توان های گویا و عبارت جبری

◆**توان** : ابتدا مفاهیم اولیه توان را یادآوری میکنیم.

$$a^n = \underbrace{a.a.a\ \ldots\ldots\ a}_{n\ \text{بار}}$$

اگر عددی را چند بار در خود آن ضرب کنیم برای خلاصه کردن این عمل ضرب از توان استفاده می کنیم.

به a پایه و به n توان می گوییم.

◆ضرب اعداد تواندار

فقط در دو صورت میتوان اعداد توان دار را با قانون ضرب ساده کرد

۱- پایه ها برابر یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را با هم جمع میکنیم. $a^m \times a^n = a^{m+n}$

۲- توان ها برابر پایه ها را در هم ضرب میکنیم و یکی از توان ها را مینویسیم. $a^m \times b^m = (ab)^m$

◆تقسیم اعداد تواندار

مثل حالت ضرب یا توان ها یا پایه ها باید مثل هم باشند.

۱- پایه ها برابر یکی از پایه ها را نوشته و توان ها را از هم کم میکنیم $a^m \div a^n = a^{\frac{m}{n}}$

۲- توان ها برابر پایه ها بر هم تقسیم میکنیم و یکی از توان ها را مینویسیم $a^m \div b^m = (\frac{a}{b})^m$

تذکر: اگر بین اعداد توان دار علامت جمع یا منها باشد نمیتوان از قوانین فوق استفاده کرد و باید هر کدام را جداگانه حساب کنیم و سپس جمع یا منها شوند.

◆توان رساندن عدد توان دار

اگر یه عدد توان داردوباره به توان برسد، پایه را نوشته و توان ها را در هم ضرب میکنیم. $(a^m)^n = a^{mn}$

◆توان صفر

اگر عدد حقیقی و مخالف صفر a به توان صفر برسد جواب همواره برابر ۱ است. $a^۰ = ۱$

◆توان منفی

اگر میخواهید توان منفی را از بین ببرید کل پایه را معکوس کنید.

$$\begin{cases} a^{-n} = \dfrac{۱}{a^n} \\ (\dfrac{a}{b})^{-n} = (\dfrac{b}{a})^n \end{cases}$$

◆مربع (توان دوم) و ریشه دوم

اگر a یک عدد حقیقی باشد، $a^۲$ را توان دوم یا مربع a گوییم. و اگر a یک عدد مثبت باشد، $\sqrt{a},-\sqrt{a}$ را ریشه های دوم a می نامیم.

نکته: عددهای منفی ریشه دوم ندارند، و ریشه دوم عدد صفرخود صفر است . اعداد مثبت هم دو تا ریشه دوم دارند.

◆مکعب (توان سوم) و ریشه سوم

اگر a یک عدد حقیقی باشد، $a^۳$ را توان سوم یا مکعب a می گوییم و $\sqrt[۳]{a}$ را ریشه سوم a می نامیم.

نکته: هر عدد حقیقی دقیقاً یک ریشه سوم هم علامت با خود عدد دارد.

تعریف

فرض کنید $n \geq ۲$ عددی طبیعی باشد، در این صورت عدد حقیقی b را یک **ریشه** n ام عدد حقیقی a گوییم هرگاه : $b^n = a$ باشد.

مثلاً **۳−** ریشه پنجم **۲۴۳−** است زیرا: $(-۳)^۵ = -۲۴۳$

همچنین دو عدد **۲,۲−** ریشه چهارم **۱۶** هستند زیرا: $(\pm۲)^۴ = ۱۶$

اگر n زوج باشد، عدد حقیقی و مثبت a دارای دو ریشه n ام می باشند که قرینه یکدیگرند. در این حالت ریشه n ام مثبت را ریشه n ام اصلی مینامیم و با نماد $\sqrt[n]{a}$ نمایش می دهیم. پس حاصل عبارت $\sqrt[۴]{۱۶}$ فقط **۲** است و از عبارت اشتباه $\sqrt[۴]{۱۶} = \pm۲$ استفاده نمی کنیم. ولی جواب های معادله $x^۴ = ۱۶$ به صورت $x = \pm\sqrt[۴]{۱۶} = \pm۲$ است.

ولی در مورد ریشه های فرد مشکلی نداریم. مثلاً $\sqrt[۵]{-۳۲}=-۲\ ,\ \sqrt[۵]{۳۲}=۲$

خواص ریشه ها

الف) $\sqrt[n]{a^n}=\begin{cases} a & n \\ |a| & n \end{cases}$

ب) $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$ واضح است که اگر n زوج باشد، باید b,a مثبت باشند.

پ) $\dfrac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}=\sqrt[n]{\dfrac{a}{b}}$

ت) $m,n\in N,\ a\geq ۰ \qquad \left(\sqrt[n]{a}\right)^m=\sqrt[n]{a^m}$

ث) $m,n\in N\ ,\ a\geq ۰ \qquad \sqrt[n]{\sqrt[m]{a}}=\sqrt[mn]{a}$

ج) $a\sqrt[n]{b}=\begin{cases} \sqrt[n]{a^n b} & n>۱,n \\ \sqrt[n]{a^n b} & b\geq ۰,a\geq ۰,n \\ -\sqrt[n]{a^n b} & b\geq ۰,a\leq ۰,n \end{cases}$

چ) $a>۰\ ,\ m,n\in N \qquad \sqrt[mn]{a^m}=\sqrt[n]{a}$

مثال : عدد $\sqrt[۳]{۵۹}$ بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد؟

مثال : تعداد اعداد صحیح که میتوان در نامساوی زیر قرار دارد چند تاست؟

الف) $۴<\sqrt{x}<۵$

ب) $-۳<\sqrt[۳]{x}<-۲$

مثال :ریشه های مختلف خواسته شده عدد $-۳^{۶}$ را بنویسید.

الف) ریشه دوم　　　　ب) ریشه سوم

پ) ریشه پنجم　　　　ت)ریشه ششم

مثال :عدد $\sqrt[۴]{۱۶}$ و ریشه چهارم عدد ۱۶ با هم چه فرقی دارد؟

مثال :حاصل هر عبارت را به دست آورید.

الف) $\sqrt[۴]{\frac{۱}{۸۱}}$　　　　ب) $\sqrt[۵]{۰}$　　　　پ) $\sqrt[۷]{-۱۲۸}$

مثال : حاصل هر عبارت را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

الف) $\sqrt{\sqrt{۶۲۵}} =$

ب) $\sqrt[۵]{۷+۴\sqrt{۳}} \times \sqrt[۵]{۷-۴\sqrt{۳}} =$

پ) $\sqrt[۵]{۸a^{۲}b^{۳}} \times \sqrt[۵]{۴a^{۳}b^{۷}} =$

مثال : ریشه دوم مثبت $۸^{x+۱}$ با ریشه سوم $(\frac{۱}{۲})^{۲x}$ برابر است. x کدام است؟

مثال : اگر $x < ۰$ باشد، حاصل $\sqrt[۳]{۲x\sqrt{\frac{۱}{۴x^{۲}}}}$ کدام است؟

۱) ۱ ۲) -۱ ۳) ±۱ ۴) $\frac{۱}{۲}$

مثال :عبارت های زیر را ساده کنید.

الف) $\sqrt[۳]{a^{۷}b^{۴}}$ ب) $\sqrt{۳۲}$ پ) $\sqrt[۵]{c^{۱۲}d^{۶}}$ ت) $\sqrt[۳]{۸x^{۶}y^{۱۱}}$

مثال :حاصل عبارات زیر را به ساده ترین صورت بنویسید.

الف) $\sqrt[۳]{۴} \times \sqrt[۳]{۲} =$

ب) $\sqrt[۳]{\sqrt[۴]{۲^{۱۲}}} =$

پ) $\sqrt[۳]{\left(۳\sqrt{۵} - ۳\sqrt{۲}\right)} \times \sqrt[۳]{\left(۳\sqrt{۵} + ۳\sqrt{۲}\right)} =$

ت) $\sqrt[۴]{\sqrt{۵} \times \sqrt[۸]{۳}} =$

ث) $\sqrt[۳]{\sqrt[۴]{۱۲۵}} \times \sqrt[۴]{۲} =$

مثال : ریشه پنجم عدد $A = \frac{۸^{۲۰} + ۴^{۲۰}}{۸^{۱۰} + ۲^{۱۰}}$ را به دست آورید.

مثال :اگر $a < ۰$ آنگاه حاصل $\sqrt[۳]{۳a\sqrt{\frac{۱}{۹x^{۲}}}}$ کدام است؟

مثال :جاهای خالی را پر کنید.

الف) $-۳\sqrt{۳} = \sqrt{۳} + \ldots\ldots\ldots$ ب) $-\sqrt{۷} = \ldots\ldots\ldots - ۵\sqrt{۷}$

پ) $۷\sqrt{۲} = \ldots\ldots\ldots + \sqrt{۸}$ ت) $\ldots\ldots\ldots = \sqrt{۱۲} + ۲\sqrt{۳}$

مثال :درستی یا نادرستی گزاره های زیر را بررسی کنید.

الف) هر عدد حقیقی همواره دارای ریشه n ام است. $(n \in N)$

ب) هر عدد حقیقی دو ریشه چهارم قرینه دارد.

پ) $\sqrt[۳]{۲} < \sqrt[۴]{۳}$

مثال :اگر $a = ۲$ حاصل عبارت روبه‌رو را بیابید $\sqrt{(-a)^{۲}} + \sqrt{(۱-a)^{۲}}$

مثال :اگر $x > ۰$ حاصل عبارت $\sqrt[۳]{-x^{۶}} + \sqrt{x^{۲}}$ را بیابید.

مثال : حاصل عبارت $\sqrt[۳]{۱۹۲} + ۵\sqrt[۳]{۸۱} - ۲\sqrt[۳]{۲۴}$ را بیابید.

مثال : اگر $x=\sqrt[۳]{۲\sqrt{۲}}$ باشد $x^{۲}$ را بیابید.

مثال : اگر $۳^{x}=\sqrt{۲}\ ,\ ۲^{y}=\sqrt{۳}$ باشد حاصل عبارت $۹^{x}+۱۶^{y}$ را بیابید.

◆توان های گویا

تعریف فرض کنید $m,n\in N$ باشد و a عددی حقیقی باشد. داریم: $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^{m}}$

توان گویای منفی : $(a)^{\frac{-m}{n}}=\dfrac{۱}{(a)^{\frac{m}{n}}}$ هرگاه توان منفی داشتیم مثل توان های صحیح عمل میکنیم.

مثال : عبارت $\left(۳^{\frac{۱}{۲}}\right)^{\frac{۲}{۵}}$ به صورت رادیکالی کدام است؟

مثال : اعداد زیر را با نماد رادیکال بنویسید و حاصل را ساده کنید.

الف) $\left(\dfrac{۸}{۱۲۵}\right)^{\frac{۴}{۳}}=$

ب) $(۸۱)^{\frac{۷}{۸}}\times(۲۷)^{\frac{۴}{۶}}=$

مثال : عبارت های زیر را به ساده ترین صورت با توان گویا بنویسید.

الف) $\sqrt{\dfrac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt{2}}}$

ب) $\sqrt[3]{2}\left(-\dfrac{1}{8\sqrt{2}}\right)$

مثال : حاصل $\sqrt{\dfrac{\sqrt[3]{x}\,\sqrt[5]{y^{2}}}{\sqrt[6]{z^{4}}}}$ را به صورت توان‌های گویا بنویسید. (تمام رادیکال‌ها تعریف شده‌اند.)

مثال : حاصل عبارت های زیر را در صورت امکان به شکل توان کسری بنویسید.

الف) $\sqrt{\sqrt[3]{343}} =$ ب) $\sqrt[3]{\sqrt{343}} =$ پ) $\sqrt[8]{\sqrt[4]{36}} =$

مثال : حاصل بیابید.

الف) $7^{\frac{-3}{4}} =$

ب) $16^{\frac{-1}{4}} =$

پ) $\left(\dfrac{343}{27}\right)^{\frac{-2}{3}} =$

مثال : عبارتهای زیر را در صورت امکان به صورت رادیکالی بنویسیدو سپس آنها را ساده کنید.

$$(۸۱^{\frac{۱}{۳}})^{\frac{۳}{۴}} =$$

$$۳^{\frac{۲}{۳}} \times ۳^{\frac{۵}{۳}} =$$

مقایسه ریشه ها

اعداد مثبت : اعداد مثبت را دو قسمت می کنیم. اعداد بعد از **۱** و قبل از **۱**

① اعداد بین صفر و **۱** هرچه به توان بزرگ تر برسد، کوچک تر میشود.

$$۰ < a < ۱ \Rightarrow a > a^{۲} > a^{۳} > a^{۴} > \dots$$

② اعداد بزرگ تر از **۱** هر چه به توان بزرگ تر برسد، بزرگ تر میشود.

$$a > ۱ \Rightarrow a < a^{۲} < a^{۳} < a^{۴} < \dots.$$

③ اعداد بین صفر و **۱** هرچه به فرجه بزرگ تر برسد، بزرگ تر میشود.

$$۰ < a < ۱ \Rightarrow \sqrt[۲]{a} < \sqrt[۳]{a} < \sqrt[۴]{a} < \dots..$$

④ اعداد بزرگ تر از **۱** هر چه به فرجه بزرگ تر برسد، کوچک تر میشود.

$$a > ۱ \Rightarrow \sqrt[۲]{a} > \sqrt[۳]{a} > \sqrt[۴]{a} > \dots..$$

◆**اعداد منفی** : اعداد منفی را دو قسمت می کنیم. قبل **۱**− و بعد **۱**−

اعداد منفی ریشه زوج که ندارند و فقط ریشه فرد را مقایسه می کنیم.

⑤ اعداد کوچکتر از **۱**−

$$a<-1 \Rightarrow a>a^3>a^5>a^7>....$$

⑥ اعداد بین صفر و **۱**−

$$-1<a<0 \Rightarrow a<a^3<a^5<a^7<...$$

مثال : اعداد مقابل را مقایسه کنید و از بزرگ به کوچک بنویسید. $\sqrt[3]{5},\sqrt{5},\sqrt[4]{125}$

مثال : اعداد مقابل را مقایسه کنید و از بزرگ به کوچک بنویسید. $\sqrt[3]{5}\,,\sqrt{5}\,,\ \sqrt[6]{125}$

مثال : درجاهای خالی علامت مناسب < = > قرار دهید.

الف) $(0/2)^3 \square (0/2)^2$ ب) $(0/3)^4 \square (0/3)^3$

پ) $\sqrt[3]{0/008} \square \sqrt{0/04}$ ت) $\sqrt[4]{0/0081} \square \sqrt[3]{0/027}$

مثال : عدد **۰/۳**− را در نظر بگیرید. ریشه های سوم ، چهارم و پنجم این اعداد را در صورت وجود به صورت تقریبی روی محور اعداد نمایش دهید.

معادلات در عبارت های با توان گویا و معادلات عبارت های توانی

در این نوع سوالات سعی می کنیم دو طرف تساوی یا دارای توان های برابر بشوند یا دارای پایه های برابر شوند. مثلا در معادله ی $۸^{x} = \sqrt[۳]{۲}$ میدانیم هر دو طرف را میتوان طوری نوشت که پایه ۲ شود.

$$۸^{x} = \sqrt[۳]{۲} \Rightarrow (۲^{۳})^{x} = ۲^{\frac{۱}{۳}} \Rightarrow ۳x = \frac{۱}{۳} \Rightarrow x = \frac{۱}{۹}$$

مثال : معادلات زیر را حل کنید.

الف) $۳۲^{x+۱} = \frac{۱}{\sqrt{۸}}$

ب) $\sqrt[۴]{x\sqrt{x}} = \sqrt[۱۲]{۲۷}$

پ) $\sqrt[۳]{x} = x\sqrt[۵]{x^{۲}}$

مثال : اگر $۸^{x+۲} = ۲۵۲ + ۸^{x}$ ، آنگاه مقدار x کدام است ؟

الف) $-\frac{۱}{۳}$ ب) $\frac{۱}{۲}$ پ) $\frac{۲}{۳}$ ت) $\frac{۱}{۳}$

عبارت های جبری

یک تساوی که به ازای تمامی مقادیر متغیر موجوددر آن درست باشد، اتحاد میگوییم.

یادآوری اتحادهای سال های قبل:

- اتحاد مربع دو جمله ای $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$
- اتحاد مزدوج $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$
- اتحاد یک جمله مشترک $(x+a)(x+b) = x^2 + (a+b)x + ab$

اتحاد های سال دهم

- اتحاد مکعب دو جمله ای $(a \pm b)^3 = a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3$

از آنجاییکه **بعداً** با اتحاد مکعب و مربع خیلی کار داریم پیشنهاد میشود این دو اتحاد را به این صورت حفظ کنید.

$$(a+b)^2 = a^2 + b^2 + 2ab$$
$$(a+b)^3 = a^3 + b^3 + 3ab(a+b)$$

- اتحاد مجموع و تفاضل مکعبات(چاق و لاغر)

$$(a+b)(a^2 - ab + b^2) = a^3 + b^3$$
$$(a-b)(a^2 + ab + b^2) = a^3 - b^3$$

- در تمام روابط بالا که اتحاد نامیده میشود اگر عبارت سمت راست را داشته باشیم و بخواهیم عبارت سمت چپ را به دست آوریم به کار انجام شده **تجزیه** میگوییم.

مثال : با استفاده از اتحادها حاصل عبارت را بدست آورید.

الف) $(y-x^{2})^{3}(y+x^{2})^{3}$

ب) $(\frac{x}{4}-\frac{y}{5})^{2}$

پ) $(x-1)(x^{2}+x+1)(x^{3}+1)$

ت) $(2a+1)^{2}$

ث) $(x-\frac{1}{2})^{2}$

مثال : اگر $ab=5$ و $a+b=8$ حاصل عبارت‌های زیر را بیابید.

الف) $a^{2}+b^{2}$

ب) $a^{3}+b^{3}$

پ) $\frac{1}{a^{2}}+\frac{1}{b^{2}}$

ت) $\frac{1}{a^{3}}+\frac{1}{b^{3}}$

مثال : فرض کنید $x-\frac{۱}{x}=\sqrt{۵}$ باشد، حاصل عبارت های زیر را بیابید.

الف) $x^{۲}+\frac{۱}{x^{۲}}$

ب) $x^{۳}+\frac{۱}{x^{۳}}$

مثال : حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید. $\left(\sqrt{۲+\sqrt{۳}}+\sqrt{۲-\sqrt{۳}}\right)^{۲}$

مثال : اگر $\sqrt{x+۲}+\sqrt{x-۴}=۳$ ، حاصل عبارت $\sqrt{x+۲}-\sqrt{x-۴}$ را به دست آورید.

مثال : اگر $\sqrt{۴x+۱}-۲\sqrt{x-۱}=a$ باشد ، حاصل $\sqrt{۴x+۱}$ بر حسب a کدام گزینه است ؟

مثال : اگر $\sqrt{x^{۲}+۱}-\sqrt{x^{۲}-۲}=۱۲$ باشد، حاصل $\sqrt{x^{۲}+۱}+\sqrt{x^{۲}-۲}$ کدام است؟

مثال :اگر $a=\sqrt[۴]{۳\sqrt{۲}-۴}$ و $b=\sqrt[۴]{۳\sqrt{۲}+۴}$ باشد، حاصل عبارت زیر را بیابید.

$$(a^{۲}+b^{۲}-ab)(a^{۲}+b^{۲}+ab)$$

مثال : اگر $a+\frac{۱}{a}=۳$ حاصل $a^{۵}+\frac{۱}{a^{۵}}$ را بیابید .

مثال : تجزیه کنید:

الف) $۸x^{۳} - ۲۷ =$

ب) $x^{۲} - x - ۱۲ =$

پ) $x^{۳} - ۲xy + x^{۲}y - ۲y^{۲}$

ت) $(۲a - b)^{۳} - ۸a + ۴b$

ث) $۲a^{۲} + ab^{۲} - ۲ab - b^{۳}$

ج) $۳x^{۲} + ۴x + ۱$

چ) $x^{۴} - ۱۶$

ح) $(x + ۱)^{۴} - ۸۱$

خ) $۴x^{۲}(۵x + ۲)^{۲} - ۹x^{۴}(۵x + ۲)^{۲}$

د) $۲x^{۲} + ۵x + ۳$

مثال : پس از تجزیه صورت و مخرج کسرها، به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\frac{x^{۲} + ۲x - ۳}{x^{۲} - ۹} \times \frac{x^{۲} - ۱۰x + ۲۱}{x^{۲} - ۶x - ۷}$$

مثال : پس از مخرج مشترک گیری جواب را به ساده ترین صورت ممکن بنویسید.

$$\frac{x}{x-۱}+\frac{۳}{x+۱}-\frac{۴x-۲}{x^{۲}-۱}=$$

مثال : اگر عبارت روبرو یک اتحاد باشد حاصل $A+B+C$ را بیابید.

$$\frac{A}{x}+\frac{B}{x+۱}+\frac{C}{x+۲}=\frac{۱}{x(x+۱)(x+۲)}$$

مثال : تجزیه کنید.

الف) $۲x^{۲}+۳x+۱$

ب) $۸a^{۹}-a^{۶}b^{۳}+۸a^{۳}b^{۳}-b^{۶}$

مثال : اگر $A=\sqrt{۱۴-\sqrt{۵۲}}-\sqrt{۱۴+\sqrt{۵۲}}$ ، عدد A برابر با کدام عدد صحیح زیر است؟

۱) ۲ ۲) -۲ ۳) ۳ ۴) -۳

مثال : اگر $x=3y-2$ حاصل $x^3-9x^2y+27y^2x-27y^3$ را بیابید.

مثال : صورت و مخرج هر کسر را تجزیه کرده و عبارت را ساده کنید.

الف) $\dfrac{x^4+1}{x^8-1}$

ب) $\dfrac{(x^3+1)(x+3)}{(x^2+1-x)(x^2-9)}$

پ) $\dfrac{x^3-27}{(x-3)^2}$

ت) $\dfrac{x^6-1}{x^4-2x^2+1}$

ث) $\dfrac{x^{10}-x}{x^7+x^4+x}$

حذف رادیکال از مخرج توابع کسری

به حذف رادیکال از مخرج کسرها **گویا کردن** میگوییم.

۱- کسرهایی که شامل تنها یک عبارت رادیکالی در مخرجشان هستند.صورت و مخرج آن کسررا در یک عبارت رادیکالی مناسب(یک عبارت رادیکالی که توان عبارت زیر رادیکال را با فرجه آن برابر کند) ضرب می کنیم تا رادیکال حذف شود.

مثال : کسرهای زیر را گویا کنید.

الف) $\dfrac{۲}{\sqrt[۳]{۴}}$

ب) $\dfrac{۵}{۲\sqrt{۳}} =$

مثال : مخرج کسرهای زیر را گویا کنید:

الف) $\dfrac{۲-\sqrt{۳}}{۳\sqrt[۶]{۲^{۵}}}$

ب) $\dfrac{۵\sqrt{۲}}{۳\sqrt[۷]{۶}}$

پ) $\dfrac{۴\sqrt{۲}-۱}{\sqrt{۲}}$

ت) $\dfrac{۳۲}{\sqrt[۳]{۷}}$

۲- کسرهایی شامل عبارت هایی مانند $\sqrt{a}-\sqrt{b},\sqrt{a}+\sqrt{b}$ در مخرجشان هستند.

صورت و مخرج آن کسر را در مزدوج عبارت مخرج ضرب می کنیم تا با استفاده از اتحاد مزدوج رادیکال حذف شود.

مثال : کسرهای زیر را گویا کنید.

الف) $\dfrac{۲}{\sqrt{۳}+۵} =$

ب) $\dfrac{۱}{\sqrt{۵}-\sqrt{۳}} =$

پ) $\dfrac{۸}{۳\sqrt{۲}+۴} =$

ت) $\dfrac{۱}{۲\sqrt{۳}-۳\sqrt{۲}}$

ث) $\dfrac{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}+\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}{\sqrt{۲-\sqrt{۳}}-\sqrt{۲+\sqrt{۳}}}$

۳- کسرهایی که شامل عبارت هایی مانند $\dfrac{۱}{\sqrt[۳]{a}+\sqrt[۳]{b}},\dfrac{۱}{\sqrt[۳]{a}-\sqrt[۳]{b}}$ باشند. در واقع در مخرج کسر، جمع یا تفریق رادیکالی با فرجه ۳ وجود دارد. در این کسرها از اتحاد چاق و لاغر استفاده میکنیم. در این دو عبارت بالا پرانتز به اصطلاح لاغر آورده شده است. ممکن است در مساله ای پرانتز بزرگتر که اصطلاحا چاق گفته میشود را داده باشند. در این نوع سوالات کافی است شما پرانتز لاغر را ضرب کنید.

مثال : گویا کنید.

الف) $\dfrac{۱}{\sqrt[۳]{۲}-۱}$

ب) $\dfrac{۱}{\sqrt[۳]{۷}+\sqrt[۳]{۳}}$

مثال : مخرج کسر های زیر را گویا کنید

الف) $\dfrac{۱}{\sqrt[۳]{a^{۲}}-\sqrt[۳]{a}+۱}$

ب) $\dfrac{۱}{۲\sqrt[۳]{x}+۳}$

پ) $\dfrac{y}{x+\sqrt{x^{۲}+y^{۲}}}$

ت) $\dfrac{۱}{\sqrt[۳]{۴}-\sqrt[۳]{۶}+\sqrt[۳]{۹}}$

مثال : اگر $x = \frac{\sqrt{2} - 1}{\sqrt{2}}$ باشد، حاصل $x^3 - 5x$ را بیابید.

مثال : در عبارت زیر ابتدا کسرها را گویا کنید و سپس به یک کسر تبدیل کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{x}+1} - \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}-1} + \frac{1}{\sqrt[8]{x}-1}$$

مثال : حاصل عبارت زیر را ساده کنید.

$$\frac{\sqrt{x}+5}{\sqrt{x}-5} + \frac{\sqrt{x}-5}{\sqrt{x}+5} - \frac{20}{x-25}$$

$$\frac{1}{x-1} + \frac{1}{\sqrt{x}-1} + \frac{1}{\sqrt[4]{x}-1}$$