

باسمه تعالی

درسنامه همراه با مثال و حل تمرین

فصل ۷

ریاضی نهم

تهیه و تنظیم و تایپ: محمدباقر میرزاوند

دبیر ریاضی

منطقه الوار گرمسیری

تابستان ۱۳۹۹

@riazicafe

## درس اول: معرفی و ساده کردن عبارت های گویا

به کسری که صورت و مخرج آن چند جمله ای باشند **عبارت گویا** می گویند. مانند:  $-\frac{3}{8}$  ،  $\frac{x}{2x-8}$

**مثال:** الف\* آیا عبارت  $\frac{3x-1}{2+\sqrt{xy}}$  عبارتی گویا است؟ چرا؟

**پاسخ:** خیر- زیرا مخرج آن چند جمله ای نمی باشد. (در فصل ۵ یاد گرفتیم که هر گاه متغیر، زیر رادیکال باشد، آن عبارت چند جمله ای نیست)

❖ **نکته:** هر گاه در عبارتی، متغیر، زیر رادیکال باشد یا درون قدر مطلق باشد و یا در توان باشد آن گاه آن عبارت، گویا نیست.

**تمرین ۱.** کدام یک از عبارت های زیر، گویا است؟

الف\*  $\frac{-x^2}{\sqrt{5+x}}$  هست      ب\*  $\frac{|a-b|}{x}$  نیست      پ\*  $\frac{-2}{\sqrt[3]{12}}$  هست      ت\*  $\frac{\sqrt{3}}{x}$  هست

ث\*  $\frac{a}{\sqrt{y}}$  نیست      ج\*  $\sqrt{a}^{-1}$  هست      چ\*  $\frac{\sqrt{2}x^3-y^3}{x^2+1/2}$  هست      ح\*  $\frac{x}{y}$  هست

خ\*  $\frac{\sqrt{xy}}{2x-7}$  نیست      د\*  $x^2-3x+5$  هست      ذ\*  $-4$  هست      ر\*  $\frac{mn+n^2}{3-n}$  هست

ز\*  $\frac{x+\sqrt{8/5}}{|-6|}$  هست      ژ\*  $x^2y^{-3}$  هست      س\*  $a^{-b}$  نیست      ش\*  $\sqrt[3]{a}$  نیست

### مقادیر تعریف نشده عبارت گویا

می دانیم کسرهایی که مخرج آن ها صفر باشد **تعریف نشده** هستند (مانند  $\frac{7}{0}$ ،  $\frac{5}{0}$  و ...). یعنی مقدار مشخصی ندارند. بنابراین یک عبارت گویا زمانی تعریف نشده است که **مخرج آن مساوی صفر** باشد.

**تمرین ۲.** هر یک از عبارت های زیر، به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده است؟

الف\*  $\frac{3x+1}{x+1}$

ب\*  $\frac{a-1}{3a+2}$

مخرج = ۰  $\Rightarrow x+1=0 \Rightarrow \boxed{x=-1}$       مخرج = ۰  $\Rightarrow 3a+2=0 \Rightarrow 3a=-2 \Rightarrow \boxed{a=-\frac{2}{3}}$

پس عبارت بالا به ازای  $x = -1$  تعریف نشده است.      پس عبارت بالا به ازای  $a = -\frac{2}{3}$  تعریف نشده است.

$$\text{پ}^* \frac{7x}{x^2-9}$$

اتحاد مزدوج  
مخرج = 0  $\Rightarrow x^2 - 9 = 0 \Rightarrow$

$$(x-3)(x+3) = 0 \Rightarrow$$

$$(x-3) = 0 \Rightarrow \boxed{x = +3}$$

$$(x+3) = 0 \Rightarrow \boxed{x = -3}$$

پس عبارت گویای بالا به ازای  $x = +3$  و  $x = -3$  تعریف نشده است.

$$\text{ث}^* \frac{8+x}{x}$$

$$\text{مخرج} = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

پس عبارت گویای بالا به ازای  $x = 0$  تعریف نشده است.

$$\text{ت}^* \frac{a}{a^2-5a+6}$$

اتحاد جمله مشترک  
مخرج = 0  $\Rightarrow a^2 - 5a + 6 = 0 \Rightarrow (a-2)(a-3) = 0 \Rightarrow$

$$(a-2) = 0 \Rightarrow \boxed{a = +2}$$

$$(a-3) = 0 \Rightarrow \boxed{a = +3}$$

پس عبارت گویای بالا به ازای  $a = +2$  و  $a = +3$  تعریف نشده است.

$$\text{ج}^* \frac{4a}{a^2+7}$$

می دانیم که هر مقداری را به جای  $a$  انتخاب کنیم، حاصل  $a^2$  عددی نامنفی می شود پس عبارت  $a^2 + 7$  هیچگاه صفر نمی شود بنابراین عبارت گویای بالا به ازای هر عدد حقیقی دلخواه، همیشه تعریف شده است.

❖ **توجه:** هر گاه توان متغیر مخرج زوج باشد و با یک عدد حقیقی جمع شده باشد آنگاه مخرج هیچگاه صفر نمی شود و عبارت گویا همواره تعریف شده است.

$$\text{چ}^* \frac{2x}{x(3x-9)}$$

$$\text{مخرج} = 0 \Rightarrow x(3x-9) = 0 \Rightarrow$$

$$\boxed{x = 0}$$

$$(3x-9) = 0 \Rightarrow 3x = +9 \Rightarrow x = \frac{9}{3} = 3 \Rightarrow \boxed{x = +3}$$

پس عبارت گویای بالا به ازای  $x = 0$  و  $x = +3$  تعریف نشده است.

$$\text{ح}^* \frac{4+x}{-5}$$

عبارت گویای بالا به ازای هر عدد حقیقی دلخواه، همیشه تعریف شده است. چون مخرج عبارت گویا، یک عدد حقیقی است و هیچگاه صفر نمی شود.

$$\text{خ}^* \frac{m}{m^6+7}$$

چون توان متغیر مخرج زوج است و با یک عدد حقیقی جمع شده است بنابراین مخرج هیچگاه صفر نمی شود و عبارت گویا همواره تعریف شده است.

$$\text{د}^* \frac{9x}{x^2}$$

$$\text{مخرج} = 0 \Rightarrow x^2 = 0 \Rightarrow \boxed{x = 0}$$

پس عبارت گویای بالا به ازای  $x = 0$  تعریف نشده است.

$$\text{ذ}^* \frac{3t}{t^2+5t}$$

فاکتورگیری  
مخرج = 0  $\Rightarrow t^2 + 5t = 0 \Rightarrow t(t+5) = 0$

$$\begin{cases} \boxed{t = 0} \\ t + 5 = 0 \Rightarrow \boxed{t = -5} \end{cases}$$

پس عبارت گویای بالا به ازای  $t = -5$  و  $t = 0$  تعریف نشده است.

## ساده کردن عبارت های گویا

برای ساده کردن یک عبارت گویا، ابتدا در صورت امکان، صورت و مخرج کسر را به کمک اتحادها یا فاکتورگیری، تجزیه کرده سپس عامل های مشترک موجود در صورت و مخرج کسر را حذف می کنیم.

❖ **توجه:** تا پایان این فصل، تمام مخرج ها مخالف صفر فرض می شوند.

✍ **تمرین ۳.** عبارت های گویای زیر را ساده کنید. (مخرج همه کسرها مخالف صفر فرض شده است)

$$\text{الف} * \frac{x^2 + 5x + 6}{x^2 - 4} = \frac{\text{اتحاد جمله مشترک}}{\text{اتحاد مزدوج}} = \frac{(x+2)(x+3)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x+3}{x-2}$$

$$\text{ب} * \frac{x^3 + 3x^2}{x^2 + 3x} = \frac{\text{فاکتورگیری}}{\text{فاکتورگیری}} = \frac{x^2(x+3)}{x(x+3)} = \frac{x^2}{x} = x$$

$$\text{پ} * \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 5x + 6} = \frac{\text{اتحاد جمله مشترک}}{\text{اتحاد جمله مشترک}} = \frac{(x-3)(x+1)}{(x-2)(x-3)} = \frac{x+1}{x-2}$$

$$\text{ت} * \frac{y^3 - 2y^2 - 3y}{y^2 + y} = \frac{\text{فاکتورگیری}}{\text{فاکتورگیری}} = \frac{y(y^2 - 2y - 3)}{y(y+1)} = \frac{\text{اتحاد جمله مشترک}}{\text{اتحاد جمله مشترک}} = \frac{(y-3)(y+1)}{(y+1)} = y - 3$$

$$\text{ث} * \frac{x-y}{y-x} = \frac{(x-y)}{-(x-y)} = -1$$

$$\text{ج} * \frac{2+x}{-x-2} = \frac{(2+x)}{-(x+2)} = -1$$

$$\text{چ} * \frac{1-a^2}{a^2+1} = \frac{\text{اتحاد مزدوج}}{\text{اتحاد مزدوج}} = \frac{(1-a^2)(1+a^2)}{(a^2+1)} = 1 - a^2$$

$$\text{ح} * \frac{-10a+15}{4a-6} = \frac{\text{فاکتورگیری}}{\text{فاکتورگیری}} = \frac{-5(2a-3)}{2(2a-3)} = -\frac{5}{2}$$

✍ **تمرین ۴.** در هر مورد، گزینه درست را انتخاب کنید.

الف\* کدام یک از عبارت های زیر را می توان ساده کرد؟

$$\square \frac{x^2+7x}{x} \quad (4) \quad \square \frac{x^2+7}{x^2-7} \quad (3) \quad \square \frac{x^2+7}{7} \quad (2) \quad \square \frac{x^2+7}{x+7} \quad (1)$$

$$\frac{x^2+7x}{x} = \frac{x(x+7)}{x} = x+7 \quad \text{پاسخ: گزینه (۴) - زیرا}$$

ب\* کدام یک از عبارت های زیر با  $\frac{x}{y}$  برابر است؟

$$\square \frac{x+3}{y+3} \quad (4) \quad \square \frac{3-x}{3-y} \quad (3) \quad \square \frac{3x}{3y} \quad (2) \quad \square \frac{x^3}{y^3} \quad (1)$$

$$\frac{3x}{3y} = \frac{x}{y} \quad \text{پاسخ: گزینه (۲) -}$$

پ \* عبارت  $\frac{-2+x}{x+4}$  با کدام یک از عبارت های زیر برابر است؟

$-\frac{2+x}{x+4}$  (۴)     
   $-\frac{2-x}{x+4}$  (۳)     
   $\frac{x+2}{x+4}$  (۲)     
   $-\frac{x-2}{x+4}$  (۱)

پاسخ: گزینه (۳) - زیرا اگر علامت منفی را در صورت کسر ضرب کنیم داریم:

$$-\frac{2-x}{x+4} = \frac{-2+x}{x+4}$$

ت \* عبارت  $\frac{3-x}{x-5}$  با کدام یک از عبارت های زیر برابر است؟

$-\frac{3-x}{x-5}$  (۴)     
   $\frac{3-x}{x-5}$  (۳)     
   $\frac{x-3}{5-x}$  (۲)     
   $-\frac{x-3}{x-5}$  (۱)

پاسخ: گزینه (۲) - زیرا

$$\frac{x-3}{5-x} \stackrel{\text{فاکتورگیری}}{=} \frac{-(3-x)}{-(x-5)} = \frac{3-x}{x-5}$$

ث \* حاصل کدام عبارت برابر -۱ می باشد؟

$\frac{2y-5}{5-2y}$  (۴)     
   $\frac{6y+5}{5+6y}$  (۳)     
   $\frac{6x-1}{-1-6x}$  (۲)     
   $\frac{3x+7}{3x-7}$  (۱)

پاسخ: گزینه (۴) - زیرا

$$\frac{2y-5}{5-2y} \stackrel{\text{فاکتورگیری}}{=} \frac{2y-5}{-(2y-5)} = -1$$

❖ نکته: هر گاه صورت و مخرج یک عبارت گویا قرینه یکدیگر باشند، حاصل آن عبارت، -۱ می شود.

ج \* حاصل کدام عبارت برابر ۱ می باشد؟

$\frac{2a+5}{5+2a}$  (۴)     
   $\frac{2a+5}{-2a-5}$  (۳)     
   $\frac{2a-5}{5-2a}$  (۲)     
   $\frac{2a+5}{2a-5}$  (۱)

پاسخ: گزینه (۴) - زیرا

$$\frac{2a+5}{5+2a} = \frac{2a+5}{2a+5} = 1$$

❖ نکته: هر گاه صورت و مخرج یک عبارت گویا مساوی باشند، حاصل آن عبارت، ۱ می شود.

❖ نکته: اگر صورت و مخرج یک عبارت گویا را در هر عبارت دلخواهی بجز صفر ضرب کنیم یا بر هر عبارت دلخواهی بجز صفر تقسیم کنیم عبارت حاصل با عبارت گویای اولیه برابر خواهد بود.

تمرین ۵. در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.

الف \*  $\frac{5}{3x} = \frac{\boxed{\phantom{5y}}}{3xy}$

ب \*  $\frac{5x}{2-x} = \frac{5x^2+10x}{\boxed{\phantom{(2-x)(x+2)}}$

پاسخ: ابتدا کل عبارت های موجود در صورت و مخرج دو کسر را در صورت امکان با کمک فاکتورگیری یا اتحادها تجزیه کرده و سپس صورت ها را با هم و مخرج ها را با هم مقایسه می کنیم.

$$\frac{5}{3x} \xrightarrow{\times y} = \frac{\boxed{5y}}{3xy}$$

$$\frac{5x}{2-x} \xrightarrow{\times(x+2)} = \frac{5x(x+2)}{\boxed{(2-x)(x+2)}}$$

$$\text{پ}^* \frac{1-z}{z} = \frac{\boxed{\phantom{1-z}}}{z^2+z}$$

$$\text{ت}^* \frac{x-1}{x} = \frac{\boxed{\phantom{x-1}}}{x^3+x^2+x}$$

$$\frac{1-z}{z} \xrightarrow[\times(z+1)]{\times(z+1)} = \frac{\boxed{(1-z)(z+1)}}{z(z+1)}$$

$$\frac{x-1}{x} \xrightarrow[\times(x^2+x+1)]{\times(x^2+x+1)} = \frac{\boxed{(x-1)(x^2+x+1)}}{x(x^2+x+1)}$$

پاسخ:

$$\text{ث}^* \frac{x}{\boxed{\phantom{x}}} = \frac{x^2-2x}{x^2-4}$$

پاسخ  
⇒

$$\frac{x}{\boxed{(x+2)}} \xrightarrow[\times(x-2)]{\times(x-2)} = \frac{x(x-2)}{(x+2)(x-2)}$$

### درس دوم: محاسبات عبارت های گویا

#### ضرب و تقسیم عبارت های گویا

ضرب و تقسیم عبارت های گویا مانند ضرب و تقسیم اعداد گویا است. فقط قبل از انجام عمل ضرب یا تقسیم، در صورت امکان کسرها را به روشی که قبلاً گفتیم ساده می کنیم.

$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{ac}{bd}$$

و

$$\frac{a}{b} \div \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \times \frac{d}{c} = \frac{ad}{bc}$$

 **تمرین ۶.** حاصل عبارت های زیر را به ساده ترین شکل بنویسید.

$$\text{الف}^* \frac{1 \cdot x}{x^2-4} \times \frac{x^2-2x}{5x^2} = \frac{\overset{2}{\cancel{x}} \cdot x}{(x-2)(x+2)} \times \frac{x \cdot \cancel{x} \cdot (x-2)}{5x^2} = \frac{2x^{\cancel{2}}}{x^{\cancel{2}}(x+2)} = \frac{2}{(x+2)}$$

$$\text{ب}^* \frac{5x^2-15x}{x+7} \times \frac{7}{x-3} = \frac{5x(x-3)}{x+7} \times \frac{7}{x-3} = \frac{35x}{x+7}$$

$$\text{پ}^* \frac{a^2-1}{a^2-2a+1} \div \frac{2a+2}{ax-x} = \frac{a^2-1}{a^2-2a+1} \times \frac{ax-x}{2a+2} = \frac{(a-1)(a+1)}{(a-1)(a-1)} \times \frac{x \cdot \cancel{a} \cdot (a-1)}{2(a+1)} = \frac{x}{2}$$

$$\text{ت}^* \frac{x^2y-xy}{x^2-1} \div \frac{6y}{3x^2+3x} = \frac{x^2y-xy}{x^2-1} \times \frac{3x^2+3x}{6y} = \frac{xy \cdot \cancel{x} \cdot (x-1)}{(x-1)(x+1)} \times \frac{\cancel{3}x \cdot \cancel{3} \cdot (x+1)}{\underset{2}{\cancel{6}}y} = \frac{x^2}{2}$$

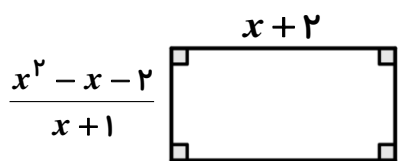
$$\text{ث}^* \frac{x^2-49}{x^2+6x-7} \div \frac{7-x}{x+1} = \frac{x^2-49}{x^2+6x-7} \times \frac{x+1}{7-x} = \frac{(x-7)(x+7)}{(x+7)(x-1)} \times \frac{x+1}{-(x-7)} = \frac{x+1}{-(x-1)}$$

$$ج* \frac{3a^2}{a+1} \div \frac{a^2-a}{a^2-1} = \frac{3a^2}{a+1} \times \frac{a^2-1}{a^2-a} = \frac{3a^{\cancel{2}}}{(\cancel{a+1})} \times \frac{(a\cancel{-1})(\cancel{a+1})}{a(\cancel{a-1})} = 3a$$

$$ج* \frac{m+4}{3m^2-12m} \div \frac{m^2+8m+16}{m^2-4m} = \frac{m+4}{3m^2-12m} \times \frac{m^2-4m}{m^2+8m+16} =$$

$$\frac{(m\cancel{-4})}{3m(m\cancel{-4})} \times \frac{m(m\cancel{-4})}{(m+4)(m\cancel{-4})} = \frac{1}{3(m+4)}$$

تمرین ۷. مساحت مستطیل زیر را بر حسب  $x$  ( $x > 2$ ) به دست آورید. (تمرین کتاب درسی)



پاسخ: می دانیم مساحت مستطیل برابر است با طول ضربدر عرض. بنابراین طول و عرض را ضرب کرده و ساده می کنیم:

$$\frac{x^2-x-2}{x+1} \times \frac{x+2}{1} = \frac{(x\cancel{-1})(x-2)}{x\cancel{-1}} \times \frac{x+2}{1} = (x-2)(x+2)$$

تمرین ۸. مساحت مستطیلی به ابعاد  $\frac{x^2-4}{x+2}$  و  $\frac{x+3}{x^2-2x}$  را به دست آورید. ( $x > 2$ )

پاسخ:

$$\frac{x^2-4}{x+2} \times \frac{x+3}{x^2-2x} = \frac{(x\cancel{-2})(x\cancel{-2})}{x\cancel{-2}} \times \frac{x+3}{x(x\cancel{-2})} = \frac{x+3}{x}$$

تمرین ۹. اگر  $A = a^2 - b^2$  و  $B = a^2 + b^2$  و  $C = 2ab$  باشد، آن گاه حاصل عبارت زیر را به دست

آورید. (تمرین کتاب درسی)

$$\begin{aligned} \frac{A^2 - B^2}{C^2} &= \\ \frac{A^2 - B^2}{C^2} &= \frac{(a^2 - b^2)^2 - (a^2 + b^2)^2}{(2ab)^2} = \frac{(a^4 - 2a^2b^2 + b^4) - (a^4 + 2a^2b^2 + b^4)}{4a^2b^2} \\ &= \frac{a^4 - 2a^2b^2 + b^4 - a^4 - 2a^2b^2 - b^4}{4a^2b^2} = \frac{-4a^2b^2}{4a^2b^2} = -1 \end{aligned}$$

پاسخ:

توجه: استفاده از اتحاد مربع دو جمله ای  $(a^2 - b^2)^2 = (a^2)^2 - 2(a^2)(b^2) + (b^2)^2 = a^4 - 2a^2b^2 + b^4$

توجه: استفاده از اتحاد مربع دو جمله ای  $(a^2 + b^2)^2 = (a^2)^2 + 2(a^2)(b^2) + (b^2)^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$

**تمرین ۱۰** دو عبارت گویا بنویسید که حاصل ضرب آن ها  $\frac{a+7}{a-3}$  شود.

**پاسخ:** برای پاسخ دادن به این سؤال، کافی است عبارت را به صورت  $\frac{a+7}{\square} \times \frac{\square}{a-3}$  بنویسیم و در جاهای خالی دو چند جمله ای یکسان قرار دهیم. بنابراین پاسخ های مختلفی وجود دارد؛ چند نمونه از آن ها به صورت زیر است:

$$\frac{a+7}{\square x} \times \frac{\square x}{a-3} = \frac{a+7}{a-3} \quad , \quad \frac{a+7}{\square a-1} \times \frac{\square a-1}{a-3} = \frac{a+7}{a-3} \quad , \quad \frac{a+7}{\square 2} \times \frac{\square 2}{a-3} = \frac{a+7}{a-3}$$

**تمرین ۱۱** عبارت گویایی بیابید که اگر در عبارت  $\frac{x^2-16}{3x+y}$  ضرب شود حاصل آن برابر  $x-4$  شود.

$$\frac{x^2-y^2}{2x+y} \times \frac{\square}{\square} = x-y \quad \text{پاسخ:}$$

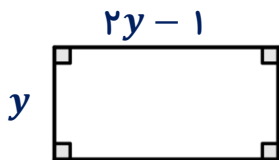
کافی است عبارت  $x-y$  را بر  $\frac{x^2-y^2}{2x+y}$  تقسیم کنیم:

$$x-y \div \frac{x^2-y^2}{2x+y} = \frac{x-y}{1} \times \frac{2x+y}{x^2-y^2} = \frac{x-y}{1} \times \frac{2x+y}{(x-y)(x+y)} = \frac{2x+y}{x+y}$$

**تمرین ۱۲** طول مستطیلی از دو برابر عرض آن یک واحد کمتر است. نسبت محیط به مساحت این

مستطیل را به صورت یک کسر گویا (عبارت گویا) بنویسید. (تمرین کتاب درسی)

**پاسخ:** عرض مستطیل را  $y$  در نظر می گیریم. چون مقدار طول مستطیل از ۲ برابر عرض آن یک واحد کمتر است بنابراین طول مستطیل به صورت جبری برابر است با  $2y-1$ .



$$\Rightarrow \text{محیط مستطیل} = 2 \times (\text{طول} + \text{عرض})$$

$$P = 2 \times \left( \underbrace{2y-1}_{\text{طول}} + \underbrace{y}_{\text{عرض}} \right) = 2 \times (3y-1) = 6y-2$$

$$\Rightarrow \text{مساحت مستطیل} = \text{طول} \times \text{عرض} \Rightarrow S = (2y-1) \times y = 2y^2 - y$$



## جمع و تفریق عبارت های گویا

❖ نکته: در جمع و تفریق عبارت های گویا، اگر مخرج ها مساوی نباشند ابتدا مخرج مشترک می گیریم.

❖ نکته: برای گرفتن مخرج مشترک، ابتدا در صورت امکان، مخرج ها را با کمک فاکتورگیری و اتحادها تجزیه می

کنیم سپس حاصل ضرب عامل های مشترک با توان بیشتر و عامل های غیر مشترک را به عنوان مخرج مشترک در نظر می گیریم.

$$\frac{a}{b} + \frac{c}{b} = \frac{a+c}{b} \quad \text{و} \quad \frac{a}{b} + \frac{c}{d} = \frac{ad+bc}{bd}$$

تمرین ۱۳. حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

$$\text{الف*} \quad \frac{3x+1}{5x+3} - \frac{8x+4}{5x+3} = \frac{3x+1-(8x+4)}{5x+3} = \frac{3x+1-8x-4}{5x+3} = \frac{-5x-3}{5x+3} = \frac{-(5x+3)}{5x+3} = -1$$

$$\text{ب*} \quad \frac{6}{x} - \frac{4}{-x} = \frac{6}{x} + \frac{4}{x} = \frac{10}{x}$$

$$\text{پ*} \quad \frac{a^2}{a-b} - \frac{b^2}{a-b} = \frac{a^2-b^2}{a-b} = \frac{(a-b)(a+b)}{a-b} = a+b$$

$$\text{ت*} \quad \frac{-3x}{x^2-4} + \frac{2}{x+2} = \frac{-3x}{(x-2)(x+2)} + \frac{2}{(x+2)} = \frac{-3x}{(x-2)(x+2)} + \frac{2 \times (x-2)}{(x+2) \times (x-2)} =$$

$$\frac{-3x+2x-4}{(x-2)(x+2)} = \frac{-x-4}{(x-2)(x+2)}$$

$$\text{ث*} \quad \frac{2x-4}{5-x} - \frac{5x-2}{x-5} = \frac{2x-4}{5-x} - \frac{5x-2}{-(5-x)} = \frac{2x-4}{5-x} + \frac{5x-2}{(5-x)} = \frac{2x-4+5x-2}{5-x} = \frac{7x-6}{5-x}$$

$$\text{ج*} \quad \frac{1}{x+2} - \frac{3}{x^2+x-2} = \frac{1}{x+2} - \frac{3}{(x-1)(x+2)} = \frac{1 \times (x-1)}{(x+2) \times (x-1)} - \frac{3}{(x-1)(x+2)} =$$

$$\frac{x-1-3}{(x-1)(x+2)} = \frac{x-4}{(x-1)(x+2)}$$

$$\text{چ*} \quad \frac{5x^2}{x^2+x} - \frac{3x}{x+1} = \frac{5x^2}{x(x+1)} - \frac{3x}{x+1} = \frac{5x^2}{x(x+1)} - \frac{3x \times x}{(x+1) \times x} = \frac{5x^2-3x^2}{x(x+1)} = \frac{2x^2}{x(x+1)} = \frac{2x}{(x+1)}$$

$$\text{ح*} \quad \frac{5x+1}{x^2-y^2} - \frac{6}{x+y} = \frac{5x+1}{(x-y)(x+y)} - \frac{6}{x+y} = \frac{(5x+1)}{(x-y)(x+y)} - \frac{6 \times (x-y)}{(x+y) \times (x-y)} =$$

$$\frac{(5x+1)-6(x-y)}{(x-y)(x+y)} = \frac{5x+1-6x+6y}{(x-y)(x+y)} = \frac{-x+6y+1}{(x-y)(x+y)}$$

$$\begin{aligned} \text{ح}^* \frac{-x^2}{x^2-9} - \frac{x}{x+3} &= \frac{-x^2}{(x-3)(x+3)} - \frac{x}{x+3} = \frac{-x^2}{(x-3)(x+3)} - \frac{x \times (x-3)}{(x+3) \times (x-3)} = \\ &= \frac{-x^2 - x(x-3)}{(x+3) \times (x-3)} = \frac{-x^2 - x^2 + 3x}{(x+3) \times (x-3)} = \frac{-2x^2 + 3x}{(x+3)(x-3)} \end{aligned}$$

$$\text{د}^* \frac{x-1}{x-y} - \frac{1-y}{y-x} = \frac{x-1}{x-y} - \frac{1-y}{-(x-y)} = \frac{x-1}{x-y} + \frac{1-y}{(x-y)} = \frac{x-1+1-y}{x-y} = \frac{x-y}{x-y} = 1$$

$$\begin{aligned} \text{ذ}^* \frac{4+x^2-2x}{2+x} - 2 - x &= \frac{4+x^2-2x}{(2+x)} + \frac{(-2-x)}{1} = \frac{4+x^2-2x}{(2+x)} + \frac{(-2-x) \times (2+x)}{1 \times (2+x)} = \\ &= \frac{4+x^2-2x-4-2x-2x-x^2}{(2+x)} = \frac{-6x}{2+x} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{ر}^* \frac{4x}{3x-12} + \frac{x}{x^2-16} &= \frac{4x}{3(x-4)} + \frac{x}{(x-4)(x+4)} = \frac{4x \times (x+4)}{3(x-4) \times (x+4)} + \frac{x \times 3}{(x-4)(x+4) \times 3} = \\ &= \frac{4x^2 + 16x + 3x}{3(x-4) \times (x+4)} = \frac{4x^2 + 19x}{3(x-4) \times (x+4)} \end{aligned}$$

$$\text{ز}^* \frac{1}{x-3} + \frac{2}{x+2} = \frac{1 \times (x+2)}{(x-3) \times (x+2)} + \frac{2 \times (x-3)}{(x+2) \times (x-3)} = \frac{x+2+2x-6}{(x-3) \times (x+2)} = \frac{+3x-4}{(x-3)(x+2)}$$

$$\text{ح}^* \frac{3}{x-y} + \frac{4}{x+y} = \frac{3 \times (x+y)}{(x-y) \times (x+y)} + \frac{4 \times (x-y)}{(x+y) \times (x-y)} = \frac{3x+3y+4x-4y}{(x+y) \times (x-y)} = \frac{7x-y}{(x+y)(x-y)}$$

$$\text{ط}^* \frac{a+b}{a} + \frac{a+b}{b} = \frac{(a+b) \times b}{a \times b} + \frac{(a+b) \times a}{b \times a} = \frac{ab+b^2}{ab} + \frac{a^2+ab}{ba} = \frac{a^2+2ab+b^2}{ab} = \frac{(a+b)^2}{ab}$$

$$\begin{aligned} \text{ث}^* \frac{m+3}{m^2-9} + \frac{m+7}{m^2+1 \cdot m+21} &= \frac{m+3}{(m+3)(m-3)} + \frac{m+7}{(m+3)(m+7)} = \frac{1}{(m-3)} + \frac{1}{(m+3)} = \\ &= \frac{1 \times (m+3)}{(m-3) \times (m+3)} + \frac{1 \times (m-3)}{(m+3) \times (m-3)} = \frac{m+3+m-3}{(m+3) \times (m-3)} = \frac{2m}{(m+3)(m-3)} \end{aligned}$$

**تمرین ۱۴** اندازه اضلاع مثلثی  $\frac{x+3}{2x}$ ،  $\frac{5}{3x}$  و  $\frac{4x+2}{x}$  است. محیط این مثلث را به دست آورید. ( $x > 0$ )  
**پاسخ:** برای یافتن محیط مثلث، کافی است که هر سه ضلع مثلث را با هم جمع کنیم و مخرج مشترک بگیریم:

$$P = \frac{5}{3x} + \frac{x+3}{2x} + \frac{4x+2}{x} = \frac{5 \times 2}{3x \times 2} + \frac{(x+3) \times 3}{2x \times 3} + \frac{(4x+2) \times 6}{x \times 6} = \frac{10 + 3x + 9 + 24x + 12}{6x} = \frac{27x + 31}{6x}$$

**تمرین ۱۵** الف\* دو عبارت گویا بنویسید که حاصل جمع آن ها  $\frac{x+8}{2x-1}$  شود.

**پاسخ:** برای پاسخ دادن به این سؤال، کافی است عبارت را به صورت  $\frac{x+8}{2x-1} = \frac{\square}{2x-1} + \frac{\square}{2x-1}$  بنویسیم و در جاهای خالی دو چند جمله ای به گونه ای قرار دهیم که حاصل جمع آنها  $2x - 1$  شود. بنابراین پاسخ های مختلفی وجود دارد؛ چند نمونه از آن ها به صورت زیر است:

$$\frac{\boxed{x}}{2x-1} + \frac{\boxed{8}}{2x-1} = \frac{x+8}{2x-1} \quad , \quad \frac{\boxed{x+7}}{2x-1} + \frac{\boxed{1}}{2x-1} = \frac{x+8}{2x-1} \quad , \quad \frac{\boxed{4x}}{2x-1} + \frac{\boxed{-3x+8}}{2x-1} = \frac{x+8}{2x-1}$$

ب\* دو عبارت گویا بنویسید که حاصل جمع آن ها  $\frac{4x}{x+5}$  شود.

**پاسخ:** برای پاسخ دادن به این سؤال، کافی است عبارت را به صورت  $\frac{4x}{x+5} = \frac{\square}{x+5} + \frac{\square}{x+5}$  بنویسیم و در جاهای خالی دو چند جمله ای به گونه ای قرار دهیم که حاصل جمع آنها  $a + 7$  شود. بنابراین پاسخ های مختلفی وجود دارد؛ چند نمونه از آن ها به صورت زیر است:

$$\frac{\boxed{3x}}{x+5} + \frac{\boxed{x}}{x+5} = \frac{4x}{x+5} \quad , \quad \frac{\boxed{6x}}{x+5} + \frac{\boxed{-2x}}{x+5} = \frac{4x}{x+5} \quad , \quad \frac{\boxed{5x}}{x+5} + \frac{\boxed{-x}}{x+5} = \frac{4x}{x+5}$$

### ساده کردن عبارت های مرکب

کسری که صورت و مخرج آن عبارت های گویا باشد، کسر گویای مرکب نام دارد.

**نکته:** برای به دست آوردن حاصل یک عبارت گویای مرکب، ابتدا حاصل صورت و حاصل مخرج را جداگانه به دست می آوریم و سپس آن ها را بر هم تقسیم می کنیم.

**تمرین ۱۶** حاصل هر عبارت را به ساده ترین شکل بنویسید. (مخرج همه کسرها مخالف صفر فرض شده است)

الف\*  $\frac{\frac{3}{x} + 2}{\frac{5}{x^2} - \frac{1}{x}} =$

حاصل صورت  $\Rightarrow \frac{3}{x} + 2 = \frac{3}{x} + \frac{2 \times x}{1 \times x} = \frac{3+2x}{x}$

حاصل مخرج  $\Rightarrow \frac{5}{x^2} - \frac{1}{x} = \frac{5}{x^2} - \frac{1 \times x}{x \times x} = \frac{5-x}{x^2}$

حاصل کل عبارت  $\Rightarrow \frac{\frac{3}{x} + 2}{\frac{5}{x^2} - \frac{1}{x}} = \left(\frac{3}{x} + 2\right) \div \left(\frac{5}{x^2} - \frac{1}{x}\right) = \frac{3+2x}{x} \div \frac{5-x}{x^2} = \frac{3+2x}{x} \times \frac{x^2}{5-x} = \frac{x(3+2x)}{5-x}$

$$\text{ب*} \quad \frac{a - \frac{a^2}{a-b}}{1 + \frac{b^2}{a^2-b^2}} =$$

$$\text{حاصل صورت} \Rightarrow a - \frac{a^2}{a-b} = \frac{a \times (a-b)}{1 \times (a-b)} - \frac{a^2}{a-b} = \frac{a^2 - ab - a^2}{a-b} = \frac{-ab}{a-b}$$

$$\text{حاصل مخرج} \Rightarrow 1 + \frac{b^2}{a^2-b^2} = \frac{1 \times (a^2-b^2)}{1 \times (a^2-b^2)} + \frac{b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2 - b^2 + b^2}{a^2-b^2} = \frac{a^2}{a^2-b^2}$$

$$\begin{aligned} \text{حاصل کل عبارت} \Rightarrow \frac{a - \frac{a^2}{a-b}}{1 + \frac{b^2}{a^2-b^2}} &= \left( a - \frac{a^2}{a-b} \right) \div \left( 1 + \frac{b^2}{a^2-b^2} \right) = \frac{-ab}{a-b} \div \frac{a^2}{a^2-b^2} = \frac{-ab}{a-b} \times \frac{a^2-b^2}{a^2} \\ &= \frac{-ab}{\cancel{a-b}} \times \frac{(a-\cancel{b})(a+b)}{a^2} = \frac{-b(a+b)}{a} \end{aligned}$$

$$\text{پ*} \quad \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} =$$

$$\text{حاصل صورت} \Rightarrow \frac{1}{x} - \frac{1}{y} = \frac{1 \times y}{x \times y} - \frac{1 \times x}{y \times x} = \frac{y-x}{xy}$$

$$\text{حاصل مخرج} \Rightarrow \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{1 \times y}{x \times y} + \frac{1 \times x}{y \times x} = \frac{y+x}{xy}$$

$$\text{حاصل کل عبارت} \Rightarrow \frac{\frac{1}{x} - \frac{1}{y}}{\frac{1}{x} + \frac{1}{y}} = \left( \frac{1}{x} - \frac{1}{y} \right) \div \left( \frac{1}{x} + \frac{1}{y} \right) = \frac{y-x}{xy} \div \frac{y+x}{xy} = \frac{y-x}{xy} \times \frac{xy}{y+x} = \frac{y-x}{y+x}$$

**تمرین ۱۷.** کدام یک از تساوی های زیر درست و کدام یک نادرست است؟ موارد نادرست را اصلاح کنید.

$$\frac{1}{a-b} \xrightarrow{\times(-1)} = \frac{-1}{-a+b}$$

**پاسخ:** نادرست - زیرا

$$\frac{1}{a-b} = \frac{-1}{a+b} \quad \text{الف*}$$

$$\frac{\frac{x}{y}}{\frac{x}{z}} = \frac{x}{y} \div \frac{x}{z} = \frac{x}{y} \times \frac{z}{x} = \frac{z}{y}$$

**پاسخ:** درست - زیرا

$$\frac{\frac{x}{y}}{\frac{x}{z}} = \frac{z}{y} \quad \text{ب*}$$

$$\frac{x+2}{x+5} = \frac{-x-2}{x+5}$$

**پاسخ:** نادرست - زیرا

$$-\frac{x+2}{x+5} = \frac{-x+2}{x+5} \quad \text{پ*}$$

$$\frac{x}{y} - \frac{5x-2}{y} = \frac{x - (5x-2)}{y} = \frac{x-5x+2}{y} = \frac{-4x+2}{y}$$

**پاسخ:** نادرست - زیرا

$$\frac{x}{y} - \frac{5x-2}{y} = \frac{-4x+2}{y} \quad \text{ت*}$$

## درس سوم: تقسیم چند جمله ای ها

تقسیم چند جمله ای ها شامل سه بخش است:

### (۱) تقسیم یک جمله ای بر یک جمله ای

برای تقسیم یک جمله ای بر یک جمله ای از قوانین ساده کردن کسرها و قوانین مربوط به ساده کردن جمله های توان دار استفاده می کنیم.

**مثال:** حاصل تقسیم  $\frac{14x^5y}{2x^2y^2}$  را به دست آورید.

$$\frac{14x^5y}{2x^2y^2} = \frac{14}{2} \times \frac{x^5}{x^2} \times \frac{y}{y^2} = \frac{7x^3}{y}$$

**پاسخ:**

**تمرین ۱۸:** حاصل تقسیم های زیر را به دست آورید.

الف\*  $\frac{-15a^2b^2}{45ab^6} = \xrightarrow{\text{پاسخ}} \frac{-a^6}{3b^4}$

ب\*  $\frac{-36x^2y^3z}{24x^9y^3} = \xrightarrow{\text{پاسخ}} \frac{-3z}{2x^7}$

**پاسخ:**

پ\*  $\frac{-\sqrt{50} \cdot m^2 np^2}{5np^2} = \xrightarrow{\text{پاسخ}} \frac{-5\sqrt{2}m^2 np^2}{5np^2} = -\sqrt{2}m^2 p^2$        $\sqrt{50} = \sqrt{25 \times 2} = \sqrt{25} \times \sqrt{2} = 5\sqrt{2}$

### (۲) تقسیم چند جمله ای بر یک جمله ای

برای تقسیم چند جمله ای بر یک جمله ای، تک تک جملات صورت کسر را بر یک جمله ای مخرج، تقسیم می کنیم و حاصل را ساده می کنیم. یعنی

$$\frac{a+b+c+\dots+n}{d} = \frac{a}{d} + \frac{b}{d} + \frac{c}{d} + \dots + \frac{n}{d}$$

**تمرین ۱۹:** حاصل تقسیم های زیر را به دست آورید.

الف\*  $\frac{18a^3 - 24a^2 + 12a}{3a} = \xrightarrow{\text{پاسخ}} \frac{18a^3}{3a} - \frac{24a^2}{3a} + \frac{12a}{3a} = 6a^2 - 8a + 4$

ب\*  $\frac{27a^3b^2 - 36a^4b^5 - 18a^2b^3}{9a^2b} = \xrightarrow{\text{پاسخ}} \frac{27a^3b^2}{9a^2b} - \frac{36a^4b^5}{9a^2b} - \frac{18a^2b^3}{9a^2b} = 3ab - 4a^2b^4 - 2b^2$

پ\*  $(5a + 6a^2 - 10a^3 - 3a^5) \div (3 \cdot a) = \xrightarrow{\text{پاسخ}} \frac{5a}{3 \cdot a} + \frac{6a^2}{3 \cdot a} - \frac{10a^3}{3 \cdot a} - \frac{3a^5}{3 \cdot a} = \frac{1}{3} + \frac{2a}{3} - \frac{10a^2}{3} - \frac{a^4}{1}$

### ۳) تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای

در تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای، باید مراحل زیر را انجام دهیم:

- ۱- قبل از انجام عمل تقسیم، مقسوم و مقسوم علیه را بر حسب توان نزولی متغیر، مرتب می کنیم. (یعنی از توان بیشتر به توان کمتر)
- ۲- اولین جمله مقسوم را بر اولین جمله مقسوم علیه تقسیم می کنیم.
- ۳- حاصل به دست آمده از مرحله قبل را در خارج قسمت می نویسیم و در مقسوم علیه ضرب می کنیم و حاصل ضرب را در زیر مقسوم می نویسیم.
- ۴- چون عبارت به دست آمده را باید از مقسوم کم کنیم، بنابراین علامت جمله های آن را قرینه می کنیم.
- ۵- اکنون چند جمله ای باقی مانده را نیز مانند مرحله قبل، بر مقسوم علیه تقسیم می کنیم.
- ۶- این تقسیم را تا جایی ادامه می دهیم که یا باقی مانده صفر شود و یا درجه باقی مانده از درجه مقسوم علیه کمتر باشد.

**مثال:** چند جمله ای  $15 - 7x + 2x^2$  را بر  $x - 5$  تقسیم کنید و خارج قسمت و باقی مانده تقسیم را مشخص کنید.

**پاسخ:**

$$\begin{array}{r}
 \text{مقسوم علیه} \\
 \hline
 \text{مقسوم} \\
 \hline
 \begin{array}{r}
 \text{خارج قسمت} \\
 \hline
 \text{باقی مانده}
 \end{array}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{مقسوم علیه} \\
 \hline
 \text{مقسوم} \\
 \hline
 \text{خارج قسمت} \\
 \hline
 \text{باقی مانده}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \frac{2x^2}{x} = 2x \\
 \frac{3x}{x} = 3
 \end{array}$$

**نکته:** هر گاه در یک تقسیم، باقی مانده صفر شود می گوئیم مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است.

**تمرین ۲۰:** تقسیم های زیر را انجام دهید.

$$\begin{array}{r}
 \text{مقسوم علیه} \\
 \hline
 \text{مقسوم} \\
 \hline
 \text{خارج قسمت} \\
 \hline
 \text{باقی مانده}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{مقسوم علیه} \\
 \hline
 \text{مقسوم} \\
 \hline
 \text{خارج قسمت} \\
 \hline
 \text{باقی مانده}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \frac{x^2}{x} = x \\
 \frac{6x}{x} = 6
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 \text{مقسوم علیه} \\
 \hline
 \text{مقسوم} \\
 \hline
 \text{خارج قسمت} \\
 \hline
 \text{باقی مانده}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \text{مقسوم علیه} \\
 \hline
 \text{مقسوم} \\
 \hline
 \text{خارج قسمت} \\
 \hline
 \text{باقی مانده}
 \end{array}
 \begin{array}{r}
 \frac{2x^3}{x} = 2x^2 \\
 \frac{2x^2}{x} = 2x \\
 \frac{-2x}{x} = -2
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 8x^3 - 125 \quad | \quad 5 - 2x \\
 \hline
 \cancel{8x^3} - 125 \quad | \quad -2x + 5 \\
 \underline{-4x^2 - 10x - 25} \quad \text{خارج قسمت} \\
 \cancel{8x^3} + 20x^2 \quad | \\
 \hline
 +20x^2 - 125 \\
 \underline{20x^2 - 50x} \\
 50x - 125 \\
 \underline{50x - 125} \\
 \hline
 \text{باقی مانده } 0
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \frac{8x^3}{-2x} = -4x^2 \\
 \frac{20x^2}{-2x} = -10x \\
 \frac{50x}{-2x} = -25
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5x + 9x^3 - 4 \quad | \quad 3x + 2 \\
 \hline
 \cancel{9x^3} + 5x - 4 \quad | \quad 3x + 2 \\
 \underline{3x^2 - 2x + 3} \quad \text{خارج قسمت} \\
 \cancel{9x^3} + 6x^2 \quad | \\
 \hline
 -6x^2 + 5x - 4 \\
 \underline{-6x^2 - 4x} \\
 9x - 4 \\
 \underline{9x + 6} \\
 \hline
 -10 \quad \text{باقی مانده}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 \frac{9x^3}{3x} = 3x^2 \\
 \frac{-6x^2}{3x} = -2x \\
 \frac{9x}{3x} = 3
 \end{array}$$

❖ نکته: اگر تقسیمی درست انجام شده باشد رابطه های زیر برای آن تقسیم درست باشند:

- $$\left\{ \begin{array}{l}
 (1) \quad \text{درجه مقسوم علیه} < \text{درجه باقی مانده} \\
 (2) \quad \text{مقسوم} = \text{باقی مانده} + \text{مقسوم علیه} \times \text{خارج قسمت}
 \end{array} \right.$$

تمرین ۲۱. تقسیم زیر را انجام دهید و درستی عمل تقسیم را با نوشتن روابط تقسیم نشان دهید.

$$\begin{array}{r}
 4x^2 - 7 \quad | \quad 2x + 3 \\
 \hline
 \cancel{4x^2} + 6x \quad | \\
 \hline
 -6x - 7 \\
 \underline{-6x - 9} \\
 \hline
 2
 \end{array}$$

پاسخ:

حال باید رابطه های تقسیم را بنویسیم:

اولاً درجه باقی مانده صفر است که از درجه مقسوم علیه که یک می باشد کمتر است. دوماً

$$(2x - 3) \times (2x + 3) + 2 = 4x^2 + \cancel{6x} - \cancel{6x} - 9 + 2 = 4x^2 - 7$$

تمرین ۲۲. خارج قسمت تقسیمی  $-3x + 2$ ، مقسوم علیه آن  $x + 1$  و باقی مانده آن  $-5$  شده است. مقسوم را به دست آورید.

پاسخ:

مقسوم = باقی مانده + مقسوم علیه  $\times$  خارج قسمت

$$(-3x + 2) \times (x + 1) + (-5) = -3x^2 - 3x + 2x + 2 - 5 = -3x^2 - x - 3$$

تمرین ۲۳. الف\* اگر چند جمله ای  $a - x^2 - 2x^3$  بر  $x - 2$  بخش پذیر باشد، مقدار  $a$  را به دست آورید.

پاسخ: چون مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است بنابراین باقی مانده صفر می شود.

پس کافی است تقسیم را انجام داده و باقی مانده آن را مساوی صفر قرار دهیم.

$$\begin{array}{r}
 \cancel{2x^3} - x^2 - a \quad | \quad x - 2 \\
 \underline{\cancel{2x^3} - 4x^2} \phantom{- a} \quad \quad \quad 2x^2 + 3x + 6 \\
 \phantom{\cancel{2x^3}} - 3x^2 - a \phantom{+ 6} \\
 \phantom{\cancel{2x^3}} \phantom{- 3x^2} - 6x \phantom{+ 6} \\
 \phantom{\cancel{2x^3}} \phantom{- 3x^2} \phantom{- 6x} + 12 - a \\
 \hline
 \phantom{\cancel{2x^3}} \phantom{- 3x^2} \phantom{- 6x} + 12 - a
 \end{array}$$

خارج قسمت

$$\text{باقی مانده} = 0 \Rightarrow 12 - a = 0 \Rightarrow \boxed{a = 12}$$

ب\* مقدار  $m$  را طوری تعیین کنید که عبارت  $m + 4 - 7x + x^2$  بر  $x - 3$  بخش پذیر باشد.

پاسخ: چون مقسوم بر مقسوم علیه بخش پذیر است بنابراین باقی مانده

صفر می شود. پس کافی است تقسیم را انجام داده و باقی مانده آن را

مساوی صفر قرار دهیم.

$$\begin{array}{r}
 \cancel{x^2} - 7x + 4 + m \quad | \quad x - 3 \\
 \underline{\cancel{x^2} - 3x} \phantom{+ 4 + m} \quad \quad \quad x - 4 \\
 \phantom{\cancel{x^2}} - 4x + 4 + m \\
 \phantom{\cancel{x^2}} \phantom{- 4x} + 12 \\
 \phantom{\cancel{x^2}} \phantom{- 4x} + 12 - 8 + m \\
 \hline
 \phantom{\cancel{x^2}} \phantom{- 4x} + 12 - 8 + m
 \end{array}$$

باقی مانده

$$\text{باقی مانده} = 0 \Rightarrow -8 + m = 0 \Rightarrow \boxed{m = +8}$$

پ\* مقدار  $a$  را طوری تعیین کنید که باقی مانده تقسیم  $a - 6x + 3x^2$  بر  $x + 5$  برابر ۳ باشد.

پاسخ: کافی است تقسیم را انجام داده و باقی مانده آن را

مساوی ۳ قرار دهیم.

$$\begin{array}{r}
 \cancel{3x^2} - 6x + a \quad | \quad x + 5 \\
 \underline{\cancel{3x^2} + 15x} \phantom{+ a} \quad \quad \quad 3x - 21 \\
 \phantom{\cancel{3x^2}} - 21x + a \\
 \phantom{\cancel{3x^2}} \phantom{- 21x} - 105 \\
 \phantom{\cancel{3x^2}} \phantom{- 21x} - 105 + a \\
 \hline
 \phantom{\cancel{3x^2}} \phantom{- 21x} - 105 + a
 \end{array}$$

باقی مانده

$$\text{باقی مانده} = 3 \Rightarrow -105 + a = 3 \Rightarrow a = +3 - 105 = -102 \Rightarrow \boxed{a = -102}$$



بارم	مدت آزمون: ۸۰ دقیقه	آزمون فصل ۷	ردیف
۱		<p>جمله درست را با «<input type="checkbox"/>» و جمله نادرست را با «<input type="checkbox"/>» مشخص کنید.</p> <p>الف * عبارت <math>\frac{\sqrt{3}x+5}{-2x+1}</math>، گویا نیست. <input type="checkbox"/></p> <p>ب * عبارت <math>\frac{ay+y}{y}</math> پس از ساده کردن، برابر <math>a+1</math> است. <input type="checkbox"/></p> <p>پ * حاصل جمع <math>\frac{a}{t} + \frac{b}{t} + \frac{c}{t}</math> برابر <math>\frac{a+b+c}{3t}</math> می باشد. <input type="checkbox"/></p> <p>ت * عبارت <math>\frac{x+y}{3-x}</math> با <math>\frac{-x-y}{x-3}</math> برابر است. <input type="checkbox"/></p>	۱
۰/۷۵		<p>جاهای خالی را با عبارت مناسب کامل کنید.</p> <p>الف * به کسری که صورت و مخرج آن ..... باشد عبارت گویا می گویند.</p> <p>ب * ساده شده عبارت <math>\frac{6xy^2+8x^5y^3}{2xy}</math> برابر ..... است.</p> <p>پ * در تقسیم چند جمله ای بر چند جمله ای، درجه باقی مانده از درجه ..... کوچکتر است.</p>	۲
۰/۷۵		<p>گزینه درست را مشخص کنید.</p> <p>الف * عبارت <math>\frac{a+3}{5-a}</math> با کدام یک از عبارت های زیر برابر است؟</p> <p><input type="checkbox"/> <math>\frac{a-3}{5+a}</math> (۱)      <input type="checkbox"/> <math>\frac{3-a}{5-a}</math> (۲)      <input type="checkbox"/> <math>\frac{a-3}{a-5}</math> (۳)      <input type="checkbox"/> <math>\frac{-a-3}{a-5}</math> (۴)</p> <p>ب * کدام یک از عبارت های زیر، به ازای <math>x=3</math> تعریف نشده است؟</p> <p><input type="checkbox"/> <math>\frac{x^2-9}{x+3}</math> (۱)      <input type="checkbox"/> <math>\frac{x^2+9}{3}</math> (۲)      <input type="checkbox"/> <math>\frac{x-3}{3x}</math> (۳)      <input type="checkbox"/> <math>\frac{4x-1}{x-3}</math> (۴)</p> <p>پ * کدام یک از عبارت های زیر درست است؟</p> <p><input type="checkbox"/> <math>\frac{1}{x+y} = \frac{-1}{x-y}</math> (۱)      <input type="checkbox"/> <math>\frac{a}{b} + \frac{b}{a} = \frac{a^2+b^2}{ab}</math> (۲)</p> <p><input type="checkbox"/> <math>\frac{a}{b} \div \frac{b}{a} = 1</math> (۳)      <input type="checkbox"/> <math>\frac{-2x-y}{y+2x} = 1</math> (۴)</p>	۳
۲		<p>هر یک از عبارت های زیر، به ازای چه مقادیری از متغیرها تعریف نشده است؟</p> <p>الف * <math>\frac{4x-1}{x^2-81}</math></p> <p>ب * <math>\frac{xy+1}{x^2+5x}</math></p>	۴
۱		<p>در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید تا تساوی برقرار باشد.</p> <p><math>\frac{x}{x+1} = \frac{2x^2+5x}{\boxed{\phantom{000000}}}</math></p>	۵

۲	الف* اگر مساحت مستطیلی $x^2 + 7x + 10$ و عرض آن $\frac{x^2-25}{x+2}$ باشد، طول مستطیل را بر حسب $x$ به دست آورید.	۶
۲	ب* حاصل عبارت زیر را به ساده ترین شکل بنویسید. $\frac{5n^2-5}{n-5} \div \frac{n^2+6n+5}{n^2-25} =$	
۲	حاصل عبارت های جبری زیر را به دست آورید.	۷
۱	الف* $\frac{3y-1}{y^2-4} + \frac{5}{y+2} =$ ب* $\frac{3a-1}{2a-b} - \frac{4a-2}{b-2a} =$	
۲/۵	عبارت مقابل را ساده کنید. $\left(\frac{1}{x} - \frac{1}{y}\right) \div \left(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{y^2}\right) =$	۸
۲	تقسیم زیر را انجام دهید و خارج قسمت و باقی مانده را مشخص کنید. $\begin{array}{r} -2x^2 + 4x^3 - 7 \quad   \quad 2x - 3 \\ \hline \end{array}$	۹
۱	الف* خارج قسمت تقسیمی $x - 5$ ، مقسوم علیه آن $x^2 + 1$ و باقی مانده آن $-6$ شده است. مقسوم را به دست آورید.	۱۰
۲	ب* مقدار $m$ را طوری تعیین کنید که باقی مانده تقسیم $m + 9 - 8x - x^2$ بر $x - 4$ برابر $7$ باشد.	۱۱
۲۰		