

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

فصل اول

(مجموعه ها)

پایه نهم

ناحیه یک زاهدان

@riaziat789

مجموعه: به دسته ای از اشیاء کاملاً مشخص و دو به دو متمایز (غیر تکراری) مجموعه می گویند.

مثال: کدام یک از عبارات زیر مشخص کننده یک مجموعه است.

الف) ۳ عدد زوج متوالی (مجموعه نیست) ب) ۴ گل زیبا (مجموعه نیست) ج) اعداد اول کمتر از ۱۰ (مجموعه است)

نوشتن اعضا دارای سلیقه است نوشتن اعضا دارای سلیقه است نوشتن اعضا دارای سلیقه است

نکته: مجموعه را به صورت **آکولاد** { } نشان می دهند و مجموعه را با **حروف بزرگ انگلیسی** نام گذاری می کنند.

نکته: به هر یک از اعداد و عبارت داخل مجموعه **عضو** می گویند و علامت عضو بودن به صورت \in و علامت عضو نبودن به صورت \notin می باشد.

نکته: تعداد اعضا هر مجموعه (**عدد اصلی مجموعه**) مانند A را به صورت $n(A)$ نشان می دهند.

مثال: با توجه به مجموعه A درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.

$$A = \{۳ \text{ و } \{۴ \text{ و } ۵\} \text{ و } ۶\} \quad n(A) = ۴ \quad X \quad ۳ \in A \quad \checkmark \quad ۴ \notin A \quad \checkmark \quad \{۶\} \in A \quad X$$

نکته: ترتیب نوشتن اعضا در یک مجموعه مهم نیست. یعنی با جابه جایی اعضا یک مجموعه جدید حاصل نمی شود.

نکته: عضوهای یک مجموعه باید غیر تکراری باشند. یعنی اگر عضوی چند بار تکرار شده باشد، فقط یک عضو حساب می شود.

نکته: برای مشخص کردن تعداد عضوهای یک مجموعه، ابتدا عضوهای داخل مجموعه را ساده تر می کنیم. **عضوهای تکراری کنار گذاشته می شود**

$$A = \{۲ \text{ و } \sqrt{۴} \text{ و } ۳ \text{ و } \frac{۶}{۲} \text{ و } ۲ + ۲ \text{ و } ۱\} = \{۲ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳\} = \{۲ \text{ و } ۳\} \Rightarrow n(A) = ۲ \quad \text{مانند:}$$

مجموعه تهی: مجموعه ای که دارای هیچ عضوی نباشد. علامت مجموعه تهی به صورت $\{ \}$ یا \emptyset می باشد.

مثال: کدام یک از مجموعه های زیر مجموعه تهی است؟

الف) اعداد طبیعی کمتر از ۴ ب) اعداد صحیح کمتر از صفر ج) اعداد طبیعی بین ۴ و ۵

$$\{ \} \quad \{۱ - ۲ - ۳ - ۰۰۰\} \quad \{۱ \text{ و } ۲\}$$

مجموعه یکانی (تک عضوی): مجموعه ای که دارای یک عضو باشد.

(مجموعه پایینی تهی نیست. چون دارای یک عضو است، مجموعه یکانی نام دارد)

مانند: مجموعه اعداد زوج اول: $A = \{۲\}$ یا $\{\emptyset\}$

مجموعه متناهی: اگر تعداد عضوهای یک مجموعه قابل شمارش باشد، مجموعه متناهی نامیده می شود.

مانند: مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۷: $A = \{۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۴ \text{ و } ۵ \text{ و } ۶\}$

درسنامه و نکات کلیدی

فصل اول

پایه نهم

مسعود زیر کاری

(مجموعه ها)

ناحیه یک زاهدان

مجموعه نامتناهی: اگر تعداد عضوهای یک مجموعه قابل شمارش نباشد، مجموعه نامتناهی نامیده می شود.

مانند: مجموعه اعداد زوج طبیعی بزرگتر از ۵: $B = \{۰۰۰ و ۱۲ و ۱۰ و ۸ و ۶\}$

دو مجموعه برابر: دو مجموعه A و B را برابر می گویند که هر عضو مجموعه A در مجموعه B و هر عضو مجموعه B در مجموعه A وجود داشته باشد. مانند دو مجموعه ی مقابل:

$$A = \{۱ و ۳ و ۴\} \text{ و } B = \left\{ \frac{۲}{۵} و ۷ و \sqrt{۹} \right\}$$

مثال: دو مجموعه ی زیر برابرند. مقدار x و y را به دست آورید؟

$$\{x - ۷ و ۳\} = \{۴ و y\} \quad x - ۷ = ۴ \Rightarrow x = ۱۱ \text{ و } y = ۳$$

زیر مجموعه: مجموعه A زیر مجموعه B است هر گاه هر عضو مجموعه A عضوی از مجموعه B باشد و آن را به صورت $A \subseteq B$ نشان می دهند. اگر A زیر مجموعه B نباشد آن را به صورت $A \not\subseteq B$ نشان می دهند.

@riaziat789

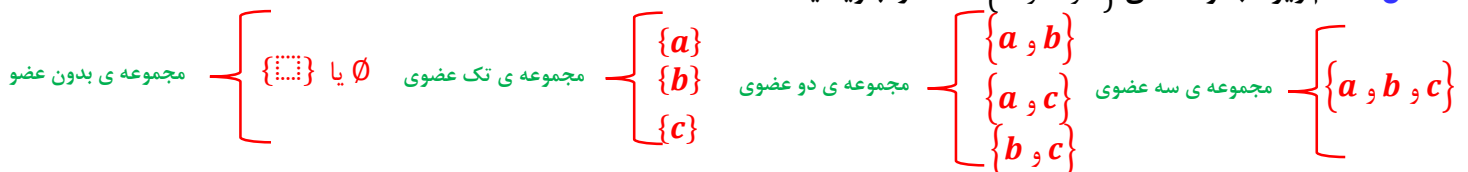
نکته: هر مجموعه زیر مجموعه خودش است: $A \subseteq A$

نکته: مجموعه ی تهی زیر مجموعه هر مجموعه ای است: $\emptyset \subseteq A$

نکته: اگر A زیرمجموعه ی B و B زیر مجموعه ی A باشد، نتیجه می گیریم دو مجموعه ی A و B مساویند:

$$(A \subseteq B \text{ و } B \subseteq A) \Rightarrow A = B$$

مثال: تمام زیر مجموعه های $A = \{a \text{ و } b \text{ و } c\}$ را بنویسید.



نکته: برای پیدا کردن تعداد زیر مجموعه ها از رابطه ۲^n استفاده می کنیم. اگر تعداد زیر مجموعه را داشته باشیم و تعداد عضو را خواسته باشند عدد داده شده را تجزیه می کنیم.

مثال: الف) مجموعه ی $A = \{۱ و ۲ و ... و ۱۰\}$ چند زیر مجموعه دارد؟ زیر مجموعه $n(A) = ۱۰ \Rightarrow ۲^n = ۲^{۱۰} = ۱۰۲۴$

ب) یک مجموعه دارای ۳۲ زیر مجموعه است. این مجموعه دارای چند عضو است؟ $۳۲ = ۲^5 \Rightarrow ۵$ عضو دارد

نکته: برای پیدا کردن تعداد زیر مجموعه محض یا خالص از رابطه $۲^n - ۱$ استفاده می کنیم. (زیر مجموعه خالص یعنی تمام زیرمجموعه ها غیر از خودش)

مثال: مجموعه ی ۴ عضوی چند زیر مجموعه ی محض دارد. $n(A) = ۴ \Rightarrow ۲^n - ۱ = ۲^۴ - ۱ = ۱۶ - ۱ = ۱۵$

مثال: مجموعه ای دارای ۶۳ زیر مجموعه ی محض (خاص) است. این مجموعه دارای چند عضو است.

تجزیه

$$۲^n - ۱ = ۶۳ \Rightarrow ۲^n = ۶۴ \Rightarrow ۲^n = ۲^۶ \Rightarrow n = ۶$$

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

فصل اول

(مجموعه ها)

پایه نهم

ناحیه یک زاهدان

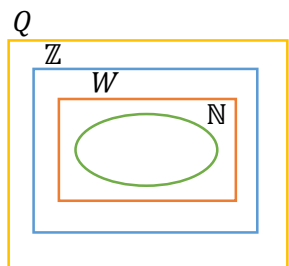
مجموعه اعداد : الف) مجموعه اعداد طبیعی: $\mathbb{N} = \{1 \text{ و } 2 \text{ و } 3 \text{ و } \dots\}$ (ب) مجموعه اعداد حسابی: $W = \{0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots\}$

ج) مجموعه اعداد صحیح: $\mathbb{Z} = \{\dots \text{ و } -2 \text{ و } -1 \text{ و } 0 \text{ و } 1 \text{ و } 2 \text{ و } \dots\}$ (د) مجموعه اعداد طبیعی زوج: $E = \{2 \text{ و } 4 \text{ و } 6 \text{ و } \dots\}$

ه) مجموعه اعداد طبیعی فرد: $O = \{1 \text{ و } 3 \text{ و } 5 \text{ و } \dots\}$ (و) مجموعه اعداد گویا: $Q = \{\frac{a}{b} \mid a, b \in \mathbb{Z} \text{ و } b \neq 0\}$

نکته: نمایش مجموعه اعداد به روش های کلامی، نوشتن اعضا، نمادهای ریاضی و نمودار ون امکان دارد.

نمودار ون مجموعه ها: مجموعه ها را می توان داخل یک منحنی بسته یا خط شکسته بسته ای نشان داد.



$$\mathbb{N} \subseteq W \subseteq \mathbb{Z} \subseteq Q$$

نکته: نمودار ون مجموعه اعداد ریاضی به صورت زیر است:



مثال: نمودار ون $A \subseteq B$ را رسم کنید.



مثال: صورت ریاضی مجموعه اعداد حسابی، اعداد زوج و اعداد فرد را بنویسید.

اعداد به طوری که

$$W = \{k - 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$$

(مجموعه اعداد حسابی)

$$E = \{2k \mid k \in \mathbb{N}\}$$

(مجموعه اعداد زوج)

$$O = \{2k - 1 \mid k \in \mathbb{N}\}$$

(مجموعه اعداد فرد)

مثال: الف) عضوهای هر مجموعه را بنویسید؟

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -4 \leq x < 2\} = \{-4 \text{ و } -3 \text{ و } -2 \text{ و } -1 \text{ و } 0 \text{ و } 1\}$$

$$B = \{2x - 1 \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } x \leq 3\} = \{1 \text{ و } 3 \text{ و } 5\}$$

ب) صورت ریاضی هر مجموعه را بنویسید؟

$$C = \{-6 \text{ و } -5 \text{ و } \dots \text{ و } 3\} = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -7 < x < 4\}$$

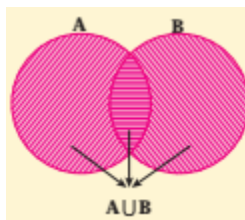
$$D = \{4 \text{ و } 8 \text{ و } 12 \text{ و } \dots\} = \{4x \mid x \in \mathbb{N}\}$$

اجتماع دو مجموعه: اجتماع دو مجموعه A و B شامل همه عضوهایی است که حداقل در یکی از دو مجموعه A و B باشند و

اجتماع دو مجموعه A و B را به صورت $A \cup B$ نمایش می دهند.

صورت ریاضی اجتماع دو مجموعه A و B

$$A \cup B = \{x \mid x \in A \text{ یا } x \in B\}$$



نمودار ون اجتماع دو مجموعه A و B

مثال: اگر $A = \{a \text{ و } b \text{ و } c\}$ و $B = \{a \text{ و } f\}$ باشد، عضوهای مجموعه $A \cup B$ را بنویسید.

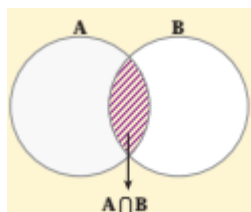
$$A \cup B = \{a \text{ و } b \text{ و } c \text{ و } f\}$$

(همه ی عضوهای دو مجموعه A و B)

اشتراک دو مجموعه: اشتراک دو مجموعه A و B شامل همه عضوهایی که هم عضو A و هم عضو B باشند و اشتراک دو مجموعه A و B را به صورت $A \cap B$ نمایش می دهند.

صورت ریاضی اشتراک دو مجموعه A و B

$$A \cap B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \in B\}$$



@riaziat789

نمودار ون اشتراک دو مجموعه A و B

مثال: اگر $C = \{3, 7, 8, 9\}$ و $D = \{3, 5, 6, 7\}$ باشد، عضوهای مجموعه $D \cap C$ را بنویسید.

$$D \cap C = \{3, 7\} \text{ (عضوهای مشترک دو مجموعه ی } C \text{ و } D)$$

نکته: اگر $A \subseteq B$ باشد، آنگاه رابطه های مقابل همواره برقرار است: $A \cap B = A$ و $A \cup B = B$

تفاضل دو مجموعه: مجموعه $A - B$ (منهای A) شامل همه عضوهایی است که عضو مجموعه A باشند ولی عضو مجموعه B نباشند. نمودار ون تفاضل دو مجموعه A و B



صورت ریاضی تفاضل دو مجموعه A و B

$$A - B = \{x \mid x \in A \text{ و } x \notin B\}$$

مثال: اگر $E = \{1, 2, 5, 7\}$ و $F = \{4, 7\}$ باشد، عضوهای مجموعه های $E - F$ و $F - E$ را بنویسید.

(عضوهایی که در مجموعه E باشد ولی عضو F نباشد) (عضوهایی که در مجموعه F باشد ولی عضو E نباشد)

$$E - F = \{1, 2, 5\}$$

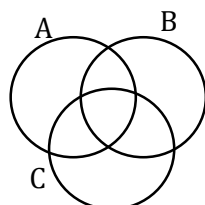
$$F - E = \{4\}$$

مثال: اگر مجموعه $A = \{1, 2, 3\}$ و $B = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x \leq 2\}$ و $C = \{x^2 + 1 \mid x \in A\}$ باشد. عضوهای هر

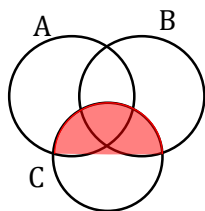
$$C = \{1^2 + 1, 2^2 + 1, 3^2 + 1\} = \{2, 5, 10\} \quad B = \{-1, 0, 1, 2\}$$

مجموعه را بنویسید؟

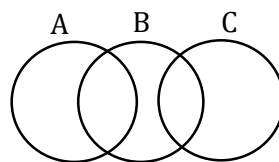
الف) $A - C = \{1, 3\}$ ب) $B \cap (A \cup C) = \{-1, 0, 1, 2\} \cap \{1, 2, 3, 5, 10\} = \{1, 2\}$



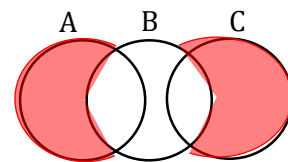
$$(A \cup B) \cap C$$



مثال: با توجه به هر شکل مجموعه های داده شده را هاشور بزنید؟



$$(A \cup C) - B$$



مجموعه و احتمال: برای به دست آوردن احتمال هر پیشامد از رابطه ی زیر استفاده می کنیم:

$$\text{احتمال رخ دادن پیشامد} = \frac{\text{تعداد حالت های مطلوب}}{\text{تعداد همه ی حالت های ممکن}} \Rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(S)}$$

درسنامه و نکات کلیدی

فصل اول

پایه نهم

مسعود زیر کاری

(مجموعه ها)

ناحیه یک زاهدان

نکته: احتمال وقوع هر پیشامد، عددی بین صفر تا ۱ است.

نکته: اگر احتمال وقوع یک پیشامد صفر باشد، پیشامد غیرممکن نام دارد.

مانند: احتمال آمدن عدد ۷ در پرتاب تاس.

@riaziat789

مثال: در پرتاب یک تاس احتمال های زیر را به دست آورید؟

الف) احتمال آمدن عدد اول: $p(A) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ ب) احتمال آمدن عدد بزرگتر و مساوی ۵: $p(B) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$

$A = \{2, 3, 5\}$ $B = \{5, 6\}$

مثال: در پرتاب دو تاس احتمال های زیر را به دست آورید؟

الف) احتمال آمدن این که تاس اول عدد فرد و تاس دوم عدد کوچکتر از ۳ بیاید:

$A = \{(1, 1) \text{ و } (1, 2) \text{ و } (3, 1) \text{ و } (3, 2) \text{ و } (5, 1) \text{ و } (5, 2)\} \Rightarrow n(A) = 6 \Rightarrow p(A) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$

ب) احتمال آمدن این که مجموع هر دو عدد تاس ۶ شود:

$B = \{(1, 5) \text{ و } (5, 1) \text{ و } (2, 4) \text{ و } (4, 2) \text{ و } (3, 3)\} \Rightarrow n(B) = 5 \Rightarrow p(B) = \frac{5}{36}$

مثال: الف) تعداد کل حالات پرتاب همزمان یک تاس و یک سکه چند است؟

ب) تعداد کل حالات فرزندان یک خانواده ی سه فرزندی چند است؟

$n(S) = 2^3 = 8$

عدد اول - عدد آخر
فاصله اعداد = فرمول تعداد اعضا

مثال: از بین اعداد دو رقمی، عددی را تصادفاً انتخاب می کنیم:

الف) تعداد کل حالات چند است. $n(S) = \{10, 11, 12, \dots, 99\} \Rightarrow n(S) = \frac{99-10}{1} + 1 = 90$

ب) احتمال این که عدد انتخاب شده مضرب ۵ باشد، چند است.

$A = \{10, 15, 20, \dots, 95\} \Rightarrow n(A) = \frac{95-10}{5} + 1 = 18 \Rightarrow p(A) = \frac{18}{90} = \frac{1}{5}$

ج) احتمال این که مجموع رقم های عدد انتخاب شده ۸ باشد، چند است.

$B = \{17, 26, 35, 44, 53, 62, 71, 80\} \Rightarrow n(B) = 8 \Rightarrow p(B) = \frac{8}{90} = \frac{4}{45}$

د) احتمال این که عدد انتخاب شده مضرب ۳ نباشد، چند است. کل اعضا

تعداد اعضا = ۳۰ تا

$C = \{12, 15, 18, \dots, 99\} \Rightarrow n(C) = 90 - 30 = 60 \Rightarrow p(C) = \frac{60}{90} = \frac{2}{3}$