

ساعت شروع: ۹ صبح	تاریخ امتحان: ۱۶/۰۲/۱۴۰۲	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	سوالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۲ صفحه	تعداد سوال: ۱۶ سوال	رشته: ریاضی فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
اداره کل آموزش و پرورش استان آذربایجان شرقی		کلاس:	نام و نام خانوادگی:

## «صفحه اول»

ردیف	سوالات	بارم
۱	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر <math>c   a + b</math> آنگاه <math>a   b</math> یا <math>a   c</math> است.</p> <p>ب) حاصل <math>(m^3 \text{ و } m^7)</math> برابر با <math>m^3</math> است.</p> <p>پ) تعداد رؤوس فرد هر گراف، عددی فرد است.</p> <p>ت) در مربع لاتین چرخشی مرتبه ۵ مجموع درایه های روی قطر اصلی برابر ۵ است.</p>	۱
۲	<p>در هر مورد عبارت صحیح را از داخل پرانتز انتخاب کنید.</p> <p>الف) گراف <math>G</math> را همبند می نامیم هرگاه بین هر دو راس آن ..... وجود داشته باشد.</p> <p>(حداقل یک یال، حداقل یک مسیر)</p> <p>ب) اگر <math>G</math> یک گراف <math>p</math> راسی باشد، مقدار <math>q(G) + q(\bar{G})</math> برابر با ..... است.</p> <p style="text-align: center;"><math>\left( \frac{P(P-1)}{2} \text{ و } p(p-1) \right)</math></p> <p>پ) مکمل گراف کامل، گراف ..... است.</p> <p style="text-align: center;">(<math>r</math>-منتظم، تهی)</p> <p>ت) گرافی را که تنها از یک مسیر <math>n</math> راسی تشکیل شده باشد با ..... نمایش می دهیم.</p> <p style="text-align: center;"><math>(c_n \text{ و } P_n)</math></p>	۱
۳	<p>به ازای هر دو عدد حقیقی <math>x</math> و <math>y</math> به روش بازگشتی، ثابت کنید:</p> $x^2 + y^2 + 1 \geq xy + x + y$	۱
۴	<p>اگر باقیمانده تقسیم اعداد <math>a</math> و <math>b</math> بر ۱۵ به ترتیب ۵ و ۳ باشد، باقیمانده تقسیم عدد <math>(2a - 5b)</math> بر ۱۵ را بدست آورید.</p>	۱/۲۵
۵	<p>اگر ۷ مهر ماه در یک سال روز دوشنبه باشد، ۹ اسفند ماه در همان سال چه روزی از هفته است؟</p>	۱/۲۵
۶	<p>جوابهای عمومی معادله <math>2x + 5y = 29</math> را بدست آورید.</p>	۱
۷	<p>در گراف <math>G</math>، درجه راس <math>a</math> برابر با ۸ است و درجه راس <math>a</math> در گراف <math>\bar{G}</math> برابر با ۱۱ است. مرتبه گراف <math>G</math> را مشخص کنید.</p>	۱
۸	<p>گراف <math>G</math> (شکل مقابل) را در نظر بگیرید.</p> <p>الف) <math>(G)</math> و <math>(\Delta)</math> را مشخص کنید.</p> <p>ب) دوری به طول ۴ را مشخص کنید.</p> <p>پ) یک مسیر به طول ۴ از <math>a</math> به <math>e</math> بنویسید.</p> <p>ت) <math>[f]</math> و <math>N_G(f)</math> را با اعضا مشخص کنید.</p>	۱/۵

ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۶/۰۲/۱۴۰۲	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	سوالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۲ صفحه	تعداد سوال: ۱۶ سوال	رشته: ریاضی فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
اداره کل آموزش و پرورش استان آذربایجان شرقی	کلاس:		نام و نام خانوادگی:

«صفحه دوم»

ردیف	سوالات	بارم
------	--------	------

۹	عدد احاطه‌گری را برای گراف زیر مشخص و ادعای خود را ثابت کنید.	۱/۵																																	
۱۰	گراف $C_{10}$ را رسم کنید. الف) یک $\gamma$ -مجموعه از آن را مشخص کنید. ب) یک مجموعه احاطه‌گر مینیمال ۵ عضوی از آن را تعیین کنید.	۱/۵																																	
۱۱	۱۲ نفر به چند طریق می‌توانند درسه اتاق ۵ نفره، ۴ نفره و ۳ نفره واقع در یک هتل اسکان یابند.	۱																																	
۱۲	اگر داشته باشیم $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} = A$ و $\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\} = B$ در اینصورت چند رمز با کد ۷ رقمی می‌توان نوشت که هر یک شامل ۴ رقم از $A$ و ۳ رقم از $B$ باشد.	۱/۵																																	
۱۳	معادله $x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 12$ چند جواب صحیح و مثبت دارد به شرط آنکه $x_2 > x_4$ باشد.	۱/۵																																	
۱۴	چند عضو از مجموعه $S = \{n \in \mathbb{N} \mid 1 \leq n \leq 200\}$ نه بر ۳ و نه بر ۵ بخشیدیرند.	۱/۵																																	
۱۵	در هر مورد متعامد بودن دو مربع لاتین داده شده را بررسی کنید. الف)	۱																																	
	 A: <table border="1"><tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td></tr></table> B: <table border="1"><tr><td>۳</td><td>۴</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td><td>۴</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۴</td><td>۳</td></tr><tr><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td></tr></table>	۳	۴	۱	۲	۴	۳	۲	۱	۱	۲	۳	۴	۲	۱	۴	۳	۳	۴	۱	۲	۱	۲	۳	۴	۲	۱	۴	۳	۴	۳	۲	۱		
۳	۴	۱	۲																																
۴	۳	۲	۱																																
۱	۲	۳	۴																																
۲	۱	۴	۳																																
۳	۴	۱	۲																																
۱	۲	۳	۴																																
۲	۱	۴	۳																																
۴	۳	۲	۱																																
	(ب)																																		
	 A: <table border="1"><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr><tr><td>۲</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr></table> B: <table border="1"><tr><td>۳</td><td>۱</td><td>۲</td></tr><tr><td>۲</td><td>۳</td><td>۱</td></tr><tr><td>۱</td><td>۲</td><td>۳</td></tr></table>	۱	۲	۳	۲	۱	۲	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۲	۳	۱	۱	۲	۳																
۱	۲	۳																																	
۲	۱	۲																																	
۲	۳	۱																																	
۳	۱	۲																																	
۲	۳	۱																																	
۱	۲	۳																																	
۱۶	۷۶ شاخه گل را حداکثر در چند گلدان قرار دهیم تا اطمینان داشته باشیم گلدانی وجود دارد که در آن حداقل ۵ شاخه گل قرار گرفته است.	۱/۵																																	
جمع	موفق و سریلنگ باشید	۲۰																																	

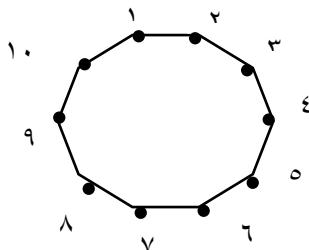
ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۲/۱۶	مدت امتحان: ۱۰۰ دقیقه	بارم سوالات امتحان هماهنگ درس: ریاضیات گسسته
تعداد صفحه: ۲ صفحه	تعداد سوال: ۱۶ سوال	رشته: ریاضی فیزیک	پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه
اداره کل آموزش و پرورش استان آذربایجان شرقی	کلاس:		نام و نام خانوادگی:

بارم	راهنمای تصحیح	ردیف
------	---------------	------

۱	(الف) نادرست (۰/۲۵) ب) درست (۰/۲۵) پ) نادرست (۰/۲۵) ت) درست (۰/۲۵)	۱														
۱	(الف) حداقل یک مسیر $\frac{p(p-1)}{2}$ ب) پ) تهی (۰/۲۵) ت) $p_n$ (۰/۲۵)	۲														
۱	$2x^2 + 2y^2 + 2 \geq 2xy + 2x + 2y \Leftrightarrow 2x^2 + 2y^2 + 2 - 2xy - 2x - 2y \geq 0 \quad (0/5)$ $(x^2 + y^2 - 2xy) + (y^2 - 2y + 1) + (x^2 - 2x + 1) \geq 0$ $(x-y)^2 + (x-1)^2 + (y-1)^2 \geq 0 \quad (0/5)$ نامساوی به دست آمده بدیهی است و چون تمام مراحل بازگشت پذیرند پس حکم درست است.	۳														
۱/۲۵	$a = 15q + 5 \rightarrow 2a = 15(2q) + 10 \quad (0/25)$ $b = 15q + 3 \rightarrow 5b = 15(5q) + 15 \quad (0/25)$ $2a - 5b = 15(2q - 5q - 1) + 10 = 15K + 10 \rightarrow r = 10 \quad (0/75)$	۴														
۱/۲۵	$23 + 4 \times 30 + 9 \stackrel{v}{=} 2 + 4 \times 2 + 2 \stackrel{v}{=} 5 \quad (0/5)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>ی</td><td>ش</td><td>ج</td><td>پ</td><td>ج</td><td>س</td><td>د</td></tr> <tr> <td>۶</td><td>۵</td><td>۴</td><td>۳</td><td>۲</td><td>۱</td><td>.</td></tr> </table> روز شنبه نهم اسفند همان سال است. $(0/25)$	ی	ش	ج	پ	ج	س	د	۶	۵	۴	۳	۲	۱	.	۵
ی	ش	ج	پ	ج	س	د										
۶	۵	۴	۳	۲	۱	.										
۱	$2x \stackrel{v}{=} 29 \stackrel{v}{=} 4 \rightarrow x \stackrel{v}{=} 2 \rightarrow x = 2 + 0K \quad (0/5) \quad (2 \text{ و } 5) = 1   29$ $2x + 0y = 29 \rightarrow 0y = -10K + 25 \rightarrow y = -2K + 5 \quad (K \in \mathbb{Z}) \quad (0/5)$	۶														
۱	$deg_G(a) + deg_{\bar{G}}(a) = p - 1 \quad (0/5) \rightarrow 8 + 11 = p - 1 \rightarrow p = 20 \quad (0/5)$	۷														
۱/۵	(۰/۲۵) bceab یا bdceb (۰/۵) $\Delta(G) = 4$ و $\delta(G) = 0$ الف) (۰/۵) $N_G(d) = \{b \text{ و } c\}$ و $N_G[f] = \{f \text{ و } e\}$ ت) پ) (۰/۲۵) abdce (۰/۵) ب)	۸														
۱/۵	$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil = \left\lceil \frac{11}{3} \right\rceil = 2 \rightarrow \gamma(G) \geq 2 \quad (0/5)$ $D = \{a, c \text{ و } j\} \rightarrow \gamma(G) \leq 3 \quad (0/75) \Rightarrow \gamma(G) = 3 \quad (0/25)$	۹														
	ادامه سوالات در صفحه دوم															

شکل ۰/۵

۱/۵



$$D = \{1, 4, 7, 10\}$$

$$D = \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

(۰/۵) الف)

(۰/۵) ب)

۱۰

۱

$$\binom{12}{5} \binom{7}{4} \binom{3}{2} = \frac{12!}{5! \times 4! \times 3!}$$

$$(0/25)(0/25)(0/25)(0/25)$$

۱۱

۱/۵

$$\binom{5}{4} \binom{4}{3} 7! = 5 \times 4 \times 7! = 20 \times 7!$$

$$(0/75)(0/75)$$

۱۲

۱/۵

$$x_1 + (x_2 - 2) + x_3 + 4 = 10 \rightarrow x_1 + y_2 + x_3 = 6 \quad (\text{انمراه})$$

۱۳

$$|S| = \binom{8-1}{3-1} = \binom{5}{2} = 10 \quad (0/5)$$

۱/۵

$$|\bar{A} \cap \bar{B}| = |(\bar{A} \cup \bar{B})| = |S| - |A \cup B| = 200 - (66 + 40 - 13) = 107$$

$$|A| = \left[ \frac{200}{3} \right] = 66 \quad [B] = \left[ \frac{200}{5} \right] = 40 \quad [A \cap B] = \left[ \frac{200}{15} \right] = 13 \quad (0/75)$$

۱۴

۱

۳۳	۴۴	۱۱	۲۲
۴۱	۳۲	۲۳	۱۴
۱۲	۲۱	۳۴	۴۳
۲۴	۱۳	۴۲	۳۱

(۰/۵) الف)

متعادمند.

(۰/۵) ب)

متعادم

نیستند.

۱۳		
	۱۳	
		۱۳

۱/۵

$$\text{کبوتر ها یعنی شاخه های گل و لانه ها همان گلدانها هستند طبق تعمیم اصل لانه کبوتر داریم: } (0/25)$$

$$(0/25) K + 1 = 5 \rightarrow K = 4$$

۱۶

$$Kn + 1 = 76 \rightarrow 4n = 76 - 1 \rightarrow 4n = 75 \rightarrow n = \left[ \frac{75}{4} \right] = [18/75] = 18 \quad (1 \text{ نمره})$$

۲۰

همکاران گرامی لطفا برای راه حل های صحیح دیگر بارم را به تناسب تقسیم فرمایید.