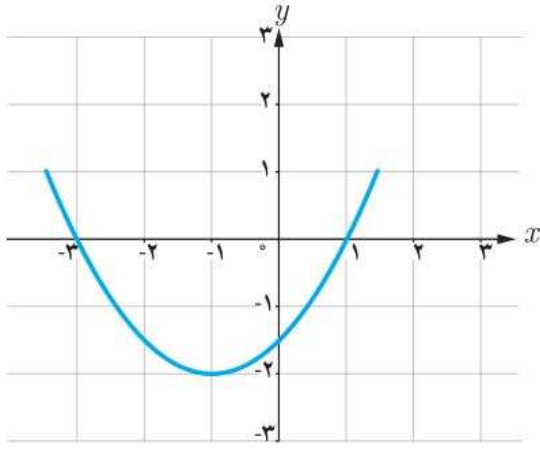


سؤالات درس : ریاضی ۲	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۷ عصر	مدت امتحان: ۷۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۹/۰۸/۱۵	تعداد صفحه: ۲
آزمون مستمر فصل اول ریاضی ۲ سال ۱۴۰۰-۱۳۹۹ (طراح: محمد ایزدی)		مدرسه‌ی دخترانه‌ی دکتر حسابی (کاشان)	

ردیف	برگه‌ی سؤالات (پاسخ‌نامه دارد)	نمره
------	--------------------------------	------

۱	<p>سهمی روبرو دارای ضابطه‌ای به صورت $f(x) = ax^2 + bx + c$ است. الف) مقدار $a + b + c$ را بیابید. ب) مقدار این سهمی در نقطه‌ی $x = 4$ چقدر است؟</p> 	۱/۵
۲	اگر $A(1,3)$ و $B(6,-2)$ دو رأس مربع $ABCD$ باشد آنگاه مساحت مربع را بیابید.	۱
۳	معادله‌ی عمودمنصف پاره‌خط واصل بین دو نقطه‌ی $A(1,3)$ و $B(9,7)$ را بیابید.	۱
۴	مقدار k را چنان بیابید که یکی از صفرهای تابع $y = x^3 + kx^2 - x - 2$ برابر -2 باشد و سپس سایر ریشه‌های این معادله را بیابید.	۱/۵
۵	معادلات زیر را به روش دلخواه حل کنید (نوشتن حل کامل الزامی است). $\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 7\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 6 = 0$ $\frac{3x+5}{x^2+5x} + \frac{x+4}{x+5} = \frac{x+1}{x}$ $\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4$ $\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$	۴
۶	نمودار سهمی $y = 2mx^2 + 4mx + m - 2$ از چهار ناحیه‌ی صفحه‌ی مختصات عبور می‌کند. اگر حدود m بازه‌ای به صورت (a, b) باشد، آنگاه حاصل $a + b$ را بیابید.	۱/۵
۷	چند کیلوگرم شکر مورد نیاز است تا بتوان ۱۶۰ کیلوگرم محلول شکر و آب با غلظت ۱۲ درصد را به غلظت ۲۰ درصد رساند؟	۱
۸	معادله‌ای که جواب‌های آن جذر جواب‌های معادله‌ی $x^2 - 4x - 1 = 0$ باشد را بیابید.	۲
۹	دو ضلع مربعی بر خطوط $y = \sqrt{3}x + 2$ و $y = -6 - 3x$ منطبق است. مساحت مربع را بیابید.	۱/۵
۱۰	فاصله‌ی نقطه‌ی $A(4,3)$ را تا خط $y = \frac{3}{4}x - 5$ را بیابید.	۱

۱	تقاطع دو نمودار $y = x^4 - 2x^2 + 1$ و $y = -2x^2 + 2$ تشکیل یک پاره خط می دهد. معادله ی عمودمنصف این پاره خط را بیابید.	۱۱
۱/۵	به ازای چه مقادیری از a ، نمودار تابع $y = (1 - a)x^2 + 2\sqrt{6}x - a$ ، همواره پایین محور طول ها قرار دارد؟	۱۲
۱/۵	برای سهمی ای که از فقط از ربع اول نگذرد، علامت های Δ, a, b, c, S, P را مشخص کنید.	۱۳

سؤالات درس : ریاضی ۲	رشته: علوم تجربی	ساعت شروع: ۷ عصر	مدت امتحان: ۷۵ دقیقه
نام و نام خانوادگی:	پایه یازدهم دوره دوم متوسطه	تاریخ امتحان: ۹۹/۰۸/۱۵	تعداد صفحه: ۲
آزمون مستمر شبه نهایی فصل اول ریاضی ۲ سال ۱۴۰۰-۱۳۹۹ (طراح: محمد ایزدی)		مدرسه‌ی دخترانه‌ی دکتر حسابی (کاشان)	

ردیف	پاسخ‌نامه	نمره
------	-----------	------

۱	(الف) $S = (-1, -2) \Rightarrow y = a(x+1)^2 - 2 \Rightarrow 0 = a(1+1)^2 - 2 \Rightarrow a = \frac{1}{2}$ $y = \frac{1}{2}(x+1)^2 - 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(x^2 + 2x + 1) - 2 = \frac{1}{2}x^2 + x - \frac{3}{2}$ $a + b + c = \frac{1}{2} + 1 - \frac{3}{2} = 0$ (ب) $f(4) = 8 + 4 - \frac{3}{2} = \frac{21}{2} = 10.5$	۱/۵
۲	طول قطر مربع برابر است با: $AC = \sqrt{(6-1)^2 + (-2-3)^2} = 5\sqrt{2}$ پس ضلع مربع برابر است با ۵ و در نتیجه مساحت مربع برابر با ۲۵ است.	۱
۳	وسط پاره خط $A(1,3)$ و $B(9,7)$ برابر است با $C = (5,5)$ و همچنین شیب خط عمود منصف نیز قرینه و معکوس شیب AB است. در نتیجه: $\frac{7-3}{9-1} = \frac{1}{2} \Rightarrow m = -2$ پس معادله عمودمنصف برابر است با $y = -2x + b \Rightarrow 5 = -10 + b \Rightarrow b = 15 \Rightarrow y = -2x + 15$	۱
۴	معادله به ازای $x = -2$ برابر با صفر خواهد بود. پس: $-8 + 4k + 2 - 2 = 0 \Rightarrow k = 2$ پس معادله به صورت $y = x^2 + 2x^2 - x - 2$ است و برای به دست آوردن سایر ریشه این معادله را تجزیه می‌کنیم: $x^2 + 2x^2 - x - 2 = (x+2)(x^2-1)$ دو ریشه‌ی دیگر این معادله برابر با ۱ و -۱ است.	۱/۵
۵	$\left(\frac{x^2}{3} - 2\right)^2 - 7\left(\frac{x^2}{3} - 2\right) + 6 = 0 \Rightarrow t = \frac{x^2}{3} - 2$ $t^2 - 7t + 6 = 0 \Rightarrow t = 1, 6 \Rightarrow \frac{x^2}{3} - 2 = 1, \frac{x^2}{3} - 2 = 6 \Rightarrow x^2 = 9, x^2 = 24 \Rightarrow x = \pm 3, \pm 2\sqrt{6}$ <hr/> $\frac{3x+5}{x^2+5x} + \frac{x+4}{x+5} = \frac{x+1}{x}$ $\frac{3x+5}{x^2+5x} + 1 - \frac{1}{x+5} = 1 + \frac{1}{x} \Rightarrow \frac{3x+5}{x^2+5x} - \frac{1}{x+5} = \frac{1}{x} \Rightarrow 3x+5 - x = x+5 \Rightarrow x = 0$ عدد صفر یافت شده قابل قبول نیست.	۴

$$\sqrt{x+3} + \sqrt{3x+1} = 4$$

$$\sqrt{3x+1} = 4 - \sqrt{x+3} \Rightarrow 3x+1 = 16 + x + 3 - 8\sqrt{x+3} \Rightarrow x-9 = -4\sqrt{x+3}$$

$$\Rightarrow x^2 - 18x + 81 = 16(x+3) \Rightarrow x^2 - 34x + 33 = 0 \Rightarrow x = 33, 1$$

عدد ۳۳ در جواب‌های یافت شده قابل قبول نیست.

$$\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = 1-x$$

$$\frac{1-\sqrt{x}}{1+\sqrt{x}} = (1-\sqrt{x})(1+\sqrt{x}) \Rightarrow \frac{1}{1+\sqrt{x}} = 1+\sqrt{x} \Rightarrow 1+\sqrt{x} = 1 \Rightarrow x = 0$$

همچنین ریشه ی عبارت خط زده شده نیز برابر ۱ است. پس دو جواب صفر و یک در اختیار داریم که هر دو قابل قبول اند.

۶ برای آنکه سهمی از هر چهار ناحیه بگذرد باید شروط $P < 0$, $\Delta > 0$ برقرار باشند که می توان تنها به شرط $P < 0$ آن را تقلیل داد. پس

$$\frac{m-2}{2m} < 0 \Rightarrow (0, 2)$$

پس حاصل $a + b$ برابر است با ۲.

۷ میزان شکر موجود در ۱۶۰ کیلوگرم محلول برابر است با:

$$160 \times \frac{12}{100} = 19.2$$

اگر میزان شکر اضافه شده را x در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\frac{19.2 + x}{160 + x} = \frac{20}{100} \Rightarrow 192 + 10x = 320 + 2x \Rightarrow x = 16$$

۸ اگر α و β ریشه‌های معادله‌ی $x^2 - 4x + 1 = 0$ باشند آنگاه

$$S = 4, P = 1$$

$$\sqrt{\alpha} + \sqrt{\beta} = \sqrt{S + 2\sqrt{P}} = \sqrt{6}$$

$$\sqrt{\alpha}\sqrt{\beta} = \sqrt{\alpha\beta} = \sqrt{P} = 1$$

پس معادله برابر است با: $x^2 - \sqrt{6}x + 1$

۹ دو خط داده شده موازی هستند و یکسان شده‌ی آن‌ها با ضرب کردن عدد $\sqrt{3}$ در یکی از آن‌ها به صورت زیر می‌باشد:

$$\sqrt{3}y - 3x + 6 = 0, \quad \sqrt{3}y - 3x - 2\sqrt{3} = 0$$

فاصله‌ی خط از خط به صورت روبرو قابل محاسبه است تا ضلع مربع یافت شود: $\frac{6+2\sqrt{3}}{\sqrt{12}} = 3 + \sqrt{3}$

بنابراین مساحت مربع برابر خواهد بود با: $12 + 6\sqrt{3}$

۱۰ ابتدا خط را به صورت استاندارد درمی‌آوریم:

$$y = \frac{3}{4}x - 5 \Rightarrow 4y - 3x + 20 = 0$$

اکنون فاصله‌ی نقطه از خط را محاسبه می‌کنیم.

$$\frac{12 - 12 + 20}{\sqrt{16+9}} = \frac{20}{5} = 4$$

۱	<p>۱۱ برای یافتن محل تقاطع دو نمودار آن دو را با یکدیگر مساوی قرار می‌دهیم:</p> $x^4 - 2x^2 + 1 = -2x^2 + 2 \Rightarrow x^4 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$ <p>این نقاط به علت ریشه بودن دارای مختصات $(1,0)$, $(-1,0)$ هستند. بنابراین عمود منصف این پاره‌خط همان محور عرض‌ها است.</p>	۱۱
۱/۵	<p>۱۲ برای آنکه سهمی $y = (1-a)x^2 + 2\sqrt{6}x - a$ همواره پایین محور طول‌ها باشد باید $\Delta < 0$, $a < 0$.</p> $\Delta = 24 + 4a - 4a^2 < 0 \Rightarrow a^2 - a - 6 > 0 \Rightarrow (-\infty - 2) \cup (3, +\infty)$ $1 - a < 0 \Rightarrow a > 1 \Rightarrow (1, +\infty)$ <p>بنابراین با اشتراک‌گیری این دو مجموعه داریم $(3, +\infty)$.</p>	۱۲
۱/۵	<p>برای آنکه سهمی خواسته شده فقط از ربع اول نگذرد باید:</p> $\Delta > 0, \quad a < 0, \quad S < 0, \quad P < 0, \quad c > 0, \quad b < 0.$	