

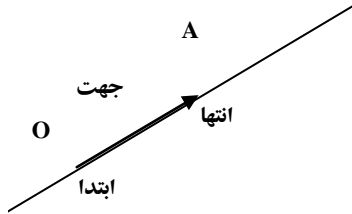
بسمه تعالی

درس نامه و نکات کلیدی و حل تمرین های فصل هشتم پایه هفتم

سمیه انصاری - عبدالهادی آرامی - عبدالله بهزادی

درس اول: پاره خط جهت دار

شناخت بردار:



حرکت و نیرو را با پاره خط های جهت دار نشان می دهیم.

راستا یا
امتداد

در ریاضی به پاره خط جهت دار بردار می گوئیم. بردار OA را به صورت \vec{OA} می نویسیم.

نام گذاری بردار:

این کار به دو صورت انجام می شود:

الف - نخست نقطه ی ابتدا، سپس نقطه ی انتها را نوشته و نماد \rightarrow را روی آن قرار دهید. مانند

\vec{AB}

A \longrightarrow B

\vec{a}

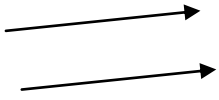
ب- با یک حرف کوچک لاتین که در وسط بردار قرار می گیرد. مانند: \vec{a}

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



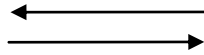
درس دوم: بردار های مساوی و قرینه

بردارهای مساوی: دو بردار وقتی برابرند که هم راستا، هم اندازه و هم جهت باشند. مانند بردار های روبرو



بردارهای قرینه: دو بردار وقتی قرینه‌ی یکدیگرند که هم راستا، هم اندازه و در خلاف جهت یکدیگر

باشند.

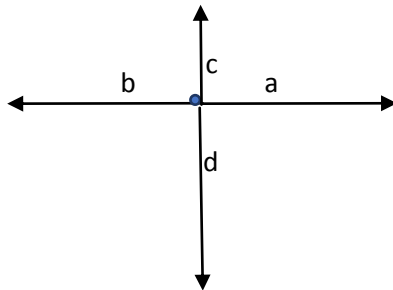


مانند:

و یا



مثال: با توجه به اندازه نیروهای وارد شده به شکل مقابل، جسم به کدام طرف حرکت می کند



چون بردار های a, b با هم قرینه هستند برآیند آنها صفر می شود

ولی برآیند بردارهای c و d ، چون اندازه بردار d بزرگتر است

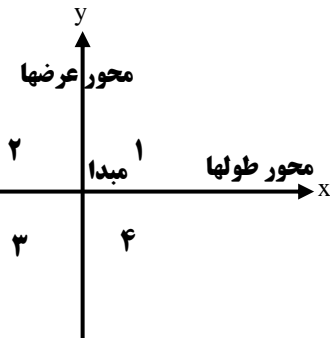
بردار d در جهت بردار d است.

برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



مختصات:

از دو محور عمود برهم تشکیل می‌شود. محور افقی را محور طول‌ها (X ها) و محور عمودی را محور عرض‌ها (Y ها) می‌نامند.



محل برخورد دو محور را «مبدأ مختصات» می‌نامند و با حرف O نمایش می‌دهند.

محورهای مختصات صفحه را به چهار ناحیه تقسیم می‌کنند.

در شکل مقابل ناحیه‌های چهارگانه با عددهای ۱ تا ۴ مشخص شده‌اند.

مختصات نقطه:

برای مشخص کردن مکان هر نقطه در دستگاه مختصات از دو عدد استفاده می‌کنیم. که فاصله افقی نقطه از مبدأ را طول و فاصله عمودی نقطه از مبدأ را عرض می‌نامیم.

به طول و عرض هر نقطه که به صورت $\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ نمایش داده می‌شود. مختصات آن نقطه گفته می‌شود. این مختصات می‌تواند +، - یا صفر باشد.

مختصات نقاط در ۴ قسمت:

نکته: اگر نقطه‌ای در ناحیه ۱ (ربع اول) قرار گرفته باشد. دارای طول و عرض مثبت می‌باشد.

$$\text{ناحیه ۱} \rightarrow \begin{bmatrix} x & + \\ y & + \end{bmatrix}$$

نکته: اگر نقطه‌ای در ناحیه ۲ (ربع دوم) قرار گرفته باشد. دارای طول منفی و عرض مثبت می‌باشد.

$$\text{ناحیه ۲} \rightarrow \begin{bmatrix} x & - \\ y & + \end{bmatrix}$$

نکته: اگر نقطه‌ای در ناحیه ۳ (ربع سوم) قرار گرفته باشد. دارای طول و عرض منفی می‌باشد.

$$3 \text{ ناحیه} \rightarrow \begin{bmatrix} x & - \\ y & - \end{bmatrix}$$

نکته: اگر نقطه‌ای در ناحیه ۴ (ربع چهارم) قرار گرفته باشد دارای طول مثبت و عرض منفی می‌باشد.

$$4 \text{ ناحیه} \rightarrow \begin{bmatrix} x & + \\ y & - \end{bmatrix}$$

نکته: اگر نقطه‌ای روی محور طول‌ها (x ها) قرار گرفته باشد. طول آن نقطه عدد و عرض آن صفر می‌-

شود.

$$\text{نقطه روی محور } x \text{ها} \rightarrow \begin{bmatrix} x & \text{عدد} \\ & \cdot \end{bmatrix}$$

نکته: تمام بردارهایی که موازی محور x ها باشند نیز دارای عرض صفر هستند.

نکته: اگر نقطه‌ای روی محور عرض‌ها (y ها) قرار گرفته باشد. طول آن صفر و عرض آن عدد می‌شود.

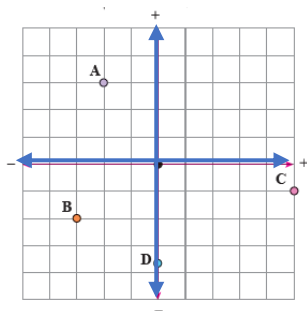
$$\text{نقطه روی محور } y \text{ها} \rightarrow \begin{bmatrix} & \cdot \\ y & \text{عدد} \end{bmatrix}$$

نکته: تمام بردارهایی که موازی محور y ها باشند نیز دارای طول صفر می‌باشند.

مختصات مبدأ مختصات:

محل برخورد محورهای مختصات را با حرف O نمایش می‌دهند و مختصات آن برابر است با:

$$O = \begin{bmatrix} \cdot \\ \cdot \end{bmatrix}$$



مثال مختصات نقاط $A = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} -3 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ و

$D = \begin{bmatrix} \cdot \\ -3/5 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مختصات نمایش دهید.

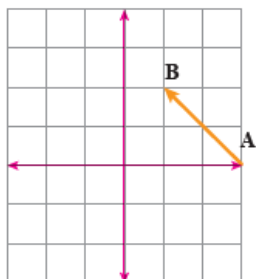
جمع متناظر بردار:

در نوشتن جمع متناظر با یک بردار به مختصات ابتدا، اندازه و انتهای آن نیاز دارید تا با استفاده از دستور

زیر بتوانید جمع متناظر بردار را بنویسید.

$$\underline{\text{انتهای بردار} = \text{اندازه بردار} + \text{ابتدای بردار}}$$

مثال جمع متناظر با بردار زیر را بنویسید.

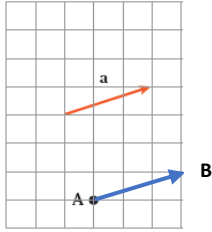


برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین های درس اول را حل کنید.



درس چهارم: بردار انتقال

بردار انتقال: به برداری گفته می شود که یک نقطه یا یک شکل را به اندازه y مختصاتش (از ابتدا به انتها) منتقل نماید.



مثال: نقطه A را به کمک بردار \vec{a} انتقال دهید و آنرا B بنامید.

قرینه‌ی بردار: برای بدست آوردن قرینه بردار (یا نقطه) نسبت به هر یک از محورها و مبدأ به صورت زیر عمل می کنیم.

قرینه‌ی نسبت به محور طول‌ها:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{نسبت به محور طول ها}} \begin{bmatrix} x \\ -y \end{bmatrix}$$

طول آن تغییر نمی کند و عرض آن قرینه می شود.

قرینه‌ی نسبت به محور عرض‌ها:

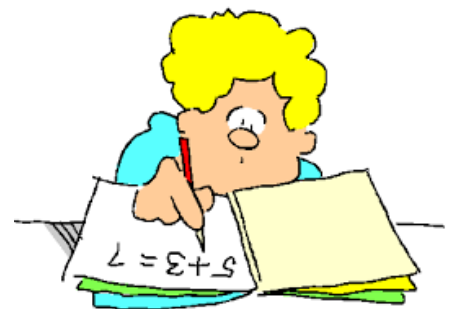
$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{نسبت به محور عرض ها}} \begin{bmatrix} -x \\ y \end{bmatrix}$$

عرض آن تغییر نمی کند و طول آن قرینه می شود.

قرینه‌ی نسبت به مبدأ مختصات:

$$\begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{نسبت به مبدأ مختصات}} \begin{bmatrix} -x \\ -y \end{bmatrix}$$

طول و عرض آن هر دو قرینه می شود.



مثال مختصات قرینه نقطه $\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix}$ را نسبت به مبدا مختصات و محورهای مختصات بیابید.

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{نسبت به محور عرض ها}} \begin{bmatrix} -5 \\ -1 \end{bmatrix} \quad \text{و} \quad \begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{نسبت به مبدأ مختصات}} \begin{bmatrix} -5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -1 \end{bmatrix} \xrightarrow{\text{نسبت به محور طول ها}} \begin{bmatrix} 5 \\ 1 \end{bmatrix}$$

یافتن مقدار مجهول در تساوی‌های برداری:

اگر مقدار مجهول (نا معلوم) در انتهای تساوی برداری بود، مقدارهای ابتدا و اندازه را با هم جمع کنید.

مثال:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$$

$$x = 2 + (-3) = -1$$

$$y = (-4) + 1 = -3$$

اگر مقدار مجهول (نامعلوم) در ابتدا یا اندازه‌ی تساوی برداری قرار گرفته بود، مقدار انتها را منهای قسمت

دیگر کنید.

مثال:

$$\begin{bmatrix} 2 \\ -y \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -x \\ -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$-x = (-2) - 2 \Rightarrow -x = 4 \Rightarrow x = 4$$

$$-y = 3 - (-2) \Rightarrow -y = 5 \Rightarrow y = -5$$

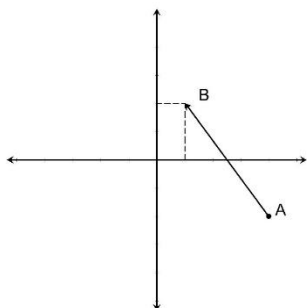
برای یادگیری بهتر کار در کلاس و تمرین‌های درس اول را حل کنید.



(۱) نقطه $A = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ را در دستگاه مشخص کنید.

این نقطه را با بردار $\vec{AB} = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ به نقطه ی B انتقال دهید.

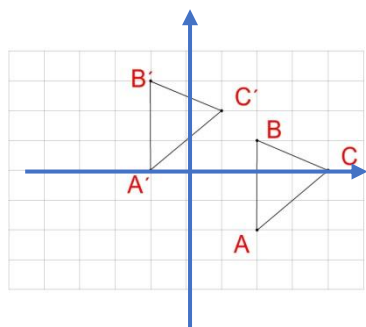
مختصات نقطه ی B را بنویسید و متناظر با بردار AB یک جمع بنویسید $B = \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$



(۲) در دستگاه مختصات مقابل:

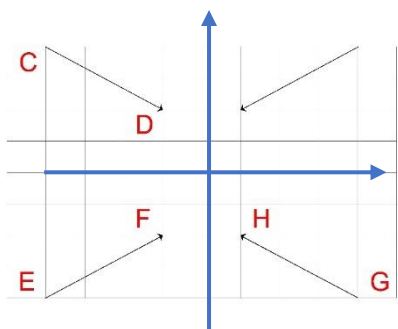
مثلث ABC با مختصات زیر را رسم کنید. $A = \begin{bmatrix} 2 \\ -2 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ 1 \end{bmatrix}$ و $C = \begin{bmatrix} 4 \\ 1 \end{bmatrix}$

سپس این نقاط را با بردار انتقال $\begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ انتقال دهید



۳) در شکل مقابل قرینه بردار AB را نسبت به مبدا مختصات و

محور طول ها و عرض ها رسم کنید.



۴) الف) هر یک از نقاط داده شده در کدام ناحیه مختصاتی قرار دارد.

$$\begin{matrix} \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \end{bmatrix} \text{ ناحیه ۴} & \begin{bmatrix} -2 \\ 3 \end{bmatrix} \text{ ناحیه ۲} & \begin{bmatrix} 3 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ ناحیه ۱} & \begin{bmatrix} -4 \\ 5 \end{bmatrix} \text{ ناحیه ۳} \end{matrix}$$

ب) در جای خالی عدد مناسب بنویسید.

$$\begin{bmatrix} -7 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 6 \\ 10 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} -7 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -6 \\ -7 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$- \begin{bmatrix} -8 \\ -3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 6 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

۵) مقدار a و b را طوری تعیین کنید که دو بردار زیر با هم مساوی باشند

$$\begin{array}{l|l} 3a - 5 = 7 & 2b + 3 = 9 \\ 3a = 7 + 5 = 12 & 2b = 9 - 3 = 6 \\ a = \frac{12}{3} = 4 & b = \frac{6}{2} = 3 \end{array}$$