کند. پس دو مثلث $\triangle D_1EF$ و $\triangle D_2EF$ با این شرایط وجود دارد ولی یکی از آن‌ها (یعنی $\triangle D_1EF$) مطابق شکل با مثلث ABC هم‌نهشت است.



۲۷۸. با توجه به شکل زیر اندازه \overline{OA} برابر است با:



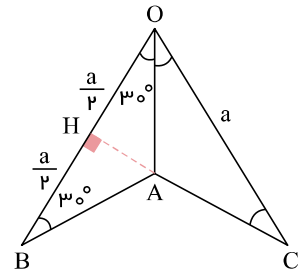
$\frac{\sqrt{2}}{3}a$ (۲)

$\frac{a}{2}$ (۱)

$\frac{\sqrt{3}}{3}a$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{2}a$ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ با توجه به شکل در مثلث قائم‌الزاویه OAH داریم:



$$\overline{OA}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AH}^2$$

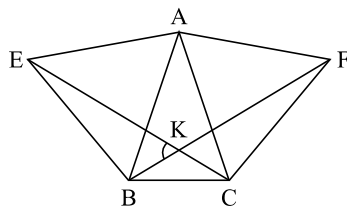
می‌دانیم در یک مثلث متساوی‌الساقین ارتفاع و میانه بر هم منطبق هستند پس \overline{AH} میانه \overline{OB} نیز می‌باشد و $\overline{OH} = \frac{a}{2}$.

از طرفی در مثلث قائم‌الزاویه ضلع روبه‌رو به زاویه 30° نصف وتر است. پس:

$$\overline{OA}^2 = \overline{OH}^2 + \overline{AH}^2 \rightarrow \overline{OA}^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{\overline{OA}}{2}\right)^2 \rightarrow \overline{OA}^2 = \frac{1}{4}\overline{OA}^2 + \frac{a^2}{4} \Rightarrow \overline{OA}^2 - \frac{1}{4}\overline{OA}^2 = \frac{a^2}{4} \rightarrow \frac{3}{4}\overline{OA}^2 = \frac{a^2}{4} \Rightarrow \overline{OA}^2 = \frac{a^2}{3} \Rightarrow \overline{OA} = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$

$$\Rightarrow \overline{OA} = \sqrt{\frac{a^2}{3}} = \frac{a}{\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}a$$

۲۷۹. در شکل روبه‌رو، روی دو ضلع مثلث متساوی‌الساقین $(\overline{AB} = \overline{AC})ABC$ ، دو مثلث متساوی‌الاضلاع AEB و AFC را رسم کرده‌ایم. زاویه



$\angle EKB$ چند درجه است؟

45° (۲)

30° (۱)

90° (۴)

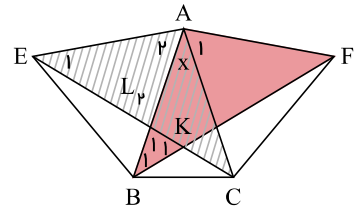
60° (۳)

پاسخ: گزینه ۳ دو مثلث AEC و ABF با هم نهشت‌اند:

$$\left. \begin{array}{l} \overline{AE} = \overline{AB} \\ x + \hat{A}_2 = \hat{A}_1 + x = 60^\circ + x \\ \overline{AC} = \overline{AF} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{ضریض}} \triangle AEC \cong \triangle ABF \xrightarrow{\text{اجزای متناظر}} \hat{B}_1 = \hat{E}_1$$

اکنون دو مثلث AEK و BLK را در نظر می‌گیریم:

$$\left. \begin{array}{l} \hat{E}_1 = \hat{B}_1 \text{ طبق نتیجه بالا} \\ \hat{L}_1 = \hat{L}_2 \text{ مطابق به رأس} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{A}_2 = \hat{K}_1 \xrightarrow{\hat{A}_2 = 60^\circ} \hat{K}_1 = 60^\circ$$

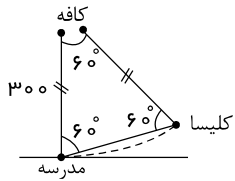


۲۸۰. در یک روستا کافه درست در ۳۰۰ متری شمال مدرسه واقع است و کلیسا در فاصله ۳۰۰ متری کافه، با زاویه‌ی ۶۰ در قسمت شرقی آن واقع است. زاویه‌ای که خط واصل بین مدرسه و کلیسا با خط افق می‌سازد چند درجه است؟

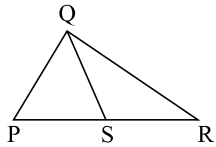
- ۱) ۳۰° ۲) ۱۲۰° ۳) ۲۴۰° ۴) ۳۰۰°

پاسخ: گزینه ۱ مثلث (کافه - کلیسا - مدرسه) یک مثلث متساوی‌الساقین می‌باشد.

زاویه‌ای که خط واصل بین کلیسا و مدرسه با خط افق می‌سازد متمم زاویه‌ی ۶۰° یعنی ۳۰ درجه است.



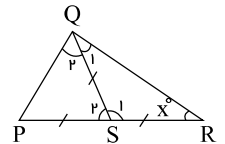
۲۸۱. در شکل مقابل طول‌های SP ، SQ و SR با هم برابرند و اندازه‌ی زاویه‌ی $\angle SRQ$ مساوی x° درجه است. اندازه‌ی زاویه‌ی $\angle PQR$ برحسب واحد درجه چه قدر است؟



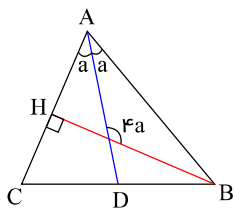
- ۱) ۹۰ ۲) ۲x ۳) ۳x ۴) ۱۸۰ - ۲x

پاسخ: گزینه ۱ مثلث‌های QPS و QRS متساوی‌الساقین هستند:

$$\begin{aligned} R = x^\circ &\Rightarrow Q_1 = x^\circ \\ S_1 &= x + x = 2x \\ Q_2 &= \frac{180 - 2x}{2} = 90 - x \\ \angle PQR &= 90 - x + x = 90^\circ \end{aligned}$$



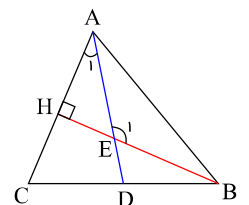
۲۸۲. در شکل روبه‌رو BH ارتفاع وارد بر AC و AD نیم‌ساز زاویه‌ی A است. اگر زاویه‌ی باز بین BH و AD چهار برابر BAD باشد، زاویه‌ی CAB چند درجه است؟



- ۱) ۳۰ ۲) ۴۵ ۳) ۶۰ ۴) ۷۵

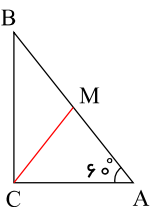
$$\begin{aligned} \hat{E}_1 &= \hat{A}_1 + \hat{H} \\ 4a &= a + 90^\circ \\ 3a &= 90^\circ \\ a &= 30^\circ \\ \hat{A} &= 2a = 60^\circ \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۳



۲۸۳. مثلث ABC قائم‌الزاویه است. نقطه‌ی M وسط وتر آن است و $\angle BAC = 60^\circ$. اندازه‌ی زاویه‌ی BMC کدام است؟

- ۱) ۹۰° ۲) ۱۱۲° ۳) ۱۰۵° ۴) ۱۲۰°



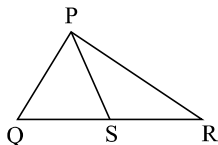
پاسخ: گزینه ۴ در مثلث قائم‌الزاویه طول میانه‌ی وارد بر وتر نصف وتر است. پس:

$$BM = AM = MC$$

در نتیجه مثلث BMC متساوی‌الساقین است و زاویه‌ی CBM برابر ۳۰° است.

$$\angle BMC = 180^\circ - (2 \times 30^\circ) = 120^\circ$$

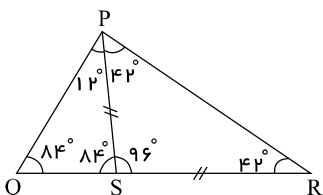
۲۸۴. در شکل زیر نقاط Q و R, S روی یک خط قرار گرفته‌اند، و $\angle QPS = 12^\circ$ و $PQ = PS = RS$ اندازه‌ی زاویه‌ی QPR برابر است با:



- ۱ ۳۶° ۲ ۴۲°
 ۳ ۵۴° ۴ ۶۰°

پاسخ: گزینه ۳ مثلث PQS متساوی‌الساقین است. بنابراین: $\angle PQS = \angle PSQ = \frac{1}{2}(180^\circ - 12^\circ) = 84^\circ$

بنابراین، $\angle PSR = 180^\circ - 84^\circ = 96^\circ$



مثلث PSR نیز متساوی‌الساقین است بنابراین: $\angle SPR = \angle SRP = \frac{1}{2}(180^\circ - 96^\circ) = 42^\circ$

در نتیجه:

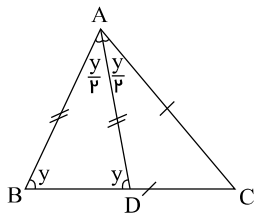
$$\angle QPR = 12^\circ + 42^\circ = 54^\circ$$

۲۸۵. در مثلث متساوی‌الساقین ABC که BC برابر AC است، زاویه‌ی BAC توسط AD نصف شده است و $AD = AB$. اندازه‌ی زاویه‌ی ACB چه قدر است؟

- ۱ ۲۲° ۲ ۳۰° ۳ ۳۶° ۴ ۴۵°

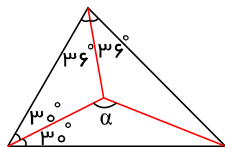
پاسخ: گزینه ۳ باتوجه به شکل مقابل می‌بینیم که $\frac{5}{2}$ برابر زاویه‌ی DBA برابر 180° است و در نتیجه، $\angle DBA = 72^\circ$ ، همچنین، $\angle ACB + 144^\circ = 180^\circ$ و در

نتیجه $\angle ACB = 36^\circ$



۲۸۶. اندازه‌ی زاویه‌ی α در شکل مقابل چند است؟

- ۱ 110° ۲ 115°
 ۳ 120° ۴ 126°

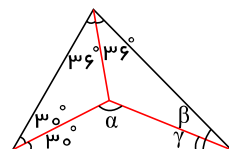


پاسخ: گزینه ۴ ابتدا اندازه‌ی زاویه‌ی β را به دست می‌آوریم:

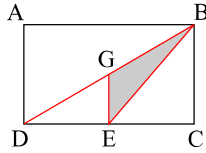
$$\beta = 180^\circ - (2 \times 30^\circ + 2 \times 36^\circ) = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$$

γ نصف β است، چون می‌دانیم که سه نیمساز مثلث در یک نقطه متقاطع‌اند و بنابراین پاره‌خطی که γ را از β جدا کند نیمساز است. اکنون می‌بینیم که:

$$\begin{aligned} \alpha + \gamma + 30^\circ &= 180^\circ \\ \alpha + 24^\circ + 30^\circ &= 180^\circ \\ \alpha &= 180^\circ - 54^\circ = 126^\circ \end{aligned}$$



۲۸۷. چهارضلعی $ABCD$ یک مستطیل است که ضلع DC به وسیله نقطه E نصف شده است. اگر $BC \parallel GE$ باشد، مساحت بخش رنگی چه کسری از مساحت مستطیل است؟



$\frac{2}{5}$ (۴)

$\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{8}$ (۲)

$\frac{1}{5}$ (۱)

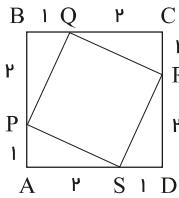
پاسخ: گزینه ۲

$DE = EC$
ارتفاع دو مثلث ECB , EDB با هم برابر است $\Rightarrow S_{\triangle EDB} = S_{\triangle ECB}$

ضلع مشترک: $GE = GE$
ارتفاع: $DE = EC$ $\Rightarrow S_{\triangle DEG} = S_{\triangle EGB}$

$\frac{S_{\text{مثلث}}}{S_{\text{مستطیل}}} = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

۲۸۸. نقاط P, Q, R, S روی اضلاع $ABCD$ مشخص شده‌اند و هر کدام یک ضلع مربع را به نسبت $\frac{2}{1}$ تقسیم کرده‌اند. در نتیجه $PQRS$ هم یک مربع است. نسبت مساحت $PQRS$ به مساحت $ABCD$ کدام است؟



$\frac{\sqrt{5}}{9}$ (۲)

$\frac{4}{9}$ (۱)

$\frac{5}{9}$ (۴)

$\frac{2}{3}$ (۳)

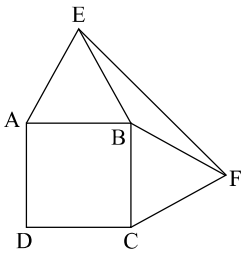
پاسخ: گزینه ۴

$PQ^2 = 2^2 + 1^2 = 5$

$BC = 1 + 2 = 3$

می‌دانیم هر دو مربع دلخواه متشابه‌اند و از طرفی می‌دانیم در دو شکل متشابه، نسبت مساحت‌ها با مجذور نسبت تشابه برابر است. بنابراین داریم:

$\frac{S_{\square PQRS}}{S_{\square ABCD}} = \frac{PQ^2}{BC^2} = \frac{5}{9}$



۲۸۹. $ABCD$ مربع و EAB و CFB مثلث‌های متساوی‌الاضلاع هستند. \widehat{BEF} چند درجه است؟

75° (۱)

10° (۲)

15° (۳)

125° (۴)

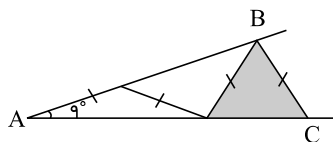
پاسخ: گزینه ۳

مربع: $AB = BC$
مثلث متساوی‌الاضلاع: $AB = BE$
مثلث متساوی‌الاضلاع: $BC = BF$ $\rightarrow BE = BF \Rightarrow \triangle BEF$ مثلث متساوی‌الاضلاع است

$\widehat{CBA} = 90^\circ$
 $\widehat{EBA} = 60^\circ$
 $\widehat{CBF} = 60^\circ$ $\Rightarrow \widehat{EBF} = 360 - (90 + 60 + 60) = 150^\circ$

$\widehat{BEF} = \frac{180 - 150}{2} = 15^\circ$

۲۹۰. مثلث‌های متساوی‌الساقین بین AC و AB با $\widehat{BAC} = 9^\circ$ ترسیم شده‌اند. اندازه‌ی بزرگترین زاویه در مثلث سایه‌دار چه قدر است؟



126° (۲)

72° (۱)

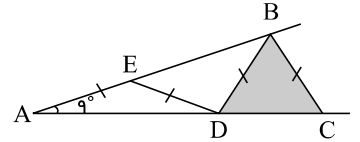
144° (۴)

81° (۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$\triangle AED \text{ متساوی الساقین} : \widehat{EAD} = \widehat{EDA} = 9^\circ$$

$$\triangle AED \text{ در مثلث خارجی} : \widehat{DEB} = 9 + 9 = 18^\circ$$



$$\triangle EDB \text{ متساوی الساقین} : \widehat{EDB} = \widehat{DBE} = 18^\circ \Rightarrow \widehat{BDE} = 180 - 2 \times 18 = 144^\circ$$

$$\widehat{CDB} = 180^\circ - (144 + 9) = 27^\circ$$

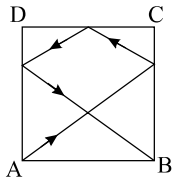
$$\triangle DBC \text{ متساوی الساقین} : \widehat{BDC} = \widehat{BCD} = 27^\circ \Rightarrow \widehat{DBC} = 180 - 2 \times 27 = 126^\circ$$

۲۹۱. کدام مجموعه‌ی داده‌های زیر ممکن است مربوط به اجزای مثلثی باشد؟

- ۱ $AB = 11 \text{ cm}, BC = 19 \text{ cm}, CA = 7 \text{ cm}$
 ۲ $AB = 11 \text{ cm}, CA = 7 \text{ cm}, \angle CBA = 128^\circ$
- ۳ $AB = 11 \text{ cm}, \angle BAC = 63^\circ, \angle CBA = 128^\circ$
 ۴ $AB = 11 \text{ cm}, BC = 10 \text{ cm}, \angle BAC = 60^\circ$

پاسخ: گزینه ۴ چون $11 + 7 < 19$ ، ۱۱ و ۷ و ۱۹ نمی‌توانند اضلاع مثلث باشند. پس گزینه‌ی ۱ جواب نیست. در هر مثلث ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی بزرگتر، بزرگتر است از ضلع روبه‌رو به زاویه‌ی کوچکتر، پس گزینه‌ی ۲ جواب نیست. $63^\circ + 128^\circ > 180^\circ$ پس گزینه‌ی ۳ هم جواب نیست. پس گزینه‌ی ۴ جواب درست است.

۲۹۲. یک توپ بیلیارد که در گوشه‌ی A میز بیلیارد مربعی شکل به ضلع ۲m گذاشته شده بود به حرکت درآمد و بعد از برخورد به سه ضلع میز، در سوراخ گوشه B افتاد. مسیر توپ چند متر بوده؟ (توجه کنید زاویه‌ی بازگشت توپ با زاویه‌ی برخورد آن برابر است)



- ۱ ۷
 ۲ $2\sqrt{13}$
 ۳ ۸
 ۴ $4\sqrt{3}$

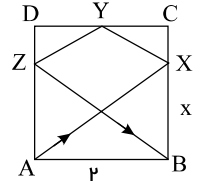
پاسخ: گزینه ۲ فرض کنید $BX = x$ ، در این صورت چهار مثلث قائم‌الزاویه ABX و YCX و YDZ و BAZ با هم متشابه‌اند، پس:

$$XC = 2 - x,$$

$$CY = \frac{2}{x}(2 - x) = \frac{4 - 2x}{x}$$

$$YD = 2 - \frac{4 - 2x}{x} = \frac{4x - 4}{x},$$

$$DZ = \frac{x}{2} \left(\frac{4x - 4}{x} \right) = 2x - 2, \quad ZA = 4 - 2x,$$

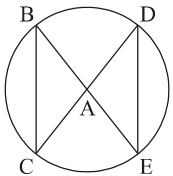


اما دو مثلث ABX و BAZ هم‌نهشت‌اند، پس باید: $4 - 2x = x$ در نتیجه $x = \frac{4}{3}$ پس:

$$CY = YD = 1, \quad DZ = XC = \frac{2}{3}$$

به این ترتیب طول مسیر برابر است با

$$2 \left(\sqrt{2^2 + \left(\frac{4}{3}\right)^2} + \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + 1^2} \right) = 2 \left(\frac{2}{3}\sqrt{13} + \frac{1}{3}\sqrt{13} \right) = 2\sqrt{13}$$

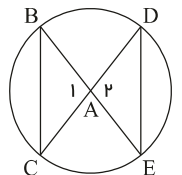


- ۱ $DE \times AC = BC \times AE$
 ۲ $DE \times AC = BC \times AE$
- ۳ $AC \times AE = BC \times DE$
 ۴ $CD \times BE = BC \times DE$

۲۹۳. در شکل زیر، کدام رابطه برقرار است؟

- ۱ $AB \times AD = BC \times DE$
 ۲ $DE \times AC = BC \times AE$
- ۳ $AC \times AE = BC \times DE$
 ۴ $CD \times BE = BC \times DE$

پاسخ: گزینه ۲



دو زاویه‌ی محاطی مقابل به یک کمان برابرند. $\widehat{B} = \widehat{D}$
 دو زاویه‌ی متقابل به رأس برابرند. $\widehat{A}_1 = \widehat{A}_2$

طبق حالت دو زاویه (ز) $\triangle CBA \sim \triangle ADE$

طرفین وسطین $\frac{CA}{AE} = \frac{CB}{DE} = \frac{BA}{AD} \rightarrow \frac{CA}{AE} = \frac{CB}{DE} \rightarrow CA \times DE = AE \times CB$

۲۹۴. دو لوزی متشابه هستند و نسبت تشابه آن‌ها $\frac{2}{7}$ می‌باشد. اگر اندازه‌ی ضلع یکی از آن‌ها 14cm باشد، اندازه‌ی ضلع دیگر چقدر است؟

۶۳ (۴)

۴۹ یا ۴ (۳)

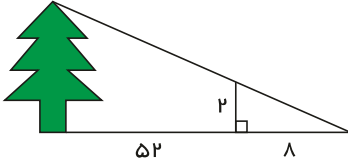
۴۹ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ چون معلوم نیست که اندازه‌ی ضلع لوزی بزرگتر است یا ضلع لوزی کوچکتر، پس دو حالت در نظر می‌گیریم.

$$\frac{2}{7} = \frac{14}{x} \rightarrow x = \frac{7 \times 14}{2} = \frac{98}{2} = 49$$

$$\frac{2}{7} = \frac{x}{14} \rightarrow x = \frac{2 \times 14}{7} = \frac{28}{7} = 4$$



۱۴ (۲)

۱۸ (۴)

۱۵ (۱)

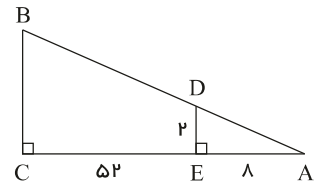
۱۶ (۳)

۲۹۵. در شکل مقابل ارتفاع درخت کدام است؟

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{E} = \hat{C} = 90^\circ \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{طبق حالت دو زاویه} \\ \text{(ز)} \end{array} \rightarrow \triangle ADE \sim \triangle ABC$$

$$\frac{DE}{BC} = \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \rightarrow \frac{2}{BC} = \frac{8}{60} \rightarrow BC = \frac{2 \times 60}{8} = \frac{120}{8} = 15$$



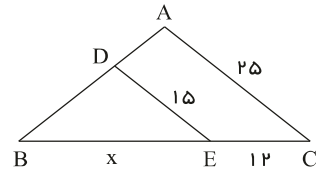
۲۹۶. در شکل مقابل $DE \parallel AC$ است. با توجه به اندازه‌های روی شکل مقدار x کدام است؟

۱۶ (۲)

۲۰ (۴)

۱۸ (۱)

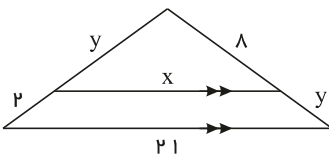
۷٫۲ (۳)



پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{BD}{BA} = \frac{BE}{BC} = \frac{DE}{AC} \rightarrow \frac{x}{x+12} = \frac{15}{25} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین}} 25x = 15x + 180$$

$$\rightarrow 25x - 15x = 180 \rightarrow 10x = 180 \rightarrow x = \frac{180}{10} = 18$$



۱۴ (۲)

۱۶ (۴)

۲۹۷. در شکل زیر مقدار x چقدر است؟

۴ (۱)

۱۲ (۳)

پاسخ: گزینه ۲

$$\frac{y}{2} = \frac{8}{y} \rightarrow y^2 = 16 \rightarrow y = \sqrt{16} = 4$$

$$\frac{y}{y+2} = \frac{8}{8+y} = \frac{x}{21} \xrightarrow{y=4} \frac{4}{4+2} = \frac{8}{8+4} = \frac{x}{21} \rightarrow \frac{4}{6} = \frac{8}{12} = \frac{x}{21}$$

$$\frac{4}{6} = \frac{x}{21} \rightarrow x = \frac{4 \times 21}{6} = \frac{84}{6} = 14$$

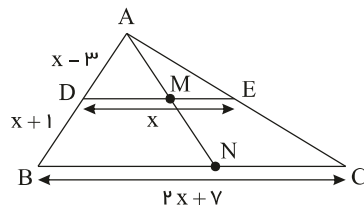
۲۹۸. در شکل مقابل DE و BC موازی هستند و نقاط M و N به ترتیب وسط اضلاع DE و BC می‌باشند. اندازه‌ی DM کدام است؟

۳٫۵ (۱)

۳ (۲)

۵ (۳)

۷٫۵ (۴)



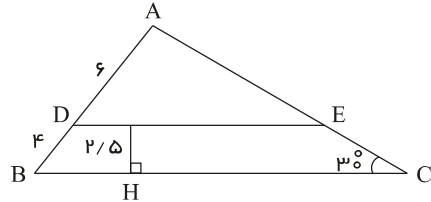
پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \rightarrow \frac{x-3}{2x-2} = \frac{x}{2x+7}$$

$$\rightarrow (x-3)(2x+7) = x(2x-2) \rightarrow 2x^2 + 7x - 6x - 21 = 2x^2 - 2x$$

$$\rightarrow 1x - 21 = -2x \rightarrow 1x + 2x = 21 \rightarrow 3x = 21 \rightarrow x = \frac{21}{3} = 7$$

$$DM = \frac{x}{2} = \frac{7}{2} = 3,5$$



۲۹۹. در شکل مقابل $DE \parallel BC$ طول AC چقدر است؟ (اندازه‌ها فرضی است)

۷,۵ (۲)

۱۲,۵ (۴)

۵ (۱)

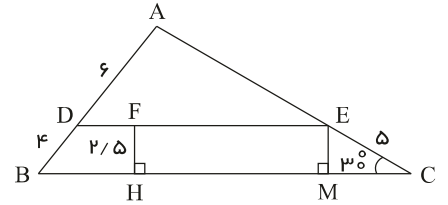
۱۰ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ از نقطه‌ی E عمودی رسم می‌کنیم چون $DE \parallel BC$ است پس $EM = 2,5$ می‌شود.

$$\hat{C} = 30^\circ \Rightarrow \text{وتر } EC = 2 \times 2,5 = 5 \rightarrow EC = 5$$

$$DE \parallel BC \Rightarrow \frac{DB}{AB} = \frac{EC}{AC}$$

$$\rightarrow \frac{4}{10} = \frac{5}{AC} \rightarrow AC = \frac{10 \times 5}{4} = \frac{50}{4} = 12,5$$



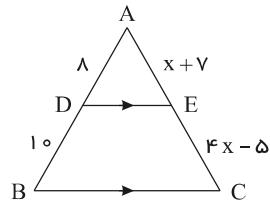
۳۰۰. در شکل مقابل $DE \parallel BC$ طول‌های AE و EC به ترتیب کدام است؟

۱۰ و ۱۲ (۲)

۱۵ و ۱۲ (۴)

۱۲ و ۱۵ (۱)

۷,۵ و ۶ (۳)



پاسخ: گزینه ۴

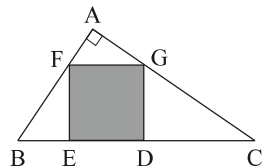
$$\frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \rightarrow \frac{8}{10} = \frac{x+7}{4x-5} \rightarrow 8(4x-5) = 10(x+7)$$

$$\rightarrow 32x - 40 = 10x + 70 \rightarrow 32x - 10x = 40 + 70$$

$$\rightarrow 22x = 110 \rightarrow x = \frac{110}{22} = 5$$

$$AE = x + 7 = 5 + 7 = 12$$

$$EC = 4x - 5 = 4(5) - 5 = 20 - 5 = 15 \Rightarrow \begin{cases} AE = 12 \\ EC = 15 \end{cases}$$



۳۰۱. در شکل زیر، چهارضلعی $EFGD$ مربع است. حداکثر چند جفت مثلث متشابه در شکل دیده می‌شود؟

۶ (۲)

۳ (۴)

۹ (۱)

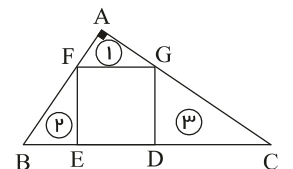
۴ (۳)

پاسخ: گزینه ۲ مثلث‌های AFG و FBE و GDC و ABC به حالت دو زاویه متشابه‌اند. باتوجه به شماره‌گذاری در شکل زیر انواع تشابه هر جفت آن‌ها آمده است که در

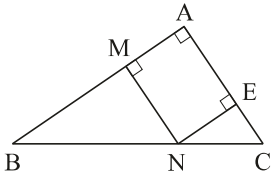
مجموع ۶ تشابه بین آن‌ها موجود است.

$$\triangle 1 \sim \triangle 2 \quad \triangle 2 \sim \triangle 3 \quad \triangle 3 \sim \triangle ABC$$

$$\triangle 1 \sim \triangle 3 \quad \triangle 2 \sim \triangle ABC \quad \triangle 1 \sim \triangle ABC$$



۳۰۲. در شکل مقابل مساحت مربع $AMNE$ کدام است؟



$$\left(\frac{AC + AB}{AC \cdot AB} \right)^2 \quad (2)$$

$$\left(\frac{AC \cdot AB}{AC + AB} \right)^2 \quad (1)$$

$$\frac{AC^2 \cdot AB^2}{AC^2 + AB^2} \quad (4)$$

$$\frac{AC^2 + AB^2}{AC^2 \cdot AB^2} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۱ ابتدا برای سادگی بیش تر، هر ضلع مربع را a در نظر می‌گیریم، طبق تشابه دو مثلث BMN و ABC داریم:

$$\frac{MN}{AC} = \frac{BM}{AB} \rightarrow \frac{a}{AC} = \frac{BM}{AB} \rightarrow a = \frac{BM \times AC}{AB} \quad (1) \text{ رابطه‌ی (1)}$$

طبق تشابه دو مثلث NEC و ABC داریم:

$$\frac{NE}{AB} = \frac{EC}{AC} \rightarrow \frac{a}{AB} = \frac{EC}{AC} \rightarrow \frac{a}{AB} = \frac{EC}{AC}$$

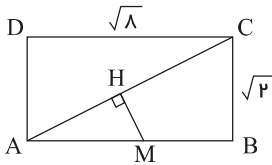
$$\rightarrow a = \frac{AB \times EC}{AC} \quad (2) \text{ رابطه‌ی (2)}$$

رابطه‌ی (۱) و (۲) را در هم ضرب می‌کنیم و به جای BM و EC معادله‌های آن‌ها را جایگزین می‌کنیم:

$$a^2 = \frac{BM \times AC}{AB} \times \frac{AB \times EC}{AC} = BM \times EC = (AB - a)(AC - a)$$

$$\rightarrow a^2 = AB \times AC - AB \times a - AC \times a + a^2$$

$$AB \times AC - (AB + AC)a = 0 \rightarrow a = \frac{AB \times AC}{AB + AC} \rightarrow \text{مساحت مربع} = a^2 = \left(\frac{AB \times AC}{AB + AC} \right)^2$$



۳۰۳. در شکل مقابل، اگر نقطه‌ی M وسط طول مستطیل باشد، اندازه‌ی پاره‌خط MH کدام است؟

$$\sqrt{\frac{5}{2}} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{2}}{5} \quad (1)$$

$$\frac{\sqrt{10}}{5} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{5}}{10} \quad (3)$$

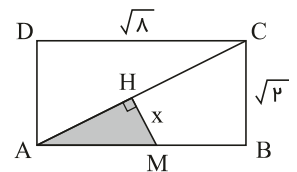
پاسخ: گزینه ۴ طبق فیثاغورس قطر مستطیل را به دست می‌آوریم:

$$AC^2 = BC^2 + AB^2 \rightarrow AC^2 = (\sqrt{8})^2 + (\sqrt{2})^2 = 8 + 2 = 10 \rightarrow AC = \sqrt{10}$$

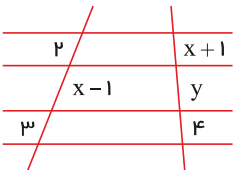
طبق تشابه دو مثلث AHM و ACD داریم:

$$\frac{MH}{AD} = \frac{AM}{AC} \rightarrow \frac{x}{\sqrt{2}} = \frac{\frac{\sqrt{10}}{2}}{\sqrt{10}} \rightarrow x = \frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{2}{5}}$$

$$\xrightarrow{\text{گویا کردن مخرج}} \sqrt{\frac{2}{5}} \times \sqrt{\frac{5}{5}} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$



۳۰۴. در شکل روبرو سه خط موازی را دو خط مورب قطع کرده‌اند. باتوجه به اندازه‌ی روی شکل برای پاره‌خط‌های مورب، مقدار y کدام است؟



$$\frac{8}{9} \quad (2)$$

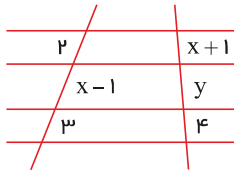
$$\frac{20}{9} \quad (1)$$

$$2 \quad (4)$$

$$\frac{32}{9} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲ باتوجه به اینکه خطوط موازی خط‌های مورب را به نسبت‌های مساوی قطع می‌کند داریم:

ابتدا اولی و سوم را در نظر می‌گیریم



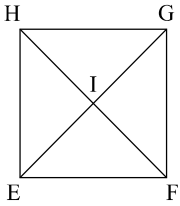
$$\frac{2}{3} = \frac{x+1}{4} \Rightarrow 8 = 3x + 3 \Rightarrow 3x = 5 \Rightarrow x = \frac{5}{3}$$

سپس قسمت دوم و سوم را در نظر می‌گیریم

$$\frac{x-1}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{\frac{5}{3}-1}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{\frac{2}{3}}{3} = \frac{y}{4} \Rightarrow \frac{2}{9} = \frac{y}{4} \Rightarrow 3y = 4 \times \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3y = \frac{8}{3} \Rightarrow y = \frac{8}{3} \div 3 = \frac{8}{3} \times \frac{1}{3} = \frac{8}{9} \Rightarrow y = \frac{8}{9}$$

۳۰۵. در مربع $EFGH$ کدام یک نادرست است؟



- (۲) مثلث GHI و GHF هم‌نهشت هستند.
(۴) مثلث GHI و EIF هم‌نهشت هستند.

- (۱) مثلث EIF و EIH هم‌نهشت هستند.
(۳) مثلث EFH و EGH هم‌نهشت هستند.

پاسخ: گزینه ۲ مثلث‌های GHI و GHF هم‌نهشت هستند.

۳۰۶. در یک مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع ۲ واحد خطی موازی یک ضلع چنان رسم شده است که آن را به یک مثلث و یک ذوزنقه که مساحت ذوزنقه نصف مساحت مثلث اولیه می‌باشد تبدیل می‌کند. طول پاره‌خطی که وسط‌های دو ساق ذوزنقه را به هم وصل می‌کند برابر است با:

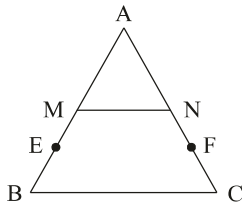
(۴) $\frac{2+\sqrt{6}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{6}}{2}$

(۲) $\frac{2+\sqrt{2}}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

پاسخ: گزینه ۲



$$S_{ABC} = S_{AMN} + S_{MNBC} \Rightarrow S_{ABC} = S_{AMN} + \frac{1}{2}S_{ABC} \Rightarrow \frac{1}{2}S_{ABC} = S_{AMN}$$

پس نسبت مساحت‌های دو مثلث AMN و ABC برابر $\frac{1}{4}$ است پس نسبت ضلع‌های آن‌ها به هم برابر $\frac{1}{\sqrt{2}}$ است.

$$\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \frac{MN}{2} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sqrt{2}MN = 2 \Rightarrow MN = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2}$$

$$EF = \frac{MN + BC}{2} = \frac{\sqrt{2} + 2}{2}$$

۳۰۷. دو میله‌ی پرچم یکی به ارتفاع ۳m و دیگری به ارتفاع ۶m عمود بر سطح زمین مسطحی نصب شده‌اند. نوک میله‌ی اول با خطی به پایین میله‌ی دوم وصل شده و نوک میله‌ی دوم با خطی به پایین میله‌ی اول. این دو خط در چه ارتفاعی یکدیگر را قطع می‌کنند؟

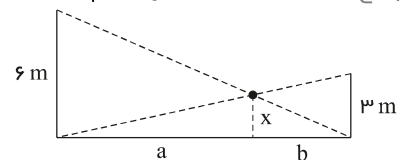
(۴) به فاصله‌ی میله‌ها بستگی دارد

(۳) ۲m

(۲) $\sqrt{3}m$

(۱) ۱٫۵m

پاسخ: گزینه ۳ مطابق شکل می‌نویسیم:



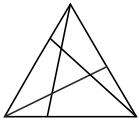
و در نتیجه باید نوشت:

$$\begin{cases} \frac{x}{6} = \frac{b}{a+b} \\ \frac{x}{3} = \frac{a}{a+b} \end{cases}$$

$$\frac{x}{6} + \frac{x}{3} = \frac{b}{a+b} + \frac{a}{a+b} = 1$$

پس $x = 2m$

۳۰۸. در شکل، مثلثی با سه پاره‌خط به چهار مثلث و سه چهارضلعی تقسیم شده است. مجموع محیط‌های سه چهارضلعی ۲۵ سانتی‌متر است، مجموع محیط‌های چهار مثلث ۲۰ سانتی‌متر است و محیط مثلث بزرگ ۱۹ سانتی‌متر است. مجموع طول‌های سه پاره‌خط کدام است؟



۱۵ (۴)

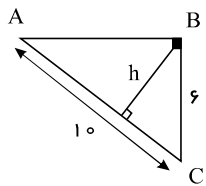
۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ حاصل جمع محیط شکل‌های داخل مثلث بزرگ برابر است با حاصل جمع محیط مثلث بزرگ با دو برابر جمع طول پاره‌خط‌ها.

$$\frac{(25 + 20) - 19}{2} = 13 \text{ cm}$$



۳۰۹. مقدار h در شکل مقابل چند است؟

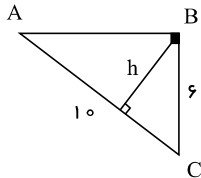
$\frac{5}{3}$ (۲)

$\frac{24}{5}$ (۱)

$\frac{18}{5}$ (۴)

$\frac{\sqrt{10}}{3}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

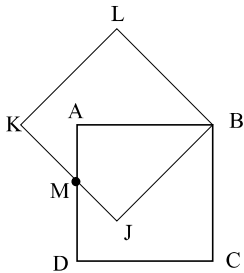


$$\Delta ABC \text{ در فیثاغورس در } 10^2 = 6^2 + AB^2 \Rightarrow AB = 8$$

حال مساحت دو مثلث را از دو طریق حساب می‌کنیم:

$$\frac{6 \times 8}{2} = \frac{10 \times h}{2} \Rightarrow h = \frac{48}{10} = \frac{24}{5}$$

۳۱۰. دو مربع $ABCD$ و $BJKL$ مساوی و به ضلع 8 cm هستند. M وسط AD و KJ است. در این صورت مساحت 6 ضلعی $BCDMKL$ بر حسب cm^2 برابر است با:



۸۰ (۲)

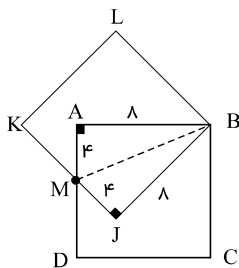
۶۴ (۱)

۱۲۸ (۴)

۹۶ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

$$S_{BCDMKL} = 2S_{\square ABCD} - 2S_{\triangle ABM} = 2 \times 8 \times 8 - 2 \times \frac{4 \times 8}{2} = 128 - 32 = 96 \text{ cm}^2$$



۳۱۱. نقطه‌ی P داخل مربع $ABCD$ است. فاصله‌ی نقطه‌ی P از رأس‌های A ، B و C به ترتیب برابر است با 2 ، 7 و 9 . فاصله‌ی P تا D کدام است؟

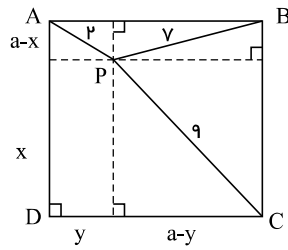
۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ از P به هر کدام از ضلع‌های مربع عمود می‌کنیم و طول ضلع مربع را با a نشان می‌دهیم. می‌توانیم بنویسیم:



$$\begin{cases} (a-x)^2 + y^2 = 2^2 \\ (a-x)^2 + (a-y)^2 = 7^2 \\ x^2 + (a-y)^2 = 9^2 \end{cases}$$

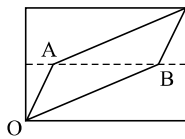
معادله‌های اول و سوم را با هم جمع می‌کنیم و معادله‌ی دوم را از آن‌ها کم می‌کنیم؛ نتیجه می‌شود $x^2 + y^2 = 36$. در نتیجه $PD = \sqrt{36} = 6$

۳۱۲. نقاط A و B روی خطی قرار دارند که نقاط وسط دو ضلع روبه‌روی مربعی به طول ضلع 6cm را به هم وصل می‌کنند. اگر خط‌هایی از نقاط A و B به دو رأس مقابل هم وصل شوند، مربع به سه ناحیه با مساحت‌های یکسان تقسیم می‌شود. طول پاره‌خط AB چند است؟

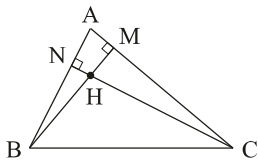
- ۱) 3.8cm ۲) 4.0cm ۳) 4.2cm ۴) 4.4cm

پاسخ: گزینه ۲ اگر طول مربع 6cm باشد، مساحت آن 36cm^2 است. بنابراین مساحت متوازی‌الاضلاع 12cm^2 است. اما مساحت متوازی‌الاضلاع دو برابر مساحت مثلث OAB است. ارتفاع این مثلث نصف طول مربع یعنی 3cm است. بنابراین خواهیم داشت:

$$12 = 2 \left(\frac{AB \times 3}{2} \right) \Rightarrow AB = 4\text{cm}$$



۳۱۳. در شکل مقابل دو تا از ارتفاعات مثلث ABC را رسم کرده‌ایم اگر $AM = 2$ ، $MC = 7$ و $AN = 3$ ، آنگاه طول BN چقدر است؟



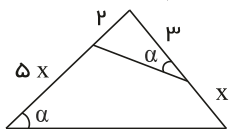
- ۱) $\frac{14}{3}$ ۲) 6 ۳) 3 ۴) $\frac{21}{2}$

پاسخ: گزینه ۲

$$AC = AM + MC = 2 + 7 = 9$$

از طرفی:

$$\left. \begin{matrix} \hat{A} = \hat{A} \\ \hat{N} = \hat{M} = 90^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle ACN \sim \triangle AMB \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} \Rightarrow \frac{2}{AB} = \frac{3}{9} \Rightarrow 3AB = 18 \Rightarrow AB = 6$$



۳۱۴. در شکل مقابل مقدار x باتوجه به اندازه‌های داده شده برابر است با:

- ۱) $\frac{7}{6}$ ۲) $\frac{5}{7}$ ۳) 2 ۴) عددی یافت نمی‌شود.

پاسخ: گزینه ۲ باتوجه به اینکه دو مثلث مشخص شده در شکل یک زاویه‌ی مشترک دارند و یک زاویه‌ی برابر، پس بنا به حالت دو زاویه با هم متشابه‌اند پس داریم:

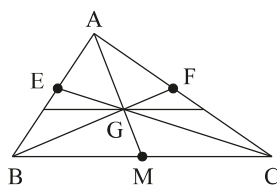
$$\frac{2}{3+x} = \frac{3}{2+5x} \Rightarrow 4 + 10x = 9 + 3x \Rightarrow x = \frac{5}{7}$$

۳۱۵. از نقطه‌ی برخورد میانه‌های مثلث خطی موازی یک ضلع مثلث رسم می‌نماییم. این خط سطح مثلث را به دو بخش تقسیم می‌نماید نسبت مساحت این دو بخش برابر کدام یک از اعداد زیر است؟

- ۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{5}$ ۳) $\frac{4}{9}$ ۴) $\frac{4}{5}$

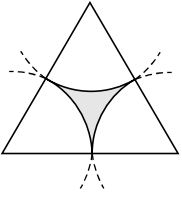
پاسخ: گزینه ۴ در هر مثلث میانه‌ها همدیگر را به نسبت ۱ به ۲ قطع می‌کنند.

$$\frac{AG}{GM} = \frac{BG}{GF} = \frac{CG}{GE} = \frac{2}{1} \Rightarrow \frac{AG}{AM} = \frac{2}{3}$$



$$\Rightarrow S_{AEF} = \left(\frac{2}{3}\right)^2 S_{ABC} = \frac{4}{9} S_{ABC} \Rightarrow S_{EFCD} = \frac{5}{9} S_{ABC} \Rightarrow \frac{S_{AEF}}{S_{EFCD}} = \frac{4}{5}$$

۳۱۶. در مثلث متساوی الاضلاع سه کمان به مرکز سه رأس و به شعاع یک رسم می‌کنیم. مساحت بخش هاشورخورده چه قدر است؟



(۲) $\sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$

(۱) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{\pi}{2}$

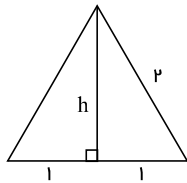
(۴) $2\sqrt{3} - \pi$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{2} - \pi$

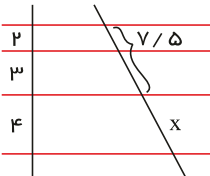
پاسخ: گزینه ۲ مثلث متساوی الاضلاع است پس اندازه‌ی هر زاویه‌ی داخلی آن برابر 60° می‌باشد. در نتیجه کمان روبه‌روی هر زاویه 60° می‌باشد. بنابراین مجموع سه کمان، یک کمان نیم دایره را می‌دهد ($3 \times 60 = 180$).

$$S_{\text{هاشور}} = S_{\text{مثلث}} - S_{\text{نیم دایره}} = \frac{2 \times \sqrt{3}}{2} - \pi(1)^2 = \sqrt{3} - \frac{\pi}{2}$$

ارتفاع مثلث را از رابطه‌ی فیثاغورس به دست آوردیم.



$$h^2 = 2^2 - 1^2 \Rightarrow h = \sqrt{3}$$



۳۱۷. باتوجه به شکل، مقدار x کدام گزینه است؟

(۲) ۶

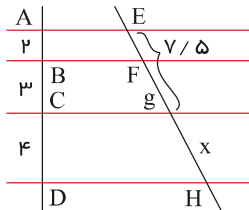
(۱) ۱۰

(۴) ۱۲

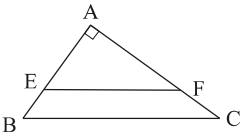
(۳) ۸

پاسخ: گزینه ۲ باتوجه به اینکه خطوط موازی خط‌های متقاطع را به نسبت‌های مساوی قطع می‌کنند. داریم:

$$\frac{AC}{CD} = \frac{Eg}{gH} \Rightarrow \frac{5}{4} = \frac{\gamma/5}{x} \Rightarrow 5x = 30 \Rightarrow x = 6$$



۳۱۸. در شکل مقابل $EF \parallel BC$ می‌باشد. اگر مساحت مثلث AEF برابر با 10 و $AF = 5$ و $EB = 2$ اندازه BC چقدر است؟



(۲) $\frac{2\sqrt{41}}{3}$

(۱) $\sqrt{41}$

(۴) $\frac{\sqrt{41}}{3}$

(۳) $\frac{3\sqrt{41}}{2}$

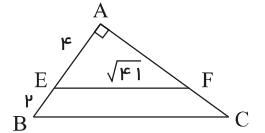
پاسخ: گزینه ۳

$$S_{AEF} = 10 \Rightarrow \frac{AE \times AF}{2} = 10 \Rightarrow \frac{AE \times 5}{2} = 10$$

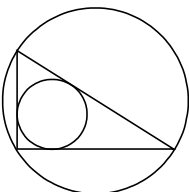
$$AE = \frac{2 \times 10}{5} = 4 \Rightarrow AE = 4$$

$$EF^2 = 4^2 + 5^2 \Rightarrow EF^2 = 16 + 25 = 41 \Rightarrow EF = \sqrt{41}$$

$$\text{جز کل } \frac{4}{6} = \frac{\sqrt{41}}{BC} \Rightarrow BC = \frac{6\sqrt{41}}{4} = \frac{3\sqrt{41}}{2}$$



۳۱۹. فرض کنید در شکل، طول ضلع‌های زاویه قائمه، a و b است. اگر d قطر دایره محاط در مثلث و D قطر دایره محیطی مثلث باشد، $d + D$ کدام است؟



(۲) $2(a+b)$

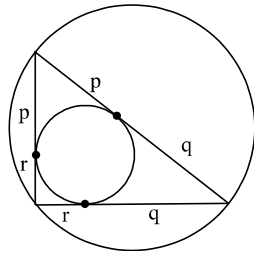
(۱) $a+b$

(۴) $\sqrt{a^2 + b^2}$

(۳) $\frac{1}{2}(a+b)$

پاسخ: گزینه ۱ مطابق شکل، پاره‌خط‌هایی را که دایره محاطی روی ضلع جدا می‌کند p و q نامگذاری می‌کنیم واضح است که شعاع دایره محاطی است و قطر دایره محیطی

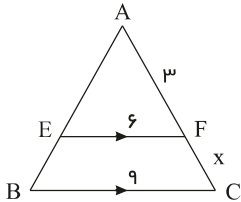
برابر است با $p + q$. پس می‌توانیم بنویسیم:



$$d + D = 2r + p + q$$

$$= (p + r) + (q + r) = a + b$$

۳۲۰. مقدار x چقدر است؟



۳ (۲)

۱٫۵ (۱)

۶ (۴)

۳٫۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۱

$$\frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} \Rightarrow \frac{3}{3+x} = \frac{6}{9} \Rightarrow 6(3+x) = 27 \Rightarrow 18 + 6x = 27$$

$$\Rightarrow 6x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{6} = 1,5$$

۳۲۱. شعاع دایره‌ی محاطی مثلث قائم‌الزاویه برابر ۲ است و شعاع دایره‌ی محیطی همان مثلث ۶٫۵ است محیط مثلث کدام است؟

۳۱ (۴)

۲۸ (۳)

۳۶ (۲)

۳۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ اضلاع زاویه‌ی قائمه و وتر مثلث را به وتر مثلث را به ترتیب با a و b و c نشان می‌دهیم و مساحت و نصف محیط و شعاع دایره‌ی محیطی و شعاع دایره‌ی محاطی را به ترتیب با S, P, R و r می‌دانیم که در مثلث قائم‌الزاویه، $C = 2R$ پس $C = 13$ می‌توانیم:

$$a^2 + b^2 + c^2 = 13^2$$

$$(a + b)^2 - 2ab = 13^2$$

$$(2p - c)^2 - 2 \times 2 \times (2s) = 13^2 \quad (1)$$

$$\text{چون } S = Pr \text{ رابطه‌ی (1) تبدیل می‌شود به } (S - 13)^2 - 4S = 13^2 \text{ به } (S - 13)^2 - 4S = 13^2$$

$$S^2 - 30S = 0 \rightarrow S = 30$$

$$\text{در نتیجه: } 2P = S = 30$$

۳۲۲. یک ضلعی منتظم در دایره‌ای محاط شده است و رأس‌های متوالی آن را با عددهای ۱ تا ۳۸ شماره‌گذاری کرده‌ایم. اگر رأس شماره‌ی ۸ یک سر قطری از دایره باشد، شماره‌ی رأسی که سر دیگر این قطر است کدام است؟

۲۷ (۴)

۲۶ (۳)

۲۵ (۲)

۲۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ رأس‌های ۳۸ و ۱۹ دو سر قطرند؛ پس رأس $27 = 19 + 8$ سر دیگر قطری است که یک سرش ۸ است.

۳۲۳. قاعده‌ی یک مثلث ۱۵ سانتی‌متر است دو پاره‌خط موازی با قاعده رسم می‌کنیم تا دو ضلع دیگر را قطع کند و مثلث را به سه قسمت با مساحت‌های مساوی تقسیم کند طول پاره‌خط موازی و نزدیکتر به قاعده‌ی مثلث چند سانتی‌متر است؟

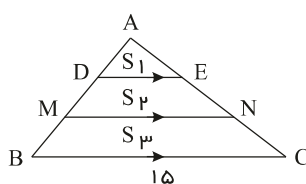
۷٫۵ (۴)

$4\sqrt{3}$ (۳)

۱۰ (۲)

$5\sqrt{6}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

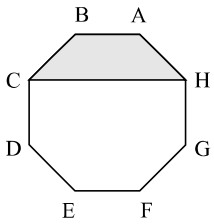


$$S_1 = S_2 = S_3 \Rightarrow \frac{S_{AMN}}{S_{ABC}} = \frac{2}{3}$$

پس نسبت تشابه دو مثلث AMN و ABC برابر $\sqrt{\frac{2}{3}}$ است.

$$\Rightarrow MN = \sqrt{\frac{2}{3}} \times 15 = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \times 15 = \frac{\sqrt{6}}{3} \times 15 = 5\sqrt{6}$$

۳۲۴. در شکل روبه‌رو یک ۸ ضلعی منتظم رسم شده است. اگر مساحت ناحیه‌ی خاکستری ۳ سانتی‌متر مربع باشد، مساحت ۸ ضلعی چقدر است؟



- ۸√۲ (۲)
۱۲ (۴)

- ۸ + ۴√۲ (۱)
۹ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ در این هشت ضلعی از A و B بر CH دو خط عمود می‌کنیم. اگر طول این پاره‌خط را x در نظر بگیریم $CB = x\sqrt{2}$ که در این صورت مساحت چهارضلعی BACH برابر است با:

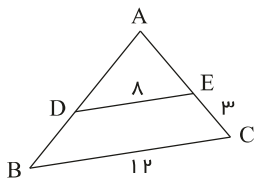
$$x^2 + x^2\sqrt{2} = x^2(1 + \sqrt{2})$$

از طرفی مساحت ۸ ضلعی برابر است با:

$$\begin{aligned} S_{ABCDEFGH} &= S_{ABCH} + S_{DEFG} + S_{CDGH} \\ &= x^2(1 + \sqrt{2}) + x\sqrt{2}(2x + x\sqrt{2}) + x^2(1 + \sqrt{2}) \\ &= 2x^2(1 + \sqrt{2}) + x\sqrt{2} \times x\sqrt{2}(1 + \sqrt{2}) \\ &= 4x^2(1 + \sqrt{2}) \end{aligned}$$

پس مساحت ۸ ضلعی، ۴ برابر قسمت خاکستری است، یعنی ۱۲

۳۲۵. باتوجه به شکل مقابل AE کدام است؟



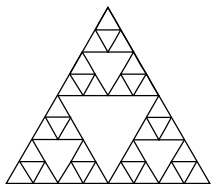
- ۲ (۲)
۶ (۴)

- ۳ (۱)
۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ باتوجه به قضیه‌ی تالس داریم و مقدار AE را برابر x در نظر می‌گیریم $\frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC}$

$$\Rightarrow \frac{x}{x+3} = \frac{8}{12} \Rightarrow 8x + 24 = 12x \Rightarrow 4x = 24 \Rightarrow x = 6$$

۳۲۶. محیط مثلث بزرگ شکل مقابل ۲۴ سانتی‌متر است. مجموع طول‌های خطوط سیاه رنگ که در رسم شکل به کار گرفته شده است، چند سانتی‌متر است؟



- ۷۵ (۲)
۸۱ (۴)

- ۵۷ (۱)
۷۸ (۳)

پاسخ: گزینه ۴ چون تمام اضلاع مثلث بزرگ توسط مثلث‌های کوچک هم اندازه تقسیم‌بندی شده‌اند پس هر ضلع مثلث بزرگ $8 \div 3 = 24$ سانتی‌متر می‌باشد در نتیجه هر ضلع از مثلث‌های کوچک برابر ۱ سانتی‌متر است با شمارش تمام خطوط سیاه رنگ که هر کدام به اندازه‌ی ۱ سانتی‌متر است به عدد ۸۱ می‌رسیم.

۳۲۷. طول‌های دو ضلع مثلثی ۱۲۰ و ۱۳۰ سانتی‌متر است. کدام یک از عددهای زیر نمی‌تواند طول ضلع سوم مثلث باشد؟

- ۴۰ (۱) ۱۰۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۲۶۰ (۴)

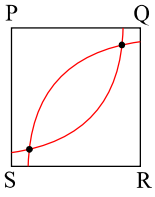
پاسخ: گزینه ۴ مجموع طول‌های هر دو ضلع مثلث باید بزرگ‌تر از طول ضلع سوم باشد $120 + 130 < 260$ پس ۲۶۰ نمی‌تواند طول ضلع سوم باشد.

۳۲۸. در چهارضلعی PQRS می‌دانیم $PQ = 2006$ ، $QR = 2008$ ، $RS = 2007$ و $SP = 2009$. زاویه داخلی کدام رأس‌ها حتماً کوچکتر از 180° است؟

- P,R,S (۴) P,Q,S (۳) Q,R,S (۲) R,Q,P (۱)

پاسخ: گزینه ۴ مستطیل PQRS را رسم می‌کنیم به طوری که $PQ = RS = 2007$ و $PS = QR = 2009$. اکنون به مرکز P و به شعاع ۲۰۰۶ دایره‌ای رسم می‌کنیم. همچنین به مرکز R و شعاع ۲۰۰۸ دایره‌ای رسم می‌کنیم. دیده می‌شود با انتقال Q به یکی از دو نقطه‌ی برخورد این دایره‌ها چهارضلعی مورد نظر به دست می‌آید. اگر Q را به

تقاطعی که نزدیک مکان فعلی آن است منتقل کنیم، دیده می‌شود هر چهار زاویه P, Q, R, S و کوچک‌تر از 180° هستند. اما اگر Q را به تقاطعی که نزدیک S است منتقل کنیم، چهار ضلعی دیگر محدب نیست و زاویه Q بیشتر از 180° می‌شود بنابراین تحت هر شرایطی S, P, R کوچکتر از 180° هستند. به جای مستطیل می‌توانیم از متوازی‌الاضلاع هم شروع کنیم.



۳۲۹. در دوزنقه‌ی $PQRS$ ضلع‌های PQ و RS موازی هستند. اندازه‌ی زاویه‌ی RSP برابر 120° است و $RS = SP = \frac{1}{3}PQ$. اندازه‌ی زاویه‌ی PQR چه قدر است؟

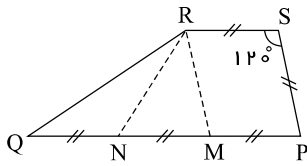
۳۰° (۴)

۲۵° (۳)

۲۲,۵° (۲)

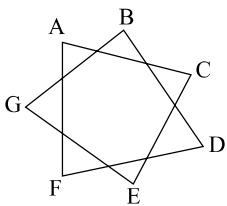
۱۵° (۱)

پاسخ: گزینه ۴ شکل زیر را در نظر بگیرید.



چون $PMRS$ متوازی‌الاضلاع و در نتیجه لوزی است؛ پس $RM = MP$ و زاویه‌ی RMP برابر 120° است. زاویه‌ی RMN برابر 60° است و مثلث MNR متساوی‌الساقین است؛ پس $MN = NR$ و زاویه‌ی RNQ برابر 120° است. به این ترتیب، زاویه‌ی PQR که همان زاویه‌ی NQR است، برابر است با

$$\frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = 30^\circ$$



۳۳۰. در ستاره‌ی مقابل حاصل $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} + \hat{F} + \hat{G}$ برابر است با:

۷۲° (۲)

۵۴° (۱)

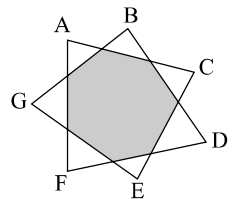
۹۰° (۴)

۳۶° (۳)

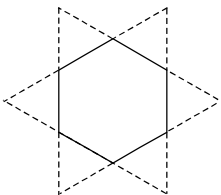
پاسخ: گزینه ۱ شکل زیر را به یک ۷ ضلعی و ۷ مثلث تقسیم‌بندی می‌کنیم. مجموع زوایای داخلی ۷ مثلث برابر $7 \times 180 = 1260$ می‌شود. اگر مجموع زوایای خارجی ۷ ضلعی را از مجموع زوایای داخلی ۷ مثلث کم کنیم، مجموع زاویه‌های خواسته شده به دست می‌آید. فقط دقت کنید که چون هر ضلع ۷ ضلعی از دو طرف امتداد داده شده است، پس دو برابر مجموع زوایای خارجی ۷ ضلعی را باید حساب کنیم.

$$2 \times 360^\circ = 720^\circ = \text{مجموع زوایای خارجی ۷ ضلعی}$$

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} + \hat{D} + \hat{E} + \hat{F} + \hat{G} = 1260^\circ - 720^\circ = 540^\circ$$



۳۳۱. از امتداد اضلاع یک ۶ ضلعی منتظم، یک ستاره‌ی ۶ پر به دست می‌آید. اگر محیط ستاره برابر با ۹۶ سانتی‌متر باشد، محیط شش ضلعی چند سانتی‌متر است؟



۴۲ (۲)

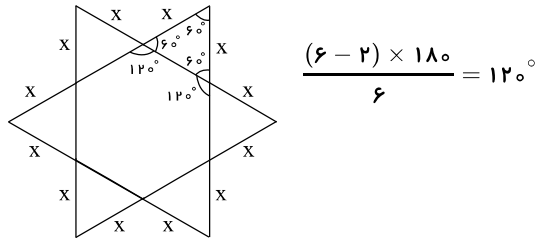
۳۶ (۱)

۵۴ (۴)

۴۸ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

اندازه‌ی یک زاویه‌ی داخلی ۶ ضلعی منتظم برابر است با:



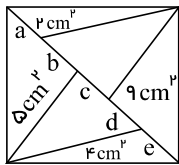
بنابراین هر زاویه‌ی داخلی مثلث‌های ایجاد شده برابر ۶۰° است. در نتیجه مثلث‌های ایجاد شده متساوی‌الاضلاع هستند.

$$12x = 96 \Rightarrow x = 8$$

$$\text{محیط ۶ ضلعی منتظم} = 6 \times 8 = 48$$

۳۳۲. مطابق شکل مربعی به مساحت 36 cm^2 را اول با کشیدن قطرش به دو قسمت، و بعد به چند مثلث تقسیم کرده‌ایم. مساحت بعضی از این مثلث‌ها را

در شکل مشخص کرده‌ایم. کدام بخش از قطر از بقیه بلندتر است؟



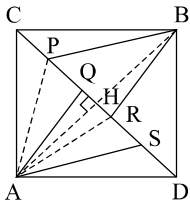
b ۲

a ۱

d ۴

c ۳

پاسخ: گزینه ۴ شکل زیر را در نظر بگیرید. توجه کنید که AH برای هر کدام از مثلث‌هایی که یک رأسشان A است و دو رأس دیگرشان روی CD است ارتفاع است؛ پس برای پیدا کردن بلندترین پاره‌خط، باید مثلثی را پیدا کنیم که بیشترین مساحت را دارد.



چون مساحت مربع 36 cm^2 است. مساحت هر کدام از مثلث‌های ACD و BDC برابر است با: $36 \div 2 = 18 \text{ cm}^2$ ؛ پس مساحت مثلث‌های BRP و AQS به ترتیب برابر است با $18 - (2 + 9) = 9 \text{ cm}^2$ و $18 - (5 + 4) = 9 \text{ cm}^2$. مثلث‌های BCP و ACP مساوی هستند؛ پس مساحت مثلث ACP برابر است با 2 cm^2 و در نتیجه مساحت مثلث APQ برابر است با $9 - 2 = 7 \text{ cm}^2$. به همین شکل می‌توانیم ثابت کنیم که مساحت AQR و ARS هم به ترتیب برابر 1 cm^2 و 5 cm^2 است؛ پس RS بلندترین پاره‌خط است.

۳۳۳. کدام گزاره درباره‌ی قطرهای چندضلعی‌های محدب درست است؟

۲ تعداد قطرها همیشه بیشتر از تعداد ضلع‌ها است.

۱ اگر تعداد قطرها فرد باشد تعداد ضلع‌ها هم فرد است.

۴ چندضلعی محدبی وجود دارد که ۲۸ قطر دارد.

۳ چندضلعی محدبی وجود دارد که ۳۵ قطر دارد.

پاسخ: گزینه ۳ نکته: تعداد قطرهای n ضلعی محدب برابر است با:

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

اگر n به صورت $4k + 2$ باشد،

$$\frac{n(n-3)}{2} = (2k+1)(4k-1)$$

فرد است. در حالی که n زوج است.

- به ازای $n = 4$ تعداد قطرها برابر ۲ است.

- به ازای $n = 10$ تعداد قطرها برابر ۳۵ است.

- اگر $n^2 - 3n = 2 \times 28$ باید

$$n = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 224}}{2} = \frac{3 \pm \sqrt{233}}{2}$$

که عدد طبیعی نیست.

۳۳۴. اندازه‌ی زاویه‌های مثلثی به نسبت ۲ و ۳ و ۵ می‌باشند. کوچک‌ترین زاویه‌ی این مثلث چند درجه است؟

۷۲ ۴

۵۴ ۳

۳۶ ۲

۱۸ ۱

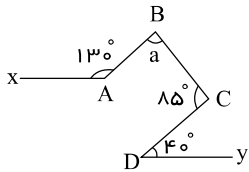
پاسخ: گزینه ۲ زاویه‌های مثلث عبارتند از:

$$2\alpha, 3\alpha, 5\alpha$$

$$3\alpha + 5\alpha + 2\alpha = 180 \rightarrow \alpha = 18$$

زاویه‌های مثلث، ۳۶، ۵۴ و ۹۰ هستند که کوچک‌ترین آن‌ها ۳۶° است.

۳۳۵. در شکل زیر $Ax \parallel Dy$ در این صورت مقدار a برابر با چند درجه است؟



۸۰ (۲)

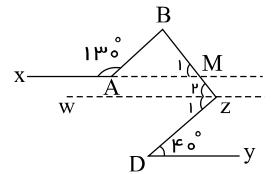
۷۵ (۱)

۹۰ (۴)

۸۵ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

$$\left. \begin{array}{l} Dy \parallel ZW \\ \text{مورب } DZ \end{array} \right\} \rightarrow \widehat{D} = \widehat{Z}_1 = 40 \Rightarrow Z_2 = 85 - 40 = 45$$



$$\left. \begin{array}{l} ZW \leftrightarrow \parallel Ax \\ \text{مورب } MZ \end{array} \right\} \rightarrow \widehat{M}_1 = \widehat{Z}_2 \Rightarrow M_1 = 45$$

$$\widehat{A} = 180 - 130 = 50$$

$$\widehat{a} = 180 - (45 + 50) = 180 - 95 = 85$$

۳۳۶. در مثلث ABC اندازه‌ی زاویه‌ی C سه برابر اندازه‌ی زاویه‌ی A است و اندازه‌ی زاویه‌ی B دو برابر زاویه‌ی A . کدام گزینه درست است؟

(۴) قائم‌الزاویه است.

(۳) منفرجه است.

(۲) متساوی‌الساقین است.

(۱) متساوی‌الاضلاع است.

پاسخ: گزینه ۴ می‌توانیم بنویسیم:

$$\widehat{A} = \frac{1}{1+2+3} \times 180^\circ = 30^\circ$$

$$\widehat{B} = \frac{2}{1+2+3} \times 180^\circ = 60^\circ$$

$$\widehat{C} = \frac{3}{1+2+3} \times 180^\circ = 90^\circ$$

۳۳۷. زاویه‌ی بین دو محور تقارن متوالی از یک چندضلعی منتظم کدام یک از اعداد زیر می‌تواند باشد؟

۷° (۴)

$\frac{1}{5}$ (۳)

۳۱° (۲)

$\sqrt{36^\circ}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ باید گزینه‌ای را انتخاب کنیم که ۳۶° بر آن بخش‌پذیر باشد پس فقط زاویه $(\frac{1}{5})$ است که ۳۶° بر آن بخش‌پذیر است.

۳۳۸. اگر مربعی در ربع دایره‌ای به شعاع ۱ محاط شده باشد، ضلع مربع چقدر خواهد شد؟

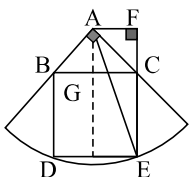
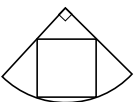
$\frac{1}{2}$ (۴)

$\frac{\sqrt{10}}{5}$ (۳)

$\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳



نقطه A را به E وصل می‌کنیم و مثلث قائم‌الزاویه AEF را تشکیل می‌دهیم. ضلع مربع را برابر a در نظر می‌گیریم. چهارضلعی $AFGC$ مربع است زیرا مثلث ABC قائم‌الزاویه متساوی‌الساقین است AG ، ارتفاع و میانه BC است و برابر نصف وتر یعنی GC است. ضلع آن برابر $\frac{a}{2}$ ، پس $CF = AF = \frac{a}{2}$. حال رابطه فیثاغورس را برای مثلث قائم‌الزاویه AFE می‌نویسیم (شعاع دایره $AE = 1$)

$$AF^2 + FE^2 = AE^2$$

$$\left(\frac{a}{2}\right)^2 + (EC + CF)^2 = 1 \Rightarrow \left(\frac{a}{2}\right)^2 + \left(\frac{3a}{2}\right)^2 = 1$$

$$\Rightarrow \frac{a^2}{4} + \frac{9a^2}{4} = 1 \Rightarrow \frac{10a^2}{4} = 1 \Rightarrow 10a^2 = 4$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{4}{10}$$

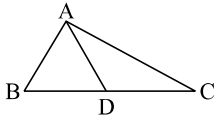
$$\Rightarrow a = \sqrt{\frac{4}{10}}$$

$$a = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{10}} = \frac{2}{\sqrt{10}} \times \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{10}}{10} = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

حال مخرج عبارت a را گویا می‌کنیم.

۳۳۹. در شکل زیر $AB = AD$ و طول پاره‌های BD ، AB و AC به ترتیب ۴، ۵ و ۱۳ واحد بیش‌تر از طول پاره‌خط DC است. طول پاره‌خط

DC چقدر است؟



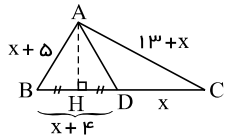
۱۲ (۴)

$9\sqrt{3}$ (۳)

۸ (۲)

$4\sqrt{3}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴



$$BD = 4 + x$$

$$AD = AB = 5 + x$$

$$AC = 13 + x$$

مثلث ABD متساوی‌الساقین است و در مثلث متساوی‌الساقین میانه بر ارتفاع منطبق است، پس HD نصف BD است، پس $HD = \frac{x+4}{2}$ برای مثلث قائم‌الزاویه AHD رابطه

فیثاغورس را می‌نویسیم:

$$AH^2 + HD^2 = AD^2 \Rightarrow AH^2 + \left(\frac{x+4}{2}\right)^2 = (5+x)^2$$

$$\Rightarrow AH^2 = (5+x)^2 - \left(\frac{x+4}{2}\right)^2$$

همچنین رابطه فیثاغورس را برای مثلث AHC می‌نویسیم:

$$AH^2 + HC^2 = AC^2 \Rightarrow AH^2 + \left(x + \frac{4+x}{2}\right)^2 = (13+x)^2$$

$$\Rightarrow AH^2 = (13+x)^2 - \left(x + \frac{4+x}{2}\right)^2$$

$$(۱), (۲) \Rightarrow (5+x)^2 - \left(\frac{4+x}{2}\right)^2 = (13+x)^2 - \left(x + \frac{4+x}{2}\right)^2$$

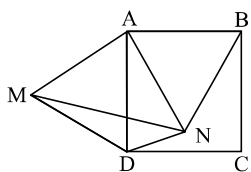
$$\Rightarrow 25 + 10x + x^2 - \left(\frac{4+x}{2}\right)^2 =$$

$$(13+x)^2 - x^2 - \left(\frac{4+x}{2}\right)^2 - 2x\left(\frac{4+x}{2}\right)$$

$$\Rightarrow 25 + 10x + x^2 = 169 + x^2 + 26x - x^2 - 4x - x^2$$

$$\Rightarrow 2x^2 - 12x - 144 = 0 \Rightarrow x^2 - 6x - 72 = 0$$

$$\Rightarrow (x-12)(x+6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -6 \text{ غیر قابل قبول} \\ \boxed{12} \checkmark \end{cases}$$



۳۳۰. چهارضلعی ABCD مربع و مثلث های AMD و ANB متساوی الاضلاع اند. اندازه زاویه MND را به دست آورید.

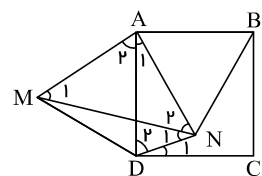
۴۵° (۲)

۳۰° (۱)

۷۵° (۴)

۱۵° (۳)

پاسخ: گزینه ۱



برای راحتی زاویه MND را با \widehat{N}_1 نشان می دهیم:

زاویه \widehat{A}_1 برابر است با $90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$ اختلاف زاویه مربع و مثلث متساوی الاضلاع (زاویه مثلث متساوی الاضلاع). زاویه \widehat{A}_2 برابر است با 60° (زاویه مثلث متساوی الاضلاع).

مثلث AMN متساوی الساقین است، پس $\widehat{M}_1 = \widehat{N}_2$ و زاویه رأس آن $(\widehat{A}_1 + \widehat{A}_2) = 90^\circ$ است، پس $\widehat{M}_1 = \widehat{N}_2 = \frac{180^\circ - 90^\circ}{2} = 45^\circ$ از طرفی مثلث ADN

هم متساوی الساقین است با زاویه رأس $\widehat{A}_1 = 30^\circ$ و در نتیجه $\widehat{N}_1 + \widehat{N}_2$ و \widehat{D}_2 برابر هستند.

$$\widehat{N}_1 + \widehat{N}_2 = \frac{180^\circ - 30^\circ}{2} = 75^\circ$$

$$\Rightarrow \widehat{N}_1 + \widehat{N}_2 = 75^\circ \xrightarrow{\widehat{N}_2 = 45^\circ} \widehat{N}_1 = 30^\circ$$

۳۳۱. در مسئله: ثابت کنید هر نقطه که روی نیمساز یک زاویه قرار دارد، از دو ضلع آن زاویه به یک فاصله است.» از کدام حالت هم نهشتی مثلث ها باید

استفاده کرد؟

(۴) (ض ض ض)

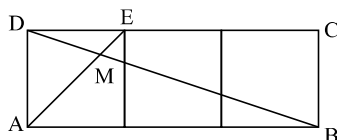
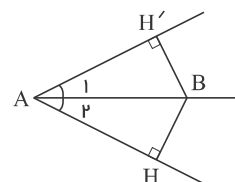
(۳) وتر و یک ضلع

(۲) (ض ض ض)

(۱) وتر و یک زاویه تند

پاسخ: گزینه ۱

$$\left. \begin{array}{l} \widehat{A}_1 = \widehat{A}_2 \text{ نیمساز} \\ AB = AB \text{ ضلع مشترک} \\ \widehat{H} = \widehat{H}' = 90^\circ \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{وز}} \triangle ABH \cong \triangle ABH'$$



۳۳۲. سه مربع به طول ۱ کنار هم قرار گرفته اند، مقدار MD را به دست آورید.

$\frac{\sqrt{10}}{2}$ (۲)

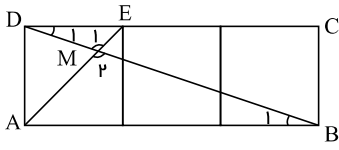
$\sqrt{10}$ (۱)

$2\sqrt{10}$ (۴)

$\frac{\sqrt{10}}{4}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳ ابتدا طبق فیثاغورس مقدار BD را به دست می آوریم:

$$(1 + 1 + 1)^2 + 1^2 = 3^2 + 1 = 10 \rightarrow BD = \sqrt{10} \quad (1)$$



$$\left. \begin{array}{l} \hat{M}_1 = \hat{M}_2 \quad (\text{متقابل به رأس}) \\ \hat{D}_1 = \hat{B}_1 \quad (\text{خطوط موازی و مورب}) \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{دو زاویه}} \Delta AMB \sim \Delta EMD \rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{ME}{AM} = \frac{MD}{MB}$$

$$\left. \begin{array}{l} \rightarrow \frac{DE}{AB} = \frac{1}{3} = \frac{MD}{MB} \rightarrow MB = 3MD \\ \xrightarrow{(1)} MB + MD = \sqrt{10} \end{array} \right\} \rightarrow 4MD = \sqrt{10} \rightarrow MD = \frac{\sqrt{10}}{4}$$

۳۴۳. در مثلثی به ابعاد ۵ و ۸ و $\sqrt{41}$ ، طول بلندترین ارتفاع مثلث، برابر کدام گزینه است؟

۵٫۴ (۴)

۷٫۲ (۳)

۴٫۸ (۲)

۶٫۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ بلندترین ارتفاع، ارتفاع دارد بر کوچکترین ضلع است. با استفاده از رابطه فیثاغورث که دو مثلث ACH و ABH داریم:

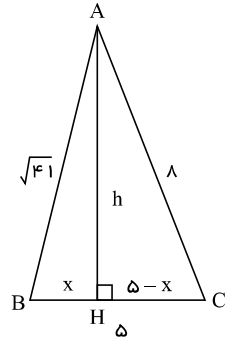
$$AH^2 = AB^2 - BH^2 = AC^2 - CH^2$$

$$\sqrt{41}^2 - x^2 = (8)^2 - (5 - x)^2$$

$$41 - x^2 = 64 - (25 - 10x + x^2)$$

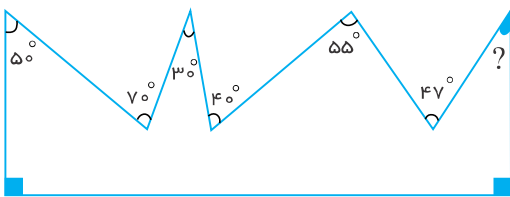
$$41 - x^2 = 64 - 25 + 10x - x^2$$

$$2 = 10x \rightarrow x = 0.2$$



$$h^2 = \sqrt{41}^2 - x^2 = 41 - \frac{4}{100} = 40.96 \rightarrow h = 6.4$$

۳۴۴. در شکل روبه‌رو، اولین زاویه ایجاد شده 50° است. با توجه به اندازه‌های داده شده، آخرین زاویه چند درجه است؟



۳۲° (۱)

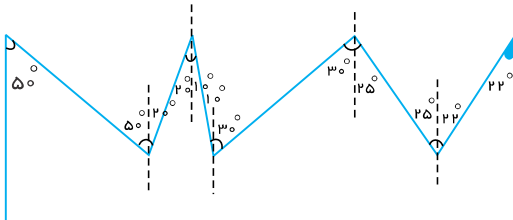
۲۵° (۲)

۲۷° (۳)

۲۲° (۴)

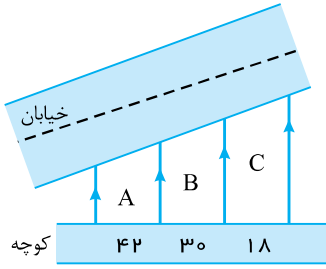
پاسخ: گزینه ۴

از هر رأس یک خط عمودی رسم می‌کنیم و زوایای مساوی را مشخص می‌کنیم (از روی خط موازی):

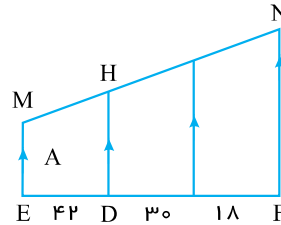


پس آخرین زاویه 22° است.

۳۴۵. سه قطعه زمین A و B و C مطابق شکل، بین یک خیابان و یک کوچه قرار دارند. اگر بر هر سه قطعه با هم به خیابان، 120 متر باشد. بر ساختمان A از خیابان چقدر است؟ (واحدهای روی شکل به متر است)



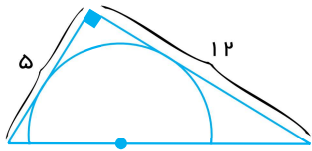
- ۱) $14m$
- ۲) $64m$
- ۳) $56m$
- ۴) $85m$



پاسخ: گزینه ۳ شکل هنری به این صورت است:

$$EF = 42 + 30 + 18 = 90$$

$$\frac{MH}{MN} = \frac{ED}{EF} \Rightarrow \frac{x}{120} = \frac{42}{90} \Rightarrow x = \frac{120 \times 42}{90} = 56$$



۳۴۶. شعاع نیم‌دایرهٔ مقابل کدام است؟

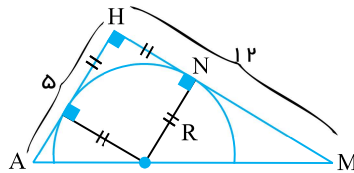
- ۱) $\frac{60}{15}$
- ۲) $\frac{60}{7}$

- ۱) $\frac{60}{17}$
- ۳) $\frac{60}{13}$

پاسخ: گزینه ۱ از مرکز نیم‌دایره ۲ شعاع موازی دو ضلع مثلث رسم می‌کنیم:

چهارضلعی مربع می‌شود.

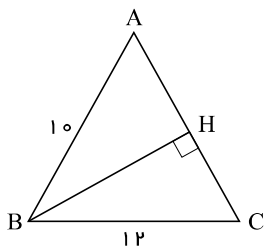
(زوایا قائمه و ضلع‌ها برابر)



$$\frac{R}{AH} = \frac{MN}{MH} \Rightarrow \frac{R}{5} = \frac{12 - R}{12} \Rightarrow 12R = 60 - 5R$$

$$17R = 60 \rightarrow R = \frac{60}{17}$$

۳۴۷. مثلث ABC متساوی‌الساقین است ($AB = AC$). اندازهٔ ارتفاع BH کدام است؟ ($BC = 12$ و $AB = 10$)

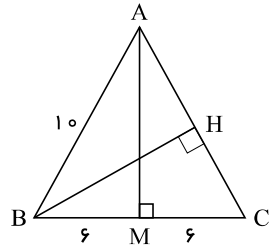


- ۱) $4,8$
- ۲) $9,6$
- ۳) $7,2$
- ۴) $3,6$

پاسخ: گزینه ۲ می‌دانیم در مثلث متساوی‌الساقین، ارتفاع و میانه وارد بر یک ضلع بر هم منطبقند. در مثلث متساوی‌الساقین ABC میانهٔ وارد بر قاعدهٔ BC را رسم می‌کنیم. طبق

گفتهٔ بالا این میانه، ارتفاع نیز می‌باشد. پس بنا بر رابطهٔ فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویهٔ AMC داریم:

$$\overline{AM}^2 = \overline{AC}^2 - \overline{MC}^2 \Rightarrow \overline{AM}^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow \overline{AM} = \sqrt{64} = 8$$



از طرفی می‌دانیم: $\overline{AM} \times \overline{BC} = \overline{BH} \times \overline{AC}$ پس:

$$8 \times 12 = \overline{BH} \times 10 \Rightarrow \overline{BH} = \frac{8 \times 12}{10} = \frac{96}{10} = 9,6$$

۳۴۸. هرگاه در مثلثی رابطه $\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b^2} + \frac{1}{h_c^2}$ بین ارتفاع‌ها برقرار باشد، آن‌گاه کدام رابطه بین اضلاع برقرار است؟ (h_a ارتفاع وارد بر ضلع a می‌باشد).

$a = b + c$ (۴)

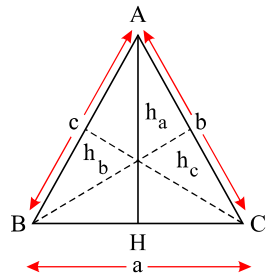
$\frac{1}{a^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$ (۳)

$a^2 = bc$ (۲)

$a^2 = b^2 + c^2$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

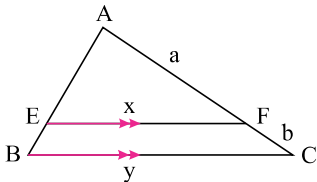
$$S_{\Delta ABC} = \frac{a \times h_a}{2} \Rightarrow S_{\Delta} = \frac{a}{2} \times h_a \rightarrow h_a = \frac{S}{\frac{a}{2}} = \frac{2S}{a} \rightarrow \frac{1}{h_a^2} = \frac{a}{4S^2} \text{ یا } \frac{1}{h_b^2} = \frac{b}{4S^2} \text{ یا } \frac{1}{h_c^2} = \frac{c}{4S^2}$$



در نتیجه طبق فرض داریم:

$$\frac{1}{h_a^2} = \frac{1}{h_b^2} + \frac{1}{h_c^2} \rightarrow \left(\frac{a}{2S}\right)^2 = \left(\frac{b}{2S}\right)^2 + \left(\frac{c}{2S}\right)^2 \rightarrow \frac{a^2}{4S^2} = \frac{b^2}{4S^2} + \frac{c^2}{4S^2} = \frac{b^2 + c^2}{4S^2} \rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

۳۴۹. در شکل مقابل نسبت $\frac{a}{b}$ بر حسب x و y کدام است؟



$\frac{y-x}{y}$ (۲)

$\frac{y}{y-x}$ (۴)

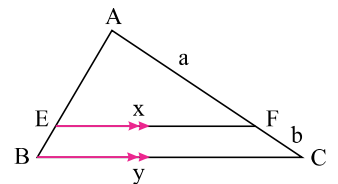
$\frac{x}{y}$ (۱)

$\frac{x}{y-x}$ (۳)

پاسخ: گزینه ۳

$$\frac{AF}{AC} = \frac{EF}{BC} = \frac{x}{y}$$

$$\frac{AF}{AC - AF} = \frac{x}{y-x} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{x}{y-x}$$



۳۵۰. در مثلث ABC ، $\hat{A} = 50^\circ$ و $B = 60^\circ$ و H محل تلاقی سه ارتفاع است زاویه BHC چند برابر زاویه AHC است؟

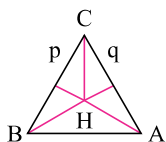
$\frac{6}{5}$ (۴)

$\frac{13}{12}$ (۳)

$\frac{12}{13}$ (۲)

$\frac{5}{6}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳



نکته: اگر H محل تلاقی ارتفاع‌ها یا عمود منصف باشد؛ آن‌گاه $\hat{A}HB = 180^\circ - \hat{C}$

$$\left. \begin{aligned} \hat{A}HC = 180^\circ - \hat{B} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ \\ \hat{B}HC = 180^\circ - \hat{A} = 180^\circ - 50^\circ = 130^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{\hat{B}HC}{\hat{A}HC} = \frac{130^\circ}{120^\circ} = \frac{13}{12}$$