

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی و رادیکال) مجاز است.

۱	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید .</p> <p>الف) اگر ماتریس <math>\begin{bmatrix} ۲ &amp; ۰ &amp; f \\ ۰ &amp; a &amp; ۰ \\ e &amp; c &amp; b \end{bmatrix}</math> اسکالر باشد، حاصل دترمینان ماتریس برابر.....است.</p> <p>ب) اگر صفحه P با مولد (d) موازی باشد و از راس سطح مخروطی عبور کند ، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک .....است.</p> <p>پ) در بیضی ، در حالتی که <math>\frac{c}{a} = ۰</math> بیضی به ..... تبدیل می شود .</p> <p>ت) در فضای <math>R^3</math> ، نقطه <math>(-۳, ۲, -۵)</math> در ناحیه (کنج) ..... دستگاه مختصات قرار دارد.</p>	۱
۱	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر A و B دو ماتریس هم مرتبه و r یک عدد حقیقی دلخواه و مخالف صفر باشد، و <math>rA = rB</math> آن گاه داریم: <math>A = B</math>.</p> <p>ب) مکان هندسی مرکزهای همه دایره هایی در صفحه که بر خط d در نقطه ثابت A مماس اند، یک نیم خط عمود بر خط d در نقطه A است.</p> <p>پ) در یک سهمی، هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد ، بازتاب آن از کانون سهمی خواهد گذشت.</p> <p>ت) اگر زاویه بین دو بردار مخالف صفر، منفرجه باشد ، آنگاه ضرب داخلی آنها یک عدد حقیقی مثبت است .</p>	۲
۱	<p>دو ماتریس <math>A = \begin{bmatrix} ۲ &amp; m-۲ &amp; ۰ \\ ۰ &amp; ۳ &amp; ۰ \\ n+۱ &amp; ۰ &amp; ۳ \end{bmatrix}</math> و <math>B = \begin{bmatrix} ۲ &amp; ۱ &amp; ۱ \\ m &amp; ۰ &amp; n \\ ۳ &amp; -۱ &amp; ۲ \end{bmatrix}</math> مفروض اند، اگر A یک ماتریس قطری باشد، حاصل AB را محاسبه کنید.</p>	۳
۱/۵	<p>اگر <math>۲A = \begin{bmatrix}  A  &amp; -۴ \\ ۱ &amp;  A  \end{bmatrix}</math> باشد ، در این صورت حاصل <math> A^{-1} </math> را بیابید.</p>	۴
۱	<p>جواب دستگاه زیر را در صورت وجود، با استفاده از ماتریس وارون بیابید.</p> $\begin{cases} ۳x - ۴y = ۷ \\ ۲x + y = ۱ \end{cases}$	۵
	« ادامه سوالات در صفحه دوم »	

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

۶	معادله دایره ای را بنویسید که مرکز آن $O'(2,1)$ بوده و بر خط $3x + 4y = -5$ مماس باشد.	۱
۷	وضعیت دایره $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ با دایره ای به مرکز مبدا مختصات و شعاع یک را نسبت به هم مشخص کنید.	۱/۵
۸	در شکل مقابل اگر $OF = c, OB = b, OA = a$ باشد، ثابت کنید: $a^2 = b^2 + c^2$	۱
۹	نقطه M روی بیضی به اقطار ۱۰ و ۶ واحد به گونه ای قرار دارد، که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر ۴ واحد است. الف) نشان دهید مثلث MFF' قائم الزویه است. ب) طول MF را به دست آورید. (F, F' کانون های بیضی هستند و $MF < MF'$ ).	۱/۵
۱۰	اگر نقطه $A(2,3)$ رأس سهمی و $y = 7$ معادله خط هادی سهمی باشد الف) معادله سهمی را به دست آورید. ب) مختصات کانون سهمی را بیابید	۱/۲۵
۱۱	در یک دیش مخابراتی به شکل سهموی با دهانه دایره ای به قطر ۶۰ واحد و گودی (عمق) ۹ واحد مفروض است فاصله کانونی این دیش را به دست آورید.	۰/۷۵
۱۲	به سؤالات زیر پاسخ دهید. الف) اگر $y = b$ معادله صفحه ای در فضای $R^3$ باشد که از نقطه $A = (2, -3, 4)$ بگذرد، مقدار عددی b چقدر است؟ ب) معادلات $\begin{cases} x = 0 \\ y = 0 \end{cases}$ مربوط به کدام محور در دستگاه مختصات $R^3$ است؟ پ) در فضای $R^3$ ، نقطه A به عرض ۲ و ارتفاع ۳ روی صفحه $yoz$ و نقطه $B = (-4, 6, -3)$ مفروض اند مختصات وسط AB را بیابید.	۱/۵
	« ادامه سؤالات در صفحه سوم »	

سؤالات امتحان نهایی درس : هندسه ۳	تعداد صفحه: ۳	تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳	ساعت شروع: ۸ صبح
پایه: دوازدهم دوره دوم متوسطه	رشته: ریاضی فیزیک	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	نام و نام خانوادگی:
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰		مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی <a href="http://aee.medu.ir">http://aee.medu.ir</a>	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
۱۳	اگر $\vec{a} = (1, -3, 4)$ ، $\vec{b} = (3, -4, 2)$ و $\vec{c} = (-1, 1, 4)$ باشند آنگاه تصویر قائم بردار $\vec{a}$ بر امتداد $\vec{b} + \vec{c}$ را به دست آورید.	۱/۵
۱۴	اگر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ بردارهایی باشند به ترتیب با طول های ۱ و ۲ و ۳ باین ویژگی که $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$ ، مقدار عددی عبارت $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۵	ثابت کنید: دو بردار غیر صفر $\vec{a}$ و $\vec{b}$ با هم موازی هستند، اگر و فقط اگر $\vec{a} \times \vec{b} = \vec{0}$ .	۱/۲۵
۱۶	سه بردار $\vec{a} = (2, 3, 1)$ و $\vec{b} = (-1, 1, 0)$ و $\vec{c} = (2, 1, -2)$ مفروض اند. الف) برداری عمود بر دو بردار $-\vec{2b}$ و $\vec{c}$ را به دست آورید. ب) حجم متوازی السطوحی که توسط سه بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ و $\vec{c}$ تولید می شود را به دست آورید.	۲
	موفق و سربلند باشید	جمع نمره ۲۰

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳	
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه		
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰		
ردیف	راهنمای تصحیح			نمره
۱	الف) ۸ (۰/۲۵)	ب) خط (۰/۲۵)	پ) دایره (۰/۲۵)	ت) ۶ (۰/۲۵)
۲	الف) درست (۰/۲۵)	ب) نادرست (۰/۲۵)	پ) درست (۰/۲۵)	ت) نادرست (۰/۲۵)
۳	$\begin{cases} m-2=0 \\ n+1=0 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} m=2 \quad (0/25) \\ n=-1 \quad (0/25) \end{cases}$ $AB = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 3 & 0 \\ 0 & 0 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 & 2 & 2 \\ 6 & 0 & -3 \\ 9 & -3 & 6 \end{bmatrix} \quad (0/5)$			۱
۴	$ 2A  = ( A ^2 + 4) \longrightarrow ( A  - 2)^2 = 0 \longrightarrow  A  = 2 \quad (0/25)$ $ A^{-1}  = \frac{1}{ A } = \frac{1}{2} \quad (0/25)$			۱/۵
۵	$A = \begin{bmatrix} 3 & -4 \\ 2 & 1 \end{bmatrix} \longrightarrow \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \frac{1}{3+8} \begin{bmatrix} 1 & 4 \\ -2 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 7 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} \quad (0/25)$			۱
۶	<p>فاصله مرکز دایره تا خط مماس بر دایره برابر است با: <math>r = \frac{ 3(2) + 4(1) + 5 }{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{15}{5} = 3 \quad (0/5)</math></p> <p>معادله دایره ای برابر است با <math>(x-2)^2 + (y-1)^2 = 9 \quad (0/5)</math></p>			۱
۷	<p>مرکز وشعاع دایره <math>1 = (x-3)^2 + (y-1)^2 \Rightarrow x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0</math> برابر است با <math>O' = (3,1), r' = 1 \quad (0/5)</math></p> <p>فاصله دو مرکز برابر <math>d)r + r' = 2 \quad (0/25)</math> و <math>d = oo' = \sqrt{(3)^2 + (1)^2} = \sqrt{10} \quad (0/5)</math></p> <p>دو دایره بیرون یکدیگرند (متخارجند) (۰/۲۵).</p>			۱/۵

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳		رشته: ریاضی فیزیک		ساعت شروع: ۸ صبح		مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه				تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳			
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰				مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir			
ردیف	راهنمای تصحیح						نمره
۸	<p>نقطه <math>B</math> روی عمودمنصف پاره خط <math>FF'</math> قرار دارد در نتیجه:</p> <p>فاصله هر نقطه روی بیضی از دو کانون برابر است با قطر بزرگ بیضی:</p> <p><math>BF = BF'</math> (۱) (۰/۲۵)</p> <p><math>BF + BF' = 2a \xrightarrow{(۱)} BF = BF' = a</math> (۰/۲۵)</p> <p>بنا به رابطه فیثاغورث در مثلث <math>BOF</math> داریم:</p> <p><math>OF^2 + OB^2 = BF^2 \xrightarrow{(۰/۲۵)} c^2 + b^2 = a^2</math> (۰/۲۵)</p>						۱
۹	<p>الف) <math>\begin{cases} 2a = 10 \rightarrow a = 5 \\ 2b = 6 \rightarrow b = 3 \end{cases}</math> (۰/۲۵) <math>\rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c = 4</math> (۰/۲۵)</p> <p>در مثلث <math>MFF'</math> میانه وارد بر یک ضلع <math>MO = \frac{1}{2}FF' = 4</math> نصف ضلع روبرو است. در نتیجه مثلث <math>MFF'</math> قائم الزاویه است. (۰/۲۵)</p> <p>ب)</p> <p><math>MF + MF' = 2a = 10 \rightarrow MF' = 10 - MF</math> (۰/۲۵)</p> <p><math>MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \rightarrow MF^2 + (10 - MF)^2 = 8^2 \rightarrow MF = 5 - \sqrt{7}</math> (۰/۲۵)</p> <p>(۰/۲۵)</p>						۱/۵
۱۰	<p>الف) با استفاده از جایگاه رأس و خط هادی سهمی قائم در دستگاه مختصات خواهیم داشت: <math>a = 4</math> (۰/۲۵)</p> <p>دهانه سهمی روبه پایین است و معادله آن برابر است با <math>(x - 2)^2 = -4(4)(y - 3)</math> (۰/۵)</p> <p>ب) مختصات کانون سهمی برابر است با <math>F = (2, -1)</math>. (۰/۵)</p>						۱/۲۵
۱۱	<p>اگر قطر دهانه دیش را با <math>2b</math> و گودی را با <math>h</math> نمایش دهیم. فاصله کانونی برابر (۰/۲۵) <math>a = \frac{4b^2}{16h}</math> است.</p> <p><math>a = \frac{(2b)(2b)}{16h} = \frac{60 \times 60}{16(9)} = 25</math> (۰/۵) <math>h = 9</math>, <math>2b = 60</math> با جایگذاری در رابطه فوق داریم:</p> <p>اگر رابطه فوق به صورت <math>a = \frac{b^2}{4h} = \frac{(30)^2}{4(9)} = 25</math> (۰/۷۵) نوشته شود درست است.</p>						۰/۷۵
۱۲	<p>الف) <math>b = -3</math> (۰/۵) محور <math>Z</math> ها (۰/۵)</p> <p>ب) نقطه <math>A = (0, 2, 3)</math> (۰/۲۵) و مختصات وسط <math>AB</math> برابر است با: <math>(-2, 4, 0)</math> (۰/۲۵)</p>						۱/۵
۱۳	<p><math>\vec{b} + \vec{c} = (2, -3, 6)</math> (۰/۵), <math>\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c})}{ \vec{b} + \vec{c} } (\vec{b} + \vec{c}) = \frac{35}{49} (2, -3, 6)</math> (۰/۷۵)</p> <p>(۰/۲۵)</p>						۱/۵

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: هندسه ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۰/۳/۲۳		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز سنجش و پایش کیفیت آموزشی http://aee.medu.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۰	
نمره	راهنمای تصحیح		ردیف
۱/۲۵	$ \vec{a} + \vec{b} + \vec{c} ^2 =  \vec{o} ^2 \quad (0/25) \Rightarrow  \vec{a} ^2 +  \vec{b} ^2 +  \vec{c} ^2 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}) = 0 \quad (0/5) \Rightarrow$ $1 + 4 + 9 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}) = 0 \quad (0/25) \Rightarrow (\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{b} \cdot \vec{c} + \vec{c} \cdot \vec{a}) = -7 \quad (0/25)$		۱۴
۱/۲۵	$\vec{a} \times \vec{b} = \vec{o} \Leftrightarrow \underbrace{ \vec{a} \times \vec{b} }_{0/25} = \underbrace{ \vec{o} }_{0/25} \Leftrightarrow \underbrace{ \vec{a} }_{0/25} \underbrace{ \vec{b} }_{0/25} \times \sin \theta = 0 \quad \xrightarrow{ \vec{a}  \neq 0,  \vec{b}  \neq 0}$ $\underbrace{\sin \theta}_{0/25} = 0 \Leftrightarrow \underbrace{\theta = 0}_{0/25} \vee \underbrace{\theta = \pi}_{0/25} \Leftrightarrow \vec{a} \parallel \vec{b} \quad (0/25)$		۱۵
۲	<p>الف) برداری عمود بر دو بردار <math>-\vec{2b}</math> و <math>\vec{c}</math> برابر است با:</p> $\underbrace{(-\vec{2b})}_{(0/25)} \times \underbrace{\vec{c}}_{(0/25)} = \underbrace{(2, -2, 0)}_{(0/25)} \times \underbrace{(2, 1, -2)}_{(0/25)} = \underbrace{(4, 4, 6)}_{(0/5)}$ <p>ب) حجم متوازی السطوح تولید شده توسط سه بردار <math>\vec{a}</math> و <math>\vec{b}</math> و <math>\vec{c}</math> برابر است با:</p> $ \underbrace{(\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c}))}_{(0/25)}  = \left  \underbrace{(2, 3, 1)}_{(0/5)} \cdot \underbrace{(-2, -2, -3)}_{(0/5)} \right  = \underbrace{13}_{(0/25)}$		۱۶
۲۰	" مصحح گرامی، به راه حل های درست و منطبق بر کتاب درسی بارم به تناسب منظور شود "		

(@riazisara)

ریاضی سرا در تلگرام: