

تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۷ مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان تهران مدیریت آموزش و پرورش پردیس دبیرستان غیردولتی مبتکران نو اندیش	نام و نام خانوادگی: پایه: دوازدهم درس: هندسه ۳ نام دبیر: آقای مهدی تعداد صفحات: ۲ صفحه
نمره تجدیدنظر با عدد: نمره تجدید نظر با حروف:	نام مصحح: تاریخ و امضاء:	نمره با عدد: نمره با حروف:

ردیف	سوالات آزمون	نمره
۲/۵	الف) یک ماتریس قطری و یک ماتریس اسکالر مثال بزنید. ب) رویه (سطح) مخروطی را تعریف کنید و اجزای آنرا مشخص کنید. پ) در حالتی که صفحه ی p بر محور سطح مخروطی L عمود باشد و از راس آن عبور نکند، چه شکلی بدست می آید؟ با رسم شکل جواب بدهید. ت) این جمله را کامل کنید. مکان هندسی مجموعه ی نقاطی از	۱
۲	اگر $A = [2i - 3j]_{3 \times 2}$ و $B_{2 \times 3} = \begin{cases} -1 & i \neq j \\ 0 & i = j \end{cases}$ باشد دترمینان ماتریس AB را بدست آورید.	۲
۱/۵	فرض کنید $A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix}$ حاصل $A^{10} - A^3$ را بدست آورید.	۳
۱/۵	اگر $3A = \begin{bmatrix} -2 & A \\ A & -5 \end{bmatrix}$ باشد و بدانیم $A > 0$ است حاصل $A - 2I$ را بدست آورید.	۴
۱/۵	مقدار x را از معادله ی مقابل پیدا کنید. $\begin{vmatrix} 0 & x-3 & x+2 \\ x+3 & 0 & -4 \\ x+2 & 6 & 0 \end{vmatrix} = 0$	۵
۱	اگر دستگاه $\begin{cases} mx + 3y = -3 \\ 4x + (m+4)y = 2 \end{cases}$ جواب نداشته باشد مقدار m را پیدا کنید.	۶
۱/۵	جواب دستگاه مقابل را (در صورت وجود) با استفاده از ماتریس وارون پیدا کنید. $\begin{cases} 3x + 2y = 13 \\ 2x - y = 4 \end{cases}$	۷
۱/۵	نقاط A و B و C در یک صفحه قرار دارند، نقطه ای در این صفحه پیدا کنید که از A و B به یک فاصله باشد و از نقطه ی C به اندازه ی <u>۳ سانتی متر</u> فاصله داشته باشد. (در مورد تعداد جواب در حالت های مختلف بحث کنید)	۸
۱/۵	معادله ی دایره ای را بنویسید که نقاط $A(-1 و 4)$ و $B(1 و -2)$ دو سر قطر آن باشند.	۹

تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۷ مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان تهران مدیریت آموزش و پرورش پردیس دبیرستان غیردولتی مبتکران نو اندیش	نام و نام خانوادگی: پایه: دوازدهم درس: هندسه ۳ نام دبیر: آقای مهدی تعداد صفحات: ۲ صفحه
نمره تجدیدنظر با عدد: نمره تجدید نظر با حروف:	نام مصحح: تاریخ و امضاء:	نمره با عدد: نمره با حروف:

ردیف	سوالات آزمون	نمره
۱	حدود K را چنان تعیین کنید که معادله ی $x^2 + y^2 - 3x + 5y + K = 0$ معادله ی یک دایره باشد.	۱۰
۱/۵	وضعیت دایره ی $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ با دایره ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۱ را نسبت به هم مشخص کنید.	۱۱
۱/۵	مشخص کنید خط $-3x + y = 0$ نسبت به دایره ی $x^2 + y^2 - 4x - 4y + 7 = 0$ چه وضعیتی دارد؟	۱۲
۱/۵	معادله ی دایره ای را بنویسید که مرکز آن نقطه ی $O(1,0)$ باشد و روی خط $y = -x + 2$ وتری به طول $2\sqrt{2}$ جدا کند.	۱۳
	موفق و پیروز باشید محرم مهدی - ۳۰ آذرماه ۱۴۰۱ پردیس	

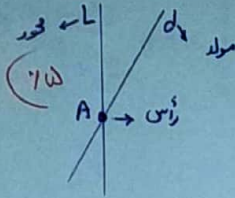
تاریخ امتحان: ۱۴۰۱/۱۰/۰۷ مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	بسمه تعالی اداره کل آموزش و پرورش استان تهران مدیریت آموزش و پرورش پردیس	نام و نام خانوادگی: پایه: دوازدهم درس: هندسه ۳ نام دبیر: آقای مهدی تعداد صفحات: ۲ صفحه
	دبیرستان غیردولتی مبتکران نواندیش	
نام مصحح:	نمره باعدد:	نام مصحح:
تاریخ و امضاء:	نمره باحروف:	تاریخ و امضاء:
نمره تجدیدنظر باعدد:	نمره تجدیدنظر باحروف:	نمره تجدیدنظر باعدد:
نمره تجدیدنظر باحروف:	نمره تجدیدنظر باحروف:	نمره تجدیدنظر باحروف:



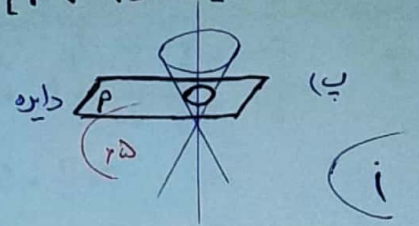
الف) قطری $3 \times 3 \leftarrow$ اسکالر $3 \times 3 \leftarrow$
ب) آرد خط d و L در نقطه A متقاطع باشند
ج) سطح AB از دوران خط d حول خط L را بدست می آوریم

$$\begin{bmatrix} 8 & 0 & 0 \\ 0 & 8 & 0 \\ 0 & 0 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 \\ 0 & 5 & 0 \\ 0 & 0 & 6 \end{bmatrix}$$



ت. مجموعه نقاط از صفحه (یا فضا) که در آن
در هر نقطه از آن راسته باشند و در هر نقطه
دارای آن ویژگی است. بعنوان مجموعه باشد



$$A = [2i - 3j]_{2 \times 2} = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AB = \begin{bmatrix} -1 & -4 \\ 1 & -2 \\ 2 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 5 \\ 2 & -1 & 1 \\ 0 & -3 & -3 \end{bmatrix}$$

$$B_{2 \times 3} = \begin{bmatrix} -1 & i & j \\ 0 & i & j \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{bmatrix}$$

$$|AB| = 0 \quad \left| \begin{array}{cc} 4 & 1 \\ 2 & -1 \end{array} \right| + (-3) \left| \begin{array}{cc} 5 & 1 \\ -3 & -3 \end{array} \right| = -18 + 18 = 0$$

$$A = \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} \rightarrow A^T = \begin{bmatrix} 4 & 5 \\ -3 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = I \rightarrow A^T = A^T A = I A = A$$

$$A = I, A^T = A \rightarrow A^T - A = I - A = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 4 & -3 \\ 5 & -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 & 3 \\ -5 & 5 \end{bmatrix}$$

$$|A| > 0 \quad 2A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow |2A| = 10 - |A|^2 \rightarrow 9|A| = 10 - |A|^2 \rightarrow |A|^2 + 9|A| - 10 = 0 \rightarrow |A| = x$$

$$2A = \begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 1 & -5 \end{bmatrix} \rightarrow A = \begin{bmatrix} -1 & 1/2 \\ 1/2 & -5/2 \end{bmatrix} \rightarrow A - 2I = \begin{bmatrix} -3 & 1/2 \\ 1/2 & -9/2 \end{bmatrix}$$

$$x^2 + 9x - 10 = 0 \rightarrow \begin{cases} x = 1 \\ x = -10 \end{cases} \quad |A| = 1$$

$$|A - 2I| = \frac{11}{9} - \frac{1}{9} = \frac{10}{9}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & x-3 & x+2 \\ x+3 & 0 & -2 \\ x+2 & 4 & 0 \end{vmatrix} = 0$$

$$-(x-3) \begin{vmatrix} x+3 & -2 \\ x+2 & 4 \end{vmatrix} + (x+2) \begin{vmatrix} x+3 & 0 \\ x+2 & 4 \end{vmatrix} = 0$$

$$12x + 24 - 2x^2 - 18x + 4x^2 + 18x + 12x + 36 = 0$$

$$2x^2 + 34x + 70 = 0 \rightarrow x^2 + 17x + 35 = 0 \rightarrow (x+2)(x+15) = 0 \rightarrow \begin{cases} x = -2 \\ x = -15 \end{cases}$$



$$\begin{cases} mx + ry = -r \\ rx + (m+r)y = r \end{cases}$$

$$\frac{m}{r} = \frac{r}{m+r} \neq \frac{-r}{r} \rightarrow m^2 + \varepsilon m = 1r \rightarrow m^2 + \varepsilon m - 1r = 0$$

$$(m+4)(m-2) = 0 \rightarrow \begin{cases} m = -4 \\ m = 2 \end{cases}$$



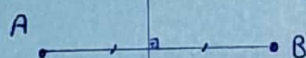
$$\times m = -4 \rightarrow \frac{-4}{r} = \frac{r}{-r} \neq -\frac{r}{r}$$

$$\checkmark m = 2 \rightarrow \frac{2}{r} = \frac{r}{4} \neq -\frac{r}{r}$$

$$\begin{cases} 2x + ry = 1r \\ rx - y = \varepsilon \end{cases} \rightarrow \begin{bmatrix} 2 & r \\ r & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1r \\ \varepsilon \end{bmatrix} \rightarrow |A| = -2 - \varepsilon = -7 \rightarrow A^{-1} = \frac{1}{-7} \begin{bmatrix} -1 & -r \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1}{7} & \frac{r}{7} \\ \frac{r}{7} & -\frac{2}{7} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1r \\ \varepsilon \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{1r + \varepsilon r}{7} = \frac{r(1+\varepsilon)}{7} = \frac{r \cdot 1}{7} = \frac{r}{7} \\ \frac{r\varepsilon - 2r}{7} = \frac{r(\varepsilon - 2)}{7} = \frac{r \cdot (-7)}{7} = -r \end{bmatrix} \rightarrow \begin{cases} x = \frac{r}{7} \\ y = -r \end{cases}$$

عمود منصف AB را رسم می کنیم (خط d) و دایره ای به مرکز C و به شعاع r می رسمیم



الف) اگر دایره خط d را قطع نکند ← نقطه ای وجود ندارد
ب) اگر دایره بر خط d مماس باشد ← نقطه تماس جواب مسئله است (۱ نقطه)
پ) اگر دایره خط d را در ۲ نقطه قطع کند ← نقاط تقاطع جواب مسئله است (۲ نقطه)

$$A = (2, -1) \rightarrow AB = \sqrt{(-2-2)^2 + (1-(-1))^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$$

$$B = (-2, 1)$$

$$\text{شعاع} = \frac{\sqrt{20}}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$

$$\text{قطر} \rightarrow \text{شعاع} = \frac{\sqrt{20}}{2} = \frac{2\sqrt{5}}{2} = \sqrt{5}$$

$$AB \text{ نقطه } O \text{ وسط خط } \rightarrow \begin{cases} x_0 = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{2 + (-2)}{2} = 0 \\ y_0 = \frac{y_A + y_B}{2} = \frac{-1 + 1}{2} = 0 \end{cases} \rightarrow O(0, 0)$$

$$\text{مرکز دایره} \rightarrow (x-0)^2 + (y-0)^2 = 5 \rightarrow x^2 + y^2 = 5$$

$$x^2 + y^2 - 2x + 4y + k = 0 \rightarrow a = -2, b = 4, c = k \rightarrow a^2 + b^2 > 4c$$

$$4 + 16 > 4k \rightarrow 20 > 4k \rightarrow k < 5$$

$$\text{دایره اول: } x^2 + y^2 - 2x - 4y + 9 = 0 \rightarrow a = -2, b = -4, c = 9$$

$$r = \sqrt{a^2 + b^2 - c} = \sqrt{4 + 16 - 9} = \sqrt{11}$$

$$\text{دایره دوم: } x^2 + y^2 = 1 \rightarrow O'(0, 0), r = 1$$

$$OO' = \sqrt{2^2 + 1^2} = \sqrt{5}$$

$$r + r' < OO' \rightarrow 1 + 1 < \sqrt{5} \rightarrow 2 < \sqrt{5}$$

