



نام و نام خانوادگی:

زمان برگزاری: ۲۰ دقیقه

نام آزمون: کوییز کلاس ۱۱۱

تاریخ آزمون: ۱۴۰۰/۱۱/۲۳



دانشگاه علمیه آل احمد شیراز

دبیرستان جلال آل احمد



۱) می‌دانیم ۳۰٪ از کل پروازهای داخلی تأخیر دارند. همچنین ۴۰٪ از پروازها بین ظهر تا نیمه‌شب انجام می‌شوند. اگر ۷۰٪ از پروازهای دارای تأخیر بین ظهر و نیمه‌شب باشند، احتمال این که یک پرواز منتخب از بین پروازهای ظهر تا نیمه‌شب تأخیر نداشته باشد، چقدر است؟

- ① ۰٫۳۷۵ ② ۰٫۴۷۵ ③ ۰٫۵۷۵ ④ ۰٫۶۷۵

۲) در جعبه‌ای ۸ لامپ موجود است که دوتای آن معیوب است. به تصادف متوالیاً این لامپ‌ها را آزمایش کرده و لامپ سالم را کنار می‌گذاریم. تا اولین لامپ معیوب پیدا شود. با کدام احتمال، در آزمایش سوم، اولین لامپ معیوب پیدا می‌شود؟

- ① $\frac{5}{28}$ ② $\frac{4}{21}$ ③ $\frac{3}{14}$ ④ $\frac{5}{21}$

۳) دو ظرف داریم، در اولی ۵ مهره سفید و ۴ مهره سیاه، در دومی ۷ مهره سفید و ۱ مهره سیاه است. از ظرف اول یک مهره برداشته و بدون رؤیت در ظرف دوم قرار می‌دهیم. آنگاه از ظرف دوم یک مهره بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال این مهره سفید است؟

- ① $\frac{8}{27}$ ② $\frac{11}{27}$ ③ $\frac{34}{81}$ ④ $\frac{41}{81}$

۴) احتمال برد ایران در مقابل مراکش ۲/۰ و احتمال مساوی کردن آن‌ها ۴/۰ است. اگر ایران بازی اولش را با این تیم ببرد، احتمال صعود از گروهش ۴/۰ است. اگر مساوی کند، احتمال صعود ایران ۲۵/۰ است و در صورت باخت، احتمال صعودش ۵/۰ است. اگر ایران صعود کرده باشد، با چه احتمالی مراکش را برده است؟

- ① ۰٫۴۲ ② ۰٫۴ ③ ۰٫۶۳ ④ ۰٫۶۵

۵) اگر A و B دو پیشامد از فضای نمونه‌ای S باشند، به طوری که $P(A) = ۰٫۲$ ، $P(B) = ۰٫۲۲$ و $P(B|A) = ۰٫۷$ ، آن‌گاه $P(B'|A')$ کدام است؟

- ① ۰٫۸۴ ② ۰٫۹۰ ③ ۰٫۹۲ ④ ۰٫۹۶



پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

پروازهای بین ظهر تا نیمه شب: B ، پروازهای دارای تأخیر: A

$$P(A) = 0.3, P(B) = 0.4, P(B|A) = 0.7 \Rightarrow P(A'|B) = ?$$

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow 0.7 = \frac{P(A \cap B)}{0.3} \Rightarrow P(A \cap B) = 0.21$$

$$P(A'|B) = P(A'|B) = \frac{P(B \cap A')}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{0.4 - 0.21}{0.4} = \frac{0.19}{0.4} = 0.475$$

برای آنکه در آزمایش سوم، اولین لامپ معیوب پیدا شود بایستی ۲ لامپ اول و دوم سالم باشند

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

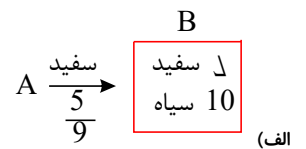
$$P(\text{اولی سالم، دومی سالم، سومی معیوب}) = \frac{6}{8} \times \frac{5}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{5}{28}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

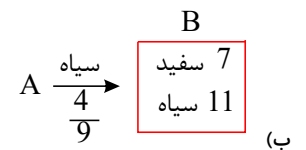
مهتر برداشته شده از ظرف A یا سفید است یا سیاه. هر دو حالت را در نظر می‌گیریم:

A	B
5 سفید	7 سفید
4 سیاه	10 سیاه

$$P(\text{سفید}) = \frac{5}{9} \times \frac{8}{18}$$



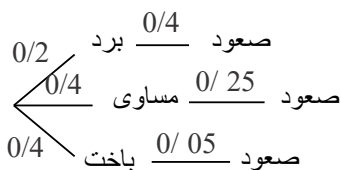
$$P(\text{سفید}) = \frac{4}{9} \times \frac{7}{18}$$



$$P(\text{سفید}) = \frac{4}{9} \times \frac{7}{18} + \frac{5}{9} \times \frac{8}{18} = \frac{68}{9 \times 18} = \frac{34}{81}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

فرمول احتمال کل را با نمودار درختی نمایش می‌دهیم:



ابتدا احتمال باخت را حساب می‌کنیم:

$$P(\text{برد}) + P(\text{باخت}) + P(1 = \text{مساوی}) \rightarrow 0.2 + 0.4 + P(1 = \text{باخت}) \rightarrow P(0.4 = \text{باخت})$$

$$\rightarrow P(\text{برد} | \text{صعود}) = \frac{P(\text{برد} \cap \text{صعود})}{P(\text{صعود})} = \frac{0.2 \times 0.4}{0.2 \times 0.4 + 0.4 \times 0.25 + 0.4 \times 0.05} = \frac{8}{8 + 10 + 2} = \frac{8}{20} = 0.4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$P(B|A) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)} \Rightarrow P(A \cap B) = 0.2 \times 0.7 = 0.14$$

$$P(B'|A') = \frac{P(A' \cap B')}{P(A')} = \frac{1 - (P(A) + P(B) - P(A \cap B))}{1 - P(A)} = \frac{1 - (0.2 + 0.22 - 0.14)}{1 - 0.2} = 0.9$$

تذکر: با توجه به دمورگان داریم:

$$A' \cap B' = (A \cup B)'$$

$$P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B)$$

پاسخنامه کلیدی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴
۲ ۱ ۲ ۳ ۴

۳ ۱ ۲ ۳ ۴
۴ ۱ ۲ ۳ ۴

۵ ۱ ۲ ۳ ۴