

نام خداوند جان آفرین که سخن در زبان آید



## ریاضی و آمار (۲)

پایه یازدهم

علوم انسانی و معارف

### فصل ۱

تهیه و تنظیم: مجید قادری

دبیر ریاضی از بندرعباس

شماره تماس: ۰۹۱۷۷۶۳۵۱۶۵

۱

گزاره ها و ترکیب گزاره ها

۲

استدلال ریاضی



@MATHCLASS2



Majid.ghaderi.mathclass.2

# گزاره ها و ترکیب گزاره ها

فصل ۱  
درس ۱

## اهداف

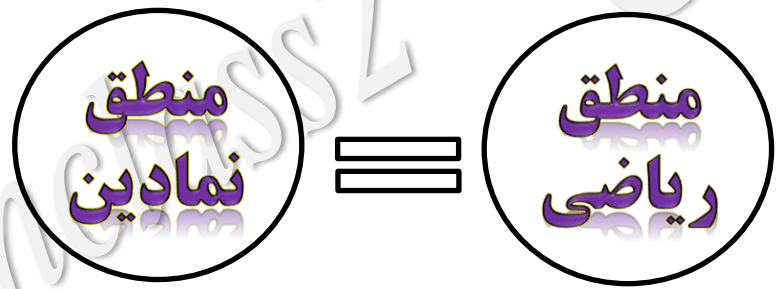
- ❑ آشنایی با مفهوم منطق ریاضی و کاربرد آن
- ❑ آشنایی با مفهوم گزاره ها و تعیین ارزش آنها
- ❑ تشکیل جدول ارزش گزاره ها و تشخیص گزاره های هم ارز
- ❑ آشنایی با ترکیب گزاره ها و جدول ارزش ها
- ❑ ایجاد مهارت در چگونگی ساختن نقیض، عکس نقیض و عکس گزاره ها

@mathclass2

صفحه ۵۷ کتاب درسی

# منطق ریاضی

دستور زبان ریاضی، یا مطالعه ساختار جمله هایی است که در ریاضی به کار برده می شود. این شاخه از ریاضیات به بررسی دقیق استدلال ها می پردازد و اعتبار یک استدلال را مشخص می کند.



@math

## صفحه ۲ کتاب درسی

## گزاره

به جمله خبری که در حال حاضر یا آینده، دارای ارزش درست یا نادرست (راست یا دروغ) باشد، گزاره (*Proposition*) می‌گوییم.

## مثال

- ۲ عددی اول است.
- خون انسان به رنگ قرمز است.

معمولاً گزاره‌ها را با حروف  $p, q, r$  و ... نشان می‌دهند.

## ارزش گزاره

درست یا نادرست بودن یک گزاره را **ارزش گزاره** می‌گوییم.

□ ارزش گزاره درست را با حرف «د» یا  $T$  مخفف کلمه *True* و ارزش گزاره نادرست را با حرف «ن» یا  $F$  مخفف کلمه *False* نشان می‌دهند.

□ یک گزاره نمی‌تواند هم درست و هم نادرست باشد؛ یعنی گزاره فقط یک ارزش دارد.

## صفحه ۲ کتاب درسی

## حدس

عبارت هایی که درستی آنها تاکنون اثبات نشده است؛ از طرفی هم برای اثبات نادرستی آن مثال نقضی یافت نشده است، یک حدس نامیده می شوند. حدس ها در ریاضیات به مسائل حل نشده ای می گویند که پرونده آنها در جهان علم باز است.

مانند حدس زیر؛ که به حدس گلدباخ معروف است.

هر عدد زوج بزرگ تر از ۲ را می توان به صورت حاصل جمع دو عدد اول نوشت.

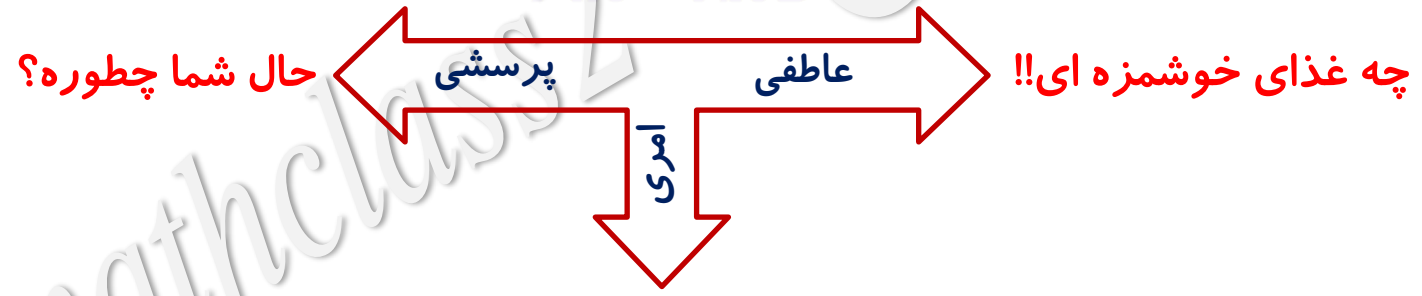
در اغلب منابع از حدس به عنوان یک گزاره نام برده شده است.

توجه، توجه

صفحه ۲ کتاب درسی

جمله های پرسشی، امری و عاطفی (نشان دهنده احساسات) گزاره محسوب نمی شوند؛ زیرا خبری را بیان نمی کنند.

جملاتی مانند



صدای تلویزیون را کم کن.

@mathclass

## نکته تکمیلی

□ جمله خبری برای گزاره بودن؛ باید صورت منطقی معینی داشته باشد، یعنی معنا دار باشد.  
در غیر اینصورت گزاره نیست.

مانند: « فرزند کتاب دوست قرمزی دارد »

□ جملات خبری که دقیقاً قابل ارزش گذاری نیستند (یعنی دقیقاً راست و دروغشان مشخص نیست)، گزاره نیستند. به بیانی دیگر در ارزش گذاری اینگونه جملات؛ سلیقه ای عمل می شود.

مانند: « علی پسر خوبی است »

## فعالیت ۱ صفحه ۲ کتاب درسی

کدام یک از جملات زیر گزاره است؟ ارزش هر گزاره را تعیین کنید.

(الف) شما چند سال دارید؟ ~~گزاره~~ جمله پرسشی

(ب) عدد ۲ عددی اول است. گزاره درست

(پ) عدد  $\sqrt{2}$  عددی گویاست. گزاره نادرست

(ت) افلاطون شاگرد ارسطو است. گزاره نادرست

(ث)  $2 + 3 \times 4 = 20$  گزاره نادرست

(ج) عدد  $(-1)^n$  عددی همواره مثبت است. ( $n \in \mathbb{N}$ ) گزاره نادرست

(چ) سیب قرمز از سیب زرد خوش مزه تر است. ~~گزاره~~ سلیقه ای

(ح) لطفاً تخته را پاک کن. ~~گزاره~~ جمله امری



## فعالیت ۲ صفحه ۳ کتاب درسی

دو گزاره درست و دو گزاره نادرست بیان کنید و همچنین دو جمله بنویسید که گزاره نباشند.

۱ ایران کشور آسیایی است. **گزاره درست**

۲ در پرتاب یک تاس، احتمال آنکه تاس مضرب ۳ بیاید، برابر با  $\frac{1}{3}$  است. **گزاره درست**

۳ هر معادله درجه دوم دو ریشه حقیقی متمایز دارد. **گزاره نادرست**

۴ صدمین رقم بعد از ممیز عدد  $\pi$  برابر ۵ است. **گزاره نادرست**

۵ ای کاش می توانستم در یک هوای پاک زندگی کنم. ~~گزاره~~ **جمله عاطفی**

۶ آیا  $۲ + ۳$  برابر با ۵ است؟ ~~گزاره~~ **جمله پرسشی**

## تمرین تکمیلی

سوال ۱: از بین جمله های زیر، گزاره ها را مشخص کنید و ارزش آنها را در صورت امکان تعیین کنید.

الف)  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است. **گزاره درست**

ب) مجموع زاویه های خارجی هر مثلث  $180$  درجه است. **گزاره نادرست**

پ) آیا حاصلضرب عدد  $2$  در عدد  $5$  برابر  $10$  است؟ ~~گزاره~~ جمله پرسشی

ت) تیم ملی فوتبال ایران امسال قهرمان مسابقات می شود. **گزاره (حقیقی)**

ارزش آن را در حال حاضر نمی توان تعیین کرد

## تمرین تکمیلی

سوال ۲: از بین جمله های زیر، گزاره ها را مشخص کنید و ارزش آنها را در صورت امکان تعیین کنید.

الف)  $\overset{۶}{\cancel{3}} \times \overset{۲}{\cancel{2}} - ۱ + \overset{۲}{\cancel{4}} \div \overset{۲}{\cancel{2}} = ۷$  گزاره درست

ب)  $\frac{۲}{۱.۰} > ۰/۲$  گزاره نادرست

پ) جوجه کباب از کباب کوبیده خوشمزه تر است. گزاره ارزش گذاری آن سلیقه ای است.

ت) فصل بهار بسیار دل انگیز است. گزاره جمله عاطفی (احساسی)

صفحه ۳ کتاب درسی

# جدول ارزش گزاره ها

جدول ارزش سه گزاره  
۸ حالت دارد.



p	q	r
د	د	د
د	د	ن
د	ن	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	د	ن
ن	ن	د
ن	ن	ن

جدول ارزش دو گزاره  
۴ حالت دارد.



p	q
د	د
د	ن
ن	د
ن	ن

جدول ارزش یک گزاره  
۲ حالت دارد.



p
د
ن



جدول ارزش  $n$  گزاره؛  $2^n$  حالت دارد.

صفحه ۳ کتاب درسی

## نقیض یک گزاره

به علامت  $\sim$  ناقض گفته می شود و « چنین نیست که » خوانده می شود.

نقیض گزاره  $p$  به صورت  $\sim p$  نوشته می شود.

- اگر ارزش یک گزاره درست باشد، ارزش نقیض آن نادرست است و اگر ارزش یک گزاره نادرست باشد، ارزش نقیض آن درست است.

$p$  : ۱۲ عددی اول است.

$\sim p$  : چنین نیست که ۱۲ عددی اول باشد.

۱۲ عددی اول نیست.

به عنوان  
مثال

## کار در کلاس صفحه ۴ کتاب درسی

در هر یک از حالت های زیر نقیض گزاره را بیان کنید؛ سپس، ارزش هر یک را مشخص کنید.

الف) عدد ۵ زوج است.

عدد ۵ زوج نیست. **گزاره درست**

ب)  $2 \times 2 = 4$

$2 \times 2 \neq 4$  **گزاره نادرست**

پ) عدد ۱۲ از ۱۵ کوچک تر است.

عدد ۱۲ از ۱۵ کوچک تر نیست. **گزاره نادرست**

## دقت کنید

برای نوشتن نقیض این گزاره نویسیم «عدد ۱۲ از ۱۵ بزرگ تر است»

ت) ارسطو شاگرد افلاطون است.

ارسطو شاگرد افلاطون نیست. **گزاره نادرست**

ث) ایران در منطقه غرب آسیا قرار دارد.

ایران در منطقه غرب آسیا قرار ندارد. **گزاره نادرست**

ج)  $(3 \times 7) > (5 \times 4)$

$(3 \times 7) \neq (5 \times 4)$  **گزاره درست**

در انتهای این کار در کلاس آمده است: « گزاره  $a$  مثبت است »

«  $a$  مثبت است » گزاره محسوب نمی شود زیرا ما نمی دانیم  $a$  چیست که بخواهیم آن را ارزش گذاری کنیم.

در منطق ریاضی به چنین جملاتی گزاره نما می گویند.

## تعریفی کاربردی

## گزاره های هم ارز منطقی

دو گزاره ساده یا مرکب  $p$  و  $q$  را هم ارز منطقی می نامیم هرگاه دارای یک ارزش باشند و بتوان

آنها را جایگزین یکدیگر نمود.

می نویسیم:  $p \equiv q$

می خوانیم:  $p$  هم ارز  $q$  است.

**مثال:**  $\sqrt{2}$  عددی گنگ است  $\equiv \sqrt{2}$  عددی گویا نیست.

### تمرین تکمیلی

سوال ۳: جدول ارزش گزاره  $\sim(\sim p)$  را تشکیل دهید و ارزش آن را در هر حالت، با ارزش گزاره  $p$

مقایسه کنید.

$p$	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
د	ن	د
ن	د	ن

$$\sim(\sim p) \equiv p$$

## تمرین تکمیلی

سوال ۴: نقیض گزاره های زیر را بنویسید و سپس ارزش هر یک را مشخص کنید.

الف) عدد  $\pi$  عددی مثبت است. ← نقیض گزاره  
 عدد  $\pi$  عددی مثبت نیست. ← گزاره نادرست

ب) بندر عباس مرکز تجارت جهانی است. ← نقیض گزاره  
 بندر عباس مرکز تجارت جهانی نیست. ← گزاره درست

پ)  $5 + 3 = 10$  ← نقیض گزاره  
 $5 + 3 \neq 10$  ← گزاره درست

ت) عدد ۴ از مجذورش بزرگتر است. ← نقیض گزاره  
 عدد ۴ از مجذورش بزرگتر نیست. ← گزاره درست



صفحه ۴ کتاب درسی

## گزاره های مرکب

از ترکیب دو یا چند گزاره به وسیله رابط های گزاره ای (ادات ربط)، گزاره های مرکب به دست می آیند.

**مثال:** ۲۰ مضرب ۵ است و ۳ عددی اول نیست.

اگر ۲ عددی زوج باشد، آنگاه مجذور آن زوج است.

سایپا خودرو ساز برتر دنیا است یا خطای انسانی عامل اصلی تصادفات جاده ای است.

ارزش گزاره های مرکب فقط به ارزش ادات ربط و گزاره های تشکیل دهنده آن وابسته است.  
رابط هایی که در این درس می خوانیم؛ شامل: «و» - «یا» - «شرطی» - «دو شرطی» می باشند.

صفحه ۴ و ۵ کتاب درسی

## ترکیب عطفی دو گزاره

ترکیب دو گزاره ساده  $p$  و  $q$  با رابط منطقی « و »؛ را ترکیب عطفی  $p$  و  $q$  می گویند و آن را به صورت  $p \wedge q$  می نویسند.

رابط منطقی  $\wedge$  عطف ( و ) نام دارد.

**مثال:** بندرعباس پایتخت ایران است و عدد ۱۲ مضرب ۳ می باشد.  
عدد ۳ فرد است و ۷ عددی اول است.

$p$	$q$	$p \wedge q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	ن
ن	ن	ن

ارزش ترکیب عطفی دو گزاره با توجه به جدول مقابل تعیین می گردد.



ارزش گزاره مرکب  $p \wedge q$  تنها وقتی درست است که هر دو گزاره  $p$  و  $q$  درست باشند.

## فعالیت صفحه ۵ کتاب درسی

در جدول زیر رو به روی گزاره های داده شده ارزش آنها را با علامت ✓ مشخص کرده و نیز با توجه به ارزش داده شده با یک گزاره ساده، گزاره مرکب را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	هفته هفت روز دارد و ماه شهریور ۳۱ روز دارد.	✓	
۲	قرآن دارای ۳۰ جزء است و همه سوره های آن با بسم الله شروع می شود.		✓
۳	..... <b>سعدی مخترع تلغن است</b> ..... و ۸ زوج است.		✓
۴	کتاب قرآن ۱۱۴ سوره دارد و ... $۲ < ۵$ .....	✓	
۵	۵۷ عددی اول است و ۲ عددی اول نیست.		✓
۶	$۲ < ۵$ و $۲ + ۳ = ۴$ .....		✓

## صفحه ۵ کتاب درسی

## ترکیب فصلی دو گزاره

ترکیب دو گزاره ساده  $p$  و  $q$  با رابط منطقی **یا**؛ را ترکیب فصلی  $p$  و  $q$  می گویند و آن را به صورت  $p \vee q$  می نویسند.  
رابط منطقی  $\vee$ ؛ فاصل (یا) نام دارد.

**مثال:** فیل پرنده است یا فیل مهره دار می باشد.  
عدد ۳ گویاست یا ۷ بعلاوه ۲ عددی اول است.

$p$	$q$	$p \vee q$
د	د	د
د	ن	د
ن	د	د
ن	ن	ن

ارزش ترکیب فصلی دو گزاره با توجه به جدول مقابل تعیین می گردد.



ارزش گزاره مرکب  $p \vee q$  تنها وقتی نادرست است که هر دو گزاره  $p$  و  $q$  نادرست باشند.

## فعالیت صفحه ۶ کتاب درسی

در جدول زیر رو به روی گزاره های داده شده ارزش آنها را با علامت ✓ مشخص کرده و نیز با توجه به ارزش داده شده با یک گزاره ساده، گزاره مرکب را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	عدد ۴ عددی فرد یا عددی اول است.		✓
۲	حضرت مهدی امام دوازدهم شیعیان است یا $۲ = ۳$ .	✓	
۳	۹۱ عددی مرکب است یا $۲ + ۳ = ۵$ .	✓	
۴	تراپی ایرانی است یا افلاطون نویسنده کتاب ارغنون است.		✓
۵	$۵ = \sqrt{۲۵}$ یا یک عددی اول نیست.	✓	

## صفحه ۶ کتاب درسی

## ترکیب شرطی دو گزاره

ترکیب دو گزاره ساده  $p$  و  $q$  با رابط منطقی  $\Rightarrow$ ؛ را ترکیب شرطی  $p$  و  $q$  می گویند و آن را به صورت  $p \Rightarrow q$

می نویسند، و این گونه خوانده می شود: ۱- «اگر  $p$  آنگاه  $q$ »

۲- « $p$  شرط کافی برای  $q$  است»

۳- « $q$  شرط لازم برای  $p$  است»

در ترکیب شرطی  $p \Rightarrow q$  گزاره  $p$  را **مقدم (فرض)** و گزاره  $q$  را **تالی (حکم)** می گویند.

**مثال:** اگر مثلثی متساوی الساقین باشد آنگاه دو زاویهٔ مجاور به قاعدهٔ با هم برابرند.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$
د	د	د
د	ن	ن
ن	د	د
ن	ن	د

ارزش ترکیب شرطی دو گزاره با توجه به جدول مقابل تعیین می گردد.



ارزش گزاره مرکب  $p \Rightarrow q$  تنها وقتی **نادرست** است که فرض درست و حکم **نادرست** باشد.

## صفحه ۷ کتاب درسی

در گزاره مرکب  $q \Rightarrow p$  هرگاه ارزش فرض نادرست باشد، ارزش گزاره شرطی همواره درست است و ارزش حکم تاثیر در آن ندارد.

در این حالت می‌گوییم: ارزش  $q \Rightarrow p$  به انتقای مقدم (فرض) درست است.

شخصی ادعا می‌کند که اگر یک توپ بیاورید، آنگاه من ۱۰۰ روپایی می‌زنم.  
اگر ما توپ را آوردیم و او ۱۰۰ روپایی زد، پس او راست گفته است.  
اگر ما توپ را آوردیم و او ۱۰۰ روپایی نزد، پس او دروغ گفته است.  
اما اگر ما توپ را نیاوردیم؛ چون مقدم را نفی کردیم، پس او راست گفته است.

چرا؟

اگر ۸ فرد است، آنگاه  $۲ > ۴$

مثال

ارزش این گزاره شرطی به انتقای مقدم صحیح است.

## فعالیت صفحه ۷ کتاب درسی

در جدول زیر رو به روی گزاره های داده شده ارزش آنها را با علامت ✓ مشخص کرده و نیز با توجه به ارزش داده شده با یک گزاره ساده، گزاره مرکب را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	اگر ۷ زوج است، آنگاه ۲۵ مربع کامل است.	✓	
۲	اگر ۹ مربع کامل است، آنگاه $\sqrt{9}$ مربع کامل است.		✓
۳	اگر ۲۹ اول است، آنگاه ۲ زوج است.	✓	
۴	اگر $1 < 7$ ... آنگاه ... $0/5$ عددی گویاست		✓
۵	اگر $1 = 7$ ... آنگاه ... صفر عددی طبیعی باشد	✓	
۶	اگر ۷ فرد است، آنگاه ۲۵ مربع کامل است.	✓	
۷	اگر $2 + 3 = 4$ ... آنگاه ۹۹ اول است.	✓	



کار در کلاس صفحه ۷ کتاب درسی

اگر  $p$  گزاره درست و  $q$  گزاره نادرست و  $r$  گزاره ای دلخواه باشد، ارزش هر یک از گزاره های مرکب زیر را در صورت امکان مشخص کنید.

۱  $(q \Rightarrow p) \wedge r$

گزاره  $q$  نادرست است، در نتیجه گزاره شرطی  $(q \Rightarrow p)$  به انتقای مقدم درست است. به عبارت دیگر:

$$q \equiv F \rightarrow (q \Rightarrow p) \equiv T$$

در نتیجه ارزش  $(q \Rightarrow p) \wedge r$  به ارزش گزاره  $r$  وابسته است.

اگر  $r$  گزاره ای درست باشد، ارزش  $(q \Rightarrow p) \wedge r$  درست است و اگر  $r$  گزاره ای نادرست باشد، ارزش  $(q \Rightarrow p) \wedge r$  نادرست است.

۲  $(p \vee q) \vee r$

گزاره  $p$  درست است، در نتیجه گزاره فصلی  $(p \vee q)$  درست است. ترکیب فصلی گزاره ای درست با هر گزاره ای همواره درست است، در نتیجه گزاره  $(p \vee q) \vee r$  درست است. به عبارت دیگر:

$$p \equiv T \rightarrow (p \vee q) \equiv T \rightarrow (p \vee q) \vee r \equiv T$$

۳  $(p \Rightarrow q) \wedge r$

گزاره  $p$  درست و گزاره  $q$  نادرست است، در نتیجه گزاره شرطی  $(p \Rightarrow q)$  نادرست است. ترکیب عطفی گزاره ای نادرست با هر گزاره ای همواره نادرست است، در نتیجه گزاره  $(p \Rightarrow q) \wedge r$  نادرست است. به عبارت دیگر:

$$\left. \begin{array}{l} p \equiv T \\ q \equiv F \end{array} \right\} \rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv F \rightarrow (p \Rightarrow q) \wedge r \equiv F$$

## کار در کلاس صفحه ۷ کتاب درسی

$$۴ \quad (r \Rightarrow p) \vee q$$

گزاره  $p$  درست است، در نتیجه گزاره شرطی  $(r \Rightarrow p)$  درست است. در نتیجه گزاره  $(r \Rightarrow p) \vee q$  درست است.

$$p \equiv T \rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv T \rightarrow (r \Rightarrow p) \vee q \equiv T$$

به عبارت دیگر:

$$۵ \quad (r \Rightarrow p) \Rightarrow q$$

گزاره  $p$  درست است، در نتیجه گزاره شرطی  $(r \Rightarrow p)$  درست است. از طرفی گزاره  $q$  نادرست است، در نتیجه گزاره

$$p \equiv T \rightarrow (r \Rightarrow p) \equiv T \left. \vphantom{p \equiv T} \right\} \rightarrow (r \Rightarrow p) \Rightarrow q \equiv F$$

$$q \equiv F$$

$(r \Rightarrow p) \Rightarrow q$  نادرست است. به عبارت دیگر:

$$۶ \quad (p \Rightarrow q) \Rightarrow r$$

گزاره  $p$  درست و گزاره  $q$  نادرست است، در نتیجه گزاره شرطی  $(p \Rightarrow q)$  نادرست است. در نتیجه گزاره  $(p \Rightarrow q) \Rightarrow r$

$$p \equiv T \left. \vphantom{p \equiv T} \right\} \rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv F \rightarrow (p \Rightarrow q) \Rightarrow r \equiv T$$

$$q \equiv F$$

به انتقای مقدم درست است. به عبارت دیگر:

$$۷ \quad (p \wedge q) \Rightarrow r$$

گزاره  $p$  درست و گزاره  $q$  نادرست است، در نتیجه گزاره شرطی  $(p \wedge q)$  نادرست است. در نتیجه گزاره  $(p \wedge q) \Rightarrow r$  به

$$p \equiv T \left. \vphantom{p \equiv T} \right\} \rightarrow (p \wedge q) \equiv F \rightarrow (p \wedge q) \Rightarrow r \equiv T$$

$$q \equiv F$$

انتقای مقدم درست است. به عبارت دیگر:

صفحه ۸ کتاب درسی

## ترکیب دو شرطی دو گزاره

هرگاه  $p$  و  $q$  دو گزاره باشند، گزاره مرکب  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ ؛ را ترکیب دو شرطی  $p$  و  $q$  می گویند و آن را به صورت  $p \Leftrightarrow q$  می نویسند.

$p \Leftrightarrow q$  این گونه خوانده می شود: ۱- اگر  $p$  آنگاه  $q$  و برعکس

۲- اگر  $p$  و تنها اگر  $q$

۳- شرط لازم و کافی برای  $q$  است

### مثال

(الف) ۶ عدد اول است  $\Leftrightarrow (۲ > ۵)$

(ب) ۹۹ عدد اول نیست  $\Leftrightarrow \sqrt{۲}$  عددی گویاست.

(پ) عدد طبیعی ۳۶ بر ۶ بخش پذیر است، اگر و تنها اگر بر ۲ و ۳ بخش پذیر باشد.

(ت) در پرتاب یک تاس، شرط لازم و کافی برای آنکه احتمال پیشامدی برابر با صفر باشد، آن است که پیشامد تهی باشد.

## صفحه ۸ کتاب درسی

با پر کردن جاهای خالی، جدول ارزش گزاره مرکب  $p \Leftrightarrow q$  را از جدول ارزش گزاره مرکب  $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$  نتیجه بگیرید.

$p$	$q$	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$	$p \Leftrightarrow q$
د	د	د	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د



ارزش گزاره مرکب  $p \Leftrightarrow q$  تنها وقتی درست است که گزاره های  $p$  و  $q$  دارای ارزش یکسان باشند.

## فعالیت صفحه ۸ کتاب درسی

در جدول زیر رو به روی گزاره های داده شده ارزش آنها را با علامت ✓ مشخص کرده و نیز با توجه به ارزش داده شده با یک گزاره ساده، گزاره مرکب را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	اگر ۲ فرد است، آنگاه ۸ عددی اول است و برعکس.	✓	
۲	اگر دو عدد فرد باشند آنگاه مجموع آنها زوج است و برعکس.		✓
۳	$۵ < ۶$ اگر و تنها اگر ۱۱۹ عددی مرکب است.	✓	
۴	اگر $۲ = \sqrt{۹}$ آنگاه $۲ + ۳ = ۵$ و برعکس		✓
۵	یک چهار ضلعی مربع است، اگر و تنها اگر آن چهار ضلعی لوزی باشد.		✓
۶	اگر واریانس داده ها برابر صفر باشد؛ آنگاه داده ها با یکدیگر برابرند و بر عکس	✓	

## کار در کلاس صفحه ۹ کتاب درسی

اگر  $p$  گزاره درست و  $q$  گزاره نادرست و  $r$  گزاره ای دلخواه باشد، ارزش هر یک از گزاره های مرکب زیر را در صورت امکان مشخص کنید.

۱  $(q \Leftrightarrow p) \wedge r$

$$\left. \begin{array}{l} p \equiv T \\ q \equiv F \end{array} \right\} \rightarrow (p \Leftrightarrow q) \equiv F \rightarrow (p \Leftrightarrow q) \wedge r \equiv F$$

۲  $(\sim p \Leftrightarrow q) \vee r$

$$\left. \begin{array}{l} p \equiv T \rightarrow \sim p \equiv F \\ q \equiv F \end{array} \right\} \rightarrow (\sim p \Leftrightarrow q) \equiv T \rightarrow (\sim p \Leftrightarrow q) \vee r \equiv T$$

۳  $(p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$

$$\left. \begin{array}{l} \left. \begin{array}{l} p \equiv T \\ q \equiv F \end{array} \right\} \rightarrow (p \Leftrightarrow q) \equiv F \\ \left. \begin{array}{l} p \equiv T \\ q \equiv F \end{array} \right\} \rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv F \end{array} \right\} \rightarrow (p \Leftrightarrow q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \equiv T$$

کار در کلاس صفحه ۹ کتاب درسی

۴  $(\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q)$

$$\left. \begin{array}{l} p \equiv T \rightarrow \sim p \equiv F \\ q \equiv F \end{array} \right\} \rightarrow (\sim p \vee q) \equiv F$$

$$\left. \begin{array}{l} p \equiv T \\ q \equiv F \end{array} \right\} \rightarrow (p \Rightarrow q) \equiv F$$

$$\left. \begin{array}{l} (\sim p \vee q) \equiv F \\ (p \Rightarrow q) \equiv F \end{array} \right\} \rightarrow (\sim p \vee q) \Leftrightarrow (p \Rightarrow q) \equiv T$$

۵  $(\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q)$

$$\left. \begin{array}{l} p \equiv T \rightarrow \sim p \equiv F \\ q \equiv F \rightarrow \sim q \equiv T \end{array} \right\} \rightarrow (\sim p \vee \sim q) \equiv T$$

$$\left. \begin{array}{l} p \equiv T \\ q \equiv F \end{array} \right\} \rightarrow (p \vee q) \equiv T \rightarrow \sim(p \vee q) \equiv F$$

$$\left. \begin{array}{l} (\sim p \vee \sim q) \equiv T \\ \sim(p \vee q) \equiv F \end{array} \right\} \rightarrow (\sim p \vee \sim q) \Leftrightarrow \sim(p \vee q) \equiv F$$

کار در کلاس صفحه ۹ کتاب درسی

۶

$$(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q)$$

$r \equiv T$	}	$\rightarrow$	$(r \Leftrightarrow p) \equiv T$	}	$\rightarrow$	$(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv F$
$p \equiv T$						
$p \equiv T$	}	$\rightarrow$	$(p \wedge q) \equiv F$			
$q \equiv F$						
$r \equiv F$	}	$\rightarrow$	$(r \Leftrightarrow p) \equiv F$	}	$\rightarrow$	$(r \Leftrightarrow p) \Rightarrow (p \wedge q) \equiv T$
$p \equiv T$						
$p \equiv T$	}	$\rightarrow$	$(p \wedge q) \equiv F$			
$q \equiv F$						

۷

$$(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q)$$

$p \equiv T$	}	$\rightarrow$	$(p \wedge q) \equiv F$	}	$\rightarrow$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (p \vee q) \equiv F$
$q \equiv F$						
$p \equiv T$	}	$\rightarrow$	$(p \vee q) \equiv T$			
$q \equiv F$						



## برای حل سوالاتی نظیر کار در کلاس صفحه ۹ بهتر است به شیوه زیر عمل کنیم

### تمرین تکمیلی

سوال ۵: اگر  $p$  گزاره درست و  $q$  گزاره نادرست و  $r$  گزاره ای دلخواه باشد، ارزش هر یک از گزاره های مرکب زیر را در صورت امکان مشخص کنید.

الف)  $\sim p \vee (\sim r \wedge q)$

$p$	$q$	$r$	$\sim p$	$\sim r$	$\sim r \wedge q$	$\sim p \vee (\sim r \wedge q)$
د	ن	د	ن	ن	ن	ن
د	ن	ن	ن	د	ن	ن

ب)  $(q \vee r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$

$p$	$q$	$r$	$q \vee r$	$p \Rightarrow r$	$(q \vee r) \Rightarrow (p \Rightarrow r)$
د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن	د

تمرین تکمیلی

سوال: در صورتی که  $\sim p \vee q \equiv F$  باشد، ارزش عبارت های زیر را تعیین کنید.

الف)  $(\sim p \wedge \sim q) \vee q$

$$\sim p \vee q \equiv F \rightarrow \sim p \equiv F \wedge q \equiv F \rightarrow p \equiv T \wedge q \equiv F$$

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	$(\sim p \wedge \sim q) \vee q$
د	ن	ن	د	ن	ن

ب)  $(p \Leftrightarrow \sim q) \Rightarrow q$

$p$	$q$	$\sim q$	$p \Leftrightarrow \sim q$	$(p \Leftrightarrow \sim q) \Rightarrow q$
د	ن	د	د	ن

مثال صفحه ۹ کتاب درسی

با استفاده از جدول ارزش ها درستی هر یک از هم ارزی های زیر را بررسی کنید:

**الف)**  $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim p \vee q)$

$p$	$q$	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \vee q$
د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	ن	د	د	د

**ب)** گزاره  $(\sim q \Rightarrow \sim p)$  عکس نقیض ترکیب شرطی  $(p \Rightarrow q)$  است.

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim q \Rightarrow \sim p$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	ن	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د	د

مثال صفحه ۹ کتاب درسی

با استفاده از جدول ارزش ها درستی هر یک از هم ارزی های زیر را بررسی کنید:

پ)  $\sim(p \vee q) \equiv (\sim p \wedge \sim q)$

یکی از قوانین دمورگان

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$(p \vee q)$	$\sim(p \vee q)$	$\sim p \wedge \sim q$
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	د	ن	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	د	د

ت)  $p \vee (q \wedge p) \equiv p$

$p$	$q$	$p \wedge q$	$p \vee (p \wedge q)$
د	د	د	د
د	ن	ن	د
ن	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن

مثال صفحه ۹ کتاب درسی

با استفاده از جدول ارزش ها درستی هر یک از هم ارزی های زیر را بررسی کنید:

ث)  $(p \vee \sim p) \equiv T$

$p$	$\sim p$	$p \vee \sim p$
د	ن	د
ن	د	د

**$T \equiv$  گزاره های همیشه درست**

گزاره هایی که ارزش آنها همواره درست است را

گزاره های همیشه درست می گوئیم.

$(p \wedge \sim p) \equiv T$

$p$	$\sim p$	$p \wedge \sim p$
د	ن	ن
ن	د	ن

**$F \equiv$  گزاره های همیشه نادرست**

گزاره هایی که ارزش آنها همواره نادرست است را

گزاره های همیشه نادرست می گوئیم.

## جمع بندی چند نکته

۱ گزاره  $(q \Rightarrow p)$  عکس ترکیب شرطی  $(p \Rightarrow q)$  است.

۲ گزاره  $(\sim q \Rightarrow \sim p)$  عکس نقیض ترکیب شرطی  $(p \Rightarrow q)$  است.

۳ هر گزاره شرطی با عکس نقیض خود هم ارز است. یعنی  $(p \Rightarrow q) \equiv (\sim q \Rightarrow \sim p)$

۴ گزاره های  $\sim(p \vee q)$  و  $(\sim p \wedge \sim q)$  هم ارز منطقی هستند. (قانون دمورگان)

۵ گزاره های  $\sim(p \wedge q)$  و  $(\sim p \vee \sim q)$  هم ارز منطقی هستند. (قانون دمورگان)

۶ گزاره های  $(p \Rightarrow q)$  و  $(\sim p \vee q)$  هم ارز منطقی هستند.

تمرین تکمیلی

سوال ۷: با استفاده از جدول ارزش ها نشان دهید که گزاره زیر همیشه درست است.

$$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$$

$p$	$q$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د



## نقیض ترکیب فصلی دو گزاره

نقیض گزاره فصلی  $p \vee q$  به صورت زیر است:

$$\sim(p \vee q) \equiv \sim p \wedge \sim q$$

### مثال

گزاره فصلی زیر را در نظر بگیرید.

« خون به رنگ قرمز است یا ۵ عددی زوج نیست »

نقیض آن به صورت زیر است :

« خون به رنگ قرمز نیست و ۵ عددی زوج است »



## نقیض ترکیب عطفی دو گزاره

نقیض گزاره عطفی  $p \wedge q$  به صورت زیر است:

$$\sim(p \wedge q) \equiv \sim p \vee \sim q$$

### مثال

گزاره عطفی زیر را در نظر بگیرید.

«ادیسون مخترع برق است و ۵ مضرب ۱۲ است»

نقیض آن به صورت زیر است:

«ادیسون مخترع برق نیست یا ۵ مضرب ۱۲ نیست»

## نقیض ترکیب شرطی دو گزاره

نقیض گزاره شرطی  $p \Rightarrow q$  به صورت زیر است:

$$\sim(p \Rightarrow q) \equiv p \wedge \sim q$$

### مثال

گزاره شرطی زیر را در نظر بگیرید.

«اگر ۲ عدد اول باشد، آنگاه ۵ عددی فرد است»

نقیض آن به صورت زیر است:

«۲ عدد اول است و ۵ عددی فرد نیست»

## نقیض ترکیب دو شرطی دو گزاره

نقیض گزاره شرطی  $q \Leftrightarrow p$  به صورت زیر است:

$$\sim(p \Leftrightarrow q) \equiv (\sim p \Leftrightarrow q) \equiv (p \Leftrightarrow \sim q)$$

### مثال

گزاره دو شرطی زیر را در نظر بگیرید.

« یک مثلث متساوی الاضلاع است اگر و تنها اگر هر یک از زاویه های داخلی آن ۶۰ درجه باشد»

نقیض آن را به یکی از صورت های زیر می توان نوشت:

« یک مثلث متساوی الاضلاع است اگر و تنها اگر هر یک از زاویه های داخلی آن ۶۰ درجه نباشد»

« یک مثلث متساوی الاضلاع نیست اگر و تنها اگر هر یک از زاویه های داخلی آن ۶۰ درجه باشد»

تمرین ۱ صفحه ۱۱ کتاب درسی

در جدول زیر رو به روی گزاره های داده شده ارزش آنها را با علامت ✓ مشخص کرده و نیز با توجه به ارزش داده شده با یک گزاره ساده، گزاره مرکب را کامل کنید.

ردیف	گزاره	درست	نادرست
۱	بزرگ ترین معجزه پیامبر اسلام قرآن است و اسلام آخرین دین الهی است.	✓	
۲	اگر $۱/۵$ عددی صحیح است آنگاه مربع هر عدد فرد عددی زوج است.	✓	
۳	اگر تهران پایتخت ایران است؛ آنگاه $۱ \leq ۷$ .....		✓
۴	$۴^۳ > ۸^۲ \Rightarrow ۲^۳ = ۴ \times ۲$		✓
۵	اگر عدد ۳ اول و عدد ۷ زوج باشد، آنگاه ۱۸ مربع کامل است.	✓	
۶	اگر ۲ عددی زوج یا منفی باشد، آنگاه عدد ۵ اول است.	✓	
۷	اگر فارابی معلم ثانی است، آنگاه افلاطون معلم اول است.		✓
۸	امام خمینی در سال ۱۳۴۳ تبعید و در سال ۱۳۵۷ به ایران بازگشتند.	✓	
۹	حضرت علی (ع) اولین مردی است که پس از پیامبر، اسلام آوردند.	✓	
۱۰	اگر $۱۲ = ۴ \times \sqrt{۹}$ ..... آنگاه $۲ \times ۳ = ۱ \times ۶$ ..... و برعکس.	✓	

تمرین ۲ صفحه ۱۱ کتاب درسی

اگر  $p$  گزاره درست و  $q$  گزاره نادرست و  $r$  گزاره ای دلخواه باشد، ارزش هر یک از گزاره های مرکب زیر را در صورت امکان مشخص کنید.

الف)  $(p \vee r) \Rightarrow p$

$p$	$q$	$r$	$p \vee r$	$(p \vee r) \Rightarrow p$
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	د

ب)  $(q \wedge r) \Rightarrow r$

$p$	$q$	$r$	$q \wedge r$	$(q \wedge r) \Rightarrow r$
د	ن	د	ن	د
د	ن	ن	ن	د

پ)  $(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r)$

$p$	$q$	$r$	$\sim p$	$p \wedge q$	$\sim p \wedge r$	$(p \wedge q) \Leftrightarrow (\sim p \wedge r)$
د	ن	د	ن	ن	ن	د
د	ن	ن	ن	ن	ن	د

تمرین ۲ صفحه ۱۱ کتاب درسی

ت)  $(\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$

$p$	$q$	$\sim q$	$\sim q \Rightarrow p$	$p \Leftrightarrow q$	$(\sim q \Rightarrow p) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow q)$
د	ن	د	د	ن	ن
د	ن	د	د	ن	ن

ث)  $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Leftrightarrow \sim p)$

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim q \Leftrightarrow \sim p$	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim q \Leftrightarrow \sim p)$
د	ن	ن	د	ن	ن	د
د	ن	ن	د	ن	ن	د

ج)  $(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$

$p$	$q$	$r$	$q \vee r$	$r \Rightarrow p$	$(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$
د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	د

## تمرین ۲ صفحه ۱۱ کتاب درسی

چ)  $(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$

$\sim p$	$\sim q$	$r$	$\sim p \Rightarrow r$	$(\sim p \Rightarrow r) \Rightarrow \sim q$
ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د

ح)  $(\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r$

$\sim p$	$\sim q$	$r$	$\sim q \Rightarrow \sim p$	$(\sim q \Rightarrow \sim p) \wedge r$
ن	د	د	ن	ن
ن	د	ن	ن	ن

خ)  $(r \Rightarrow p) \wedge p$

$p$	$q$	$r$	$r \Rightarrow p$	$(r \Rightarrow p) \wedge p$
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	د

**تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی**

درستی هریک از هم ارزی های زیر را با استفاده از جدول ارزش ها نشان دهید:

**الف)**  $\sim(p \wedge q) \equiv (\sim p \vee \sim q)$

یکی از قوانین دمورگان

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$	$(\sim p \vee \sim q)$
د	د	ن	ن	د	ن	ن
د	ن	ن	د	ن	د	د
ن	د	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	د	ن	د	د





## تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی

درستی هریک از هم ارزی های زیر را با استفاده از جدول ارزش ها نشان دهید:

ب)  $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

قانون توزیع پذیری

$p$	$q$	$r$	$q \vee r$	$p \wedge (q \vee r)$	$p \wedge q$	$p \wedge r$	$(p \wedge q) \vee (p \wedge r)$
د	د	د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	د	ن	د
د	ن	د	د	د	ن	د	د
د	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	د	ن	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	د	د	ن	ن	ن	ن
ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن	ن



**تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی**

درستی هریک از هم ارزی های زیر را با استفاده از جدول ارزش ها نشان دهید:

**پ)**  $p \wedge (p \vee q) \equiv p$

$p$	$q$	$p \vee q$	$p \wedge (p \vee q)$
د	د	د	د
د	ن	د	د
ن	د	د	ن
ن	ن	ن	ن



**ت)**  $(p \Rightarrow p) \equiv T$

$p$	$p$	$p \Rightarrow p$
د	ن	د
ن	د	د



**تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی**

درستی هریک از هم ارزی های زیر را با استفاده از جدول ارزش ها نشان دهید:

ث)  $(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q) \equiv p$

$p$	$q$	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$p \vee q$	$(p \vee \sim q) \wedge (p \vee q)$
د	د	ن	د	د	د
د	ن	د	د	د	د
ن	د	ن	ن	د	ن
ن	ن	د	د	ن	ن



**تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی**

درستی هریک از هم ارزی های زیر را با استفاده از جدول ارزش ها نشان دهید:

ج)  $(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q) \equiv T$

$p$	$q$	$\sim q$	$p \wedge \sim q$	$p \Rightarrow q$	$(p \wedge \sim q) \vee (p \Rightarrow q)$
د	د	ن	ن	د	د
د	ن	د	د	ن	د
ن	د	ن	ن	د	د
ن	ن	د	ن	د	د



تمرین تکمیلی

سوال ۸: با استفاده از جدول ارزش ها؛ ارزش گزاره زیر را تعیین کنید.

$$(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$$

$p$	$q$	$r$	$q \vee r$	$r \Rightarrow p$	$(q \vee r) \Rightarrow (r \Rightarrow p)$
د	د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د	د
د	ن	د	د	د	د
د	ن	ن	ن	د	د
ن	د	د	د	ن	ن
ن	د	ن	د	د	د
ن	ن	د	د	ن	ن
ن	ن	ن	ن	د	د

**تمرین تکمیلی**

سوال ۹: استفاده از جدول ارزش ها؛ ارزش گزاره زیر را تعیین کنید.

$$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$$

$p$	$q$	$\sim p$	$\sim q$	$p \Rightarrow q$	$\sim p \Rightarrow \sim q$	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (\sim p \Rightarrow \sim q)$
د	د	ن	ن	د	د	د
د	ن	ن	د	ن	د	ن
ن	د	د	ن	د	ن	ن
ن	ن	د	د	د	د	د

# پایان درس اول

