

زاویه‌های مرکزی

فعالیت



10:15



10:10



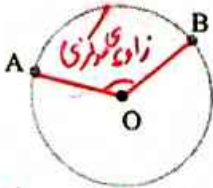
۳۰ درجه

۱- ساعت‌های روبه‌رو چه زمانی را نشان می‌دهند؟

پنج دقیقه بعد، هر یک از ساعت‌ها چه زمانی را نشان می‌دهد؟

در این مدت، عقربه دقیقه‌شمار چند درجه حرکت کرده است؟ $\Rightarrow 360 \div 12 = 30$

در هر یک از ساعت‌ها مسیر حرکت عقربه دقیقه‌شمار را رنگ کنید. نوک عقربه مسیر



طولانی‌تری را طی کرده است؟ **ساعت دیواری**

۲- الف) دو نقطه A و B دایره را به دو کمان تقسیم کرده‌اند.

کمان کوچک‌تر را با \widehat{AB} نمایش می‌دهیم و آن را کمان AB می‌نامیم.

آیا ممکن است دو نقطه، دایره را به دو کمان مساوی تقسیم کنند؟ توضیح دهید.

ب) مرکز دایره را به دو سر کمان وصل کنید.

زاویه AOB زاویه مرکزی روبه‌رو به کمان AB نامیده می‌شود.

کمان AB نیز روبه‌رو به زاویه مرکزی AOB است.

۳- شکل روبه‌رو به شش قسمت مساوی تقسیم شده است.

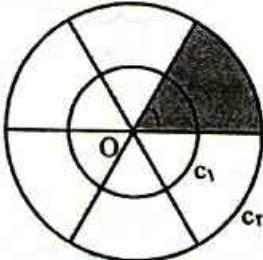
زاویه O_1 چه کسری از 360° درجه است؟ $\frac{360}{6} = \frac{1}{6}$

کمان روبه‌رو به O_1 در دایره C_1 چه کسری از دایره C_1 است؟ $\frac{1}{6}$

کمان روبه‌رو به O_1 در دایره C_2 چه کسری از دایره C_2 است؟ $\frac{1}{6}$

آیا این دو کسر با هم مساوی‌اند؟ **بله**

آیا طول این دو کمان مساوی است؟ **خیر، اولی $\frac{1}{6}$ از دایره C_1 و دومی $\frac{1}{6}$ از دایره C_2 است**

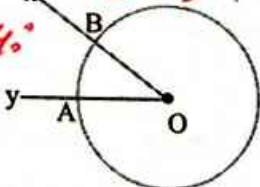


اندازه کمان \widehat{AB} برابر است با اندازه زاویه مرکزی روبه‌رو به آن. بنابراین، ممکن است دو

کمان با اندازه‌های مساوی، طول‌های متفاوتی داشته باشند.

۴- چرا در فعالیت (۳) اندازه کمان روبه‌رو به O_1 در هر یک **هر دایره با هر شعاعی 360° است و این روی**

از دایره‌های C_1 و C_2 برابر 60° است؟ **$\frac{1}{6}$ دایره است پس هر کدام 60° می‌باشند**



۵- در شکل رو به رو زاویه XOY برابر 36° درجه است.

کمان AB چند درجه است؟ $\widehat{AB} = \widehat{XOY} = 36^\circ$

طول کمان AB چه کسری از دایره است؟ $\frac{36}{360} = \frac{1}{10}$

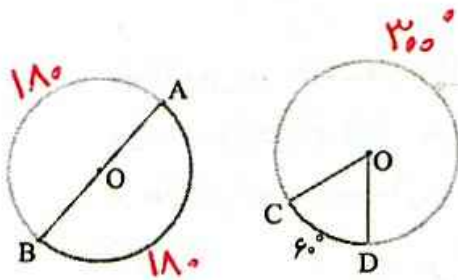
برای پاسخ دادن به این پرسش از تساوی روبه‌رو کمک بگیرید.

$$\frac{\text{اندازه کمان AB}}{360^\circ} = \frac{\text{طول کمان AB}}{\text{محیط دایره}}$$

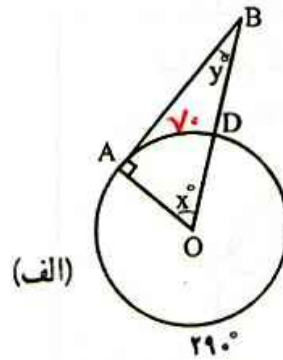
کار در کلاس



۱- هر دایره به دو کمان تقسیم شده است.
اندازه هر کمان را پیدا کنید و بنویسید.



۲- اندازه کمان و زاویه های مجهول را پیدا کنید.



$$x = \widehat{AD} \Rightarrow$$

$$x = 70^\circ \Rightarrow y = 90 - 70$$

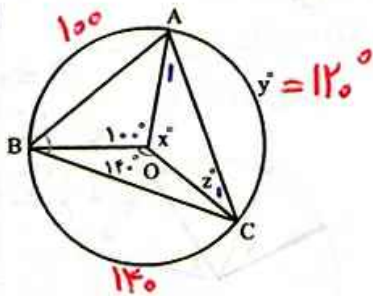
$$\Rightarrow y = 20^\circ$$

$$y = 340 - (100 + 140) = 200$$

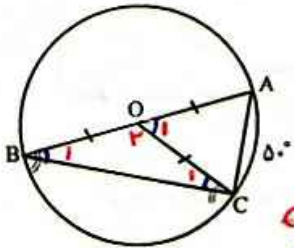
$$\Rightarrow y = 120^\circ \Rightarrow x = 120^\circ$$

$$OA = OC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C}_1 = 30^\circ$$

$$\hat{A}_1 + \hat{C}_1 = 180 - 120 = 60^\circ \uparrow (ب)$$



۳- در شکل روبه رو، AB قطر دایره است.



زاویه B چند درجه است؟

$$\hat{O}_1 = \hat{AC} = 50^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{O}_2 = 180 - 50 = 130^\circ$$

$$OB = OC \Rightarrow \hat{B}_1 = \hat{C}_1 = 25^\circ$$

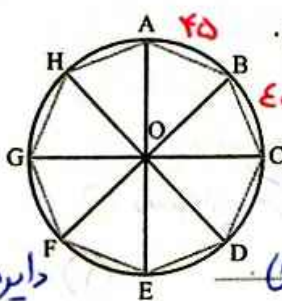
$$\hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180 - 130 = 50^\circ \uparrow$$

فعالیت



$$340 \div 8 = 42.5$$

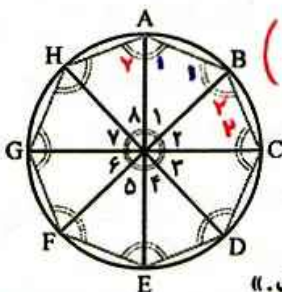
۱- محیط دایره روبه رو را به هشت کمان مساوی تقسیم کرده ایم.



می خواهیم بدانیم چرا هشت ضلعی ABCDEFGH منتظم است.
رضا برای اثبات این مطلب دلایل زیر را بیان می کند:
«مثلث های AOB, BOC, COD و ... متساوی الساقین اند.»

دایره من باشند

چرا؟ $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \hat{O}_3 = \dots$ پس همه زاویه های سبز رنگ با هم برابرند.



چرا؟ $(\hat{O}_1 = 45^\circ, OA = OB) \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{B}_1 = 47.5^\circ$

پس همه زاویه های هشت ضلعی با هم برابرند. چرا؟
آرش می گوید: «ولی این تنها برابری زاویه ها را نشان می دهد
و ما باید دلایلی هم برای مساوی بودن ضلع های هشت ضلعی
پیدا کنیم تا بتوانیم بگوییم که هشت ضلعی ABCDEFGH منتظم است.»

$$(\hat{O}_2 = 45^\circ, OB = OC) \Rightarrow \hat{B}_2 = \hat{C}_2 = 47.5^\circ$$

پس تمام زاویه های سبز رنگ با هم مساوی می باشند

$$A = \hat{A}_1 + \hat{A}_2 \Rightarrow \hat{A} = 2 \times 47.5 = 95$$

به همین ترتیب داریم $\hat{A} = \hat{B} = \hat{C} = \dots = \hat{H} = 95^\circ$

ادامه

بعد ادامه می دهد: «مثلث های AOB, BOC, COD و ... هم نهشت اند. در چه حالتی؟ (من، زمین)»
 پس ... $\overline{AB} = \overline{BC} = \overline{CD} = \dots$ یعنی ضلع های هشت ضلعی هم مساوی اند.
 هر جا لازم است، توضیحاتی به دلایل رضا و آرش اضافه کنید تا دلیل منتظم بودن هشت ضلعی کامل شود.

۲- برای هر مورد دلیل بیاورید. **کلاسی**

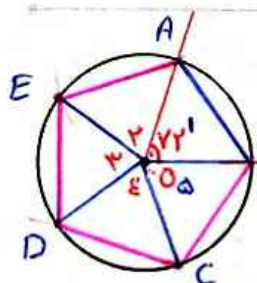
(ب) فرض کنید $\overline{AB} = \overline{CD}$ (من، زمین)
 چرا $\widehat{AB} = \widehat{CD}$ ؟
 $\overline{OA} = \overline{OD} = R$
 $\overline{OB} = \overline{OC} = R$
 $\triangle OAB \cong \triangle OCD \Rightarrow \hat{O}_1 = \hat{O}_2$
 $\Rightarrow \widehat{AB} = \widehat{CD}$

(الف) فرض کنید $\widehat{AB} = \widehat{CD}$
 چرا $\overline{AB} = \overline{CD}$ ؟
 $\hat{O}_1 = \hat{O}_2$
 $\overline{OA} = \overline{OD}$
 $\overline{OC} = \overline{OB}$
 $\Rightarrow \triangle AOB \cong \triangle COD$
 $\Rightarrow \overline{AB} = \overline{CD}$

نتیجه این فعالیت را در دو جمله بنویسید.

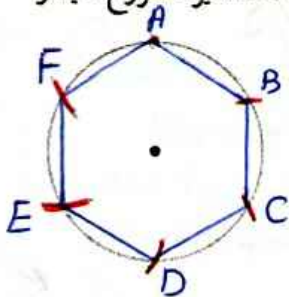
اگر در یک دایره، اندازه دو کمان برابر باشد، اندازه وترهای نظیر آن ها نیز با هم برابر خواهد بود
 به عکس، اگر در یک دایره اندازه دو وتر برابر باشد، اندازه کمان های نظیر آن ها نیز با هم برابر است

کار در کلاس



۱- با استفاده از خط کش و نقاله، در دایره رویه رو یک پنج ضلعی منتظم رسم کنید. اندازه هر ضلع $360 \div 5 = 72$
 رسم زاویه مرکزی 72° درجه
 $\hat{O}_1 = \hat{O}_2 = \dots = \hat{O}_5 = 72^\circ$

۲- الف) دهانه پرگار را به اندازه شعاع دایره زیر باز کنید. از یک نقطه دایره، شروع کنید و بی دری کمان بزنید.



ب) بدین ترتیب، دایره به چند کمان تقسیم می شود؟
 ج) چرا این کمان ها با هم مساوی اند؟ زیرا $AB = BC = \dots = AF$
 د) هر کمان چند درجه است؟ $360 \div 6 = 60^\circ$
 ه) چند کمان 120° درجه در شکل دیده می شود؟

$\widehat{AC} = \widehat{BD} = \widehat{CE} = \widehat{DF} = \widehat{EA} = \widehat{FB} = 120^\circ$

زیرا اگر در یک دایره اندازهی وترها مساوی باشد آن گاه کمان های نظیر آن ها نیز با هم مساوی هستند