

بسمه تعالیٰ

جزوه کمک آموزشی

فیزیک ۲

مناسب دانش آموزان یازدهم رشته ریاضی و تجربی

فصل دوم - جریان الکتریکی و مدارهای جریان مستقیم

محتوای درسنامه:

ارائه و آموزش مطالب کتاب به زبان ساده و پاسخگویی تمامی

مسائل و سوالات درسی

تعییه شده توسط :

امین گرمروdi - دبیر فیزیک (کارشناس ارشد فیزیک ذرات بنیادی)

(نسخه ۱۰)

جريان الکتریکی : به شارش (حرکت) بارهای الکتریکی (الکترون‌ها) درون یک رسانا در مدت زمان معین را جریان

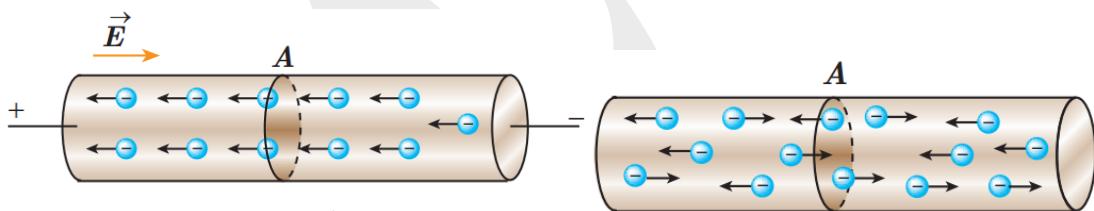
الکتریکی می‌گویند.

توجه! جریان الکتریکی کمیتی نرده‌ای بوده و آن را با نماد A نشان می‌دهیم و یکای آن آمپر (A) می‌باشد.

انواع مواد از نظر رسانایی الکتریکی :

۱. **مواد رسانا**: این مواد به راحتی بار الکتریکی را از خود عبور می‌دهد. فلزات جزو رساناها می‌باشند.
۲. **مواد نارسانا (عایق)**: این مواد بار الکتریکی را از خود عبور نمی‌دهند (یا بسیار کم عبور می‌دهند) پلاستیک، شیشه و از جمله مواد نارسانا می‌باشند.
۳. **نیمه رسانا**: موادی هستند که نه به خوبی رساناها بار الکتریکی را از خود عبور می‌دهند نه مانند نارسانا بار را از خود عبور نمی‌دهند بلکه خاصیتی مابین این دو دارند. از نیم رساناهای معروف می‌توان به ژرمانیوم و سیلیسیوم اشاره کرد.

عامل ایجاد جریان الکتریکی : در حالت عادی الکترون‌ها درون سیم به طور نامنظم (کاتوره‌ای) با تندی زیاد حرکت می‌کنند که این جریان مخصوص نمی‌شود، اما اگر یک سیم یا رسانا را به یک اختلاف پتانسیل (مانند باتری) متصل کنیم ، بارهای الکتریکی در جهت منظم با سرعت اندک (سرعت سوق) شروع به حرکت می‌کنند و جریان الکتریکی ایجاد می‌شود.



در حضور اختلاف پتانسیل،
شارش بار خالص از مقطع A سیم، دیگر
بار خالصی از مقطع معین A سیم، نداریم.
برابر صفر نیست.

توجه! سرعت سوق داخل یک سیم رسانا تقریباً مرتبه‌ای از 1 mm/s می‌باشد که سرعت کمی می‌باشد.

۱-۲ فعالیت

سرعت سوق الکترون‌های آزاد در یک رسانا می‌تواند به کندی سرعت حرکت یک حلزون باشد.
اگر سرعت سوق الکترون‌ها این قدر کم است، پس چرا وقتی کلید برق را می‌زنیم چراغ‌های خانه
به سرعت روشن می‌شوند؟

پاسخ فعالیت ۳-۱ : واضح است که الکترون های آزاد در تمامی طول سیم رسانا قرار دارند ، پس هنگامی که کلید را می زنیم الکترون های آزاد تمام سیم با هم شروع به حرکت می کنند چراغ روشن می شود. مانند شیلنگ پر از آب که باز کردن شیر آب ، بلا فاصله آب از انتهای شیلنگ به بیرون می آید.

جريان الکتریکی متوسط : نسبت مقدار بار الکتریکی جابجا شده Δq از سطح مقطع یک رسانا در مدت زمان معین Δt را جريان الکتریکی متوسط می گويند و از رابطه زير بدست می آيد:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t}$$

توجه! يكاي بار الکتریکی کولن C و يكاي زمان ثانیه s می باشد. پس يكاي جريان الکتریکی کولن بر ثانیه A/s می باشد که به اختصار آن را آمپر A می ناميم.

توجه! دو نوع جريان الکتریکی وجود دارد : جريان مستقیم DC که با گذشت زمان جهت و مقدار جريان تغيير نمی کند ، و جريان متناوب AC که در آن جهت جريان با گذشت زمان تغيير می کند.

توجه! در پایه يازدهم فقط با جريان های الکتریکی ثابت و مستقیم DC سر و کار داريم.

مثال ۱



ولتاژ باتری یک نوع ماشین حساب ۷۰۰V است و وقتی ماشین حساب روشن است، این باتری باعث عبور جريان $17mA$ در آن می شود. اگر اين ماشين حساب يك ساعت روشن باشد :

(الف) در اين مدت چه مقدار بار از مدار می گذرد؟ (ب) باتری چقدر انرژی به مدار ماشین حساب می دهد؟
پاسخ : (الف) باري که در يك ساعت از مدار می گذرد، با استفاده از رابطه $1 = 2 / 6$ برابر است با

$$\Delta q = I(\Delta t) = (0/17 \times 10^{-3} A)(3/6 \times 10^3 s) = 0/61 C$$

(ب) انرژی اي که باتری به مدار می دهد، بنابر رابطه $W_{\text{خارجی}} = q\Delta V$ چنین می شود :

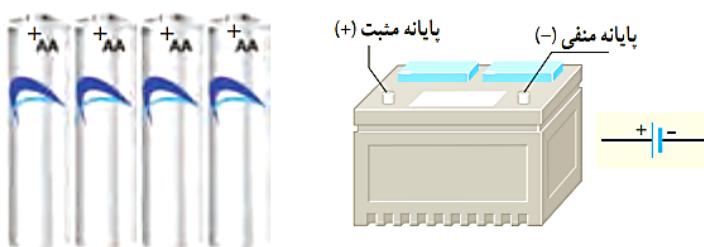
$$q\Delta V = (0/61 C)(3/0 V) = 1/8 J$$

تمرین ۱-۲

در رابطه $I(\Delta t) = \frac{\Delta q}{\Delta t}$ اگر I بر حسب آمپر و Δt بر حسب ساعت باشد، یکای Δq آمپر-ساعت می‌شود. باتری خودروها با آمپر-ساعت (Ah) و باتری گوشی‌های همراه بامیلی آمپر-ساعت (mAh) مشخص می‌شود. هرچه آمپر-ساعت یک باتری بیشتر باشد حداکثر باری که باتری می‌تواند از مدار عبور دهد تا به طور ایمن تخلیه شود، بیشتر است.

(الف) باتری استاندارد خودرویی، Ah ۵۰ است. اگر این باتری جریان متوسط A ۵/۰ را فراهم سازد، چقدر طول می‌کشد تا خالی شود؟

(ب) آمپر-ساعت نوعی از باتری‌های قلمی (AA)، برابر ۱۰۰۰ mAh است. اگر این باتری جریان متوسط μA ۱۰۰ را فراهم سازد، چه مدت طول می‌کشد تا خالی شود؟



پاسخ تمرین ۱-۳ :

الف: با استفاده از رابطه جریان به راحتی بدست می‌آید. فقط دقت کنید که چون یکای بار بر حسب آمپر ساعت می‌باشد، زمان بدست آمده نیز بر حسب ساعت خواهد بود.

$$\Delta q = I(\Delta t) \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta q}{I} = \frac{50 Ah}{5 A} = 10 h$$

پس این باتری می‌تواند جریان ۵ آمپر را به مدت ۱۰ ساعت ایجاد کند.

ب: اینجا نیز دقت کنید که به جای m میلی مقدار 10^{-3} و به جای μ میکرو مقدار 10^{-6} قرار دهید.

$$\Delta q = I(\Delta t) \rightarrow \Delta t = \frac{\Delta q}{I} = \frac{1000 mAh}{100 \mu A} = \frac{1000 \times 10^{-3} Ah}{100 \times 10^{-6} A} = 10^4 h$$

پس این باتری می‌تواند جریان ۱۰۰ میکرو آمپر را به مدت ده هزار ساعت ایجاد کند.

مقاومت الکتریکی R : هرگاه درون یک رسانا جریان الکتریکی ایجاد شود، بارهای الکتریکی هنگام عبور از رسانا به اجزا و اتم‌های سازنده رسانا برخورد کرده و مقداری از انرژی خود را به صورت گرمایی از دست می‌دهند که به اصطلاح می‌گوییم رسانا دارای مقاومت الکتریکی است.

توجه! اگر جریان الکتریکی A تحت تاثیر اختلاف پتانسیل V در یک مدار ایجاد شود، مقاومت الکتریکی آن رسانا از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$R = \frac{V}{I}$$

توجه! مقاومت الکتریکی کمیتی نرده ای بوده و یکای آن با توجه به رابطه ذکر شده برابر V/A ولت بر آمپر می باشد که به اختصار آن را اهم می نامیم و با نماد Ω (امگا) نشان می دهیم.

توجه! در رسم مدارهای الکتریکی مقاومت الکتریکی را به صورت  نشان می دهیم.

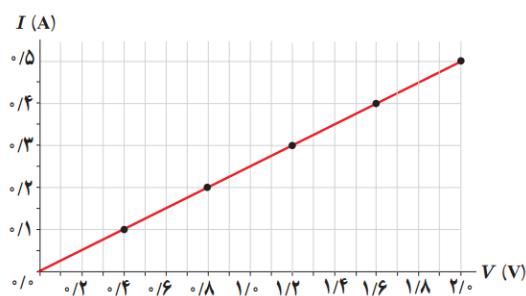
نکته: مقاومت الکتریکی به جنس، دما و ابعاد رسانا بستگی دارد و به جریان و اختلاف پتانسیل الکتریکی ایجاد شده در آن بستگی ندارد.

توجه! مقاومت الکتریکی و جریان الکتریکی با یکدیگر رابطه عکس دارند، یعنی هرچه قدر مقاومت یک رسانا بیشتر باشد جریان کمتری از آن عبور می کند و برعکس.

قانون اهم: نسبت اختلاف پتانسیل دو سر رسانا به شدت جریان عبوری از آن (به شرطی که دما ثابت بماند) مقدار ثابتی است. این مقدار ثابت همان مقاومت رسانا است.

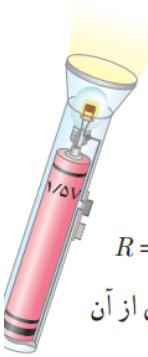
نکته: به رساناهایی که از قانون اهم پیروی می کنند (یعنی رساناهایی که در دمای ثابت مقاومتشان با تغییر جریان و ولتاژ تغییر نمی کند) را رساناهای اهمی می گویند. و رساناهایی که از قانون اهم پیروی نکنند را رساناهای غیراهمی می نامند.

توجه! اکثر فلزات و رساناهای غیر فلزی از قانون اهم پیروی می کنند. نمودار ولتاژ-جریان رساناهای اهمی به صورت زیر است:



این نمودار نشان می دهد که در رساناهای اهمی با افزایش جریان مقدار اختلاف پتانسیل نیز به همان نسبت افزایش می یابد و برعکس.

توجه! دیود نورگسیل (LED) وسیله ای است که از قانون اهم پیروی نمی کند. در ادامه توضیحات بیشتری در مورد دیودها خواهیم داد.

مثال ۲-۲

یک لامپ چراغ قوه کوچک از یک باتری 1.5V ، جریانی برابر 0.3A می‌کشد. با فرض آنکه رشتہ لامپ، یک رسانای اهمی باشد، (الف) مقاومت آن چقدر است؟ (ب) اگر باتری ضعیف شود و ولتاژ به 1.2V افت کند، جریان چقدر می‌شود؟

پاسخ: (الف) با استفاده از رابطه $2-2$ برای مقاومت رشتہ لامپ داریم:

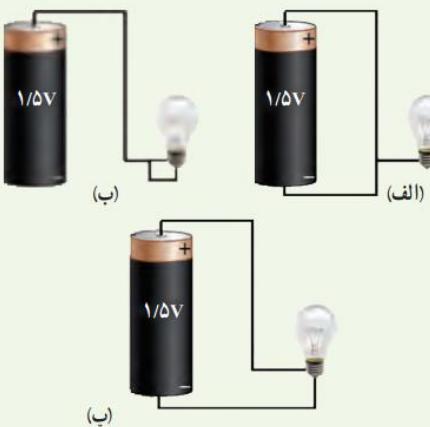
$$R = \frac{V}{I} = \frac{1.5\text{V}}{0.3\text{A}} = 5.0\Omega$$

(ب) دوباره از رابطه $2-2$ استفاده می‌کنیم. با توجه به اینکه اکنون مقاومت رشتہ لامپ را داریم، جریان عبوری از آن

$$I = \frac{V}{R} = \frac{1.2\text{V}}{5.0\Omega} = 0.24\text{A}$$

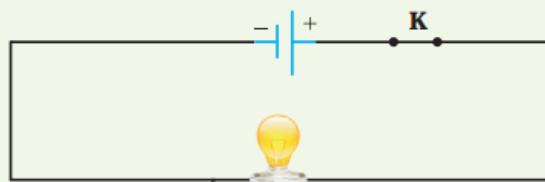
چنین می‌شود:

۱ در کدام یک از شکل‌های زیر، لامپ روشن می‌شود؟



پاسخ تمرين ۱ آخر فصل: توجه داشته باشید که مدار باید دارای مسیری دایره‌ای شکل برای ورود بار به وسیله و خروج آن از طرف دیگر وسیله باشد. گزینه (الف) روشن نمی‌شود زیرا فقط یک راه برای ورود بار به لامپ وجود دارد و راه خروجی وجود ندارد. در گزینه (ب) نیز سیم فقط به یک قطب (پایانه) باتری وصل شده است و اختلاف پتانسیل ایجاد نمی‌شود. در گزینه (پ) شرایط برای روشن شدن لامپ مهیا است.

۲ در مدار شکل زیر اختلاف پتانسیل دو سر لامپ 4.0V و مقاومت آن 5.0Ω است. در مدت 5 دقیقه چه تعداد الکترون از لامپ می‌گذرد؟



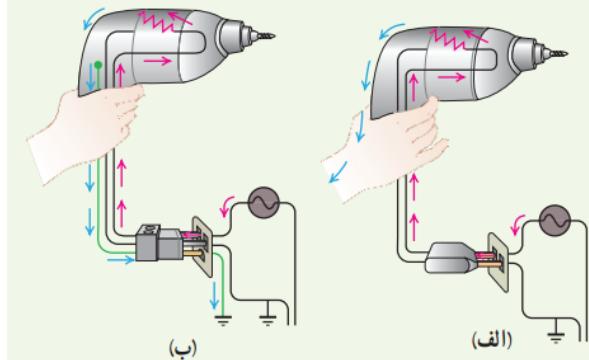
پاسخ تمرين ۲ آخر فصل: با استفاده از قانون اهم جریان الکتریکی را بدست می‌آوریم و سپس مقدار بار عبوری و در نهایت تعداد الکترون‌ها بدست می‌آید:

$$R = \frac{V}{I} \rightarrow I = \frac{V}{R} = \frac{\epsilon v}{5 \Omega} = . / \wedge A$$

$$q = I\Delta t \rightarrow q = . / \wedge A \times 300 s = 240 C$$

$$q = ne \rightarrow n = \frac{q}{e} = \frac{240 C}{1/6 \times 10^{-19} C} = 1/5 \times 10^{21}$$

۲ بررسی کنید اگر متنه برقی (دریل) معتبر شکل‌های زیر را با دوشاخه (شکل الف) یا سه‌شاخه (شکل ب) به پریز وصل کنیم، چه رخ می‌دهد؟



پاسخ تمرین ۳ آفر فصل: سیم دریل کنده شده و به بدنه وصل است. در حالت اول که دریل دو شاخه ساده دارد جریان الکتریکی راهی جز ورود به دست انسان ندارد و موجب برق گرفتگی او می‌شود. اما در حالت دوم چون سیم اتصال به زمین وجود دارد جریان الکتریکی از سیم اتصال به زمین (که مقاومت الکتریکی کمتری نسبت به بدنه انسان دارد) به زمین وارد می‌شود و فرد دچار برق گرفتگی نمی‌گردد.

۴ آذرخش مثالی جالب از جریان الکتریکی در پدیده‌های طبیعی است. در یک آذرخش نوعی $J = 1/0 \times 10^4 J$ انرژی تحت اختلاف پتانسیل $V = 5/0 \times 10^7 V$ در بازه زمانی $5/0 \times 10^{-5} s$ آزاد می‌شود. با استفاده از این اطلاعات (الف) مقدار بار کل منتقل شده بین ابر و زمین، (ب) جریان متوسط در یک یورش آذرخش و (پ) توان الکتریکی آزاد شده در $5/0 \times 10^{-5} s$ را بدست آورید.

پاسخ تمرین ۴ آفر فصل:

الف: از فصل قبل می‌دانیم که رابطه انرژی الکتریکی و بار و اختلاف پتانسیل به صورت زیر است :

$$U = q\Delta V \rightarrow q = \frac{U}{\Delta V} = \frac{1 \times 10^4 J}{5 \times 10^7 V} = 20 C$$

ب: جریان متوسط به صورت زیر بدست می‌آید:

$$I = \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{20 C}{2 \times 10^{-1} s} = 100 A$$

پ: نسبت انرژی به مدت زمان برابر با توان می باشد:

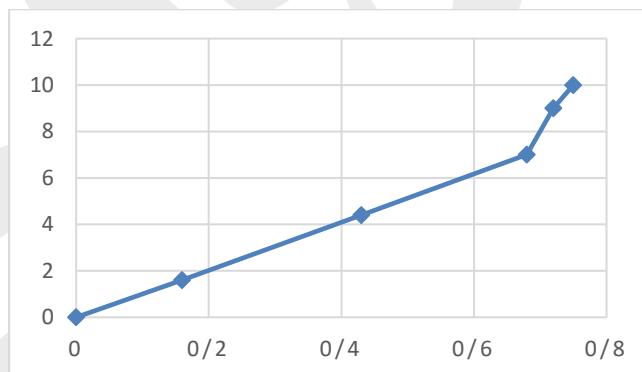
$$P = \frac{U}{\Delta t} = \frac{1 \times 10^9 J}{2 \times 10^{-1} s} = 5 \times 10^9 W$$

۵ در آزمایش تحقیق قانون اهم، نتایج جدول زیر به دست آمده است.

شماره آزمایش	عدد ولتسنج (V)	عدد آمپرسنج (A)
۱	صفر	صفر
۲	۱/۶	۰/۱۶
۳	۴/۴	۰/۴۳
۴	۷/۰	۰/۶۸
۵	۹/۰	۰/۷۲
۶	۱۰/۰	۰/۷۵

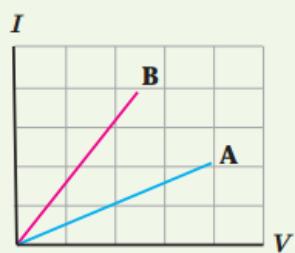
نمودار ولتاژ بر حسب جریان را رسم کنید و با فرض ثابت ماندن
دما تعیین کنید در چه محدوده‌ای رفتار این مقاومت از قانون
اهم پیروی می کند.

پاسخ تمرین ۵ آخر فصل: با توجه به نموداری که رسم کرده ایم ، تا زمانی که نمودار این رسانا خط راست است
از قانون اهم پیروی می کند ، پس در محدوده جریان و ولتاژ صفر تا جریان ۰,۶۸ آمپر و ولتاژ ۷ ولت به صورت رسانای
اهمی می باشد.



۶ شکل زیر نمودار $I-V$ را برای دو رسانای A و B نشان

می‌دهد. مقاومت کدام‌یک بیشتر است؟ چرا؟



پاسخ تمرین ۶ آنفر فصل: با توجه به شکل مشاهده می‌کیم نمودار B با ولتاژ کمتر جریان بیشتری از خود عبور می‌دهد و اما شیب نمودار A کمتر است یعنی با جریان کمتری از خود عبور می‌دهد پس می‌توانیم نتیجه بگیریم چون نمودار A جریان کمتری از خود عبور می‌دهد و مقاومت بیشتری دارد.

عوامل موثر بر مقاومت الکتریکی:

۱. **مساحت سطح مقطع A (ضخامت سیم):** هرچه مساحت سطح مقطع رسانا بیشتر باشد جریان به راحتی عبور خواهد کرد و مقاومت کمتر می‌شود.
۲. **طول رسانا (L):** هر چه طول رسانا بیشتر باشد ، مقاومت رسانا افزایش می‌یابد.
۳. **جنس رسانا:** مقاومت هر رسانا با رسانای دیگر متفاوت است.
۴. **دما T :** هر چه دما افزایش یابد مقاومت یک جسم بیشتر خواهد شد.

مقاومت رسانا بر اساس ساختار آن (در دمای ثابت) : مقاومت یک رسانا با توجه به جنس و ساختار ظاهری آن از رابطه زیر بدست می‌آید :

$$R = \rho \frac{L}{A}$$

که در آن :

L : طول رسانا بر حسب متر m است

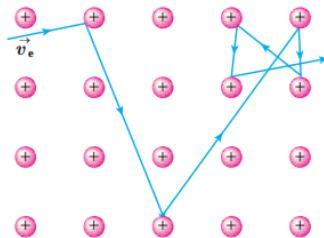
A : مساحت سطح مقطع رسانا بر حسب m^2 است.

ρ : مقاومت ویژه رسانا می‌باشد که به جنس ماده بستگی دارد و برای هر ماده ای مقدار خاصی می‌باشد و یکای آن **m Ω** اهم متر است.

در جدول زیر مقاومت ویژه برخی از مواد را مشاهده می‌کنید:

جدول ۲-۲ - مقاومت ویژه در دمای 20°C و ضریب دما بر می مقاومت ویژه از رساناها و نیم رساناها		
ماده	ضریب دمایی (K^{-1}) α	مقادیر
رسانای فلزی		
نقره	$4/1 \times 10^{-8}$	$1/6 \times 10^{-8}$
مس	$4/3 \times 10^{-8}$	$1/7 \times 10^{-8}$
طلاء	$2/4 \times 10^{-8}$	$2/4 \times 10^{-8}$
آلومینیم	$4/4 \times 10^{-8}$	$2/8 \times 10^{-8}$
تنگستن	$4/5 \times 10^{-8}$	$5/5 \times 10^{-8}$
آهن	$6/5 \times 10^{-8}$	$9/7 \times 10^{-8}$
پلاتین	$2/9 \times 10^{-8}$	$1/0 \times 10^{-8}$
سرپ	$4/3 \times 10^{-8}$	$2/2 \times 10^{-8}$
کُستانتان ^۱	$2/0 \times 10^{-8}$	$4/4 \times 10^{-8}$
نیکروم ^۲	$4/0 \times 10^{-8}$	$1/00 \times 10^{-8}$

نیم رسانا		
گرافیت	-5×10^{-4}	$2/5 \times 10^{-5}$
رُرمائیم	-5×10^{-3}	$0/46$
سیلیسیم خالص	-7×10^{-3}	$2/5 \times 10^{-3}$
عایق		
انواع شیشه	$10^{10}-10^{11}$	
لاستیک سخت	10^{12}	
کوارتز (ذوب شده)	10^{14}	



تغییر مقاومت رسانا با افزایش دما: ارتعاشات شبکه اتمی یک رسانا با افزایش دما بیشتر می شود به طوری که این افزایش ارتعاش سبب برخورد های بیشتر الکترون ها با شبکه اتمی شده و میزان جریان عبوری از مقطع رسانا کاهش یافته و مقاومت ویژه و در نتیجه مقاومت الکتریکی رسانا افزایش می یابد.

رابطه مقاومت ویژه رسانا با دما :

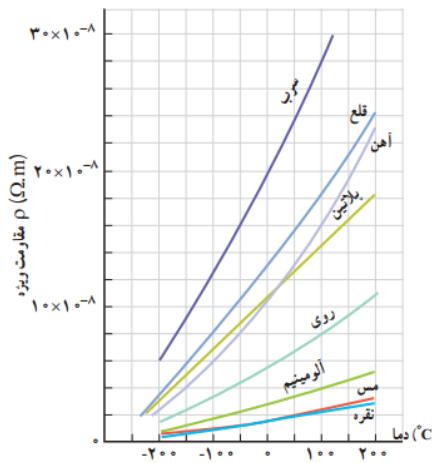
$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

در این رابطه T_0 دمای مرجع (20°C) و ρ_0 مقاومت ویژه رسانا در دمای مرجع است.

α عدد ثابتی است موسوم به ضریب دمایی مقاومت ویژه است که یکای آن K^{-1} یا C^{-1} است.

توجه: در این رابطه فرقی نمی کند که دما را بر حسب کلوین K یا سلسیوس C قرار دهیم . اما نباید دما را بر حسب فارنهایت F جایگذاری کنیم و اگر در مساله ای دما بر حسب فارنهایت بود باید آن را به سلسیوس یا کلوین تبدیل کنیم و سپس در رابطه قرار دهیم.

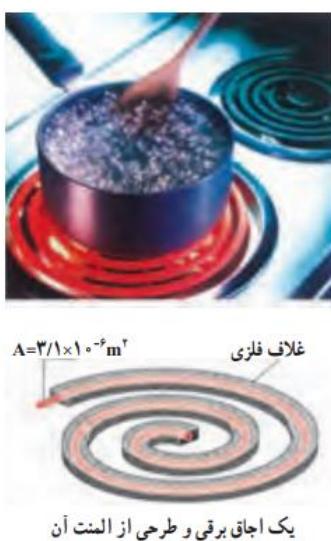
در جدول زیر تغییر مقاومت ویژه چند رسانا را با افزایش دما مشاهده می کنید:



رفتار متفاوت نیم رساناهای با افزایش دما: نیم رساناهای در دماهای پایین حامل های بار کمی دارند و عملاً نارسانا محسوب می شوند، اما هنگامی که دما افزایش می یابد رفتار متفاوتی از خود نشان می دهند به این ترتیب که حامل های بار به قدری افزایش می یابد که سبب رسانا شدن آن ها می گردد.

نکته: ضریب دمایی مقاومت ویژه نیم رساناهای منفی است. یعنی با افزایش دما مقاومتشان کاهش می یابد.

مثال ۳



شکل رو به رو، المتن یک اجاق برقی را نشان می دهد. این المتن شامل سیمی به طول $1/1\text{m}$ و سطح مقطع $3/1 \times 10^{-6}\text{m}^2$ است که داخل ماده عایقی قرار گرفته است که خود، درون یک غلاف فلزی است. با عبور جریان، المتن داغ می شود. مقاومت ویژه ماده سازنده سیم در دمای $T_0 = 22^\circ\text{C}$ برابر با $6/8 \times 10^{-5}\Omega \cdot \text{m}$ است و ضریب دمایی مقاومت ویژه آن $\alpha = 2/0 \times 10^{-3}\text{K}^{-1}$ است. مقاومت سیم در دمای 42°C چقدر است؟

پاسخ: مقاومت ویژه ρ را از رابطه $\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$ حساب می کنیم:

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)] = (6/8 \times 10^{-5}\Omega \cdot \text{m}) [1 + (2/0 \times 10^{-3}\text{K}^{-1})(400\text{K})] = 8/2 \times 10^{-5}\Omega \cdot \text{m}$$

حال از رابطه $R = \rho \frac{L}{A}$ مقاومت سیم در دمای 42°C برابر است با

$$R = \rho \frac{L}{A} = (8/2 \times 10^{-5}\Omega \cdot \text{m}) \frac{(1/1\text{m})}{(3/1 \times 10^{-6}\text{m}^2)} = 29\Omega$$

مثال ۲-۵

سیم کشی خانه‌ها معمولاً با سیم‌های مسی نمره ۱۴ بر اساس استاندارد SWG صورت می‌گیرد که قطری برابر با $۲/۰۳۲\text{ mm}$ دارد. مقاومت ۱۰ m از این سیم‌ها در دمای اتاق چقدر است؟

پاسخ: مساحت مقطع این سیم برابر است با

$$A = \pi r^2 = \pi D^2/4 = (3/14)(2/032 \times 10^{-3}\text{ m})^2/4 = ۳/۲۴ \times 10^{-۶}\text{ m}^2$$

از طرفی مقاومت ویژه سیم مسی در دمای ۲۰°C با استفاده از جدول ۲-۲، برابر $۱/۶۹ \times 10^{-8}\Omega \cdot \text{m}$ و طول سیم مسی ۱۰ m است. بنابراین، با استفاده از رابطه $R = \rho L/A$ برای مقاومت سیم مسی خواهیم داشت :

$$R = \rho \frac{L}{A} = (1/69 \times 10^{-8}\Omega \cdot \text{m}) \frac{(10\text{ m})}{(3/24 \times 10^{-6}\text{ m}^2)} = ۰/۵۲۲\Omega$$

۷ دورسانای فلزی از یک ماده ساخته شده‌اند و طول یکسانی دارند. رسانای A سیم توپری به قطر $۱/۰\text{ mm}$ است. رسانای B لوله‌ای توخالی به شعاع خارجی $۲/۰\text{ mm}$ و شعاع داخلی $۱/۰\text{ mm}$ است. مقاومت رسانای A چند برابر مقاومت رسانای B است؟

پاسخ تمرین ۷ آخر فصل: هر دو طول یکسانی دارند اما مساحت سطح مقطع شان متفاوت است. مساحت هر دو را بدست می‌آوریم، در فرمول مقاومت R قرار می‌دهیم و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\text{مساحت}_A = \pi \times (1/2 \times 10^{-3}\text{ m})^2 = \frac{1}{4} \times 10^{-6}\pi \text{ m}^2$$

$$\begin{aligned} \text{مساحت قسمت توخالی} - \text{مساحت کل سیم} &= \text{مساحت}_B \\ &= (2 \times 10^{-3}\text{ m})^2 \times \pi - (1 \times 10^{-3}\text{ m})^2 \times \pi \\ &= 4 \times 10^{-6}\pi \text{ m}^2 - 1 \times 10^{-6}\pi \text{ m}^2 = ۳ \times 10^{-6}\pi \text{ m}^2 \end{aligned}$$

$$\text{مقادیت}_A = R_A = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{\frac{1}{4} \times 10^{-6}\pi \text{ m}^2}$$

$$\text{مقادیت}_B = R_B = \rho \frac{L}{A} = \rho \frac{L}{3 \times 10^{-6}\pi \text{ m}^2}$$

$$\frac{\text{مقادیت}_A}{\text{مقادیت}_B} = \frac{\rho \frac{L}{\frac{1}{4} \times 10^{-6}\pi \text{ m}^2}}{\rho \frac{L}{3 \times 10^{-6}\pi \text{ m}^2}} = ۱۲$$

پس مقادیت A به میزان ۱۲ برابر مقادیت B است.

۸ در ماشین‌های چمن‌زنی برقی برای مسافت‌های حداکثر 35 m از سیم‌های مسی نمره 20 (قطر 0.8 cm) و برای مسافت‌های طولانی‌تر از سیم‌های ضخیم‌تر نمره 16 (قطر 1.3 cm) استفاده می‌کنند تا بدین ترتیب مقاومت سیم را تا آنجا که ممکن است کوچک نگه دارند. الف) مقاومت یک سیم 30 m متری ماشین چمن‌زنی چقدر است؟ ب) مقاومت یک سیم 70 m متری ماشین چمن‌زنی چقدر است؟ (دماهی سیم‌ها را 20°C در نظر بگیرید).

پاسخ تمرین ۸ آخر فصل :

الف: یک سیم 30 m متری از نوع نمره 20 خواهد بود، پس داریم:

$$\text{شعاع سیم: } 1/7 \times 10^{-8} \text{ m}^4, \text{ طول سیم: } 30\text{ m}, \text{ مقاومت ویژه مس: } 10^{-8} \Omega$$

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1.7 \times 10^{-8} \times \frac{30\text{ m}}{(4 \times 10^{-8} \text{ m})^2 \times \pi} = 1.01 \Omega$$

ب: یک سیم 70 m متری از نوع نمره 16 خواهد بود پس داریم:

$$\text{شعاع سیم: } 1/7 \times 10^{-8} \text{ m}^4, \text{ طول سیم: } 70\text{ m}, \text{ مقاومت ویژه مس: } 10^{-8} \Omega$$

$$R = \rho \frac{L}{A} = 1.7 \times 10^{-8} \times \frac{70\text{ m}}{(6.5 \times 10^{-8} \text{ m})^2 \times \pi} = 0.89 \Omega$$

۹ مقاومت رشته درونی یک برشته کن که از جنس نیکروم است، در حالت روشن (دماهی 120°C) برابر 44Ω است. مقاومت این رشته در دماهی 20°C چقدر است؟ (از تغییر طول و قطر رشته در اثر تغییر دما چشم پوشی شود).

پاسخ تمرین ۹ آخر فصل :

$$\rho = \rho_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

که در این رابطه T_0 دمای مرجع (20°C) و ρ_0 مقاومت ویژه رسانا در دمای مرجع است.

از این رابطه برای مقاومت رسانا نیز میتوانیم بنویسیم:

$$R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$$

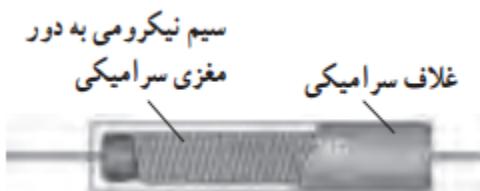
با استفاده از رابطه بالا مقاومت این رسانا در دمای 20°C درجه برابر خواهد بود با :

$$R_0 = \frac{R}{[1 + \alpha(T - T_0)]} = \frac{44 \Omega}{[1 + 4 \times 10^{-4} \times (1200 - 20)]} = 29.89 \Omega$$

أنواع مقاومت ها: کار اصلی مقاومت ها در مدار کنترل جریان عبوری می باشد که به دو نوع اصلی تقسیم می شوند:

۱. مقاومت پیچه ای ۲. مقاومت ترکیبی

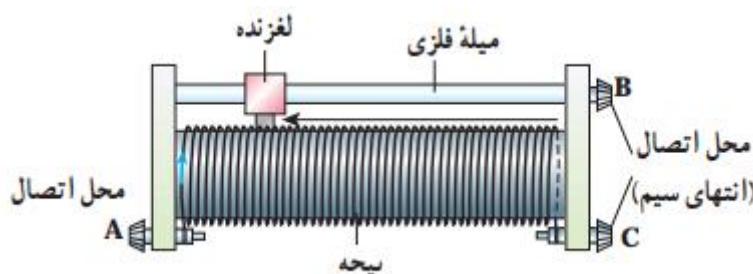
مقاومت پیچه ای: همانطور که از نامش پیداست این مقاومت ها شامل پیچه ای از یک سیم نازک هستند که معمولاً از جنس آلیاژ هایی مانند نیکروم یا منگانین می باشند. در شکل زیر ساختمن یک مقاومت پیچه ای را مشاهده می کنید:



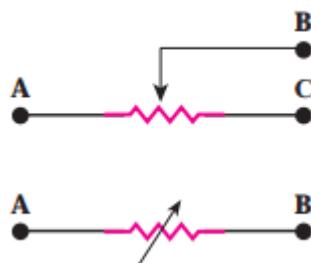
کاربرد مقاومت پیچه ای: برای بدست آوردن مقاومت های کوچک بسیار دقیق و همچنین توان های بالا به کار می رود.

توجه: از معروف ترین مقاومت های پیچه ای می توان به رئوستا و پتانسیومتر اشاره کرد که هر دو مقاومت های پیچه ای متغیر می باشند. به عبارتی می توان اندازه مقاومت این وسیله ها را تغییر داد.

رئوستا: مقاومتی است که توسط سیم هایی با مقاومت بالا که به دور یک استوانه نارسانا پیچیده شده اند ساخته شده است. این نوع مقاومت دکمه ای لغزنه که روی ریلی در بالای استوانه است می لغزد و میتوان به کمک این دکمه مقدار مقاومت را تغییر داد. شکل زیر:



نماد یک پتانسیومتر یا رئوستا در مدار به شکل زیر می باشد:

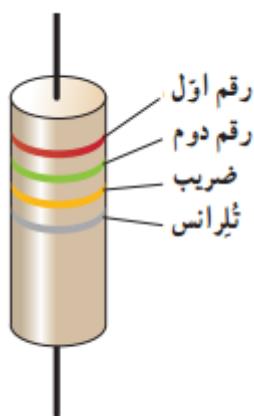


مقاومت ترکیبی : این نوع مقاومت که به احتمال زیاد دیده اید معمولاً از ماده هایی مانند کربن ، برخی نیم رساناها و یا لایه های نازک فلزی ساخته می شوند. مقدار اندازه این مقاومت ها را به صورت نوارهای رنگی روی آن مشخص می کنند که هر رنگ بیان گر عدد خاصی می باشد.

در جدول زیر مقدار عددی هر رنگ نشان داده شده است:

رنگ	بر	فوجی	قزو	تیغه	زد	پا	تفنی	ڈکتی	پند	پلی	قزو	رنگ
رد	۰	-	۲	۳	۴	۵	۶	>	<	=		
پیش	-	۰	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۰
قرمز												

نحوه خواندن مقدار مقاومت ترکیبی از روی رنگ های روی آن : به شکل زیر توجه کنید، یک مقاومت ترکیبی است که چندین حلقه رنگی روی آن قرار دارد:

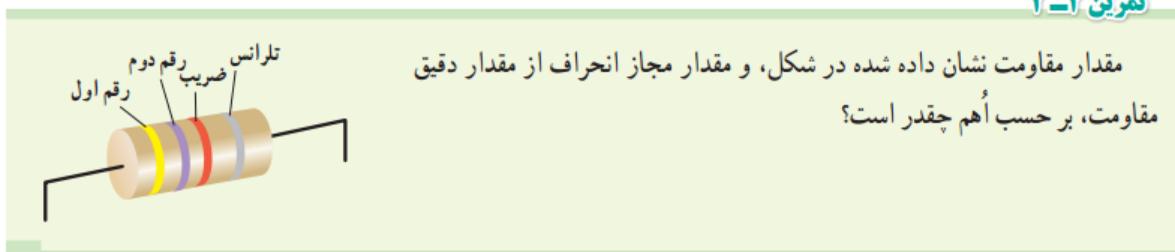


رنگ های مقاومت را از طرفی می خوانیم که به انتهای مقاومت نزدیکتر است. مثلا در مقاومت شکل بالا رنگ قرمز به انتهای مقاومت نزدیکتر می باشد پس از رنگ قرمز شروع به خواندن می کنیم. دو رنگ اول دو رقم اول مقاومت را نشان می دهند ، رنگ سوم ضریبی است که به صورت 10^n به دو رقم قبلی اضافه می شود. رنگ چهارم که به صورت طلایی

یا نقره‌ای است ترانس نامیده می‌شود که در صد خطای (یا انحراف) مجاز از مقدار مقاومت است. اگر حلقه چهارم نباشد به معنایی خطای ۲۰ درصد از مقدار مقاومت می‌باشد.

برای درک بیشتر مطلب تمرین ۲-۲ کتاب را حل می‌کنیم:

تمرین ۲-۲

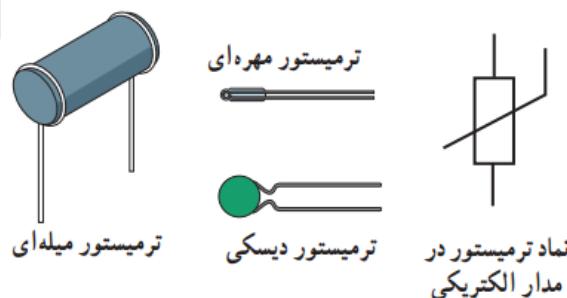


پاسخ تمرین ۲-۲: مقدار مقاومت را به صورت $[\times 10^n \pm \%]$ خواهیم نوشت در خانه اول رنگ زرد قرار خواهد گرفت که در جدول ذکر شده رنگ زرد برابر با ۴ می‌باشد در خانه دوم مقدار رنگ بنفس که در جدول ۷ است قرار خواهد گرفت و رنگ سوم که رنگ قرمز است و مقدار آن در جدول ۲ می‌باشد به جای n قرار خواهد گرفت و رنگ چهارم که نقره‌ای است در صد خطای ما را نشان خواهد داد که برابر ده درصد می‌باشد. پس اندازه گیری مقاومت ما به صورت زیر خواهد بود:

$$47 \times 10^3 \pm 10\%.$$

مقاومت‌های خاص: ۱. ترمیستور ۲. مقاومت‌های نوری (LDR)

ترمیستور: نوعی مقاومت متغیر حساس به دما است که به وسیله تغییرات دمایی، مقاومتش تغییر می‌کند. در واقع با اندازه‌گیری مقاومت یک ترمیستور، می‌توان دمای آنرا تعیین نمود. به همین دلیل این ابزار بعنوان سنسور دما مورد استفاده قرار می‌گیرند. ترمیستورها معمولاً از مواد نیمه‌رسانا تشکیل شده‌اند. از این رو در دماهای بالا، زودتر خراب شده و عمر کوتاه‌تری دارند. مقاومت اغلب آنها با افزایش دما افزایش می‌یابد که به این نوع پی‌تی‌سی PTC گفته می‌شود و در برخی از انواع دیگر مقادیر مقاومت با افزایش دما کاهش می‌یابد که اصطلاحاً به آنها ان‌تی‌سی NTC یا مقاومت دارای ضریب دمایی منفی گفته می‌شود. ترمیستورها شکل‌های متفاوتی دارند که عبارتند از دیسکی، مهره‌ای و میله‌ای.

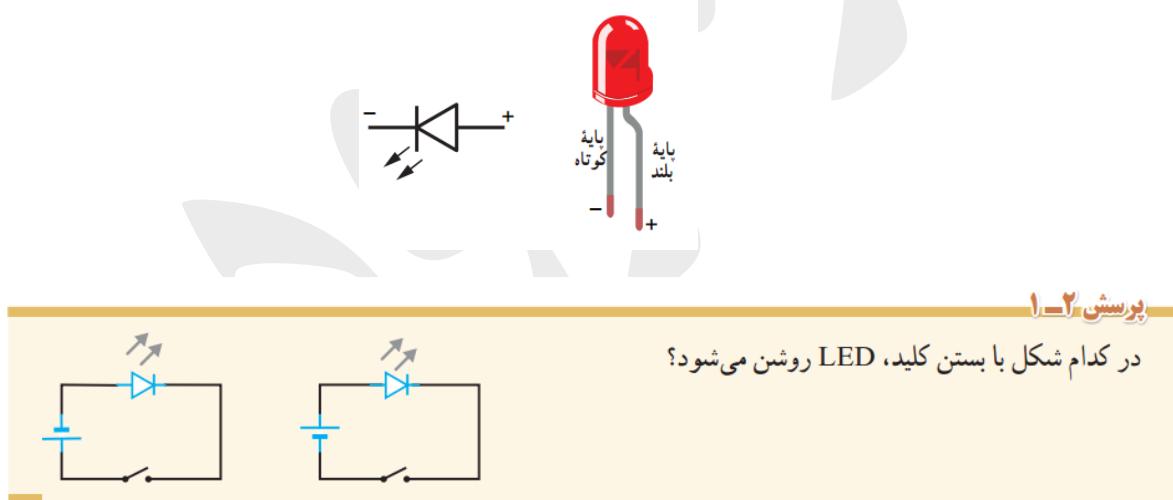


۳. مقاومت های نوری LDR : نوعی از مقاومت است که مقاومت الکتریکی آن به شدت نوری که به آن تابیده می شود بستگی دارد. به این صورت که با افزایش شدت نور تابیده شده مقاومت الکتریکی اش کاهش پیدا می کند. از مقاومت ها در تجهیزات گوناگونی از جمله چشم های الکترونیکی ، دزدگیر ها، کنترل کننده های خودکار و چراغ های روشنایی خیابان استفاده می شود.

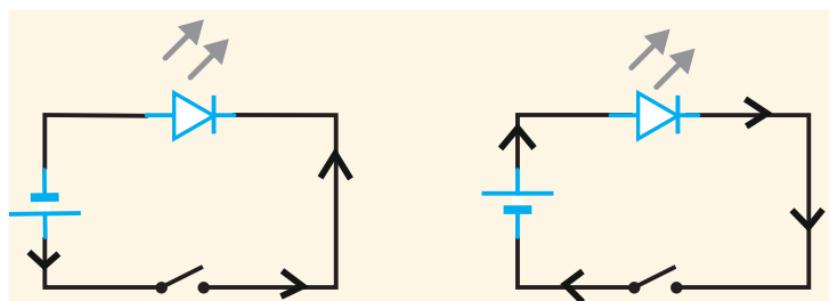
دیوڈ: وسیله ای است که هرگاه در مداری قرار گیرد، جریان الکتریکی را تنها از یک سو از خود عبور می دهد ، به همین علت است که به دیوید یک سو کننده نیز می گویند.

توجه! دیوید ها در مدار با نماد  نشان می دهند که جهت پیکان نشان می دهد که جریان چگونه می تواند از این دیوید عبور کند. ، به عبارتی اگر مثلا در شکل بالا جریان از چپ به راست باشد دیوید مقاومت الکتریکی پایینی داشته و به راحتی جریان را از خود عبور می دهد و اگر جریان از راست به چپ شود ناگهان مقاومت دیوید افزایش یافته و مانع عبور جریان می گردد.

دیوید نورگسیل LED : معروف ترین نوع دیوید ، LED یا دیوید نورگسیل است که هنگام عبور جریان از این نوع دیوید ها نور منتشر می شود. دیوید های نورگسیل به دلیل نور زیاد و مصرف کم کاربردهای فراوانی دارند.



پاسخ پرسش ۱-۲ : جهت جریان ایجاد شده توسط باتری همواره از قطب مثبت (خط بزرگتر) به سمت قطب منفی (خط کوچکتر باتری) می باشد پس باتری در هر یک به صورت زیر می تواند جریان ایجاد کند:



با توجه به شکل جریان در مداری ایجاد می شود که هم جهت با پیکان دیود باشد در نتیجه جریان در شکل سمت راست برقرار می شود.

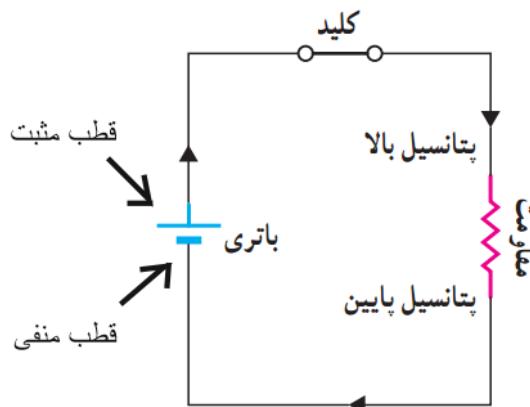
نیروی محرکه الکتریکی و مدار ها

توجه! برای ایجاد جریان الکتریکی باید اختلاف پتانسیل ایجاد شود، این وظیفه بر عهده وسیله هایی مانند باتری می باشد.

منبع نیروی محرکه الکتریکی (emf): به وسیله هایی مانند باتری که با انجام کار روی بارها اختلاف پتانسیل ایجاد می کنند مولد می گویند.

ساز و کار منبع نیروی محرکه الکتریکی : منبع نیروی محرکه بارهای مثبت را در خلاف جهت میدان الکتریکی از پتانسیل پایین تر به به پتانسیل بالاتر می برد. و باعث جریان الکتریکی می گردد. این عمل را میتوانیم با تلمبه آب مقایسه کنیم که آب را از ارتفاع پایین به ارتفاع بالا می برد.

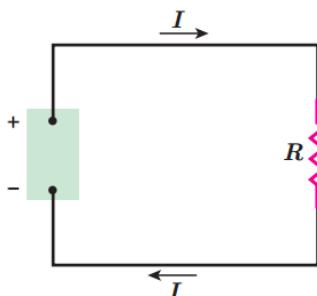
نکته: همانطور که در شکل زیر می بینید ، قطب مثبت و منفی باتری را مشخص کرده ایم، توجه داشته باشید که جریان در مدار همواره از قطب مثبت به سمت قطب منفی می باشد.



توجه! در اینجا ما حرکت بارهای مثبت را در نظر گرفته ایم که قراردادی می باشد اما می دانیم که بارهای مثبت حرکت نمی کنند . پس در حقیقت اگر بخواهیم به طور صحیح به مسئله نگاه کنیم این بارهای منفی (الکترون ها) هستند که از قطب منفی باتری به سمت قطب مثبت آن حرکت می کنند. اما از آنجایی که در گذشته به اشتباه تصور می کردند بارهای مثبت حرکت می کنند از آن موقع به صورت قراردادی حرکت جریان را حرکت بارهای مثبت در نظر گرفته اند.

نیروی محرکه الکتریکی ۴ : کاری که منبع نیروی محرکه الکتریکی روی واحد بار الکتریکی مثبت انجام می دهد تا آن را از پایانه ای با پتانسیل کمتر به پایانه ای با پتانسیل بیشتر ببرد، اصطلاحاً نیروی محرکه الکتریکی نامیده می شود که از رابطه زیر بدست می آید:

$$\mathcal{E} = \frac{\Delta W}{\Delta q}$$

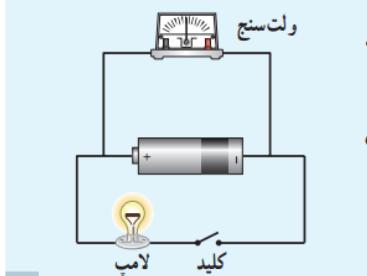


شکل مقابله یک مدار ساده الکتریکی شامل مقاومت R ، منبع نیروی حرکة الکتریکی \mathcal{E} و سیم‌های رابط

توجه! یکای نیروی حرکه الکتریکی همان یکای اختلاف پتانسیل است که ولت ۷ (کولن بر ژول) می‌باشد.

سوال: وقتی می‌گوییم نیروی حرکه الکتریکی یک منبع (باتری) ۳۷ ولت یعنی چه؟ یعنی باتری روی هر کولن باری که از آن می‌گذرد به اندازه ۳ ژول کار انجام می‌دهد و انرژی پتانسیل الکتریکی آن را ۳ ژول افزایش می‌دهد.

فعالیت ۴-۲



به کمک یک باتری، سیم‌های رابط، لامپ کوچک، ولت سنج و کلید، مداری همانند شکل رویه رو درست کنید. قبل از بستن کلید عددی را که ولت سنج نشان می‌دهد بخوانید. سپس کلید را بیندید و دوباره عددی را که ولت سنج نشان می‌دهد بخوانید. در کدام حالت ولت سنج عدد بزرگ‌تری را نشان می‌دهد؟ چرا؟ در ادامه با علت تفاوت این دو عدد آشنا خواهید شد.

پاسخ فعالیت ۴-۲: قبل از زدن کلید عددی که ولت سنج نشان می‌دهد دقیقاً برابر نیروی حرکه مولد است اما وقتی کلید زده می‌شود و جریان ایجاد می‌گردد ولت سنج مقدار کمتری را نشان خواهد داد که به علت اختلاف انرژی داخل باتری می‌باشد.

داخل باتری چه می‌گذارد: دو نوع باتری (یا منبع) می‌توانیم در نظر بگیریم

۱. باتری‌های بدون مقاومت داخلی (آرمانی) و ۲. باتری‌های با مقاومت داخلی (حقیقی)

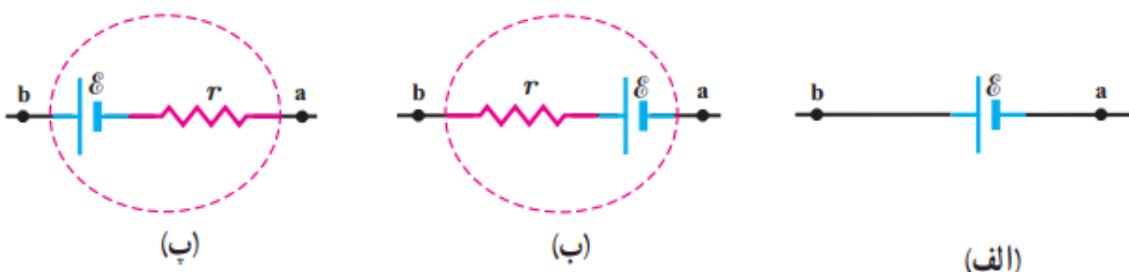
منبع نیروی محرك آرمانی: در این نوع منبع، مقاومت الکتریکی داخلی منبع صفر است و اختلاف پتانسیلی که این نوع منبع می‌تواند درست کند برابر با همان مقدار نیروی حرکه اش می‌باشد یعنی:

$$V_b - V_a = \mathcal{E}$$

منبع نیروی محرکه حقیقی: در این نوع منبع نیروی محرکه (باتری) به دلیل ساز و کاری که منبع دارد هنگام عبور جریان یک مقاومت داخلی r در آن ایجاد می شود و مقداری از انرژی منبع در مقاومت از بین می رود، اختلاف پتانسیلی که این منبع می توان ایجاد کند کمتر از نیروی محرکه مولد ϵ است.

در شکل های زیر :

الف منبع آرمانی می باشد و **ب** و **پ** منبع های حقیقی هستند. که r مقاومت درونی آن ها است.



نکته: در دنیای واقعی منبع آرمانی وجود ندارد و همه منبع های محرکه مقداری مقاومت درونی در خود دارند.

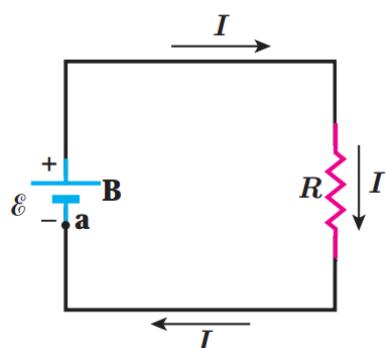
نکته: اگر باتری آرمانی باشد اختلاف پتانسیل دو سر آن (یعنی اختلاف پتانسیلی که می تواند به مدار بدهد) همان نیروی محرکه آن خواهد بود یعنی : $V_b - V_a = \epsilon$

و اگر باتری دارای مقاومت داخلی باشد با افت پتانسیل روبرو می شود و اختلاف پتانسیل دو سر باتری کمتر از نیروی محرکه آن می شود که از رابطه زیر بدست می آید : $V_b - V_a = \epsilon - Ir$

فعالیت ۲-۵

میدان الکتریکی درون باتری از قطب مثبت به سمت قطب منفی است. توضیح دهید چرا وقتی از قطب مثبت باتری به سمت قطب منفی آن می رویم، پتانسیل کاهش می یابد و بالعکس.

مدار تک حلقه ای : مدار تک حلقه ای شامل یک یا چند باتری ، سیم رسانا و یک یا چند مقاومت می باشد که ساده ترین نوع آن را در شکل زیر رسم کرده ایم:



توجه! به خاطر داشته باشید قسمت بزرگتر باتری همواره قطب مثبت و قسمت کوچکتر آن قطب منفی می باشد، در ضمن به طور قراردادی حرکت جریان I را از سمت قطب مثبت باتری به سمت قطب منفی آن در نظر می گیریم.

مهم ! حل مدار تک حلقه ای : در مدارهای تک حلقه ای با مسائلی رو برو خواهیم شد که روش کلی آن به این صورت است :

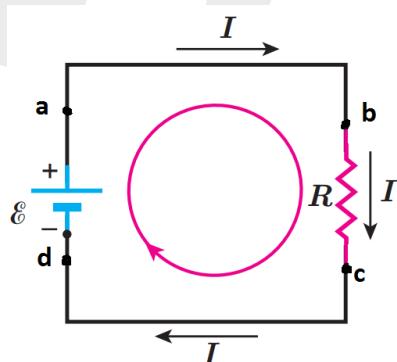
ابتدا جهت جریان در مدار را مشخص می کنیم، سپس یک نقطه از مدار را علامت می زنیم و پتانسیل الکتریکی آن نقطه را V_a در نظر می گیریم و شروع به حرکت در امتداد سیم می کنیم، هنگامی که در طول حرکت به یک مقاومت می رسیم پتانسیل الکتریکی به اندازه IR (جریان \times مقاومت) تغییر می کند. و اگر در طول حرکت به یک باتری (منبع) بررسیم پتانسیل الکتریکی به اندازه ϵ (نیروی محرکه باتری) تغییر خواهد کرد. حال زمانی که به نقطه مورد نظر بررسیم آنجا را علامت زده و پتانسیل الکتریکی آن نقطه را V_b در نظر می گیریم. (اگر به نقطه ابتدای مسیر بررسیم پتانسیل آن نقطه همان V_a خواهد بود)

نکته: در مدار تک حلقه ای جریان در کل مدار یکسان است.

توجه : اگر حرکت ما در جهت جریان باشد هنگام عبور از مقاومت ، پتانسیل الکتریکی به اندازه IR کاهش و اگر در خلاف جهت جریان باشد از مقاومت عبور کنیم پتانسیل الکتریکی به اندازه IR افزایش می یابد.

اگر هنگام عبور از قطب منفی وارد و از قطب مثبت آن خارج شویم پتانسیل الکتریکی به اندازه ϵ افزایش و اگر از قطب مثبت باتری وارد و از قطب منفی آن خارج شویم پتانسیل الکتریکی به اندازه ϵ کاهش می یابد. (اگر کلا متوجه مطلب نشدید! به مثالی که میزنم توجه کنید)

مثال: در مدار تک حلقه ای شکل زیر می خواهیم یک دور بزنیم! از نقطه a در جهت جریان شروع به حرکت می کنیم:



از نقطه a شروع می کنیم و پتانسیل این نقطه را V_a در نظر می گیریم و به سمت نقطه b حرکت می کنیم در طول این مسیر چون با هیچ مقاومت و مولدی رو برو نمی شویم افت یا افزایش پتانسیل نداریم (یعنی پتانسیل نقطه a و b یکسان است) هنگام عبور از مقاومت R و رسیدن به نقطه c پتانسیل به اندازه IR کاهش خواهد یافت حال از نقطه c به سمت d حرکت می کنیم ، در این جا بجا بی هم چون با مقاومت مواجه نیستیم پتانسیل تغییر نمی کند ، در مرحله

آخر (حرکت از d به سمت a) از قطب منفی با تری وارد و از قطب مثبت آن خارج می شویم پس پتانسیل به اندازه ϵ افزایش می یابد و در آخر به نقطه a می رسیم. معادله این حرکت به صورت زیر بدست می آید:

$$V_a - IR + \epsilon = V_a$$

خب حالا V_a ها از دو طرف معادله حذف می کنیم و خواهیم داشت:

$$\epsilon - IR = 0$$

از این معادله نتیجه می گیریم جمع جبری اختلاف پتانسیل ها در مدار برابر با صفر است.

توجه! اگر در مدار ذکر شده به صورت بر عکس دور می زدیم معادله به صورت زیر در می آمد که تفاوتی با حالت قبلی ندارد.

$$-\epsilon + IR = 0$$

قاعده طقه (قانون ولتاژها): در هر دور زدن کامل حلقه ای از مدار، جمع جبری اختلاف پتانسیل های اجزای مدار صفر است.

در جدول زیر قاعده کلی حل مدار (تغییرات پتانسیل) هنگام عبور از قطعات مدار آمده است :

عنصر مدار	جهت حرکت	تغییر پتانسیل	
مقاومت	در جهت جریان	-IR	جهت حرکت
مقاومت	در خلاف جهت جریان	+IR	جهت حرکت
منبع نیروی محرک	از پایانه منفی به پایانه مثبت	+ε	جهت حرکت
منبع نیروی محرک	از پایانه مثبت به پایانه منفی	-ε	جهت حرکت

مثال ۲-۶

در مدار شکل ۳-۲ فرض کنید $\mathcal{E} = 12V$, $r = 2\Omega$ و $R = 4\Omega$ باشد.

الف) جریان عبوری از مدار چقدر است؟ ب) اختلاف پتانسیل دو سر باتری را محاسبه کنید.

پاسخ: الف) اگر مدار را در جهت جریان نشان داده شده دور بزنیم براساس آنچه گفته شد، در یک حلقه کامل با استفاده از قاعده حلقه داریم :

$$\mathcal{E} - Ir - IR = 0$$

و در نتیجه

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{12V}{4\Omega+2\Omega} = 2A$$

ب) با استفاده از رابطه ۷-۲ اختلاف پتانسیل دو سر باتری برابر است با

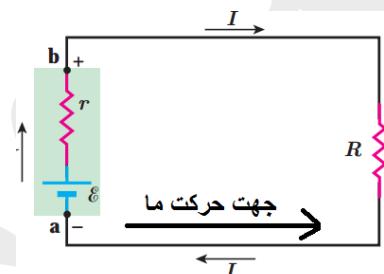
$$V_b - V_a = \mathcal{E} - Ir = 12V - (2A)(2\Omega) = 8V$$

تمرین ۳-۲

مثال بالا را با حرکت در خلاف جهت جریان نشان داده شده، حل و نتیجه را با پاسخ مثال مقایسه کنید.

پاسخ تمرین ۳-۳ :

الف: میخواهیم جریان را بدست آوریم ولی در خلاف جهت حرکت حرکت خواهیم کرد:



از یک نقطه اختیاری مثلاً نقطه a شروع می‌کنیم و پتانسیل آن را V_a می‌نامیم به سمت مقاومت R حرکت می‌کنیم و هنگام عبور از مقاومت R چون در خلاف جهت جریان الکتریکی حرکت می‌کنیم پتانسیل الکتریکی به اندازه $+IR$ افزایش می‌یابد تا اینجا به صورت $V_a + IR$ می‌شود. حال به حرکت خود ادامه می‌دهیم و به نقطه b می‌رسیم. از مقاومت داخلی r عبور می‌کنیم و پتانسیل به اندازه $-Ir$ افزایش می‌یابد. در آخر هنگام عبور از باتری چون از قطب مثبت وارد و از قطب منفی خارج می‌شویم پتانسیل به اندازه \mathcal{E} کاهش می‌یابد و در آخر به نقطه ابتدایی مان می‌رسیم که پتانسیل اش همان V_a است. پس معادله ما به صورت زیر در می‌آید :

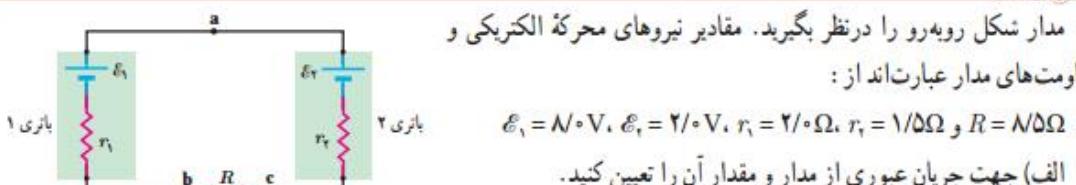
$$V_a + IR + Ir - \mathcal{E} = V_a \rightarrow IR + Ir - \mathcal{E} = 0 \rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} = \frac{12V}{4\Omega+2\Omega} = 2A$$

ب: اختلاف پتانسیل دو سر باتری نیز از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$V_b - V_a = \mathcal{E} - Ir = 12V - 2A \times 2\Omega = 8V$$

مثال ۷

مدار شکل رویه را در نظر بگیرید. مقادیر نیروهای حرکة الکتریکی و مقاومت‌های مدار عبارت اند از :



$$E_1 = 8.0 \text{ V}, E_2 = 2.0 \text{ V}, r_1 = 2.0 \Omega, r_2 = 1.0 \Omega, R = 8.0 \Omega$$

الف) جهت جریان عبوری از مدار و مقدار آن را تعیین کنید.

ب) اختلاف پتانسیل دوسر باتری های ۱ و ۲ را محاسبه کنید.

پاسخ: الف) با استفاده از دستورالعمل‌های حل مدارهای تک حلقه‌ای، مسئله را حل می‌کنیم. گرچه لازم نیست که جهت جریان I را بدانیم، ولی می‌توانیم آن را با مقایسه نیروهای حرکة الکتریکی دو باتری تعیین کنیم؛ چون $E_2 > E_1$ است جهت جریان را باتری ۱ تعیین می‌کند. بنابراین، جهت جریان، ساعتگرد است. در نتیجه با حرکت پاد ساعتگرد از نقطه a داریم :

$$V_a = E_1 + Ir_1 + IR + Ir_2 + E_2 = V_b$$

واز آنجا

$$I = \frac{E_2 - E_1}{r_1 + R + r_2} = \frac{8.0 \text{ V} - 2.0 \text{ V}}{2.0 \Omega + 8.0 \Omega + 1.0 \Omega} = 0.50 \text{ A}$$

ب) اختلاف پتانسیل بین دوسر باتری ۱ را با حرکت از نقطه b به سمت نقطه a بدست می‌آوریم :

$$V_b - Ir_1 + E_1 = V_a$$

در نتیجه

$$V_a - V_b = E_1 - Ir_1 = 8.0 \text{ V} - (0.50 \text{ A})(2.0 \Omega) = 7.0 \text{ V}$$

که این نتیجه را می‌توانستیم به طور مستقیم از رابطه ۷-۲ نیز بدست آوریم. اما در مورد باتری ۲ که در آن جهت جریان از قطب مثبت وارد و از قطب منفی خارج می‌شود، نمی‌توانیم از این رابطه استفاده کنیم.

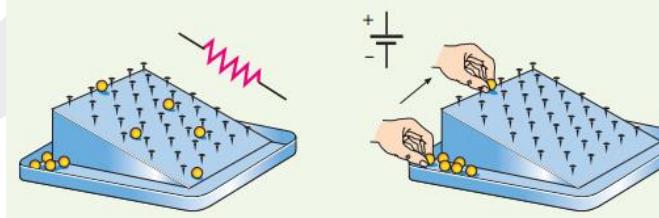
برای محاسبه اختلاف پتانسیل دوسر باتری ۲ حتماً باید مسئله را از نو حل کرد. به این منظور، از نقطه c به سمت نقطه a حرکت می‌کنیم :

$$V_c + Ir_2 + E_2 = V_a$$

و در نتیجه :

$$V_a - V_c = E_2 + Ir_2 = 2.0 \text{ V} + (0.50 \text{ A})(1.0 \Omega) = 2.8 \text{ V}$$

۱۰ شکل زیر یک مشابهت‌سازی مکانیکی برای درک مقاومت و نیروی حرکة الکتریکی را نشان می‌دهد که در آن بر سطح شب‌داری میخ‌هایی تعییه شده و تیله‌ها از ارتفاع بالای سطح شب‌دار رها می‌شوند و سپس دوباره به بالای سطح شب‌دار بازگردانده می‌شوند. این مشابهت‌سازی مکانیکی را توجیه کنید.

**پاسخ تمرین ۱۰ آنفر صفحه:**

ارتفاع همان پتانسیل الکتریکی می‌باشد، تیله‌ها هم به مانند الکترون‌ها می‌باشند، تیله‌ها از ارتفاع بالا رها می‌شوند و در حین حرکت خود به میخ‌ها برخورد می‌کنند و قسمتی از انرژی خود را در اثر برخورد به میخ و کاهش ارتفاع از

دست می دهد ، الکترون ها نیز از پتانسیل بالا شروع به حرکت می کنند و با عبور از میان اتم ها قسمتی از انرژی خود را از دست داده و در نهایت به پتانسیل کمتر می رساند، در شکل بالا دست ما تیله را دوباره به ارتفاع بالا برده و سبب حرکت آن ها می گردد که این کار را در مدار باتری انجام می دهد و الکترون ها را از پتانسیل کم تر به پتانسیل بالاتر می برد.

۱۱ اختلاف پتانسیل دو سر باتری خودروهای سواری برابر ۱۲ ولت است. اگر هشت باتری قلمی $1/5$ ولتی را به طور متواالی به یکدیگر وصل کنیم، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعه آنها نیز برابر 12 ولت می شود. توضیح دهید چرا در خودروها به جای باتری خودرو از هشت باتری قلمی استفاده نمی شود.

پاسخ تمرین ۱۱ آخر فصل: آنچه کی میاد به جای یک باتری از 8 تا باتری استفاده کنه؟! به هر حال از لحاظ علمی به دلیل وجود مقاومت داخلی در هر باتری قلمی ، این 8 باتری با افت پتانسیل و افت جریان الکتریکی مواجه شده و قدرت کافی برای روشن کردن و تامین انرژی خودرو را نخواهند داشت.

۱۲ یک باتری را در نظر بگیرید که وقتی به مدار بسته نیست پتانسیل دو سرش برابر $12/0$ است. وقتی یک مقاومت $10/0 \Omega$ به این باتری بسته شود، اختلاف پتانسیل دو سر باتری به $10/9V$ کاهش می یابد. مقاومت داخلی باتری چقدر است؟

پاسخ تمرین ۱۲ آخر فصل: در زمانی که باتری به مدار وصل نیست اختلاف پتانسیل دو سر باتری همان نیروی محرکه باتری خواهد بود یعنی $V = \varepsilon$ بازمانی که یک مقاومت به این باتری وصل شده و جریان در آن ایجاد شود اختلاف پتانسیل دو سر باتری از رابطه $V = \varepsilon - Ir$ به دست می آید که در آن مقاومت درونی باتری می باشد.

$$V_{باتری} = \varepsilon - Ir = 10.9 V$$

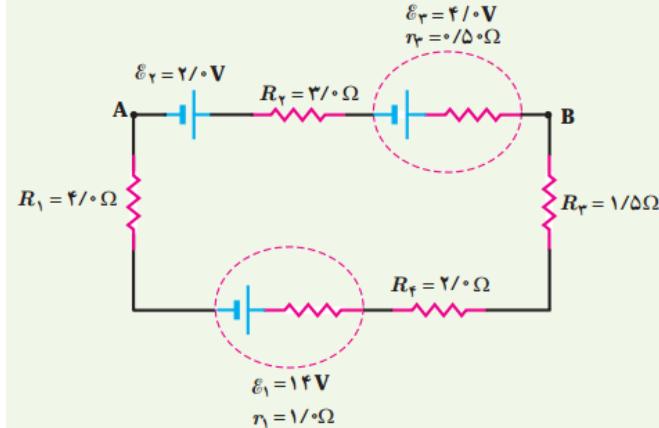
حال با استفاده از معادله حلقه مقدار جریان را بدست می آوریم:

$$IR + Ir - \varepsilon = 0 \rightarrow IR = \varepsilon - Ir \rightarrow I = \frac{\varepsilon - Ir}{R} = \frac{10.9 V}{10 \Omega} = 1.09 A$$

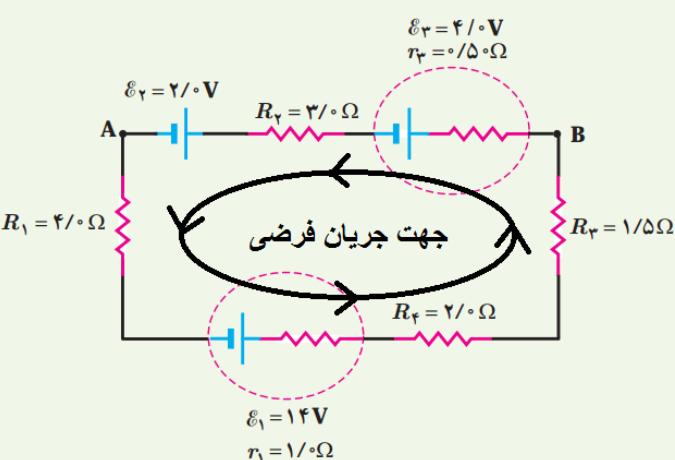
جریان بدست آمده را دوباره در معادله اول قرار داده و مقدار مقاومت درونی بدست می آید.

$$V_{باتری} = \varepsilon - Ir \rightarrow r = \frac{\varepsilon - V}{I} = \frac{12 - 10.9}{1.09} = 1.009 \Omega$$

۱۲ در مدار شکل زیر جریان در مدار و اختلاف پتانسیل بین دو نقطه A و B ($V_B - V_A$) را محاسبه کنید.



پاسخ تمرین ۱۳ آندر فصل: مدار تک حلقه‌ای می‌باشد و جریان در تمام طول مدار یکسان است. برای شروع اگر جهت جریان را نمی‌دانید یک جهت را شناسی انتخاب کنید، مهم نیست! مثلاً در این مثال من جهت جریان را پاد ساعتگرد (عکس حرکت عقربه‌های ساعت در نظر گرفته ام) در نهایت اگر جواب بدست آمده منفی آمد می‌فهمیم جهت را اشتباه گرفته ایم و بر عکس می‌کنیم.



از یک نقطه شروع به حرکت کرده و یک دور کامل می‌زنیم، من از نقطه A شروع می‌کنم و پتانسیل آن نقطه را V_A در نظر می‌گیرم، شروع به حرکت کرده به مقاومت R_1 می‌رسم چون در جهت جریان حرکت کرده ام پتانسیل به اندازه $-IR_1$ تغییر می‌کند سپس به باتری \mathcal{E}_1 رسیده و از قطب مثبت آن خارج می‌شوم و به مقاومت درونی r_1 و مقاومت R_2 و R_3 و R_{γ} می‌رسیم پس پتانسیل به اندازه های $+V_A + \mathcal{E}_1 - IR_2 - IR_3 - Ir_{\gamma}$ و تغییر می‌کند حال به باتری \mathcal{E}_3 می‌رسیم از قسمت منفی آن خارج می‌شویم که پتانسیل به اندازه $-\mathcal{E}_3$ تغییر می‌کند در آخر از مقاومت R_2 و باتری \mathcal{E}_2 عبور می‌کنیم که پتانسیل الکتریکی به اندازه $-IR_2 - \mathcal{E}_2$ تغییر می‌کند، در آخر به نقطه ابتداییمان می‌رسیم، معادله حلقه ما به شکل زیر خواهد بود:

$$V_a - IR_1 + \varepsilon_1 - Ir_1 - IR_2 - Ir_2 - \varepsilon_2 - IR_3 - \varepsilon_3 = V_a$$

از طرفین V_a را حذف می کنیم و نیروهای محرکه را به سمت چپ می بریم:

$$-IR_1 - Ir_1 - IR_2 - Ir_2 - IR_3 = \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1$$

$$I(-R_1 - r_1 - R_2 - r_2 - R_3) = \varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1$$

$$I = \frac{\varepsilon_2 + \varepsilon_3 - \varepsilon_1}{-R_1 - r_1 - R_2 - r_2 - R_3} = \frac{4 + 2 - 14}{-4 - 1 - 2 - 1.5 - 0.5 - 3} = \frac{-8}{-12} = \frac{2}{3} A$$

حال که جریان الکتریکی را پیدا کردیم می توانیم با حرکت از نقطه a به نقطه b اختلاف پتانسیل بین این دو نقطه را بدست بیاوریم. میتوانیم از دو مسیر به سمت b حرکت کنیم که من از مسیر بالایی حرکت می کنم و از باتری ۲ مقاومت ۲ و باتری ۳ عبور کرده به نقطه b می رسم و خواهم داشت (خلاف جهت جریان حرکت می کنیم) :

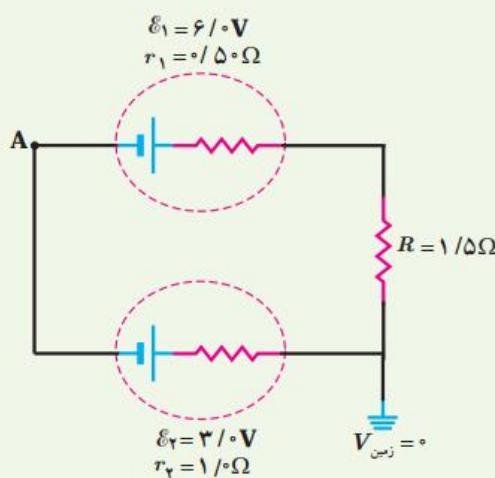
$$V_a + \varepsilon_2 + IR_3 + \varepsilon_3 = V_a$$

$$V_a + 2 + \frac{2}{3} \times 3 + 4 = V_b \rightarrow V_a + 8 = V_b \rightarrow V_b - V_a = 8 v$$

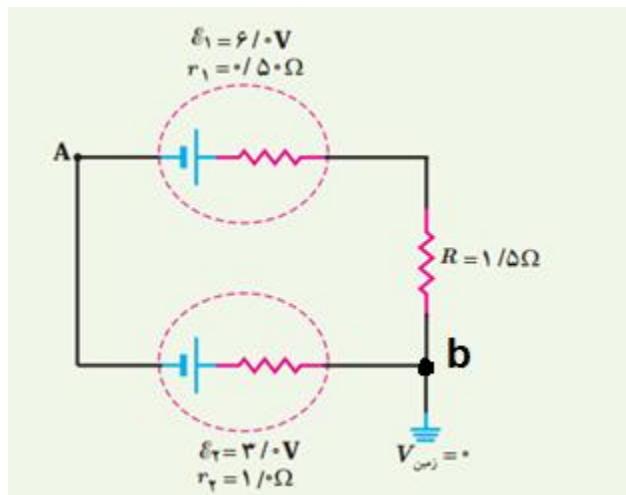
۱۴ در شکل زیر

الف) اختلاف پتانسیل دو سر مولدها را به دست آورید.

ب) پتانسیل نقطه A را تعیین کنید.



پاسخ سوال ۱۴ آخر فصل : نکته: هر کجا که به زمین متصل بشود پتانسیل الکتریکی آن نقطه صفر خواهد بود پس $V_b = 0$. پتانسیل نقطه b صفر است.



با توجه به جهت بسته شدن باتری ها جریان در جهت باتری قوی تر خواهد بود پس جهت جریان ساعتگرد است (یعنی مانند حرکت عقربه های ساعت). ما هم از نقطه a شروع می کنیم و طبق قوانینی که می دانیم در جهت جریان یک دور کامل می زنیم تا دوباره به نقطه a بررسیم که خواهیم داشت:

$$V_a + \mathcal{E}_1 - Ir_1 - IR - Ir_2 - \mathcal{E}_2 = V_a$$

از دو طرف V_a ها حذف می شوند و جریان به شکل زیر بدست می آید:

$$I = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + R + r_2} = \frac{6 - 3}{0.5 + 1.5 + 1} = 1 \text{ A}$$

اختلاف پتانسیل هر مولد برابر خواهد بود با :

$$\Delta V_1 = \mathcal{E}_1 - Ir_1 = 6 - 1 \times 0.5 = 5.5 \text{ V}$$

$$\Delta V_2 = \mathcal{E}_2 - Ir_2 = 3 - 1 \times 1 = 2 \text{ V}$$

برای یافتن پتانسیل نقطه A از نقطه زمین که پتانسیل اش صفر است شروع می کنیم و در جهت جریان از سمت پایین به سمت A حرکت می کنیم.

$$V_b - Ir_2 - \mathcal{E}_2 = V_a \rightarrow 0 - 1 - 3 = -4 = V_a \rightarrow V_a = -4 \text{ V}$$

توان در مدارهای الکتریکی: در مدارهای الکتریکی برخی از وسیله ها مانند مقاومت الکتریکی مقداری انرژی مصرف می کنند و منبع های نیروی محرکه نیز انرژی تامین می کنند. مقدار انرژی که اجزای مدار در واحد زمان مشخص مصرف یا تولید می کنند را توان الکتریکی می گویند که از رابطه زیر بدست می آید:

$$P = I\Delta V$$

که در این رابطه P توان بر حسب وات W و I جریان عبوری از وسیله بر حسب آمپر A و ΔV همان اختلاف پتانسیل دو سر وسیله بر حسب ولت V می باشد.

توان مصرفی در مقاومت : همان طور که گفتیم مقدار توان مصرفی (انرژی تلف شده در واحد زمان) در مقاومت از رابطه $P = I\Delta V$ بدست می آید که می توانیم با استفاده از قانون اهم به جای I از مقدار $\frac{V}{R}$ و همچنین به جای ΔV می توانیم از R استفاده کنیم در نتیجه روابط توان مصرفی برای مقاومت به صورت زیر بدست می آید:

$$P_{\text{مقاومت}} = IV = RI^2 = \frac{V^2}{R}$$

مثال ۸-۲

وقتی دو سر یک بخاری بر قی را به اختلاف پتانسیل $V = ۲۲۰$ ول وصل کنیم، جریان $A = ۱۰/۰$ آمپر را از آن می گذرد. (الف) توان این بخاری چقدر است؟ (ب) اگر این بخاری به مدت $t = ۳/۰$ ساعت در روز کار کند و قیمت برق مصرفی به ازای هر کیلووات ساعت ۵ تومان باشد، هزینه یک ماه مصرف این بخاری چقدر می شود؟

پاسخ : (الف) بنا به رابطه $P = IV$ توان مورد نیاز بخاری چنین می شود:

$$P = IV = (۱۰/۰ A)(۲۲۰ V) = ۲/۲۰ \times ۱۰^۳ W = ۲/۲۰ kW$$

(ب) انرژی مصرفی بخاری برابر Pt می شود که بر حسب یکاهای SI، P بر حسب وات (W)، t بر حسب ثانیه (s) است و انرژی مصرفی بر حسب زول (J) می شود. اما برای محاسبه مصرف برق، P را بر حسب کیلووات (kW) و t را بر حسب ساعت (h) می گیرند. بنابراین، انرژی الکتریکی مصرفی بر حسب کیلووات ساعت (kWh) می شود $J = ۳/۶ \times ۱۰^۳ kWh = ۳۶۰۰ J$. $1 kWh = ۱۰۰۰ J$.

پس انرژی مصرفی بخاری در یک ماه، برابر است با

$$U = Pt = (۲/۲۰ kW)(۳۰ \times ۳/۰ h) = ۱۹۸ kWh$$

در نتیجه بهای برق مصرفی این بخاری در یک ماه چنین می شود:

$$\text{تومان} = \left(\frac{\text{تومان}}{kWh} \right) (۱۹۸ kWh) = ۹۹۰ \text{ تومان}$$

پرسش ۸-۲



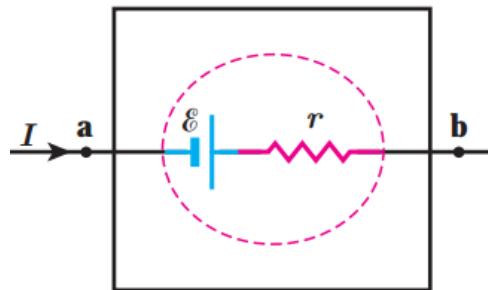
اگر لامپ های رشته ای (التهابی) را با لامپ های LED جایگزین کنیم، در خواهیم یافت که در مصرف انرژی تفاوت چشمگیری حاصل می شود. مثلاً در حالی که لامپ هالوژن یک کلاه ایمنی چند باتری را در ۳ ساعت مصرف می کند، نوع LED همان لامپ آن باتری ها را در ۳۰ ساعت به مصرف می رساند. دلیل این اختلاف را بیان کنید.

پاسخ پرسش ۸-۲ : به این علت است که در لامپ های رشته ای با عبور جریان دما افزایش یافته و مقاومت الکتریکی نیز بیشتر می شود و با افزایش مقاومت توان مصرفی لامپ بالا می رود اما در LED ها به دلیل وجود نیم رساناها با افزایش دما مقاومت کاهش می یابد و انرژی آنچنانی مصرف نمی شود.

توان خروجی یک منبع نیروی محرکه حقیقی : اختلاف پتانسیل یک باتری حقیقی به دلیل داشتن مقاومت داخلی به صورت $Ir = \varepsilon - \Delta V$ باشد پس توان تولیدی باتری از رابطه زیر بدست می آید:

$$P_{\text{خروجی}} = I \Delta V = I(\mathcal{E} - Ir) = \mathcal{E}I - rI^2$$

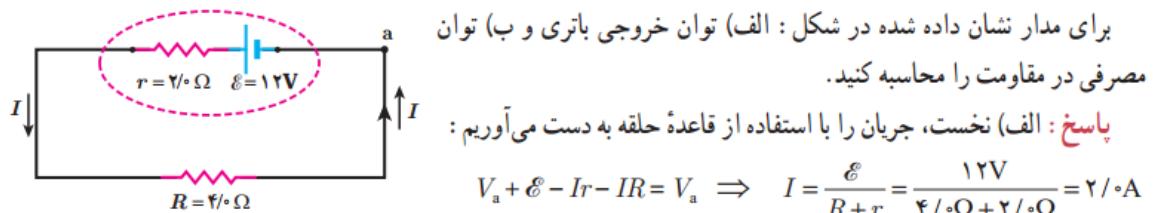
$$P_{\text{خروجی}} = \mathcal{E}I - rI^2$$



توان خروجی از باتری شکل، از رابطه $P = (V_b - V_a)I$ به دست می‌آید.

توجه! باتری به اندازه I توان تولید می‌کند و مقاومت داخلی آن توان باتری را به اندازه Ir می‌کاهد.

مثال ۹-۲



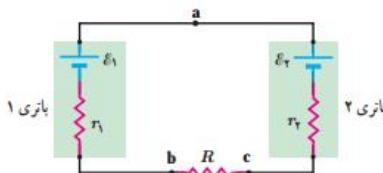
اکنون توان الکتریکی خروجی از باتری با استفاده از رابطه ۱۱-۲ چنین می‌شود :

$$P_{\text{خروجی}} = \mathcal{E}I - rI^2 = (12V)(2A) - (2\Omega)(2A)^2 = 16W$$

(ب) با استفاده از پایستگی از زی بدهی است که توان الکتریکی مصرفی در مقاومت ۴ اهمی برابر با توان خروجی باتری، یعنی ۱۶W می‌شود. با این حال، این را می‌توانیم به طور مستقیم نیز نشان دهیم :

$$P_{\text{مصرفی}} = RI^2 = (4\Omega)(2A)^2 = 16W$$

مثال ۷-۱



در مثال ۷-۲ توان هر یک از اجزای مدار را محاسبه کنید.

پاسخ: توان مصرفی در مقاومت $R = 8/5\Omega$ با استفاده از رابطه ۷-۹ چنین می‌شود :

$$P_{\text{مصرفی}} = RI^2 = (8/5\Omega)(0.5\text{A})^2 = 2/1\text{W}$$

که در آن از $A = 0.5\text{A}$ استفاده کرده‌ایم.

توان خروجی باتری ۱ را با استفاده از رابطه ۷-۱۱ محاسبه می‌کنیم :

$$P_{\text{خروجی}} = \epsilon_1 I - r_1 I^2 = (8/0\text{V})(0.5\text{A}) - (2/0\Omega)(0.5\text{A})^2 = 3/5\text{W}$$

اما توان باتری ۲ از رابطه ۷-۱۱ بدست نمی‌آید؛ زیرا همان‌طور که دیدیم اختلاف پتانسیل دوسر باتری ۲ از رابطه $V_a - V_c = \epsilon_2 + Ir_2$ به دست می‌آید. اما طبق تعریف این کتاب، برای استفاده از رابطه ۷-۸ ($P = I\Delta V$)، باید اختلاف پتانسیل $V_c - V_a$ را در نظر بگیریم که $(\epsilon_2 + Ir_2) - \epsilon_1$ می‌شود. بنابراین، مقدار (قدر مطلق) توان ورودی به باتری ۲ چنین می‌شود :

$$\begin{aligned} P_{\text{ورودی}} &= |P| = |I\Delta V| = I(\epsilon_2 + Ir_2) = \epsilon_2 I + r_2 I^2 \\ &= (2/0\text{V})(0.5\text{A}) + (1/5\Omega)(0.5\text{A})^2 = 1/4\text{W} \end{aligned}$$

این که باتری ۲ انرژی مصرفی خود را از باتری ۱ تأمین می‌کند، همان اتفاقی است که هنگام اتصال یک باتری به شارژ‌کننده روى می‌دهد. شارژ‌کننده به باتری انرژی الکتریکی می‌دهد. بخشی از این انرژی به انرژی شیمیایی تبدیل می‌شود و بقیه آن در مقاومت درون باتری تلف می‌شود و باتری را گرم می‌کند.

همان‌طور که انتظار داریم این نتیجه همچنین با پاسخگذاری سازگار است :

$$\begin{aligned} \text{توان خروجی باتری ۱} &= \text{توان ورودی باتری ۲} + \text{توان مصرفی مقاومت } R \\ 2/1\text{W} &\quad + \quad 1/4\text{W} \quad = \quad 3/5\text{W} \end{aligned}$$

تمرین ۷-۲

با توجه به قانون ژول (فعالیت ۷-۲) و تعریف نیروی حرکه الکتریکی، برای یک حلقه ساده، شامل یک باتری و یک مقاومت نشان دهید که قاعده حلقه یا قانون ولتاژها چیزی جز پاسخگذاری انرژی نیست.

پاسخ تمرین ۷-۴ : قانون ژول بیان می‌دارد گرمای تولید شده توسط جریان از عبوری از یک مقاومت R در مدت t زمان برابر با RI^2t است.

قانون حلقه برای یک باتری و مقاومت به صورت $\epsilon = IR - \epsilon$ است. که می‌شود: $\epsilon = IR - \epsilon$ که اگر طرفین معادله را به It (زمان \times جریان ، همان بار) ضرب کنیم خواهیم داشت:

$$\epsilon It = RI^2t$$

این معادله نشان می‌دهد هرچقدر که باتری انرژی تولید می‌کند همان قدر هم مقاومت مصرف می‌کند

۱۵ دو لامپ رشته‌ای در اختیار داریم که جنس و طول رشته آنها یکسان است، ولی رشته لامپ B ضخیم‌تر از رشته لامپ A است. وقتی لامپ‌ها به ولتاژ یکسانی وصل شوند، کدام لامپ پر Norton خواهد بود و چرا؟

پاسخ تمرین ۱۵ آخر فصل: لامپی پر Norton تر خواهد شد که مقاومت کمتری دارد و جریان بیشتری از آن می‌گذرد و انرژی بیشتری مصرف کند، پس لامپ B که مساحت سطح مقطع بیشتری دارد پر Norton تر می‌شود.

۱۶ بر روی وسیله‌های الکتریکی، اعداد مربوط به ولتاژ و توان نوشته می‌شود. برای دو وسیله زیر،



اتوی برقی، ۸۵۰ W، ۲۲۰ V، کتری برقی

(الف) سیم‌های اتصال به برق آنها باید بتواند حداقل چه جریانی را از خود عبور دهد؟

(ب) مقاومت الکتریکی هر وسیله در حالت روشن چقدر است؟

پاسخ تمرین ۱۶ آخر فصل: با توجه به رابطه توان مصرفی می‌توان به صورت زیر جریان عبوری را بدست آوریم:

$$P_{کتری} = IV \rightarrow I = \frac{P_{کتری}}{V} = \frac{2400}{220} = 10.9 A$$

$$P_{اتو} = IV \rightarrow I = \frac{P_{اتو}}{V} = \frac{850}{220} = 3.86 A$$

ب: به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$P_{کتری} = \frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{V^2}{P_{کتری}} = \frac{220^2}{2400} = 20.16 \Omega$$

$$P_{اتو} = \frac{V^2}{R} \rightarrow R = \frac{V^2}{P_{اتو}} = \frac{220^2}{850} = 56.9 \Omega$$

۱۷ لامپ یک چراغ قوّه معمولی با ولتاژ $2/۹V$ کار می‌کند و در این حالت جریان $۰/۳۰A$ از آن می‌گذرد. اگر مقاومت رشته تنگستنی این لامپ در دمای اتاق ($20^{\circ}C$) برابر $۱/۱\Omega$ باشد، دمای این رشته وقتی که لامپ روشن است، چقدر می‌شود؟

پاسخ تمرین ۱۷ آخر فصل: بر اساس قانون اهم مقاومت سیم را بدست می‌آوریم:

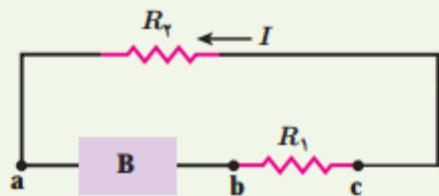
$$R = \frac{V}{I} = \frac{۲.۹V}{۰.۳A} = ۹.۶\Omega$$

حال می‌توانیم از رابطه $R = R_0 [1 + \alpha(T - T_0)]$ دما را بدست آوریم:

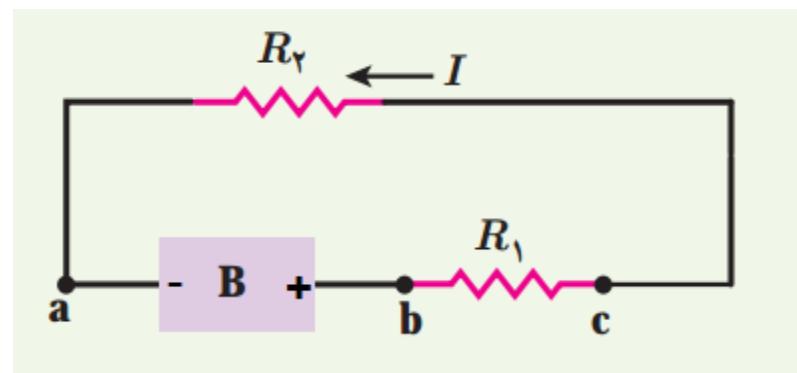
$$9.6 = 1.1 \times [1 + 4.5 \times 10^{-3}(T - 20)] \rightarrow \frac{9.6}{1.1} = 1.09 + 4.5 \times 10^{-3}T$$

$$4.5 \times 10^{-3}T = 7.63 \rightarrow T = \frac{7.63}{4.5 \times 10^{-3}} = 1695^{\circ}C$$

۱۸ شکل زیر جریان I را در یک مدار تک حلقه‌ای با باتری B و مقاومت‌های R_1 و R_2 (وسیم‌هایی با مقاومت ناچیز) نشان می‌دهد. الف) قطب‌های پایانه‌های B را مشخص کنید. در نقاط a ، b و c ، ب) بزرگی جریان، پ) پتانسیل الکتریکی و ت) انرژی پتانسیل الکتریکی حامل‌های بار مثبت را به‌گونه‌ای مرتب کنید که بیشترین مقدار در ابتدا باشد.



پاسخ تمرین ۱۸ آخر فصل: الف: در شکل زیر مشخص شده است:



ب: جریان در تمام مدار تک حلقه یکسان و برابر است.

پ: قطب مثبت باتری بیشترین پتانسیل می باشد و با حرکت در جهت جریان پتانسیل کاهش می یابد پس :

$$V_c > V_a$$

ت: هر چه در طول سیم حرکت کنیم انرژی حامل های بار کاهش می یابد پس :

$$U_b > U_c > U_a$$

۱۹ تلویزیون و یکی از لامپ‌های خانه خود را در نظر بگیرید

و فرض کنید که هر کدام روزی ۸ ساعت با اختلاف پتانسیل ۲۲۰ ولت روشن باشد.

(الف) انرژی الکتریکی مصرفی هر کدام در یک دوره یک ماهه (۳۰ روز) چند kWh است؟ (توان مصرفی هر وسیله را از روی آن بخوانید).

(ب) بهای برق مصرفی هر کدام از قرار هر کیلووات ساعت ۵ تومان در یک دوره یک ماهه چقدر می شود؟

(پ) اگر در شهر شما هر خانه یک لامپ ۱۰۰ وات اضافی را به مدت ۳ ساعت در شب روشن کند، در طول یک ماه تقریباً چند کیلووات ساعت انرژی الکتریکی اضافی مصرف می شود؟

پاسخ تمرین ۱۹ آنفرم: الف: فرض کنید یک لامپ کم مصرف ۲۰ W روزی هشت ساعت در ماه برابر است با ۲۴۰ ساعت می شود پس انرژی مصرفی در طول ۳۰ روز برابر خواهد بود با :

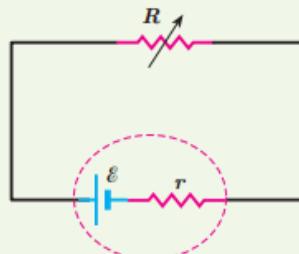
$$P = \frac{U}{t} \rightarrow U = P \cdot t = 20 \text{ W} \times 240 \text{ h} = 4800 \text{ Wh} = 4.8 \text{ kWh}$$

توجه کنید زمان را بر حسب ساعت قرار دادیم تا جواب بر حسب کیلو وات ساعت بدست آید. در مورد تلویزیون هم به همین روش محاسبه می کنیم.

ب: انرژی مصرف شده توسط یک لامپ ۱۰۰ واتی در مدت ۹۰ ساعت:

$$U = P \cdot t = 100 \text{ W} \times 90 \text{ h} = 9000 \text{ Wh} = 9 \text{ kWh}$$

در شکل زیر، الف) نیروی حرکة الکتریکی و مقاومت ۲۰



داخلی منبع را که توان خروجی آن به ازای $I_1 = 5/00 \text{ A}$ برابر $P_1 = 5 \times 5/00 = 25 \text{ W}$ و به ازای $I_2 = 7/00 \text{ A}$ برابر $P_2 = 7 \times 7/00 = 49 \text{ W}$ است، محاسبه کنید.

ب) نمودار اختلاف پتانسیل دوسر باتری بر حسب جریان گذرنده از آن رارسم کنید.

پاسخ تمرین ۲۰ آخر فصل:

$$P_{\text{خرجی}} = \epsilon I - rI^2$$

$$1: \quad P_1 = 5\epsilon - 25r = 9.5 \text{ W} \quad \xrightarrow{\div 5} \quad \epsilon - 5r = 1.9 \text{ W}$$

$$2: \quad P_2 = 7\epsilon - 49r = 12.6 \text{ W} \quad \xrightarrow{\div 7} \quad \epsilon - 7r = 1.8 \text{ W}$$

معادله ۲ را از ۱ کم می کنیم:

$$1 - 2 : \quad \epsilon - 5r - (\epsilon - 7r) = 1.9 - 1.8 \rightarrow 2r = 0.1 \rightarrow r = 0.05 \Omega$$

حال مقاومت بدست آمده را در یکی از معادله ها (مثالاً معادله ۱) قرار می دهیم و نیروی محرکه را بدست می آوریم:

$$\epsilon - 5 \times 0.05 = 1.9 \rightarrow \epsilon = 2.15 \text{ V}$$

ب: با توجه به اینکه اختلاف پتانسیل باتری از رابطه $\Delta V = \epsilon - Ir$ بدست می آید با جایگذاری مقاومت درونی و نیروی محرکه ای که در قسمت الف پیدا کردیم معادله ما به صورت زیر می شود:

$$\Delta V = 2.15 - 0.05I$$

که معادله یک خط راست است با قرار دادن صفر به جای جریان ، اختلاف پتانسیل $2,15$ و با قرار دادن 1 در جریان ، اختلاف پتانسیل $2,1$ می شود و با این دو نقطه می توانیم معادله خطمنان را رسم کنیم:



یعنی با افزایش جریان ، باتری با افت پتانسیل مواجه می شود.

ترکیب مقاومت ها: معمولا در مدارهای وسیله های الکتریکی از تعداد بسیار زیادی مقاومت الکتریکی استفاده می شود که با انواع گاهای پیچیده ای به هم متصل (ترکیب) می شوند.

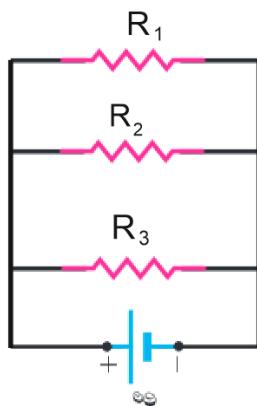
انواع ترکیب (اتصال) مقاومت ها: در حوزه کتاب درسی ما ، دو نوع اتصال مقاومت را بررسی خواهیم کرد :

(الف) ترکیب سری (متوالی) و (ب) ترکیب موازی

ترکیب سری(متوالی) مقاومت : در این نوع ترکیب مقاومت ها پشت سر هم به یکدیگر متصل می شوند و انشعاب میان مقاومت ها وجود ندارد. (به شکل زیر):



ترکیب موازی: در این نوع ترکیب دو سر هر مقاومت به دو سر مقاومت دیگری متصل می شود و همه مقاومت ها از یک طرف به قطب مثبت باتری و از طرف دیگر به قطب منفی باتری وصل می گردند(به شکل زیر توجه کنید:)



مقاومت معادل : هنگام ترکیب مقاومت‌ها می‌توانیم تمام مقاومت‌ها را یک مقاومت بزرگ در نظر بگیریم که مقاومت الکتریکی آن معادل مقاومت‌های خواهد بود که به هم متصل می‌باشند.

مقاومت معادل در ترکیب سری : در ترکیب سری جریان عبوری از تک تک مقاومت‌ها یکسان می‌باشد و اختلاف پتانسیل کل مقاومت‌ها برابر با مجموع اختلاف پتانسیل‌های همه مقاومت‌ها می‌باشد همچنین مقاومت معادل برابر با جمع جبری مقاومت‌ها می‌باشد:



$$I_{eq} = I_1 = I_2 = I_3 = \dots$$

$$V_{eq} = V_1 + V_2 + V_3 + \dots$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3 + \dots$$

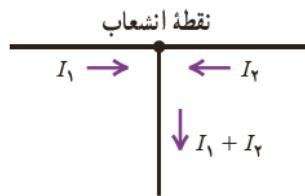
eq : به معنای معادل است.

نکته : مقاومت معادل در حالت سری همواره از بزرگترین مقاومت آن سری بیشتر خواهد بود:

$$R_{eq} > R_{max}$$

قبل از اینکه به ترکیب موازی برسیم قاعده مهم انشعاب را ذکر می‌کنیم:

انشعاب چیست؟ انشعاب (گره) به نقطه‌ای می‌گویند که در آنجا سه یا چند سیم به هم برسند.



شاخه: هر اتصالی بین دو نقطه انشعاب را شاخه می‌گویند. به عبارتی هر سیمی که از نقطه انشعاب خارج و به نقطه انشعاب دیگری می‌رسد یک شاخه است.

توجه! داخل شاخه اجزای مختلفی از جمله مقاومت، منبع محرکه و خازن و وجود دارد.

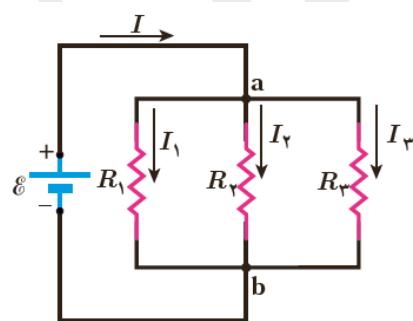
قاعده انشعاب: مجموع جریان‌هایی که به یک نقطه انشعاب وارد می‌شود برابر با مجموع جریان‌هایی است که از آن نقطه انشعاب خارج می‌گردد.

$$\text{مجموع جریان‌های ورودی} = \text{مجموع جریان‌های خروجی}$$

$$I_{OUT} = I_{IN}$$

مقاومت معادل در ترکیب موازی: از این نوع ترکیب اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها یکسان بوده اما جریان الکتریکی کل در مقاومت‌ها توزیع می‌شود.

در شکل زیر سه مقاومت به طور متوالی به هم متصل شده‌اند که اختلاف پتانسیل هر دو سر آنها با یکدیگر یکسان و برابر اختلاف پتانسیل باتری می‌باشد، همچنین مجموع جریان‌های عبوری از مقاومت‌ها برابر جریان کل / خواهد بود، پس داریم :



$$I_{eq} = I_1 + I_2 + I_3 + \dots$$

$$V_{eq} = V_1 = V_2 = V_3 = \dots$$

و مقاومت معادل برای ترکیب موازی برابر مقدار زیر خواهد بود:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} + \dots$$

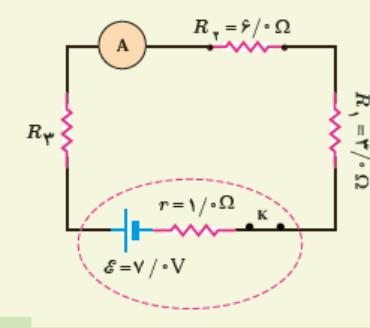
که پس از یافتن مقدار $\frac{1}{R_{eq}}$ آن را معکوس می کیم و مقاومت معادل بدست می آید.

نکته : مقاومت معادل در حالت موازی همواره از کوچکترین مقاومت نیز کوچکتر خواهد بود:

$$R_{eq} < R_{min}$$

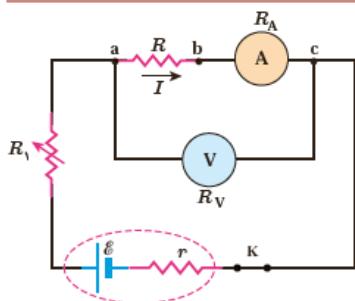
نکته : اگر n مقاومت هم اندازه R به صورت موازی بسته شوند مقاومت معادل برابر $R_{eq} = \frac{R}{n}$ خواهد بود و اگر مقاومت هم اندازه R به صورت متواالی بسته شود مقاومت معادل برابر $R_{eq} = nR$ می شود.

تمرین ۵-۲



در شکل رویه‌رو، سه مقاومت به همراه یک آمپرسنج به صورت متواالی به یک باتری وصل شده‌اند و مقاومت آمپرسنج صفر است (آمپرسنج آرمانی). اگر مقاومت معادل مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 برابر با 2Ω باشد: (الف) مقاومت R_A چقدر است؟ (ب) جریانی را که آمپرسنج نشان می‌دهد بدست آورید. (پ) نشان دهد توان خروجی باتری با مجموع توان‌های مصرفی مقاومت‌های R_1 ، R_2 و R_3 در مدار برابر است.

مثال ۱۱-۲

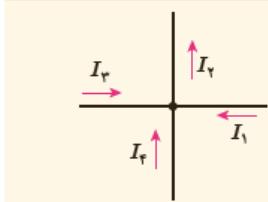


شکل رویه‌رو مداری را برای اندازه‌گیری مقاومت مجھول R نشان می‌دهد. فرض کنید در این مدار ولتسنج $V = 24\text{V}$ و آمپرسنج $A = 20\text{A}$ را نشان دهد. مقاومت ولتسنج $R_V = 10\Omega$ و مقاومت آمپرسنج $R_A = 12\Omega$ است. مقاومت R را بدست آورید. **پاسخ** : مقاومت‌های R و R_A به طور متواالی به هم بسته شده‌اند و اختلاف پتانسیل دوسر آنها برابر با $V = 24\text{V}$ است. با توجه به اینکه آمپرسنج جریان $A = 20\text{A}$ را نشان می‌دهد و به طور متواالی به مقاومت R بسته شده است، جریان عبوری از این دو مقاومت نیز برابر $A = 20\text{A}$ است:

$$R_{eq} = \frac{V}{I} = \frac{24\text{V}}{20\text{A}} = 12\Omega$$

با توجه به اینکه $R_A = 12\Omega$ و $R_{eq} = 12\Omega$ است مقاومت مجھول برابر با $R = R_A + R_{eq} = 24\Omega$ می‌شود.

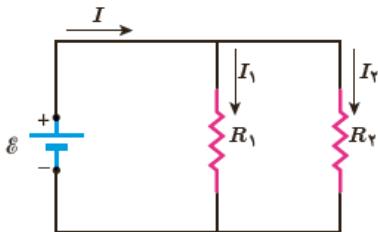
پرسشن ۳-۲



برای نقطه انشعاب نشان داده شده در شکل، رابطه بین جریان‌ها را بنویسید.

پاسخ پرسشن ۳-۳ : قاعده انشعاب بیان می کند که مجموع جریان‌های ورودی با مجموع جریان‌های خروجی برابر است پس داریم :

$$I_2 = I_1 + I_3 + I_4$$

*** مثال ۱۲-۲**

در شکل رو به رو، یک باتری آرمانی اختلاف پتانسیل $E = 12V$ را به دو سر مقاومت های $R_1 = 4\Omega$ و $R_2 = 6\Omega$ اعمال می کند. الف) جریان عبوری از هر مقاومت و ب) جریانی که از باتری می گذرد چقدر است؟

پاسخ: مطابق شکل جریان عبوری از باتری، مقاومت R_1 و مقاومت R_2 را به ترتیب با I_1 و I_2 نشان داده ایم.

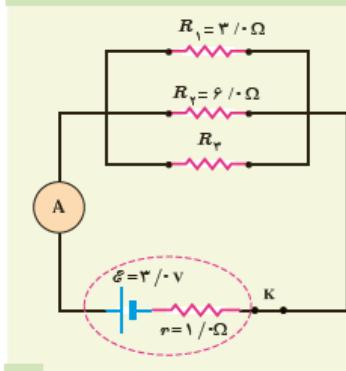
الف) بدینهی است که اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت های R_1 و R_2 برابر با اختلاف پتانسیل باتری است. بنابراین داریم :

$$V_1 = E = I_1 R_1 \Rightarrow I_1 = \frac{E}{R_1} = \frac{12V}{4\Omega} = 3A$$

$$V_2 = E = I_2 R_2 \Rightarrow I_2 = \frac{E}{R_2} = \frac{12V}{6\Omega} = 2A$$

ب) اکنون با استفاده از قاعده انشعاب، جریان عبوری از باتری را می یابیم :

$$I = I_1 + I_2 = 3A + 2A = 5A$$

تمرین ۶-۲

در شکل رو به رو سه مقاومت موازی به همراه یک آمپرسنج آرمانی به دو سر یک باتری وصل شده اند. اگر مقاومت معادل این ترکیب $1/6\Omega$ باشد، الف) مقاومت R_3 چقدر است؟ ب) جریانی که آمپرسنج نشان می دهد را بدست آورید. پ) نشان دهید توان خروجی باتری با مجموع توان های مصرفی مقاومت های R_2 و R_3 برابر است.

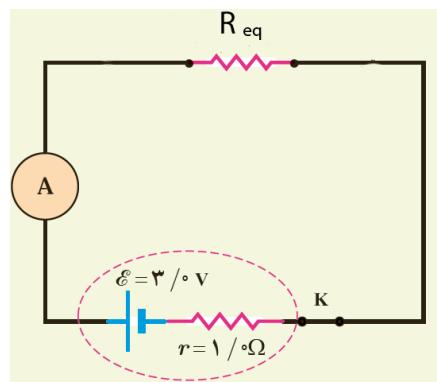
پاسخ تمرین ۶-۲ :

الف: سه مقاومت موازی به هم متصل هستند که از رابطه $\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$ مقاومت مجهول را بدست می آوریم:

$$\frac{1}{1.6} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{R_3} \rightarrow \frac{1}{R_3} = \frac{1}{1.6} - \frac{1}{3} - \frac{1}{6} = \frac{6 - 3.2 - 1.6}{9.6} = \frac{1.2}{9.6}$$

$$\frac{1}{R_3} = \frac{1.2}{9.6} \rightarrow R_3 = \frac{9.6}{1.2} = 8\Omega$$

ب: برای یافتن جریان آمپرسنج دقیق کنید سه مقاومت موازی را یک مقاومت در نظر می گیریم که برابر 1.6 اهم می باشد (به اشتباه این سه مقاومت را هنگام یافتن جریان با هم جمع نکنید) در نتیجه مدار ما به شکل زیر در می آید:



$$I = \frac{E}{r + R_{eq}} = \frac{3\text{ V}}{(1 + 1.6)\Omega} = 1.15\text{ A}$$

پ: توان خروجی باتری برابر $P = \frac{V^2}{R}$ است و توان مصرفی هر مقاومت را از رابطه $P_{خروجی} = \varepsilon I - rI^2$ می‌توان بدست می‌آوریم (این فرمول از همه راحت تره زیرا در اتصال موازی اختلاف پتانسیل تمام مقاومت‌ها یکسانه است):

$$P_{خروجی} = \varepsilon I - rI^2 = 3 \times 1.15 - 1 \times 1.15^2 = 2.12\text{ W}$$

اختلاف پتانسیل تمام مقاومت‌ها برابر اختلاف پتانسیلی است که باتری ایجاد می‌کند یعنی:

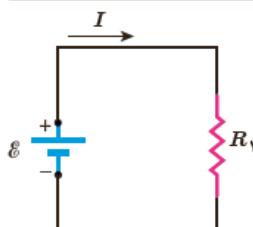
$$V = \varepsilon - Ir = 3 - 1 \times 1.15 = 1.85\text{ V}$$

$$P_1 = \frac{V^2}{R_1} = \frac{1.85^2}{3} = 1.14\text{ W}$$

$$P_2 = \frac{V^2}{R_2} = \frac{1.85^2}{6} = 0.57\text{ W}$$

$$P_3 = \frac{V^2}{R_3} = \frac{1.85^2}{8} = 0.42\text{ W}$$

اگر توان مصرفی این سه مقاومت را جمع کنیم برابر با توان خروجی باتری خواهد بود.

مثال ۱۳-۲

مدار ساده شکل روبرو را که شامل یک منبع نیروی محرکه الکتریکی آرمانی با $E = 15\text{ V}$ و یک مقاومت با $R_1 = 100\text{ k}\Omega$ است، در نظر بگیرید.

(الف) جریان عبوری از منبع را به دست آورید.

ب) اگر مقاومت $R_2 = 10\text{ M}\Omega$ به طور موازی به دو سر مقاومت R_1 متصل شود، مقاومت معادل

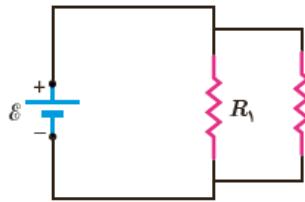
مدار چقدر می‌شود و چه جریانی از منبع می‌گذرد؟

پاسخ: (الف) با استفاده از تعریف مقاومت داریم:

$$I = \frac{E}{R_1} = \frac{15\text{ V}}{100 \times 10^3 \Omega} = 1/50 \times 10^{-3} \text{ A} = 1/50 \text{ mA}$$

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

ب) با استفاده از رابطه ۱۳-۲ داریم:



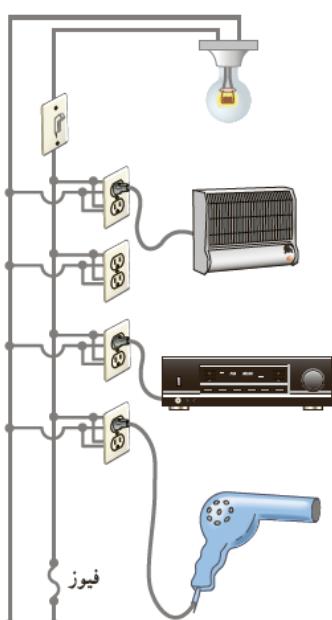
در نتیجه

$$R_{\text{eq}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} = \frac{(100 \times 10^3 \Omega)(10 \times 10^6 \Omega)}{100 \times 10^3 \Omega + 10 \times 10^6 \Omega} = 99/0 \text{ k}\Omega$$

و بنابراین، جریان عبوری از منبع برابر است با

$$I = \frac{E}{R_{\text{eq}}} = \frac{15\text{ V}}{99/0 \times 10^3 \Omega} = 1/52 \times 10^{-3} \text{ A} = 1/52 \text{ mA}$$

همان طور که می‌بینید، مقاومت معادل در این حالت که یکی از مقاومت‌ها خیلی بزرگ‌تر از مقاومت دیگر است ($R_2 \gg R_1$) تقریباً برابر با مقاومت کوچک‌تر (R_1) است.

مثال ۱۴-۲

یک لامپ رشته‌ای 100 W ، یک بخاری برقی 2000 W ، یک دستگاه پختن صوت 200 W ، و یک سشوار (موخشک کن) 220 W مطابق شکل به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی 220 V وصل شده است.

(الف) اگر فیوز شکل 15 A باشد، یعنی حداقل بتواند جریان 15 A را تحمل کند، آیا فیوز خواهد پرید؟

(ب) نشان دهید توان الکتریکی مصرفی مقاومت معادل برابر با مجموع توانهای الکتریکی مصرفی در هریک از آنهاست.

پاسخ: (الف) همان‌طور که در شکل می‌بینیم در سیم‌کشی منازل همه مصرف‌کننده‌ها به طور موازی متصل می‌شوند. بنابراین، جریان کل عبوری از فیوز برابر با مجموع جریان‌های عبوری از هریک از مصرف‌کننده‌هاست. با استفاده از رابطه $I = P/V$ جریان عبوری از هریک از این چهار مصرف‌کننده را به دست می‌آوریم. بنابراین، به ترتیب داریم:

$$I_{\text{بخاری}} = \frac{P_{\text{بخاری}}}{V} = \frac{2000\text{ W}}{220\text{ V}} = 9/09 \text{ A}$$

$$I_{\text{لامپ}} = \frac{P_{\text{لامپ}}}{V} = \frac{100\text{ W}}{220\text{ V}} = 0/455 \text{ A}$$

$$I_{شوار} = \frac{P_{شوار}}{V} = \frac{۲۲۰\text{W}}{۲۲\text{V}} = ۱۰/\text{A}$$

$$I_{پخش} = \frac{P_{پخش}}{V} = \frac{۲۰\text{W}}{۲۲\text{V}} = ۰/۹۰\text{A}$$

بنابراین، جریان کل عبوری از فیوز برابر است با :

$$\begin{aligned} I_{کل} &= I_{پخش} + I_{بخاری} + I_{لامپ} \\ I_{شوار} &= ۱۰\text{A} + ۰/۹۰\text{A} + ۰/۵\text{A} \\ &= ۰/۴۵۵\text{A} + ۰/۹\text{A} + ۰/۹\text{A} = ۲۰/\text{A} \end{aligned}$$

چون فیوز ۱۵A است. بنابراین، فیوز خواهد پرید. در اغلب منازل چند مدار سیم کشی جداگانه داریم که هریک فیوز مربوط به خود را دارد. برای اینکه بتوانیم به طور هم زمان از چند وسیله برقی استفاده کنیم، باید وسائل برقی را به طور هم زمان به یک مدار وصل نکنیم و مدارهای دیگر را نیز به کار گیریم.

ب) دیدیم که همه مصرف کننده‌ها به طور موازی متصل می‌شوند. بنابراین، مقاومت معادل مصرف کننده‌های شکل از رابطه ۲-۱۳ به دست می‌آید. بنابراین، برای محاسبه مقاومت لازم است مقاومت هریک از وسیله‌ها را به طور جداگانه محاسبه کنیم. مقاومت

هر مصرف کننده با استفاده از رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ به دست می‌آید. بنابراین، به ترتیب داریم :

$$R_{بخاری} = \frac{V^2}{P_{بخاری}} = \frac{(۲۲\text{V})^2}{۲۰۰\text{W}} = ۲۴/۲\Omega$$

$$R_{لامپ} = \frac{V^2}{P_{لامپ}} = \frac{(۲۲\text{V})^2}{۱۰\text{W}} = ۴۸۴\Omega$$

$$R_{شوار} = \frac{V^2}{P_{شوار}} = \frac{(۲۲\text{V})^2}{۲۲۰\text{W}} = ۲۲/\text{A}\Omega$$

$$R_{پخش} = \frac{V^2}{P_{پخش}} = \frac{(۲۲\text{V})^2}{۲۰\text{W}} = ۲۴۲\Omega$$

پس مقاومت معادل چنین محاسبه می‌شود :

$$\begin{aligned} \frac{۱}{R_{eq}} &= \frac{۱}{R_{بخاری}} + \frac{۱}{R_{لامپ}} + \frac{۱}{R_{پخش}} + \frac{۱}{R_{شوار}} = \\ &= \frac{۱}{۴۸۴\Omega} + \frac{۱}{۲۴/۲\Omega} + \frac{۱}{۲۴۲\Omega} + \frac{۱}{۲۲/\text{A}\Omega} = ۰/۹۳\Omega^{-۱} \end{aligned}$$

و در نتیجه $R_{eq} = ۱۰/۷۵\Omega \approx ۱۰/۸\Omega$. بنابراین، توان مصرفی مقاومت معادل چنین می‌شود :

$$P_{R_{eq}} = \frac{V^2}{R_{eq}} = \frac{(۲۲\text{V})^2}{۱۰/۷۵\Omega} = ۴/۵\text{kW}$$

اکنون می‌خواهیم این نتیجه را با مجموع توان‌های هریک از مصرف کننده‌ها مقایسه کنیم.

مجموع توان مصرف کننده‌ها برابر است با :

$$P_{کل} = P_{شوار} + P_{بخاری} + P_{پخش} + P_{لامپ} = ۱۰\text{W} + ۲۰\text{W} + ۲۰۰\text{W} + ۲۲۰\text{W} = ۴۵۰\text{W}$$

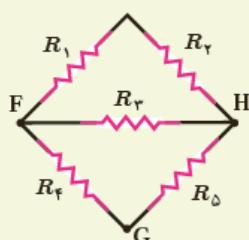
که همان توان مصرفی مقاومت معادل است.

تمرین ۷-۲

شکل رو به رو پنج مقاومت ۸۰۰W اهمی را نشان می‌دهد.

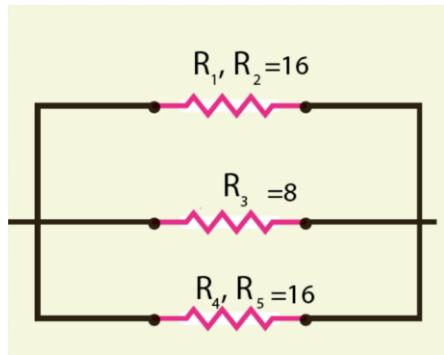
الف) مقاومت معادل بین نقطه‌های F و H چقدر است؟

ب) مقاومت معادل بین نقطه‌های F و G چقدر است؟



پاسخ تمرین ۷-۳:

الف: برای یافتن مقاومت معادل بین نقطه های F و H دقت کنید که مقاومت R_1 و R_2 با هم متواالی و مقاومت های R_3 و R_4 نیز به صورت متواالی بسته شده اند پس شکل ما به صورت زیر در می آید:



مقاومت معادل سه موازی به صورت زیر بدست می آید:

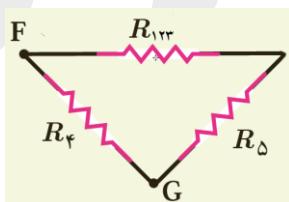
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_{45}} = \frac{1}{16} + \frac{1}{16} + \frac{1}{8} \rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1+1+2}{16} = \frac{4}{16}$$

$$R_{eq} = 4 \Omega$$

ب: در این حالت ابتدا مقاومت معادل R_1 و R_2 که متواالی هستند را بدست می آوریم که ۱۶ اهم می شود سپس این مقاومت با مقاومت R_3 موازی هست که مقاومت معادل R_{123} با مقاومت R_3 به صورت زیر بدست می آید:

$$\frac{1}{R_{123}} = \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{16} + \frac{1}{8} = \frac{1+2}{16} = \frac{3}{16} \rightarrow R_{123} = \frac{16}{3}$$

مدار ما به شکل زیر ساده می شود:

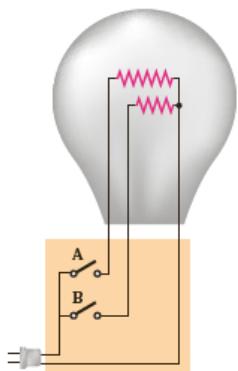


$$R_{1235} = 8 + \frac{16}{3} = \frac{24+16}{3} = \frac{40}{3}$$

حال R_{1235} با R_4 متواالی است که معادلشان می شود:

در آخر دو مقاومت R_{1235} و R_4 با هم موازی هستند و داریم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{1235}} + \frac{1}{R_4} = \frac{3}{40} + \frac{1}{8} = \frac{3+5}{40} = \frac{8}{40} \rightarrow R_{eq} = \frac{40}{8} = 5 \Omega$$

مثال ۲

یک لامپ سه راهه 220V که دو رشته دارد مطابق شکل برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. کمترین و بیشترین توان مصرفی این لامپ به ترتیب 50W و 15W است. مقاومت هریک از رشته‌ها را بباید.

پاسخ: همان‌طور که می‌دانیم توان الکتریکی مصرفی از رابطه $P = V^2/R$ به دست می‌آید. بنابراین، بیشترین توان مربوط به کمترین مقاومت و کمترین توان مربوط به بیشترین مقاومت است. در بستن موازی مقاومت‌ها معادل کوچک‌تر از هریک از مقاومت‌هاست. بنابراین، بیشترین توان مربوط به وقتی است که کلیدهای a و b هردو بسته‌اند؛ یعنی:

$$\frac{1}{R_{\text{eq}}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$$

که در آن R_1 و R_2 مقاومت‌های دو رشته لامپ‌اند. بنابراین، برای مقاومت معادل داریم:

$$R_{\text{eq}} = R_{\text{min}} = \frac{V^2}{P_{\text{max}}} = \frac{(220\text{V})^2}{15\text{W}} = 323\Omega$$

از طرفی کمترین توان مربوط به وقتی است که کلید مربوط به رشته با مقاومت بیشتر بسته شده است. اگر این مقاومت را با

$$R_1 = R_{\text{max}} = \frac{V^2}{P_{\text{min}}} = \frac{(220\text{V})^2}{50\text{W}} = 968\Omega$$

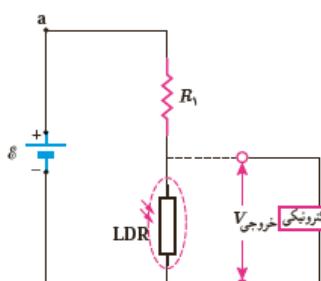
بنابراین، مقاومت مجهول R_2 از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\frac{1}{R_2} = \frac{1}{R_{\text{eq}}} - \frac{1}{R_1} = \frac{1}{323\Omega} - \frac{1}{968\Omega} = 2.06 \times 10^{-3} \Omega^{-1}$$

$$R_2 = \frac{1}{2.06 \times 10^{-3} \Omega^{-1}} = 485\Omega$$

در نتیجه

مثال ۲



در بسیاری از مدارهای الکتریکی از تغییر مقاومت برای تقسیم ولتاژ استفاده می‌کنند. از این ویژگی در برخی از تجهیزات الکتریکی به عنوان کلید الکترونیکی بهره‌برداری می‌شود. آریخ خطر، کلید خودکار روشن شدن چراغها و ... مثال‌هایی از این دست هستند. شکل روبرو چنین مداری را که در چراغ روشنایی خودروها به کار می‌رود، نشان می‌دهد. در این مدار از دو مقاومت R_1 و مقاومت متغیر LDR استفاده شده است که به طور متواالی به هم وصل‌اند. همان‌طور که می‌دانیم وقتی تابش نور به LDR قطع می‌شود، مقاومت آن افزایش می‌یابد. در نتیجه ولتاژ خروجی ($V_{خروجی}$) زیاد می‌شود. این افزایش ولتاژ سبب فعال شدن کلید الکترونیکی می‌شود که به چراغ وصل است و بدین ترتیب چراغ روشن می‌شود. بنابراین تازمانی که نور به اندازه کافی بتابد، کلید فعال نمی‌شود. فرض کنید در شکل بالا، منبع نیروی محرکه، آرمانی و ولتاژ آن 12V باشد و ولتاژ موردنیاز برای فعال شدن کلید الکترونیکی 5V باشد. وقتی مقاومت LDR به $20\text{k}\Omega$ می‌رسد، کلید الکترونیکی فعال می‌شود. مقاومت R_1 چقدر است؟ (مقاومت کلید الکترونیکی آنقدر زیاد است که جریان قابل ملاحظه‌ای از آن عبور نمی‌کند. بنابراین می‌توانیم R_1 و LDR را متواالی در نظر بگیریم.)

پاسخ: با استفاده از قاعدة حلقه داریم :

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_{LDR}}$$

از طرفی بدیهی است

$$V_{خروجی} = R_{LDR} I$$

از ترکیب دو معادله بالا خواهیم داشت :

$$V_{خروجی} = R_{LDR} \frac{\mathcal{E}}{R_1 + R_{LDR}}$$

و از آنجا برای R_1 چنین به دست می‌آوریم :

$$R_1 = \frac{R_{LDR} (\mathcal{E} - V_{خروجی})}{V_{خروجی}} = \frac{(20\text{k}\Omega)(12\text{V} - 5\text{V})}{5\text{V}} = 28\text{k}\Omega$$

تمرینات آخر فصل:

۶-۲ ترکیب مقاومت‌ها

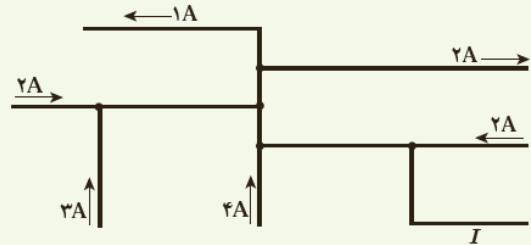
۲۱ لامپ‌های یک درخت زینتی، به طور متواالی متصل شده‌اند. اگر یکی از لامپ‌ها بسوزد، چه اتفاقی می‌افتد؟ به نظر شما چرا همه چراغ‌های خودرو (چراغ‌های جلو، عقب و ...) به طور موازی بسته می‌شوند؟

پاسخ تمرین ۲۱ آخر فصل: اگر یکی بسوزد انگار مدار را از آن نقطه قطع کرده ایم، پس چون تمام لامپ‌ها پشت سر هم وصل شده‌اند همه لامپ‌ها خاموش می‌شوند به همین دلیل است که سیم کشی چراغ‌های خود را موازی متصل می‌کنند زیرا در حالت موازی این مشکل وجود ندارد و با سوختن یک لامپ، جریان از سایر لامپ‌ها می‌تواند عبور کند.

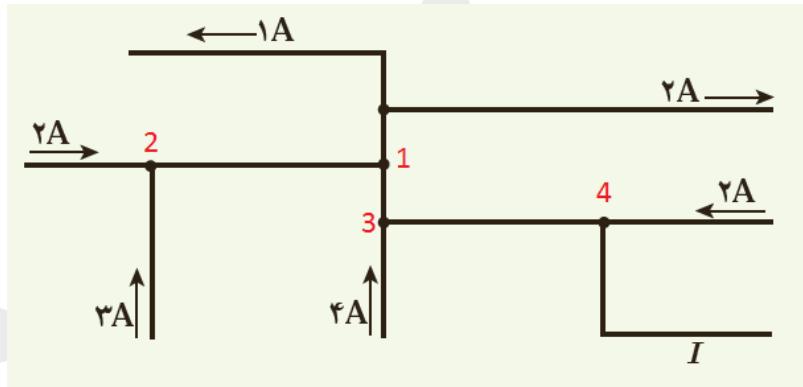
۲۲ مقاومت یک آمپرسنچ برای اندازه‌گیری جریان در یک مدار باید چگونه باشد تا جریان اندازه‌گیری شده توسط آمپرسنچ با جریان قبل از قرار دادن آمپرسنچ، تزدیک به هم باشد؟

پاسخ تمرین ۲۲ آندر فصل : مقاومت یک آمپر سنج باید تا حد امکان بسیار کم باشد تا تاثیری در جریان عبوری از سیم نداشته باشد.

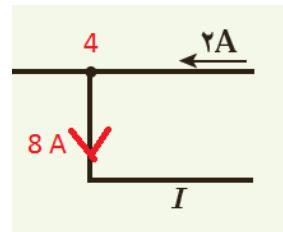
۲۳ شکل زیر بخشی از یک مدار را نشان می‌دهد. بزرگی و جهت جریان I در سیم پایین سمت راست چیست؟



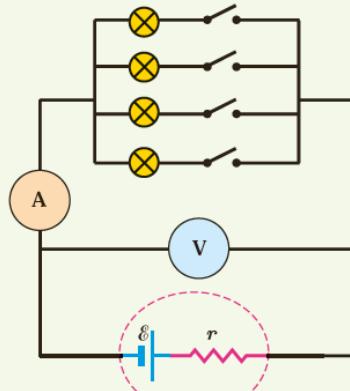
پاسخ تمرین ۲۳ آندر فصل : مجموع جریان‌های ورودی برابر جریان‌های خروجی است، به شکل زیر توجه کنید:



از نقطه ۲ جریان‌های دو و سه آمپری (میشه ۵ آمپر) وارد می‌شوند و از نقطه ۱ جریان سه آمپری به سمت بالا می‌رود که به دو شاخه یک و دو آمپری تقسیم شده، پس از سمت چپ ۵ آمپر وارد نقطه ۱ و سه آمپر از آن خارج شده، که می‌ماند دو آمپر که باید از نقطه ۱ به سمت پایین حرکت کند و همراه با جریان چهار آمپری از نقطه ۳ به سمت راست حرکت کنند (پس شش آمپر از نقطه ۳ به سمت نقطه ۴ حرکت می‌کند) در نقطه ۴ جریان شش آمپری از طرف چپ با جریان ۲ آمپری از طرف راست به سمت سیم مجهول وارد می‌شود.



۲۴ در شکل زیر، تعدادی لامپ مشابه به طور موازی به هم متصل شده‌اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. بررسی کنید که با بستن کلیدها یکی پس از دیگری، عدد هایی که آمپرسنج و ولت سنج نشان می‌دهند، چه تغییری می‌کند؟



پاسخ تمرین ۲۴ آندر فصل : آمپرسنج: در ابتدا آمپرسنج عدد صفر را نشان خواهد داد! زیرا جریانی از سیم عبور نمی‌کند، با بستن اولین کلید جریان عبور خواهد کرد و آمپرسنج عددی را نشان خواهد داد، با ادامه بستن کلید‌ها آمپرسنج عدد بزرگتری را نشان خواهد داد! زیرا لامپ‌ها به صورت موازی متصل شده‌اند و اتصال موازی باعث کاهش مقاومت و افزایش جریان عبوری می‌شود.

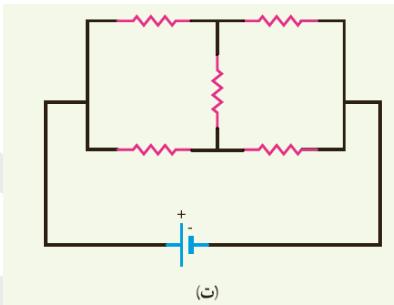
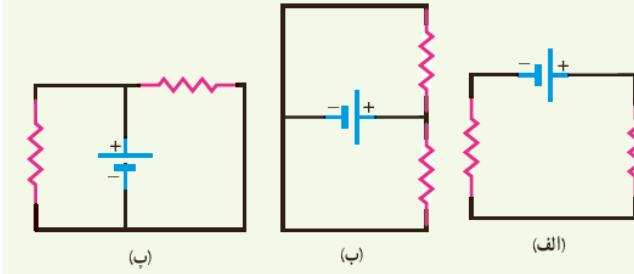
ولت سنج: در ابتدا که جریان وجود ندارد ولت سنج همان نیروی محرکه باتری ۴ را نشان خواهد داد، هنگام بستن کلید‌ها چون جریان مदاوم افزایش خواهد یافت با افزایش جریان باتری با افت پتانسیل موافق خواهد شد (در اثر وجود مقاومت داخلی) پس عددی که ولت سنج نشان می‌دهد با بستن کلید‌ها کاهش خواهد یافت.

۲۵ دو لامپ با مقاومت مساوی R را یک بار به طور متوالی و بار دیگر به طور موازی به یکدیگر می‌بندیم و آنها را هر بار به ولتاژ V وصل می‌کنیم. نسبت توان مصرف شده در حالت موازی به توان مصرف شده در حالت متوالی چقدر است؟

پاسخ تمرین ۲۵ آندر فصل : در حالت موازی مقاومت معادل برابر $\frac{R}{2}$ و در حالت سری مقاومت معادل برابر $2R$ می‌باشد پس نسبت توان مصرفی در حالت موازی به توان مصرفی در حالت متوالی به شکل زیر بدست می‌آید:

$$\frac{P_{موازی}}{P_{متوالی}} = \frac{\frac{V^2}{R_{موازی}}}{\frac{V^2}{R_{متوالی}}} = \frac{\frac{R_{متوالی}}{R_{موازی}}}{\frac{R_{موازی}}{R_{متوالی}}} = \frac{\frac{2R}{R}}{\frac{R}{2}} = 4$$

۲۶ در شکل های زیر، آیا مقاومت ها به طور متواالی بسته شده اند یا موازی و یا هیچ کدام؟



پاسخ تمرین ۲۶ آخر فصل : الف: مقاومت ها پشت سرهم بسته شده اند و متواالی هستند.

ب: هر دو سر مقاومت به دو سر مقاومت دیگری متصل است و موازی هستند.

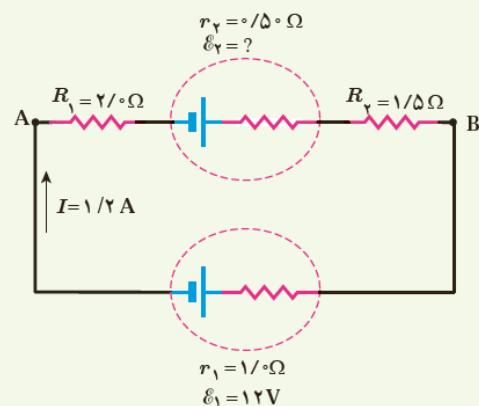
پ: مانند شکل ب است و تفاوتی ندارد.

ت: در این شکل مقاومت ها نه موازی و نه متواالی است.

۲۷ در مدار شکل زیر جریان در جهت نشان داده شده $A/2$ است.

الف) نیروی محرکه \mathcal{E} و $V_A - V_B$ چقدر است؟

ب) انرژی مصرف شده در R_1 و R_2 در مدت 5 s چقدر است؟



پاسخ تمرین ۲۷ آخر فصل : الف: از نقطه A شروع می کنیم و در جهت جریان یک دور می زنیم:

$$-IR_1 + \varepsilon_1 - Ir_1 - IR_2 - Ir_2 - \varepsilon_2 = 0$$

$$\varepsilon_2 = \varepsilon_1 + I(R_1 + r_1 + R_2 + r_2) = 12 + 1.2(2 + 0.5 + 1.5 + 1) = 18 \text{ v}$$

$$V_a - IR_1 + \varepsilon_1 - Ir_1 - IR_2 = V_b \rightarrow V_a - V_b = -\varepsilon_2 + I(R_1 + r_1 + R_2)$$

$$V_a - V_b = -18 + 1.2(2 + 0.5 + 1.5) = -13.2 \text{ v}$$

ب:

$$U_1 = R_1 I^2 t = 2 \times 1.2^2 \times 5 = 34.56 \text{ J}$$

$$U_2 = R_2 I^2 t = 1.5 \times 1.2^2 \times 5 = 10.8 \text{ J}$$

۲۸ سه مقاومت مشابه ۱۲ اُهمی را یک بار به طور متواالی و بار دیگر به طور موازی به یکدیگر می‌بندیم و به اختلاف پتانسیل ۱۲ ولت وصل می‌کنیم. در هر بار، چه جریانی از هر مقاومت می‌گذرد؟

پاسخ تمرین ۲۸ آفر فصل : اگر سه مقاومت مشابه ۱۲ اُهمی را متواالی وصل کنیم مقاومت معادل سه برابر می‌شود یعنی ۳۶ اهم و اگر به صورت موازی وصل کنیم یک سوم برابر می‌شود یعنی ۴ اهم ، حال با استفاده از قانون اهم می‌توانیم جریان عبوری از هر کدام را بدست آوریم:

در مقاومت سری جریان عبوری از هر مقاومت یکسان و برابر جریان عبوری از مقاومت معادل است پس :

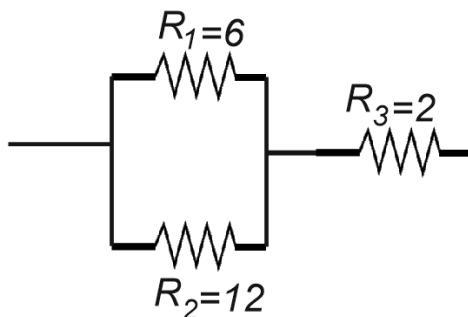
$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{12 \text{ v}}{36 \Omega} = \frac{1}{3} \text{ A}$$

در حالت موازی جریان عبوری در هر مقاومت تقسیم می‌شود و باید جریان هر مقاومت را جداگانه بدست آوریم اما از آنجایی که مقاومت هر سه یکسان است پس جریان هر سه یکسان می‌شود :

$$I = \frac{V}{R} = \frac{12 \text{ v}}{12 \Omega} = 1 \text{ A}$$

۲۹ دو مقاومت موازی ۶۰ اُهمی و ۱۲ اُهمی به طور متواالی به یک مقاومت ۲۰ اُهمی وصل شده است. اکنون، مجموعه مقاومت‌ها را به دو سریک باتری آرمانی ۳۶ ولتی می‌بندیم. توان مصرفی در مقاومت ۶۰ اُهمی را محاسبه کنید.

پاسخ تمرین ۲۹ آندر فصل : مدار مسئله به شکل زیر است :



مقاومت معادل R_1 و R_2 از رابطه $\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}$ بدست می آید سپس با مقاومت سوم جمع جبری می شود:

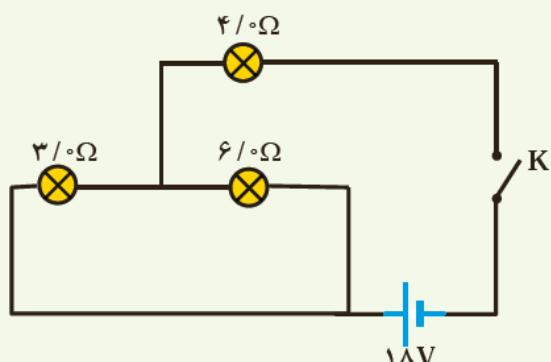
$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{3}{12} \rightarrow R_{12} = 4 \Omega$$

$$R_{eq} = R_{12} + R_3 = 4 \Omega + 2 \Omega = 6 \Omega$$

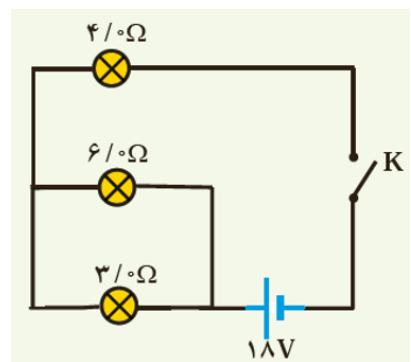
حال جریان عبوری از کل مقاومت ها برابر مقدار $I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{36}{6} = 6 A$ می شود. که چون مقاومت R_1 نصف مقاومت R_2 است پس جریان عبوری از R_1 دو برابر جریان عبوری از R_2 می باشد . در نتیجه از ۶ آمپر ۴ آمپرش از مقاومت ۶ اهمی عبور خواهد کرد ، پس توان مصرفی مقاومت ۱ از رابطه زیر بدست می آید:

$$P = RI^2 = 6 \times 6^2 = 216 W$$

۳۰ در شکل زیر، وقتی کلید بسته شود چه جریانی از هر لامپ رشته‌ای می گذرد؟



پاسخ تمرین ۳۰ آندر فصل : این مدار کمی دانش آموز را به اشتباه می اندازد ، برای درک بیشتر لامپ سه اهمی را می کشیم و به زیر لامپ ۶ اهمی می آوریم (روی یک شاخه سیم تا جایی که به گره برخورد نکرده ایم می توانیم مقاومت را جایجا کنیم که هیچ تاثیری در مدار ندارد) در نتیجه مدار ما به شکل زیر تبدیل می شود:



دو مقاومت ۳ و ۶ اهمی با هم موازی اند که معادلش می شود :

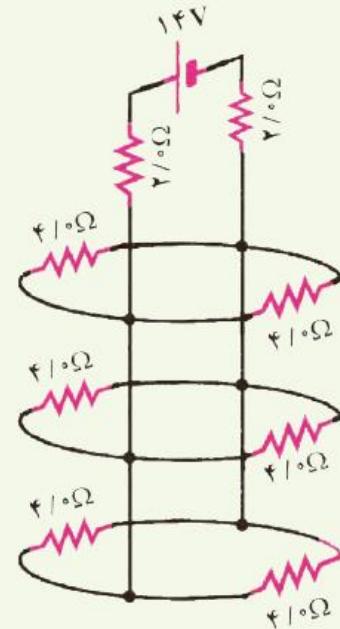
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{6} + \frac{1}{3} = \frac{6}{12} \rightarrow R_{eq} = 2\Omega$$

که با مقاومت ۴ اهمی متوالی است در نهایت مقاومت معادل کل می شود :

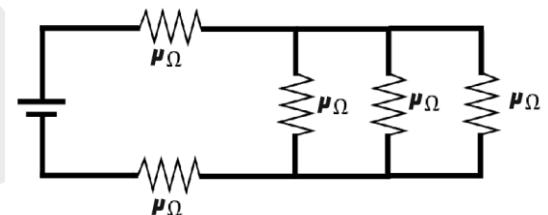
$$R_{eq} = R_{eq} + R_4 = 2\Omega + 4\Omega = 6\Omega$$

جريان عبوری از سیم اصلی برابر $I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{18}{6} = 3A$ می شود پس از مقاومت ۴ اهمی ۳ آمپر می گذرد و اما این ۳ آمپر بین دو مقاومت ۳ و ۶ اهمی تقسیم می شود مقاومت ۳ اهمی چون نصف مقاومت ۶ اهمی است جریان دو برابر بیشتر از آن نسبت به مقاومت شش اهمی می گذرد یعنی از ۳ آمپر یک آمپر از مقاومت ۶ اهمی و دو آمپر از مقاومت ۳ اهمی عبور خواهد کرد.

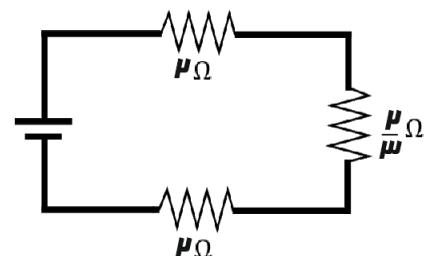
۳۱) جریانی که از منبع نیروی محرکه آرمانی و هر یک از مقاومت‌های شکل روبرو می‌گذرد، چقدر است؟



پاسخ تمرین ۳۱ آندر فصل : هر مقاومت ۴ اهمی با مقاومت روبروی خودش موازی است که دو مقاومت موازی ۴ اهمی برابر یک مقاومت ۲ اهمی می‌شوند پس شکل ما به صورت زیر می‌شود:



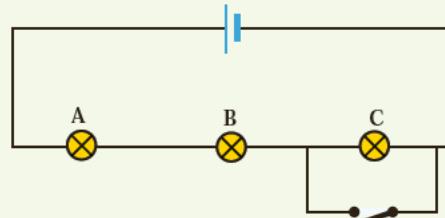
سه مقاومت سمت راستی موازی هستند که معادلشان می‌شود $\frac{2}{3}$ که با دو مقاومت دیگر سری می‌شود یعنی :



پس جریان عبوری از هر مقاومت شکل بالا برابر $A = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{14}{\frac{2+2+\frac{2}{3}}{3}} = 3A$ می‌شود. مقاومت $\frac{2}{3}$ اهمی همان شکل قبلی است که شامل سه مقاومت ۲ اهمی می‌باشد پس این سه آمپر بین این سه مقاومت تقسیم می‌شود و از هر مقاومت ۱ آمپر می‌گذرد این مقاومت‌های ۲ اهمی هم همان مقاومت‌های ۴ اهمی موازی هم بودند پس این یک

آمپر هم بین آن ها تقسیم می شود در نتیجه با توجه به شکل اصلی از مقاومت های ۴ اهمی جریان $0,5$ آمپر می گذرد و از مقاومت های ۲ اهمی 3 آمپر عبور خواهد کرد.

۳۲ لامپ های A، B و C در شکل زیر همگی یکسانند. باستن کلید، کدام یک از تعییرات زیر در اختلاف پتانسیل رخ می دهد؟ (ممکن است بیش از یک پاسخ درست باشد).



- (الف) اختلاف پتانسیل دو سر A و B تغییر نمی کند.
 (ب) اختلاف پتانسیل دو سر C به اندازه 50% کاهش می یابد.
 (پ) هر یک از اختلاف پتانسیل های A و B به اندازه 50% افزایش می یابد.
 (ت) اختلاف پتانسیل دو سر C به صفر کاهش می یابد.

پاسخ تمرین ۳۲ آندر فصل : گزینه ب و ت صحیح است .

ادامه درست نمایم در نسخه بعدی

پی نوشته: بی شک این جزو درسی عاری از اشکال نگارشی و محاسباتی و همچنین غلط های املایی نیست. از شما خوانندگان گرامی تقاضا دارم نقد های خود را برای هر چه بهتر شدن این جزو و همچنین جزوات بعدی برایمان ارسال فرمایید.

راههای ارتباطی :

سایت : www.garmroudi.ir

تلگرام: <https://telegram.me/grmrd>

توجه: هر گونه استفاده از مطالب جزو بدون ذکر منبع و نام نویسنده حرام بوده و پیگرد قانونی دارد.