

بسمه تعالی

درس نامه و نکات کلیدی و حل تمرین های فصل نهم پایه هشتم

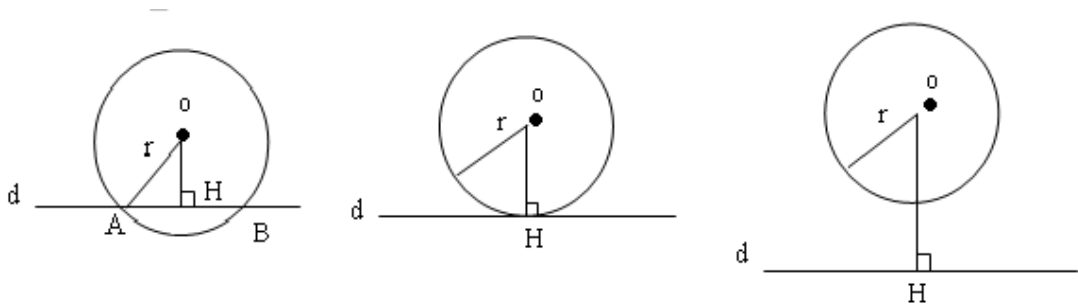
سمیه انصاری-عبدالهادی آرامی-عبدالله بهزادی

درس اول: خط و دایره

دایره: مکان هندسی تمام نقاطی از صفحه است که از یک نقطه به نام مرکز دایره به یک فاصله است. این فاصله شعاع دایره نامیده می شود.

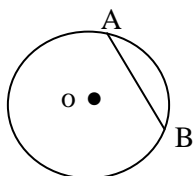
نکته: فاصله یک نقطه از یک خط (کوتاه ترین فاصله) طول پاره خطی است که از آن نقطه بر خط عمود می شود.

وضعیت خط و دایره

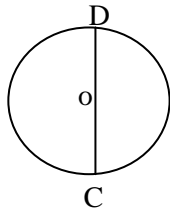


(۱) خط از داخل دایره می گذرد. $OH < r$ (۲)	(۱) خط بر دایره مماس است. $OH = r$ (۲)	(۱) خط خارج از دایره است. $OH > r$ (۲)
(۳) خط و دایره دو نقطه مشترک دارند.	(۳) خط و دایره یک نقطه مشترک دارند.	(۳) خط و دایره هیچ نقطه مشترکی ندارند.

تذکره ۱: شعاع دایره در نقطه تماس بر خط مماس عمود است.

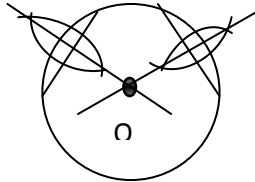


تذکره ۲: وتر دایره، پاره خطی است که دو سر یک کمان را به هم وصل می کند.



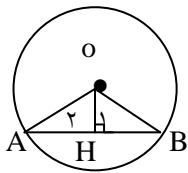
تذکره ۳: بزرگترین وتر دایره، قطر دایره است که از مرکز آن می‌گذرد و دایره را به دو کمان مساوی ۱۸۰ درجه تقسیم می‌کند.
وتر \overline{CD} = قطر دایره

تعیین مرکز دایره: دو وتر غیرموازی رسم کرده و سپس عمود منصف هر دو وتر را رسم می‌کنیم. محل



برخورد دو عمود منصف مرکز دایره است (O مرکز دایره است).

سوال ۱: نشان دهید اگر خطی از مرکز دایره بر وتر عمود شود، آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند



(O مرکز دایره است).

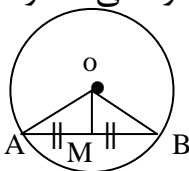
استدلال $\left\{ \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OB} \text{ شعاع دایره) فرض مسئله} \\ \overline{OH} = \overline{OH} \text{ ضلع مشترک} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{به حالت وتر و یک ضلع}} \Delta AOH \cong \Delta BOH$

$AH = HB$ ← بنابراین

نتیجه: اگر خطی از مرکز دایره بر وتر عمود شود، آن را به دو قسمت مساوی تقسیم می‌کند.

$$\widehat{H}_1 = \widehat{H}_2 = 90 \rightarrow \overline{AH} = \overline{HB}$$

سوال ۲: نشان دهید اگر خطی از مرکز دایره به وسط وتر رسم کنیم بر آن وتر عمود می‌شود (O مرکز



دایره است).

$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OB} \text{ شعاع دایره} \\ \overline{AM} = \overline{MB} \end{array} \right. \text{ و } \left\{ \widehat{M}_1 = \widehat{M}_2 = 90 \right.$$

$$\text{استدلال} \left\{ \begin{array}{l} \overline{OA} = \overline{OB} \quad \text{شعاع دایره (فرض مسئله)} \\ \overline{OM} = \overline{OM} \quad \text{ضلع مشترک} \\ \overline{AM} = \overline{MB} \quad \text{فرض مسئله} \end{array} \right. \xrightarrow{\text{به حالت (ض ض ض)}} \Delta AOM \cong \Delta BOM$$

$$M_1 = M_2 = 90 \quad \leftarrow \text{بنابراین}$$

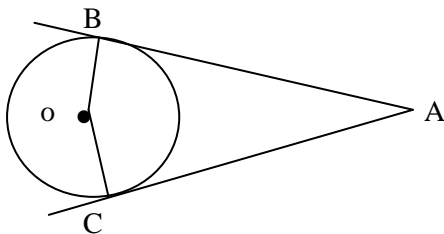
نتیجه: اگر خطی از مرکز دایره به وسط یک وتر رسم کنیم، بر آن وتر عمود می شود.

$$\overline{AM} = \overline{MB} \rightarrow M_1 = M_2 = 90$$

و در آخر از دو سوال بالا نتیجه می گیریم:

فاصله مرکز دایره از وتر، طول پاره خطی است که از مرکز دایره بر وتر عمود شده و آن را نصف می کند.

نکته: از هر نقطه خارج از دایره، دو مماس می توان بر دایره رسم کرد که طول هر دو مماس با هم برابر است.

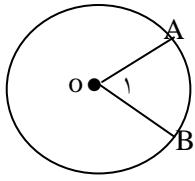


برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



درس دوم: زاویه مرکزی

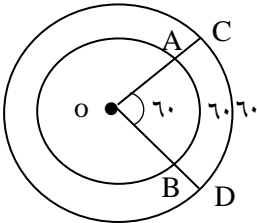
زاویه مرکزی: زاویه‌ای است که رأس آن روی مرکز دایره و اضلاع آن شعاع‌های دایره هستند.



$$\hat{O}_1 = \widehat{AB}$$

اندازه زاویه مرکزی برابر است با اندازه کمان روبروی آن.

یک رابطه مهم:



$$\frac{\widehat{AB} \text{ اندازه کمان } AB}{360} = \frac{\widehat{AB} \text{ طول کمان } AB}{\text{محیط دایره}}$$

مثال 1) اگر $\overline{OB} = 1 \text{ cm}$ باشد، طول کمان \widehat{AB} چقدر است؟

$$\text{محیط دایره} \Rightarrow 2\pi r = 1 \times 2 \times \pi = 2\pi$$

$$\frac{60}{360} = \frac{x}{2\pi} \quad \rightarrow \quad x = \frac{60 \times 2\pi}{360} = \frac{\pi}{3}$$

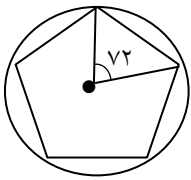
مثال 2) اگر $\overline{OD} = 2 \text{ cm}$ باشد، طول کمان \widehat{CD} چقدر است؟

$$\text{محیط دایره} \Rightarrow 2 \times 2 \times \pi = 4\pi$$

$$\frac{60}{360} = \frac{x}{4\pi} \quad \rightarrow \quad x = \frac{60 \times 4\pi}{360} = \frac{2\pi}{3}$$



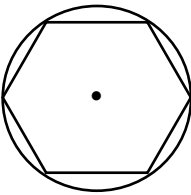
طریقه رسم پنج ضلعی منتظم: ابتدا 360 را تقسیم بر 5 کرده و اندازه زاویه مرکزی 5



ضلعی منتظم را به دست می آوریم. $\left(\frac{360}{5} = 72\right)$ حال زاویه مرکزی 72 درجه را رسم

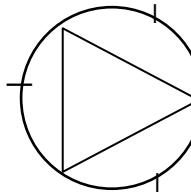
می کنیم. دهانه پرگار را به اندازه کمان 72 درجه باز کرده و سوزن پرگار را روی یکی از نقاط برخورد اضلاع زاویه با محیط دایره قرار داده و کمان های پی در پی می زنیم. حال نقاط ایجاد شده را به هم وصل می کنیم.

طریقه رسم شش ضلعی منتظم: دهانه پرگار را به اندازه شعاع مورد نظر باز کرده و از



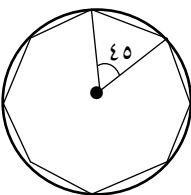
یک نقطه دلخواه روی محیط دایره کمان های پی در پی می زنیم. بدین ترتیب دایره به 6 کمان مساوی تقسیم می شود. حال نقاط به دست آمده را به هم وصل می کنیم.

طریقه رسم سه ضلعی منتظم: مانند آنچه برای شش ضلعی منتظم بود عمل می -



کنیم ولی نقاط به دست آمده را یکی در میان به هم وصل می کنیم.

طریقه رسم هشت ضلعی منتظم: ابتدا 360 را بر 8 تقسیم کرده و اندازه زاویه مرکزی

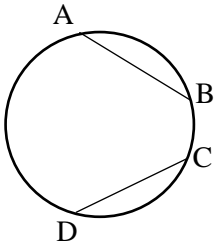


8 ضلعی منتظم را به دست می آوریم. $\left(\frac{360}{8} = 45\right)$. دهانه پرگار را به اندازه کمان 45

درجه باز کرده و از یک نقطه دلخواه کمان های پی در پی می زنیم. حال نقاط ایجاد شده را به هم وصل می کنیم.

نکته ۱: برای رسم هر n ضلعی منتظم مشابه روش‌های بالا عمل می‌کنیم.

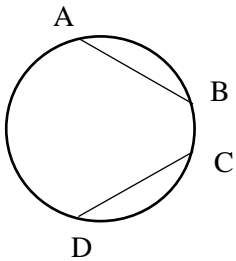
نکته ۲: وترهای نظیر کمان‌های مساوی با یکدیگر برابر می‌باشند.



$$\widehat{AB} = \widehat{CD} \Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$$

نکته ۳: کمان‌های نظیر وترهای مساوی با یکدیگر برابر هستند.

$$\overline{AB} = \overline{CD} \Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$$



نکته ۴: قطر دایره، دایره را به دو کمان 180° درجه تقسیم می‌کند.

نکته ۵: محیط دایره، برابر 360° درجه است.

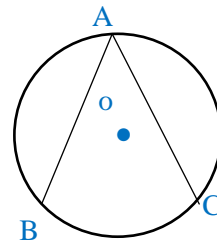
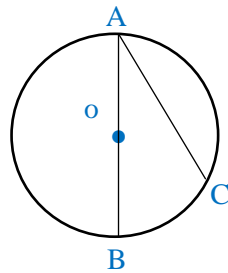
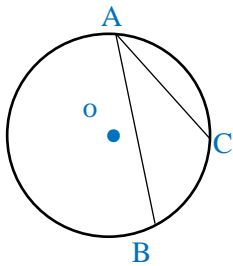
برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین‌های درس دوم را حل کنید.



درس سوم: زاویه محاطی

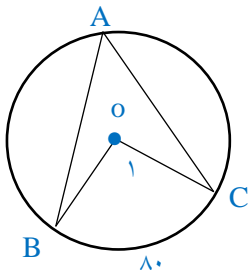
زاویه محاطی: به زاویه‌ای گفته می‌شود که رأس آن روی محیط دایره و اضلاع آن وترهای دایره باشند.

با توجه به مرکز دایره و وضعیت قرارگرفتن وترها نسبت به مرکز دایره، سه نوع زاویه محاطی می‌توانیم ایجاد کنیم.



$$\hat{A} = \frac{\widehat{BC}}{2}$$

✓ اندازه زاویه محاطی نصف کمان روبروی آن است. ↔

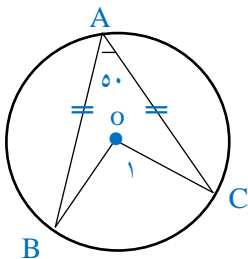


سوال 1) در شکل مقابل اندازه زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.

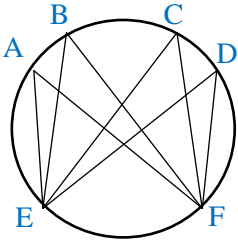
$$\hat{A} = 40^\circ$$

$$\hat{O}_1 = 80^\circ$$

سوال 2) در شکل مقابل اندازه زاویه‌های خواسته شده را به دست آورید.



$$\hat{O}_1 = 100^\circ \quad \widehat{AB} = 130^\circ \quad \widehat{BC} = 100^\circ$$

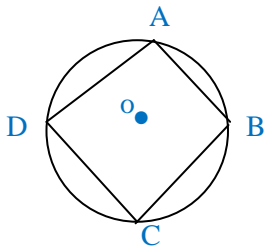


نکته ۱: بی شمار زاویه محاطی رو به روی یک کمان وجود دارد.

نکته ۲: زوایای محاطی رو به روی یک کمان با هم برابرند.

$$\hat{A} = \frac{\widehat{EF}}{2}, \quad \hat{B} = \frac{\widehat{EF}}{2}, \quad \hat{C} = \frac{\widehat{EF}}{2}, \quad \hat{D} = \frac{\widehat{EF}}{2} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \hat{D}$$

نکته ۳: به چهارضلعی که چهار رأس آن روی محیط دایره باشد، چهارضلعی محاطی گفته می-شود.

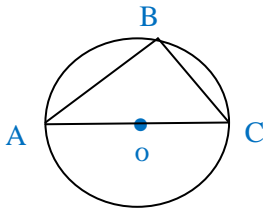


و زاویه‌های روبرو در این چهارضلعی مکمل یکدیگرند.

$$\hat{A} + \hat{C} = 180^\circ$$

$$\hat{B} + \hat{D} = 180^\circ$$

نکته ۴: زاویه محاطی رو به روی قطر ۹۰ درجه است.



$$\hat{B} = \frac{\widehat{AC}}{2} = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس سوم را حل کنید.

