

۱- در تابع  $f(x) = \pi \cos\left(\frac{\pi x}{2}\right) + 1$  تناوب، بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع را حساب کنید.

« پاسخ »

$$T = \frac{2\pi}{\left|\frac{\pi}{2}\right|} = 4$$

$$\begin{cases} y_{\max} = \pi(1) + 1 = \pi + 1 \\ y_{\min} = \pi(-1) + 1 = -\pi + 1 \end{cases}$$

۲- در تابع  $f(x) = 2\cos^2 x - 2\sin^2 x + 3$  تناوب، بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع را حساب کنید.

« پاسخ »

$$\cos^2 \alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha$$

$$f(x) = 2(\cos^2 x - \sin^2 x) + 3 \Rightarrow f(x) = 2\cos 2x + 3$$

$$T = \frac{2\pi}{|2|} = \frac{2\pi}{2} = \pi$$

$$\begin{cases} y_{\max} = 2(1) + 3 = 5 \\ y_{\min} = 2(-1) + 3 = 1 \end{cases}$$

۳- دامنه تابع  $y = 5 - 2\operatorname{tg}(\pi x)$  را به دست آورید.

« پاسخ »

$$y = 5 - 2\operatorname{tg}(\pi x) \Rightarrow \pi x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \xrightarrow{\div(\pi)} x \neq k + \frac{1}{2}$$

$$D = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq k + \frac{1}{2} \right\}$$

۴- دامنه تابع  $y = 3\operatorname{tg}(4x) + 1$  را حساب کنید.

« پاسخ »

$$y = 3\operatorname{tg}(4x) + 1 \Rightarrow 4x \neq k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8}$$

$$D = \left\{ x \mid x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{k\pi}{4} + \frac{\pi}{8} \right\}$$

۵- با توجه به محورهای سینوس و تانژانت، در موارد زیر مقادیر  $\sin\alpha$  و  $\operatorname{tg}\alpha$  را با هم مقایسه کنید:

(الف)  $0 < \alpha < \frac{\pi}{2}$       (ب)  $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$

« پاسخ »

	۰	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$
$\sin\alpha$	۰	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	۱
$\operatorname{tg}\alpha$	۰	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	۱	$\sqrt{3}$	$+\infty$

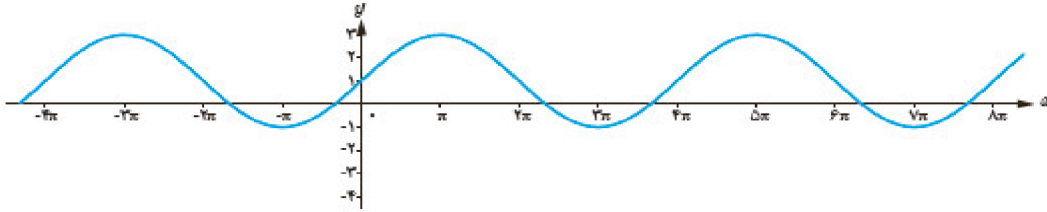
در ربع اول  $\sin\alpha$  و  $\operatorname{tg}\alpha$  هر دو صعودی هستند.

	$\frac{3\pi}{2}$	$\frac{5\pi}{3}$	$\frac{7\pi}{4}$	$\frac{11\pi}{6}$	$2\pi$
$\sin\alpha$	-۱	$-\frac{\sqrt{3}}{2}$	$-\frac{\sqrt{2}}{2}$	$-\frac{1}{2}$	۰
$\operatorname{tg}\alpha$	$+\infty$	$-\sqrt{3}$	-۱	$-\frac{\sqrt{3}}{3}$	۰

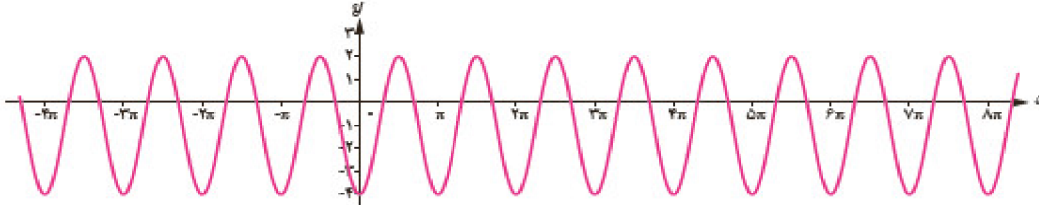
در ربع چهارم نیز  $\sin\alpha$  و  $\operatorname{tg}\alpha$  هر دو صعودی هستند.

۶- ضابطه‌ی مربوط به هریک از نمودارهای داده شده را بنویسید.

الف)



ب)



« پاسخ »

الف)  $y = 2 \sin \frac{1}{4}(x) + 1$

ب)  $y = -3 \cos 2x - 1$

۷- در هر مورد ضابطه‌ی تابعی مثلثاتی با دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

الف)  $T = \pi$  ,  $\max = 3$  ,  $\min = -3$

ب)  $T = 3$  ,  $\max = 9$  ,  $\min = 3$

پ)  $T = 4\pi$  ,  $\max = -1$  ,  $\min = -7$

ت)  $T = \frac{\pi}{2}$  ,  $\max = 1$  ,  $\min = -1$

« پاسخ »

الف)  $y = 3 \sin 2x$

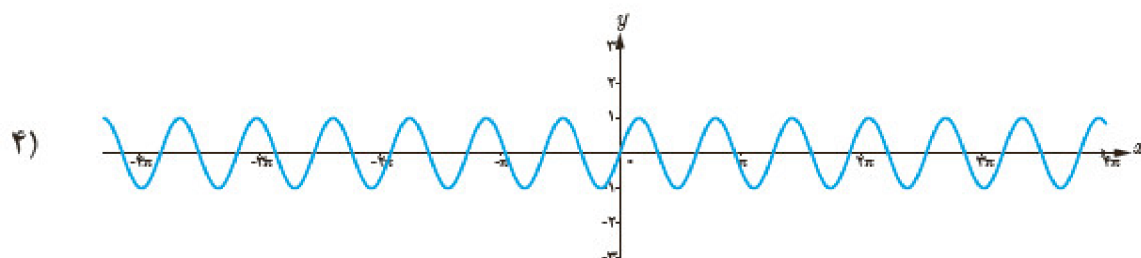
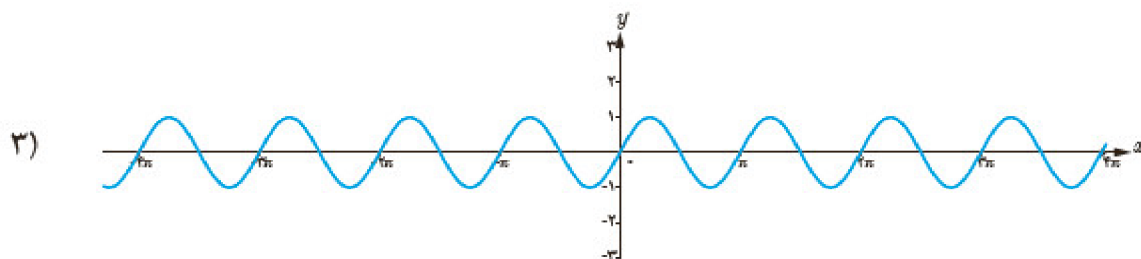
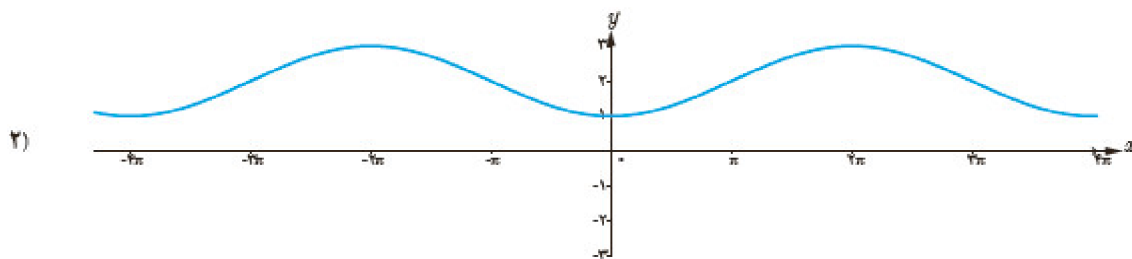
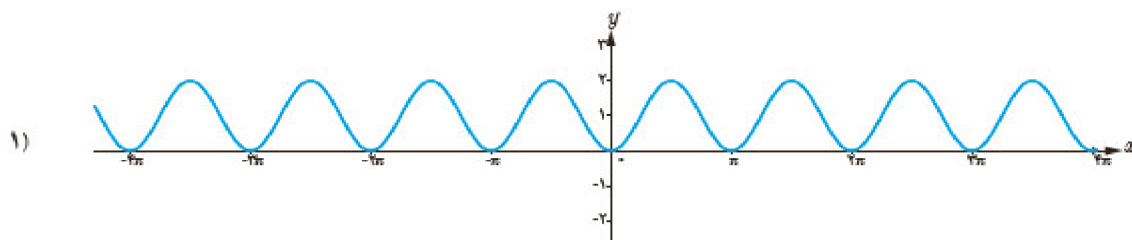
ب)  $y = -6 \sin \frac{2\pi}{3}x + 3$

پ)  $y = -3 \sin \frac{1}{4}x - 4$

ت)  $y = \cos 4x$

۸- هریک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر نظیر کنید.

الف)  $y = \sin \pi x$       ب)  $y = 2 - \cos \frac{1}{4} x$       پ)  $y = \sin 2x$       ت)  $y = 1 - \cos 2x$



« پاسخ »

۱)  $y = 1 - \cos 2x$

۲)  $2 - \cos \frac{1}{4} x$

۳)  $y = \sin 2x$

۴)  $y = \sin \pi x$

۹- دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هریک از توابع زیر را به دست آورید.

الف)  $y = 1 + 2 \sin \sqrt{x}$

ب)  $y = \sqrt{3} - \cos \frac{\pi}{2} x$

پ)  $y = -\pi \sin \left( \frac{x}{2} \right) - 2$

ت)  $y = -\frac{3}{4} \cos 3x$

« پاسخ »

الف)  $T = \frac{2\pi}{\sqrt{x}}$     ماکزیمم : ۳    مینیمم : -۱

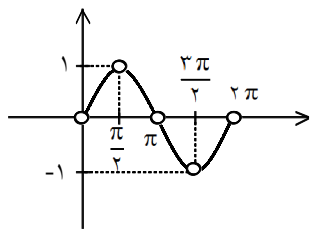
ب)  $T = 4$     ماکزیمم :  $\sqrt{3} + 1$     مینیمم :  $\sqrt{3} - 1$

پ)  $T = 4\pi$     ماکزیمم :  $\pi - 2$     مینیمم :  $-\pi - 2$

ت)  $T = \frac{2\pi}{3}$     ماکزیمم :  $1 + \frac{3}{4}$     مینیمم :  $-\frac{3}{4}$

۱۰- نمودار تابع  $y = \sin x \cot x \operatorname{tg} x$  در بازه  $(0, 2\pi)$  رسم کنید.

« پاسخ »



$$\operatorname{tg} x \times \cot x = 1 \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{2}, \pi, \frac{3\pi}{2}$$

$$y = \sin x$$

۱۱- مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع  $y = 1 - 2 \sin \left( \frac{-\pi}{3} x \right)$  را به دست آورید.

« پاسخ »

$$\underbrace{\max = |-2| + 1 = 3}_{0.25}$$

$$\underbrace{\min = -|-2| + 1 = -1}_{0.25}$$

۱۲- ضابطه تابعی به فرم  $y = a \sin(bx) + c$  را بنویسید که دوره تناوب آن  $\pi$ ، مقدار ماکزیمم آن ۳ و مقدار مینیمم آن ۳- باشد.

« پاسخ »

$$\frac{2\pi}{|b|} = \pi \Rightarrow |b| = 2 \quad (0/25) \quad \begin{cases} |a| + c = 3 \\ -|a| + c = -3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} |a| = 3 \quad (0/25) \\ c = 0 \quad (0/25) \end{cases}$$

هریک از سه تابع  $y = 3 \sin(2x)$  یا  $y = -3 \sin(2x)$  و یا  $y = 3 \sin(-2x)$  را بنویسد (۰/۲۵) نمره داده شود.

۱۳- درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.  
الف) مینیمم تابع  $y = -3 \cos(\pi x) + 2$  برابر با یک است.  
ب) تابع تانژانت در دامنه اش صعودی است.

« پاسخ »

ب) نادرست (۰/۲۵)

الف) نادرست (۰/۲۵)

۱۴- دوره تناوب اصلی تابع  $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{3}[x]\right)$  را به دست آورید.

« پاسخ »

$$f(x+T) = f(x) \Rightarrow \sin\left(\frac{\pi}{3}[x+T]\right) = \sin\left(\frac{\pi}{3}[x]\right)$$

$$\rightarrow \frac{\pi}{3}[x+T] = 2k\pi + \frac{\pi}{3}[x] \rightarrow [x+T] = 6k + [x]$$

واضح است برای حذف شدن  $x$  باید  $T \in Z$  پس:

$$[x] + T = 6k + [x] \rightarrow T = 6k \Rightarrow \text{دوره تناوب اصلی} = 6$$

۱۵- دوره تناوب تابعهای زیر را پیدا کنید.

ب)  $f(x) = \sin x + \cos \frac{x}{3} + \tan \frac{x}{10}$

الف)  $f(x) = \cos \pi x + \sin \frac{\pi x}{3}$

« پاسخ »

الف)  $T_1 = \frac{2\pi}{\pi} = 2, T_2 = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}} = 6 \rightarrow T_f = \text{م.م.ک}(T_1, T_2) = 6$

ب)  $T_1 = 2\pi, T_2 = \frac{2\pi}{\frac{1}{3}} = 6\pi, T_3 = \frac{\pi}{\frac{1}{10}} = 10\pi \rightarrow T_f = \text{م.م.ک}(T_1, T_2, T_3) = 30\pi$

۱۶- نشان دهید تابع زیر متناوب است و دوره‌ی تناوب (دوره‌ی تناوب اصلی) آن را تعیین کنید.

$$y = x - [x]$$

« پاسخ »

$$f(x + c) = f(x) \rightarrow x + c - [x + c] = x - [x] \Rightarrow [x + c] = [x] + c \Rightarrow c = k \in \mathbb{Z} \Rightarrow T = 1$$

۱۷- نشان دهید تابع زیر متناوب است و دوره‌ی تناوب (دوره‌ی تناوب اصلی) آن را تعیین کنید.

$$y = 3 - \sin^2(\delta x)$$

« پاسخ »

$$f(x) = 3 - \frac{1 - \cos 10x}{2} = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \cos 10x$$

$$f(x + c) = f(x) \rightarrow \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \cos(10x + 10c) = \frac{5}{2} + \frac{1}{2} \cos 10x \rightarrow \cos(10x + 10c) = \cos 10x$$

$$\rightarrow 10x + 10c = 2k\pi + 10x \rightarrow c = \frac{k\pi}{5} \rightarrow T = \frac{\pi}{5}$$

۱۸- معادلات زیر را حل کنید.

الف)  $\sin \frac{\pi}{2} = \sin 3x$

ب)  $\cos x = \cos 2x$

ث)  $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4}$

ج)  $\operatorname{tg}(2x - 1) = 0$

ب)  $\cos 2x - \cos x + 1 = 0$

ت)  $\cos 2x - 3\sin x + 1 = 0$

ج)  $\sin x - \cos 2x = 0$

ح)  $\operatorname{tg} 3x = \operatorname{tg} \pi x$

« پاسخ »

الف)  $\sin \frac{\pi}{2} = \sin 3x \Rightarrow 3x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} + \frac{\pi}{6}$

ب)  $\cos 2x - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - 1 - \cos x + 1 = 0 \Rightarrow 2\cos^2 x - \cos x = 0$

$\Rightarrow \cos x(2\cos x - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \\ \cos x = \frac{1}{2} \end{cases}$

$\begin{cases} x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$

پ)  $\cos x = \cos 2x \Rightarrow x = 2k\pi \pm 2x \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + 2x \Rightarrow x = -2k\pi \\ x = 2k\pi - 2x \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \end{cases}$

ت)  $\cos 2x - 3\sin x + 1 = 0 \Rightarrow 1 - 2\sin^2 x - 3\sin x - 1 = 0 \Rightarrow -2\sin^2 x - 3\sin x + 2 = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = -\frac{1}{2} \text{ غ ق ق} \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \end{cases}$

ث)  $\cos^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow 1 - \sin^2 x - \sin x = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin^2 x + \sin x - \frac{3}{4} = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \\ \sin x = -\frac{3}{4} \text{ غ ق ق} \end{cases}$

ج)  $\sin x - \cos 2x = 0 \Rightarrow \sin x + 2\sin^2 x - 1 = 0 \Rightarrow (\sin x + 1)(2\sin x - 1) = 0$

$\begin{cases} \sin x = -1 \\ \sin x = \frac{1}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{3\pi}{2} \\ x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}$

چ)  $\operatorname{tg}(2x - 1) = 0 \Rightarrow 2x - 1 = k\pi \Rightarrow x = \frac{k\pi + 1}{2}$



۱۹- معادله‌ی مثلثاتی  $\cos 2\alpha - \sin \alpha + 1 = 1$  را حل کرده، جواب‌های کلی آن را بنویسید.

« پاسخ »

$$\underbrace{1 - 2 \sin^2 \alpha - \sin \alpha + 1 = 1}_{\cdot/25} \Rightarrow 2 \sin^2 \alpha + \sin \alpha - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = -1 \\ \sin \alpha = \frac{1}{2} \end{cases}$$

$\cdot/5$

$$\Rightarrow \underbrace{\begin{cases} \alpha = 2k\pi - \frac{\pi}{2} \\ \alpha = 2k\pi + \frac{\pi}{6}; \alpha = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases}}_{\cdot/5} \quad k \in \mathbb{Z}$$

۲۰- معادله‌ی مثلثاتی  $\sin x - \cos 2x = 0$  را حل کنید.

« پاسخ »

$$\sin x - 1 + 2 \sin^2 x = 0 \quad (\cdot/5) \Rightarrow \begin{cases} \sin x = -1 \Rightarrow x = 2k\pi - \frac{\pi}{2}, x = (2k+1)\pi + \frac{\pi}{2} \quad (\cdot/5) \\ \sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \\ x = (2k+1)\pi - \frac{\pi}{6} \end{cases} \quad (\cdot/5) \end{cases}$$

۲۱- معادله مثلثاتی  $\cos 3x - \cos x = 0$  را حل کنید.

« پاسخ »

$$\cos 3x = \cos x \quad (\cdot/25) \Rightarrow \begin{cases} 3x = 2k\pi + x \quad (\cdot/25) \Rightarrow x = k\pi \quad (\cdot/25) \\ 3x = 2k\pi - x \quad (\cdot/25) \Rightarrow x = \frac{k\pi}{2} \quad (\cdot/25) \end{cases}$$

۲۲- معادله  $2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0$  را حل کنید.

« پاسخ »

$$2 \cos^2 x + \cos x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \cos x = -1 \quad (\cdot/25) \Rightarrow x = 2k\pi + \pi \quad (\cdot/25) \\ \cos x = \frac{1}{2} \quad (\cdot/25) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (\cdot/25) \\ x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \quad (\cdot/25) \end{cases} \end{cases}$$

۲۳- معادله‌ی مثلثاتی  $\sin 5x = \sin 2x$  را حل کنید.

« پاسخ »

$$5x = 2k\pi + 2x \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{2k\pi}{3} \quad (0/25)$$

$$5x = 2k\pi + (\pi - 2x) \quad (0/25) \Rightarrow 7x = (2k+1)\pi \quad (0/25) \Rightarrow x = \frac{(2k+1)\pi}{7} \quad (0/25)$$

۲۴- معادله‌ی  $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$  را حل کنید.

« پاسخ »

$$2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos x = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \cos x = 0 \quad (0/25) \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (0/25)$$

$$\sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (0/25) \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (0/25), x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \quad (0/25)$$

۲۵- معادله  $\tan x - \tan 2x = 0$  را حل کنید.

« پاسخ »

$$\tan x = \tan 2x \Rightarrow 2x = k\pi + x \Rightarrow x = k\pi$$

(0/25)                      (0/5)                      (0/25)

۲۶- کلیه‌ی جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی  $\sin 2x - \sqrt{3} \cos x = 0$  را تعیین کنید.

« پاسخ »

$$2 \sin x \cos x - \sqrt{3} \cos x = 0 \quad (0/25) \Rightarrow$$

$$\cos x (2 \sin x - \sqrt{3}) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \quad (0/25) \\ \sin x = \frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{\pi}{3} \quad (0/25) \\ x = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{3} \quad (0/25) \end{cases} \end{cases}$$

۲۷- معادله‌ی مثلثاتی  $2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0$  را حل کرده و جواب‌های بین  $0$  و  $2\pi$  را تعیین کنید.

« پاسخ »

$$2\sin^2 x + \sin x - 3 = 0 \Rightarrow \sin x = \frac{-1 \pm \sqrt{25}}{4} = \frac{-1 \pm 5}{4}$$

$$\sin x = \frac{-3}{4} \text{ غیرقابل قبول, } \sin x = 1 = \sin \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{\pi}{2}$$

۲۸- مجموع جواب‌های معادله‌ی  $\cos^2 x + \cos^2 \left(x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{5}{4}$  را بیابید.

« پاسخ »

$$\frac{1 + \cos 2x}{2} + \frac{1 + \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right)}{2} = \frac{5}{4} \Rightarrow \cos 2x + \cos\left(2x - \frac{2\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow \cos 2x + \cos 2x \left(-\frac{1}{2}\right) + \sin 2x \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos 2x + \sqrt{3} \sin 2x = 1$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \cos 2x + \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 2x = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x - \frac{\pi}{3} = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = k\pi \text{ و } k\pi + \frac{\pi}{3}$$

۲۹- معادله‌ی  $\sin^2 x + \sin^2 2x = 1$  را حل کنید.

« پاسخ »

$$\sin^2 2x = 1 - \sin^2 x = \cos^2 x$$

$$\Rightarrow 4\sin^2 x \cos^2 x = \cos^2 x \Rightarrow \cos^2 x (4\sin^2 x - 1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2} \\ \sin x = \pm \frac{1}{2} \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{6} \end{cases}$$

۳۰- معادله‌ی  $2\cos 2x - 4\sin x + 1 = 0$  را حل کنید.

« پاسخ »

$$2(1 - 2\sin^2 x) - 4\sin x + 1 = 0$$

$$4\sin^2 x + 4\sin x - 3 = 0$$

$$\sin x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 12}}{4} = \frac{1}{2} \text{ و } -\frac{3}{2}$$

$$\sin x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{6} \text{ و } x = 2k\pi + \frac{5\pi}{6}$$

۳۱- حدود  $K$  را به‌گونه‌ای تعیین کنید که معادله‌ی  $3\sin^2 x + k\sin 2x = 4$  جواب نداشته باشد.

« پاسخ »

$$3\sin^2 x + 2k\sin x \cos x = 4$$

$$3\tan^2 x + 2k\tan x = \frac{4}{\cos^2 x} = 4(1 + \tan^2 x)$$

$$\tan^2 x - 2k\tan x + 4 = 0$$

$$\Delta = 4k^2 - 16 \geq 0 \Rightarrow k \geq 2 \text{ یا } k \leq -2$$

۳۲- تمام جواب‌های معادله‌ی  $2\cos^2 x + \sin 2x = 1 + \sqrt{2}$  را در بازه‌ی  $(0, 2\pi)$  بیابید.

« پاسخ »

$$(1 + \cos 2x) + \sin 2x = 1 + \sqrt{2}$$

$$\cos 2x + \sin 2x = \sqrt{2} \Rightarrow \sqrt{2} \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = \sqrt{2}$$

$$\Rightarrow \sin\left(2x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \Rightarrow 2x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{2}$$

$$\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{8} \Rightarrow x = \frac{\pi}{8} \text{ و } \frac{9\pi}{8}$$

۳۳- معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$\sin \pi x^2 = \sin \pi (x^2 + 2x)$$

« پاسخ »

$$\begin{cases} \pi(x^2 + 2x) = 2k\pi + \pi x^2 \rightarrow x = k \in \mathbb{Z} \\ \pi(x^2 + 2x) = 2k\pi + \pi x^2 \rightarrow 2x^2 + 2x - 2k = 0 \rightarrow x^2 + x - k = 0 \\ \rightarrow x = \frac{-1 \pm \sqrt{1 + 4k}}{2}, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \end{cases}$$

۳۴- معادله‌های زیر را حل کنید.

ب)  $\cos x^2 = 1$

الف)  $\sin^2\left(\frac{x}{2}\right) - \cos^2\left(\frac{x}{2}\right) = \frac{1}{2}$

« پاسخ »

الف)  $\left(\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) + \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)\right)\left(\cos^2\left(\frac{x}{2}\right) - \sin^2\left(\frac{x}{2}\right)\right) = \frac{1}{2}$

$\Rightarrow -(\cos x) = \frac{1}{2} \Rightarrow \cos x = -\frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3}$

ب)  $\cos x^2 = 1 \Rightarrow x^2 = 2k\pi, k \in \mathbb{N} \cup \{0\} \Rightarrow x = \pm\sqrt{2k\pi}, k \in \mathbb{N} \cup \{0\}$

۳۵- معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  به دست آورید.

$\tan x + \cot x = 2$

« پاسخ »

$\tan x + \frac{1}{\tan x} = 2 \rightarrow \tan^2 x + 1 = 2 \tan x \rightarrow \tan^2 x - 2 \tan x + 1 = (\tan x - 1)^2 = 0 \rightarrow \tan x = 1$

$\rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{4} \rightarrow \text{جواب خاص} = \left\{ \frac{\pi}{4}, \frac{5\pi}{4} \right\}$

۳۶- معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی  $[0, 2\pi]$  به دست آورید.

$$\sin x + \sin 2x = 0$$

« پاسخ »

$$\sin x + \sin 2x = 0 \Rightarrow \sin x + 2 \sin x \cos x = 0 \Rightarrow \sin x(1 + 2 \cos x) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin x = 0 \Rightarrow x = k\pi \\ \cos x = \frac{-1}{2} = \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi + \frac{2\pi}{3} \\ x = 2k\pi - \frac{2\pi}{3} \end{cases} \end{cases}$$

$$\text{جواب‌های خاص} = \left\{ 0, \pi, 2\pi, \frac{2\pi}{3}, \frac{4\pi}{3} \right\}$$

$$2 \cos x - \sqrt{2} = 0$$

۳۷- معادله‌ی مقابل را حل کنید.

« پاسخ »

$$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2} = \cos \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{4}$$

$$2 \cos^2 x - 3 \cos x + 1 = 0$$

۳۸- معادله‌ی مقابل را حل کنید.

« پاسخ »

$$\cos x = \frac{3 \pm \sqrt{9-1}}{2} = 1, \frac{1}{2} \Rightarrow \begin{cases} \cos x = 1 \Rightarrow x = 2k\pi \\ \cos x = \frac{1}{2} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3} \end{cases}$$

$$2 \sin x + \sqrt{3} = 0$$

۳۹- معادله‌ی مقابل را حل کنید.

« پاسخ »

$$\sin x = -\frac{\sqrt{3}}{2} = \sin\left(-\frac{\pi}{3}\right) \Rightarrow \begin{cases} x = 2k\pi - \frac{\pi}{3} \\ x = 2k\pi + \pi + \frac{\pi}{3} = 2k\pi + \frac{4\pi}{3} \end{cases}$$

۴۰- معادله‌ی مقابل را حل کنید.

$$2 \cos x - 1 = 0$$

« پاسخ »

$$\cos x = \frac{1}{2} = \cos \frac{\pi}{3} \Rightarrow x = 2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$$