



در سال های گذشته با توان های طبیعی یک عدد (ناصفر) آشنا شده اید. به طور مثال می دانید:

$$2^3=8 \quad \text{و} \quad (-5)^2=25 \quad \text{و} \quad \left(\frac{3}{4}\right)^4=\frac{81}{256} \quad \text{و} \quad \left(\frac{-1}{2}\right)^5=\frac{-1}{32}$$

همچنین می دانید که اگر  $a$  عددی غیر صفر باشد،  $a^0=1$ .

آیا توان منفی یک عدد (ناصفر) هم معنی دارد؟ مثلاً حاصل  $2^{-3}$  چیست؟ به کمک فعالیت زیر

پاسخ سؤال بالا را می توان پیدا کرد.

### فعالیت

جدول زیر را در نظر بگیرید و به سؤالات داده شده پاسخ دهید:

$16$	$8$	$4$	$2$	$1$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}=\frac{1}{2^2}$	$\frac{1}{8}=\frac{1}{2^3}$	$\frac{1}{16}=\frac{1}{2^4}$	$\frac{1}{32}=\frac{1}{2^5}$
$2^4$	$2^3$	$2^2$	$2^1$	$2^0$	$2^{-1}$	$2^{-2}$	$2^{-3}$	$2^{-4}$	$2^{-5}$

آ) اعداد واقع در سطر اول جدول بالا با هم چه ارتباطی دارند؟ همه ی اعداد توان از  $2$  هستند

ب) هر یک از اعداد واقع در سطر دوم چه رابطه ای با عدد بالای آن دارد؟ اعداد توان از سطر اول هستند

ج) توان های اعداد واقع در سطر دوم تا  $2^0$  با یکدیگر چه رابطه ای دارند؟ همدانم از تقسیم بر  $2$  بدست آمده یا یک واحد از توان کم شده

د) اگر بخواهیم در جاهای خالی این الگو را ادامه دهیم، چه اعدادی را می توان نوشت؟  $-1$  و  $-2$  و  $-3$  و  $-4$  و  $-5$

ه) به کمک جدول بالا تساوی های زیر را کامل کنید:

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8} \quad 2^{-4} = \frac{1}{2^4} = \frac{1}{16} \quad 2^{-5} = \frac{1}{2^5} = \frac{1}{32}$$

به طور کلی اگر  $a$  یک عدد غیر صفر باشد و  $n$  یک عدد طبیعی باشد،  $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

یعنی: توان منفی هر عدد مساوی معکوس توان مثبت آن عدد است.  
 $\bar{a}^n = \frac{1}{a^n} \quad (a \neq 0, n \in \mathbb{N})$

مثال:

$$1) 7^{-2} = \frac{1}{7^2} = \frac{1}{49}$$

$$3) \left(\frac{2}{3}\right)^{-4} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^4} = \frac{1}{\frac{16}{81}} = \frac{81}{16}$$

$$2) \left(\frac{1}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{1}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{1}{25}} = 25$$

$$4) (-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = -\frac{1}{8}$$



۱- با توجه به مثال‌های حل شده زیر، پاسخ موارد بعدی را به صورت یک عدد توان دار با توان طبیعی بنویسید.

آ)  $5^{-2} = \frac{1}{5^2} = \frac{1}{25} = \left(\frac{1}{5}\right)^2$

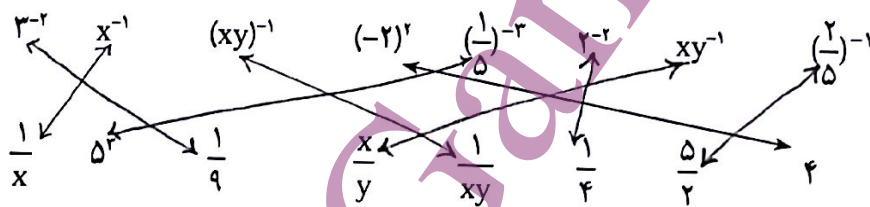
ب)  $\left(\frac{2}{3}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{2}{3}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{4} = \left(\frac{3}{2}\right)^2$

ج)  $(-2)^{-3} = \frac{1}{(-2)^3} = \frac{1}{(-8)} = -\frac{1}{8} = \left(-\frac{1}{2}\right)^3$  د)  $\left(-\frac{2}{7}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(-\frac{2}{7}\right)^2} = \frac{1}{\frac{4}{49}} = \frac{49}{4} = \left(\frac{7}{2}\right)^2$

← برای نوشتن

به طور کلی اگر  $n$  یک عدد طبیعی و  $a \neq 0$  آنگاه:  $a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

۲- مانند نمونه هر عبارت را به عبارت نظیر آن وصل کنید.



۳- حاصل هر عبارت را به ساده‌ترین صورت بنویسید.

آ)  $\left(-\frac{1}{3}\right)^{-2} = \left(-3\right)^2 = 9$  و)  $1^{-2} = 1$

ب)  $2^{-1} + 3^{-1} + 4^{-1} = \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} = \frac{13}{12}$  ز)  $\frac{(-3)^0}{3} = \frac{1}{3}$

ج)  $-(-5)^2 = -25$  ح)  $-\frac{1}{2^{-2}} = -\left(2\right)^2 = -4$

د)  $-(-5)^{-2} = -\frac{1}{(-5)^2} = -\frac{1}{25}$  ط)  $\left(\frac{2}{5}\right)^{-2} + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 2 \times \left(\frac{5}{2}\right)^2 = 2 \times \frac{25}{4} = \frac{25}{2}$

ه)  $-5^{-2} = -\frac{1}{5^2} = -\frac{1}{25}$  ی)  $2^0 - 2^{-1} = 1 - \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

اگر  $m$  و  $n$  دو عدد طبیعی باشند و  $a$  یک عدد دلخواه باشد داریم:  $a^m \times a^n = a^{m+n}$   
 آیا این رابطه برای توان‌های منفی هم درست است؟ برای توان‌های صحیح چه رابطه‌ای داریم؟  
 با انجام فعالیت بعدی می‌توان رابطه را برای اعداد صحیح هم حدس زد.

### فعالیت

توضیح دهید که هر یک از حاصل ضرب‌های زیر چگونه به دست آمده است؟ توان صحیحی که در پاسخ وجود دارد با هر یک از توان‌های موجود در عبارت اولیه چه رابطه‌ای دارند؟

$$3^{-4} \times 3^6 = \frac{1}{3^4} \times 3^6 = \frac{3^6}{3^4} = 3^{6-4} = 3^2$$

$$2^{-5} \times 2^{-2} = \frac{1}{2^5} \times \frac{1}{2^2} = \frac{1}{2^{5+2}} = \frac{1}{2^7} = 2^{-7}$$

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^{-3} \times \left(-\frac{1}{2}\right)^{-5} = (-2)^3 \times (-2)^5 = (-2)^8 = \left(-\frac{1}{2}\right)^{-8}$$

حاصل ضرب مقابل را نیز به همین روش به دست آورید:

$$5^2 \times 5^{-7} = \dots = 5^{2+(-7)} = 5^{-5}$$

در حالت کلی اگر  $m$  و  $n$  دو عدد صحیح باشند و  $a$  یک عدد دلخواه (غیر صفر)، رابطه زیر برقرار است:

$$a^m \times a^n = a^{m+n}$$

مثال:

$$2^3 \times 2^{-5} \times 2^{-2} = 2^{3-5-2} = 2^{-4}$$

$$(2x^{-1}) \times (3x^2) \times (4x^3) = 24x^{-1+2+3} = 24x^4 \quad (x \neq 0)$$

### کار در کلاس

حاصل هر یک از عبارات زیر را به صورت یک عدد توان‌دار بنویسید:

$$5^{-7} \times 5^0 = 5^{-7}$$

$$(-4)^{-1} \times (-4)^{-1} = (-4)^{-2}$$

$$\left(\frac{-3}{8}\right)^4 \times \left(\frac{-3}{8}\right)^{-9} = \left(\frac{-3}{8}\right)^{-5}$$

$$\left(\frac{1}{\sqrt{v}}\right)^6 \times \left(\frac{1}{\sqrt{v}}\right)^{-5} = \left(\frac{1}{\sqrt{v}}\right)^1$$

$$b^{-2} \times b^{-2} = b^{-4}$$

$$\left(\frac{x}{y}\right)^{-7} \times \left(\frac{x}{y}\right)^{11} = \left(\frac{x}{y}\right)^4$$

اگر  $a$  و  $b$  دو عدد مخالف صفر و  $m$  و  $n$  دو عدد صحیح باشند، روابط زیر برقرار است:

$$\frac{a^m}{a^n} = a^m \div a^n = a^{m-n} ; a^{-m} = \frac{1}{a^m} ; \frac{a^m}{b^m} = \left(\frac{a}{b}\right)^m ;$$

$$(a^m)^n = a^{mn} ; (ab)^m = a^m \cdot b^m ; a^0 = 1$$

### کار در کلاس

الف)  $\frac{7^3}{7^5} = 7^{3-5} = 7^{-2}$       ب)  $2^{-2} \times 5^{-2} = 10^{-2}$

ج)  $\left(\frac{-2}{3}\right)^{-3} \times 12^{-3} = \left(\frac{-2}{3} \times 12\right)^{-3} = (-8)^{-3}$       د)  $\left[\left(\frac{-2}{5}\right)^{-2}\right]^{-1} = \left(\frac{-2}{5}\right)^2$

ه)  $\frac{2^8 \times 5^{10}}{2^4 \times 5^6} = \frac{2^8}{2^4} \times \frac{5^{10}}{5^6} = 2^4 \times 5^4 = 10^4$

و)  $\frac{x^5 \cdot y^2 \cdot z}{x^{-2} \cdot y^7 \cdot z^3} = x^{5-(-2)} \cdot y^{2-7} \cdot z^{1-3} = x^7 \cdot y^{-5} \cdot z^{-2} = \frac{x^7}{y^5 z^2} \quad x, y, z \neq 0$

### تمرین

۱- برای هر عبارت دو پاسخ داده شده است. پاسخ درست را با ذکر دلیل مشخص کنید.

الف)  $3^{-2} \begin{cases} \frac{1}{9} = \frac{1}{3^2} \\ -6 \end{cases}$       ب)  $3^{-1} \begin{cases} \frac{1}{3} = \frac{1}{3^1} \\ -\frac{1}{3} \end{cases}$

ج)  $3^{-1} \times 4^{-1} \begin{cases} 12^{-1} = (3 \times 4)^{-1} \\ 7^{-1} \end{cases}$

د)  $3^{-1} + 4^{-1} \begin{cases} \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \\ 7^{-1} \end{cases}$       ه)  $5^{-2} \begin{cases} -\frac{2}{5} \\ \frac{1}{25} = \frac{1}{5^2} \end{cases}$

و)  $(-2)^3 \begin{cases} 3^{-2} \\ -8 = (-2)(-2)(-2) \end{cases}$

۲- جرم یک اتم هیدروژن حدود  $10^{-24}$  گرم است. جرم یک وزنه  $100$  کیلوگرمی چند برابر  $100 \text{ Kg}$  جرم یک اتم هیدروژن است؟

$$100 \text{ Kg} = 100 \times 1000 = 100000 = 10^5 \text{ g}$$

$$\frac{10^5}{10^{-24}} = 10^{24}$$

۳- عددهای  $16^2$  و  $8^4$  و  $2^{11}$  را با یکدیگر مقایسه کنید.

۴- در جاهای خالی علامت  $>$ ،  $<$  یا  $=$  قرار دهید:

الف)  $3^{-1} \text{ } \ominus \text{ } 3^{-2}$

ب)  $2^0 \text{ } \ominus \text{ } 2^{-5}$

ج)  $(0/5)^{-2} \text{ } \ominus \text{ } (0/6)^{-2}$

د)  $5^{-1} \text{ } \ominus \text{ } 5^0$

ه)  $\left(\frac{-1}{15}\right)^0 \text{ } \ominus \text{ } 1$

و)  $-5^{-2} \text{ } \ominus \text{ } (-5)^{-2}$

۵- در هر یک از تساوی های زیر  $x$  چه عددی است؟

الف)  $5^x \times 5^{-2} = 5^4$

ب)  $5^x \div 5^{-2} = 5^4$

۶- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

الف)  $a^4 \times a^5 = a^{20}$   $\times$

ه)  $(-3)^0 + (3^{-1})^{-1} = 4$   $\checkmark$

ب)  $a^4 \times a^5 = a^9$   $\checkmark$

و)  $3^{-1} \times 4^{-1} = 12^{-2}$   $\times$

ج)  $(a^m)^n = (a^n)^m$   $\checkmark$   $a > 0$

ز)  $6^{-2} = -\frac{2}{6}$   $\times$

د)  $3^{-2} = -9$   $\times$

ح)  $3^{-1} < 3^{-1}$   $\checkmark$

۷- حاصل هر عبارت را به دست آورید.

الف)  $\left(\frac{1}{3}\right)^{-10} \times 27^{-3}$

ب)  $(0/2)^{-4} \times 25^{-2}$

ج)  $\left(\frac{15}{14}\right)^{-4} \times \left(\frac{45}{28}\right)^4$

د)  $(-5^{-2})^{-1}$

۸- عددهای داده شده را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$2^{-2}$  و  $1^{-10}$  و  $(-1)^{11}$  و  $(-7)^2$  و  $\left(\frac{-1}{2}\right)^{-2}$  و  $2^2$  و  $5^{-2}$  و  $2^{-2}$

۹- عبارت نادرست را مشخص کنید.

$\checkmark (0/987)^0 < 10^0$   $\boxed{(1/2)^7 < (1/0.2)^7}$   $\boxed{\left(\frac{5}{4}\right)^2 < (0/7)^2}$   $\left(\frac{3}{4}\right)^2 > (0/75)^2 = \left(\frac{3}{4}\right)^3 \checkmark$

۱۰- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید.

الف)  $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{8}{3}\right)^{-3}$

ب)  $\left[-\left(\frac{2}{3}\right)^{-2}\right]^{-1} = \left[-\left(\frac{3}{2}\right)^2\right]^{-1} = \left(-\frac{9}{4}\right)^{-1} = -\frac{4}{9}$

الف)  $= \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{8}{3}\right)^{-3}}{\left(\frac{3}{2}\right)^3 \times \left(\frac{8}{3}\right)^{-3}} = \frac{2^3 \times 3^{-3} \times 2^{-3} \times 3^3}{3^{-3} \times 2^3 \times 3^3 \times 2^{-3}} = \frac{2^0 \times 3^0}{3^0 \times 2^0} = \frac{1}{1} = 1$



$$2^{11}, 1^8, 16^3 \rightarrow \begin{cases} 2^{11} \\ 1^8 = (2^3)^4 = 2^{12} \\ 16^3 = (2^4)^3 = 2^{12} \end{cases}$$

پاسخ سوال ۳

الف  $x + (-3) = 4$   
 $x = 4 + 3 = 7$

ب  $x - (-3) = 4$   
 $x = 4 - 3 = 1$

سوال ۵

ا  $3^{10} \times (3^3)^{-3} = 3^{10-9} = 3^1$

ب  $(\frac{10}{3})^4 \times (2)^{-2} = 2^4 \times 5^{-4} = \frac{2^4}{5^4}$  سوال ۷

ج  $(\frac{14}{15})^2 \times (\frac{45}{21})^4 = (\frac{14}{15} \times \frac{45}{21})^2 = (\frac{3}{2})^2$

د  $(-\frac{1}{25})^{-1} = (-\frac{1}{25})^{-1} = -25$

$\frac{1}{8}, \frac{1}{125}, 1, 8, 4, 49, -1, 1, -\frac{1}{16}$

سوال ۸

$$-1 < -\frac{1}{16} < \frac{1}{125} < \frac{1}{8} < 1 < 4 < 8 < 49$$

$$(-1)^{21} < -2^{-4} < 5^{-3} < 2^{-3} < (-\frac{1}{4})^0 = 1 < (-\frac{1}{4})^{-2} < 2^3 < (-7)^2$$

په روسه / اسیناد علمی نوشتن در مدارس جاری

$$\frac{25}{10000} = \frac{25}{10000} = \frac{25}{10} \times \frac{1}{1000} = 2,5 \times 10^{-4}$$

$$3245000 = 3245 \times 1000 = 3,245 \times 10^6$$

$$\frac{3245}{1000} \times 1000 \times 1000 = 3,245 \times 10^6$$

فعالیت

۱- در جدول زیر تعدادی عدد داده شده و حاصل ضرب آنها در توان های  $10$  یا حاصل تقسیم آنها بر توان های  $10$  خواسته شده است. جاهای خالی را پر کنید و توضیح دهید که هنگام ضرب یا تقسیم، مکان ممیز چگونه تغییر می کند؟

عدد	ضرب در $10$	تقسیم بر $10$	ضرب در $100$	تقسیم بر $100$	ضرب در $1000$	تقسیم بر $1000$	ضرب در $10^4$	تقسیم بر $10^4$	ضرب در $10^5$	تقسیم بر $10^5$
۱۵	۱۵۰	۱٫۵	۱۵۰۰	۰٫۱۵	۱۵۰۰۰	۰٫۰۱۵	۱۵۰۰۰۰	۰٫۰۰۱۵	۱۵۰۰۰۰۰	۰٫۰۰۰۱۵
۰٫۰۲	۰٫۲	۰٫۰۰۲	۲	۰٫۰۰۰۲	۲۰	۰٫۰۰۰۰۲	۲۰۰	۰٫۰۰۰۰۰۲	۲۰۰۰	۰٫۰۰۰۰۰۰۲
۹/۳	۹۳	۰٫۰۹۳	۹۳۰	۰٫۰۹۳	۹۳۰۰	۰٫۰۰۹۳	۹۳۰۰۰	۰٫۰۰۰۹۳	۹۳۰۰۰۰	۰٫۰۰۰۰۹۳

۲- سرعت نور  $300,000,000$  متر بر ثانیه است. فاصله ای که نور در  $100$  ساعت می پیماید، چند متر است؟ راه حل این مسئله در ادامه داده شده است. توضیح دهید که حل چگونه به دست آمده است.

فاصله ای که نور در  $100$  ساعت می پیماید  $= 300,000,000 \times 36,000 = 3 \times 10^8 \times 36 \times 10^4$  ثانیه  $36,000 = 3 \times 10^4$  ساعت  $100 = 36,000$

واضح است که ضرب دو عدد بالا به این صورت دشوار است. در محاسبات ریاضی ابتدا هر کدام از این عددها را به صورت یک عدد اعشاری مثبت با یک رقم صحیح در توانی از عدد  $10$  نمایش می دهند که آن را «نماد علمی» آن عدد می گویند، بنابراین:

$$300,000,000 = 3 \times 10^8$$

$$\Rightarrow 3 \times 10^8 \times 36 \times 10^4 = 108 \times 10^{12} = 1.08 \times 10^{14}$$

$$36,000 = 36 \times 10^4$$

دقت کنید که حاصل ضرب نیز با نماد علمی نمایش داده شده است.

این گونه نمایش به جز سادگی در نوشتن، محاسبات را آسان تر می کند و در ضمن نوعی نظم و هماهنگی در نمایش عددهای بزرگ (یا کوچک) به شمار می آید.



مثال:

$$1240000 = 1/24 \times 10^5$$

$$17000000000 = 1/7 \times 10^1$$

$$1393 = 1/393 \times 10^2$$

$$92040000 = 9/204 \times 10^6$$

$$125/39 = 1/2539 \times 10^2$$

قطر متوسط یک سلول گلبول قرمز  $7/000000$  میلی متر است.

همانند عددهای بزرگ، عددهای کوچک مانند  $7/000000$  را هم می توان به صورت نماد علمی

$$7/000000 = 7 \times 10^{-6}$$

نمایش داد، یعنی:

ضخامت یک برگه کاغذ حدود  $0/0016$  سانتی متر است که با نماد علمی آن را به صورت

$$1/6 \times 10^{-3}$$

به طور کلی نماد علمی یک عدد اعشاری مثبت به صورت  $a \times 10^n$  است که در آن

$1 \leq a < 10$  و  $n$  عددی صحیح است.

$$0/00001275 = 1/275 \times 10^{-5}$$

$$0/0137 = 1/37 \times 10^{-2}$$

$$123 = 1/23 \times 10^2$$

$$290000 = 2/9 \times 10^4$$

مثال:

## کار در کلاس

۱- هر یک از اعداد داده شده را با نماد علمی نمایش دهید.

$$2450000 = 2,45 \times 10^6$$

$$150,000,000 = 1,5 \times 10^8$$

$$0/005 = 5 \times 10^{-3}$$

$$0/000061 = 6,1 \times 10^{-5}$$

$$1404 = 1,404 \times 10^3$$

$$0/1275 = 1,275 \times 10^{-1}$$

$$5/2 \times 10^{-2} = 0,052$$

۲- نمایش اعشاری اعداد زیر را بنویسید.

$$7/304 \times 10^{-5} = 0,00007304$$

$$2/28 \times 10^4 = 2280000$$

$$9/4612 \times 10^1 = 946120000$$

$$6/02 \times 10^{-2} = 0,0602$$

$$1/1 \times 10^2 = 1100$$



## فعالیت

۱- مانند نمونه‌ها حاصل هر یک از عبارات‌های زیر را به دست آورید.

$$(-3)^2 = 9 \quad (\sqrt{5})^2 = 5 \quad \left(\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49} \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$$

$$(-\sqrt{5})^2 = +5 \quad \left(-\frac{1}{7}\right)^2 = \frac{1}{49} \quad 4^2 = 16 \quad (-4)^2 = 16$$

مربع (توان دوم) اعداد ۳ و -۳ برابر ۹ است. اعداد ۳ و -۳ را ریشه‌های دوم عدد ۹ می‌نامند. همان‌گونه که در سال‌های گذشته دیده‌اید ریشه‌های دوم ۹ را با  $\sqrt{9}$  و  $-\sqrt{9}$  نمایش می‌دهند و داریم:

$$\sqrt{9} = 3 \quad \text{و} \quad -\sqrt{9} = -3$$

۲- جاهای خالی را در جدول زیر کامل کنید:

عدد	۳	-۳	۴	-۴	$\frac{2}{3}$	$-\frac{2}{3}$	$\sqrt{5}$	$-\sqrt{5}$	$\frac{1}{7}$	$-\frac{1}{7}$	$\sqrt{9}$	$-\sqrt{9}$
مربع عدد (توان دوم)	۹		۱۶		$\frac{4}{9}$		۵		$\frac{1}{49}$		۹	

ریشه‌های دوم عدد  $\frac{4}{9}$ ، اعداد  $\frac{2}{3}$  و  $-\frac{2}{3}$  هستند. ریشه‌های دوم ۷، اعداد  $\sqrt{7}$  و  $-\sqrt{7}$  هستند. ریشه دوم صفر، همان صفر است و داریم  $\sqrt{0} = 0$ .

به طور کلی اگر  $b$  یک عدد حقیقی مثبت باشد،  $\sqrt{b}$  و  $-\sqrt{b}$  را ریشه‌های دوم  $b$  می‌نامند. همان‌طور که می‌دانید اعداد منفی ریشه دوم ندارند.

۳- جاهای خالی را در جدول زیر کامل کنید.

عدد	۲	-۲	۳	-۳	۴	$\frac{1}{5}$	$-\frac{1}{5}$	۵	$-\frac{2}{3}$	۰
مکعب عدد (توان سوم)	۸	-۸	۲۷	-۲۷	۶۴	$\frac{1}{125}$	$-\frac{1}{125}$	۱۲۵	$-\frac{8}{27}$	۰



توان سوم (مکعب) عدد ۲ برابر ۸ است، یعنی  $2^3 = 8$ . ریشه سوم عدد ۸ برابر ۲ است و می‌نویسیم  $\sqrt[3]{8} = 2$ . همچنین چون  $(-2)^3 = -8$  ریشه سوم عدد ۸ برابر ۲- است و می‌نویسیم  $\sqrt[3]{-8} = -2$ . به عبارت دیگر با آنکه اعداد منفی ریشه دوم ندارند، ولی ریشه سوم دارند. به کمک جدول بالا دیده می‌شود که ریشه سوم عدد ۶۴ برابر ۴... و ریشه سوم عدد  $-\frac{8}{27}$  عدد  $-\frac{2}{3}$  است.

۴- طرف دوم تساوی‌های زیر را بنویسید.

$$\sqrt[3]{64} = 4 \quad \sqrt[3]{-\frac{1}{8}} = -\frac{1}{2} \quad \sqrt[3]{125} = 5 \quad \sqrt[3]{-27} = -3$$

به طور کلی اگر  $b$  یک عدد حقیقی باشد، ریشه سوم آن را با  $\sqrt[3]{b}$  نمایش می‌دهیم هر عدد فقط یک ریشه سوم دارد.

## کار در کلاس

۱- حاصل هر عبارت را به دست آورید:

$$\sqrt{81} = 9 \quad \sqrt{42} = 4 \quad \sqrt{(-4)^2} = \sqrt{16} = 4 \quad \sqrt[3]{-1} = -1$$

$$\sqrt{\frac{27}{125}} = \frac{3}{5} \quad \sqrt[3]{63} = 6 \quad \sqrt[3]{-\frac{8}{1000}} = -\frac{2}{10} \quad \sqrt[3]{(-7)^3} = -7$$

۲- به کمک رابطه  $\sqrt{x^2} = |x|$  که در فصل ۲ آموخته‌اید، حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\sqrt{(-6)^2} = |-6| = 6 \quad \sqrt{8^2} = |8| = 8 \quad \sqrt{\left(-\frac{3}{5}\right)^2} = \left|-\frac{3}{5}\right| = \frac{3}{5}$$

$$\sqrt{(1-\sqrt{2})^2} = |1-\sqrt{2}| = \sqrt{2}-1 \quad \sqrt{(2-9)^2} = |2-9| = 9-2 = 7 \quad \sqrt{\left(1-\frac{1}{3}\right)^2} = \left|1-\frac{1}{3}\right| = 1-\frac{1}{3} = \frac{2}{3}$$

۳- حاصل عبارت  $\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2}$  را در هر یک از حالت‌های زیر به دست آورید. یکی از حالات

حل شده است.

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = x + y \quad \text{آ) } x \text{ و } y \text{ هر دو مثبت هستند } (x > 0, y > 0)$$

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = x - y \quad \text{ب) } x \text{ مثبت و } y \text{ منفی است } (x > 0, y < 0)$$

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = -x + y \quad \text{ج) } x \text{ منفی و } y \text{ مثبت است } (x < 0, y > 0)$$

$$\sqrt{x^2} + \sqrt{y^2} = |x| + |y| = -x - y \quad \text{د) } x \text{ و } y \text{ هر دو منفی هستند } (x < 0, y < 0)$$

## ضرب و تقسیم رادیکال‌ها

در سال گذشته برای دو عدد مثبت  $a$  و  $b$  رابطه‌های زیر را یاد گرفتید :

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \times \sqrt{b}$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}$$

به کمک فعالیت زیر می‌توان حدس زد که این روابط چگونه برای ریشه سوم برقرارند :

### فعالیت

با توجه به عددهای داده شده  $a$  و  $b$  مانند نمونه جدول زیر را کامل کنید. با مقایسه دو ستون آخر جدول چه حدسی می‌زنید؟

$a$	$\sqrt[3]{a}$	$b$	$\sqrt[3]{b}$	$ab$	$\sqrt[3]{ab}$	$\sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$
۸	۲	۱۲۵	۵	۱۰۰۰	۱۰	$۲ \times ۵ = ۱۰$
۲۷	۳	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{۲۷}{۸}$	$\frac{۳}{۲}$	$۳ \times \frac{1}{۲} = \frac{۳}{۲}$
-۸	-۲	۲۷	۳	-۲۱۶	-۶	$-۲ \times ۳ = -۶$

به‌طور کلی برای هر دو عدد  $a$  و  $b$  داریم :  $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a} \times \sqrt[3]{b}$  ، همچنین اگر

$b \neq 0$  داریم :

$$\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}$$

### کار در کلاس

۱- آیا رابطه مقابل درست است؟ نه ضرب

$$\sqrt[3]{۸} + \sqrt[3]{۲۷} = \sqrt[3]{۸+۲۷}$$

استدلال زیر برای نادرستی رابطه بالا را بررسی کنید و آن را توضیح دهید :

«رابطه برقرار نیست. زیرا سمت چپ تساوی مساوی ۵ است در حالی که سمت راست کمتر

از ۴ (یعنی  $\sqrt[3]{۶۴}$  است.)»

۲- در تساوی های زیر جاهای خالی را کامل کنید :

$$\sqrt[3]{4} \times \sqrt[3]{16} = \sqrt[3]{4 \times 16} = 4$$

$$3\sqrt{-2} \times 5\sqrt[3]{4} = 15\sqrt{-8} = 5 \times (-2) = -10$$

$$\sqrt{128} = \sqrt{64} \times \sqrt{2} = 8\sqrt{2}$$

$$\sqrt{20} = \sqrt{4} \times \sqrt{5}$$

$$\sqrt{\frac{125}{64}} = \frac{\sqrt{125}}{\sqrt{64}} = \frac{5}{4}$$

$$\frac{\sqrt{-54}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{-54}{2}} = \sqrt{-27} = -3$$

### تمرین

$$\frac{49}{16} \xrightarrow{\text{دو}} \frac{7}{4} \text{ و } -\frac{7}{4}$$

$$\frac{1}{81} \xrightarrow{\text{دو}} \frac{1}{9} \text{ و } -\frac{1}{9}$$

$$\frac{49}{16}, \frac{1}{81}, 15, 144, 12, 18$$

$$15 \xrightarrow{\text{دو}} \sqrt{15} \text{ و } -\sqrt{15}$$

۱- ریشه های دوم عددهای زیر را بیابید :

$$144 \xrightarrow{\text{دو}} 12 \text{ و } -12$$

$$12 \xrightarrow{\text{دو}} \sqrt{12} \text{ و } -\sqrt{12}$$

$$18 \xrightarrow{\text{دو}} -\sqrt{18} \text{ و } \sqrt{18}$$

۲- ریشه سوم عددهای زیر را به دست آورید :

$$4 \leftarrow \begin{matrix} 216, 72, -5, -\frac{1}{216}, 10 \\ \sqrt{\downarrow} \\ \sqrt[3]{-5} \end{matrix} \rightarrow \sqrt[3]{10}$$

۳- کدام یک درست و کدام یک نادرست است؟

$\sqrt{(-1)^2} = -1$ X	$\sqrt[3]{(-1)^3} = -1$ ✓	$\sqrt{(-5)^2} = -5$ = 5 ✓	$\sqrt[3]{(-5)^3} = -5$ ✓
$-\sqrt{\frac{49}{256}} = -\frac{7}{16}$ ✓	$\sqrt{1/44} = 1/2$ ✓	$(\sqrt{-1})^2 = 1$ X	$\sqrt{-64} = -4$ ✓

۴- حاصل هر عبارت را به عدد مساوی آن در سطر دوم، وصل کنید :

$\sqrt{125} \times \sqrt{36}$	$\sqrt{-1} \times \sqrt{81}$	$\sqrt{\frac{81}{3}}$
→ 30	→ 3	→ -9

$$\sqrt{-25} \times \sqrt{5} = \sqrt{-125} = \sqrt[3]{(-5)^3} = -5$$



۵- حداقل سه عدد صحیح مختلف مثال بزنید که اگر به جای  $a$  قرار دهیم، نامساوی زیر درست

اعداد صحیح کوچکتر از ۱۰

باشد:  $\sqrt[3]{-1} < \sqrt{4}$   $\sqrt[3]{1} < \sqrt{4}$   $\sqrt[3]{-1} < \sqrt{3}$

$\sqrt[3]{a} < \sqrt{4}$

$\sqrt{(-3)^2} = 3$

۶- رابطه  $\sqrt{(-x)^2} = x$  به چه شرطی درست است؟ مثال بزنید. اگر  $x > 0$  یا  $x < 0$

۷- اگر مساحت کل یک مکعب  $96a^2$  باشد، حجم آن را بر حسب  $a$  به دست آورید. درصفت بعد

۸- اگر  $x > 0$  و  $y < 0$  باشد، حاصل  $\sqrt{x^2} - \sqrt{y^2}$  را ساده کنید و بدون قدر مطلق بنویسید. درصفت بعد

۹- عبارت های زیر را مانند نمونه ساده کنید:  $\sqrt{90} = \sqrt{2 \times 3^2 \times 5} = \sqrt{3^2} \times \sqrt{10} = 3\sqrt{10}$

$\sqrt{150}$  ,  $\sqrt{80}$  ,  $\sqrt{24}$  ,  $\sqrt{125^2}$

۱۰- آیا تساوی های زیر درست است؟ بله

$(\sqrt[3]{-2})^3 = -2$   $\sqrt[3]{-4} = -\sqrt[3]{4}$

۱۱- حاصل را به دست آورید:

$\sqrt[3]{16} \times \sqrt[3]{4} = \frac{\sqrt{8} \times \sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt[3]{18} \times \sqrt[3]{60}}{\sqrt[3]{5}}$

@GambBeGamb

۱۱- حاصل را به دست آورید:

۱۱

$$2\sqrt[3]{2^3 \times 2} \times 3\sqrt[3]{2^2} = 2\sqrt[3]{16} \times 3\sqrt[3]{4} = \frac{\sqrt{18} \times \sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{18 \times 5}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{90}}{\sqrt{10}} = \sqrt{9} = 3$$

باسف

$$\frac{\sqrt{18} \times \sqrt{5}}{\sqrt{10}} = \frac{\sqrt{90}}{\sqrt{10}} = \sqrt{\frac{90}{10}} = \sqrt{9} = 3$$

$$\frac{\sqrt[3]{3^3 \times 2} \times \sqrt[3]{2^2 \times 3 \times 5}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{2^3 \times 3^3 \times 5}}{\sqrt[3]{5}} = \frac{\sqrt[3]{(2 \times 3)^3 \times 5}}{\sqrt[3]{5}} = 6$$

$$\sqrt[3]{S} = 99a^2 \implies \sqrt[3]{S} = 99a^2 \div 9 = 11a^2 = (\varepsilon a)^2 \quad \square$$

$$\text{انگیزه مضاعف} = \sqrt{(\varepsilon a)^2} = \varepsilon a$$

$$\sqrt{=} = \varepsilon a \times \varepsilon a \times \varepsilon a = (\varepsilon a)^3 = 99a^3$$

$$\square \quad \sqrt{x^2} - \sqrt{y^2} = |x| - |y| = x - (-y) = x + y$$

$$\text{۹} \quad \sqrt[3]{12a^3} = \sqrt[3]{2 \times 2 \times 3 \times a^3} = \sqrt[3]{2^2 \times 3} \times \sqrt[3]{a^3} = 2\sqrt[3]{3} \times a = 2a\sqrt[3]{3}$$

$$\sqrt{180} = \sqrt{2^2 \times 3^2 \times 5} = \sqrt{2^2} \times \sqrt{3^2} \times \sqrt{5} = 2 \times 3 \times \sqrt{5} = 6\sqrt{5}$$

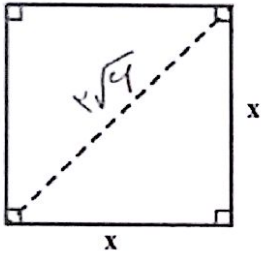
$$\sqrt{24} = \sqrt{2^3 \times 3} = \sqrt{2^2 \times 2 \times 3} = 2\sqrt{6}$$

$$\sqrt[3]{12a^3} = \sqrt[3]{(2^2 \times 3) \times a^3} = \sqrt[3]{(2^2 \times 3)^3} = \sqrt[3]{2^6 \times 3^3} = 2^2 \times 3 = 12$$

@

### فعالیت

زمینی به شکل مربع داریم که طول قطر آن  $2\sqrt{6}$  متر است. می‌خواهیم مساحت و محیط این زمین را به دست آوریم. راه حل ارائه شده را توضیح دهید و در صورت لزوم آن را کامل کنید:



حل: به کمک رابطه فیثاغورس داریم:  $x^2 + x^2 = (2\sqrt{6})^2$

در نتیجه:  $2x^2 = 24$  و از آنجا  $x^2 = 12$

بنابراین مساحت... این زمین ۱۲ متر مربع است.

از اینجا می‌توان نتیجه گرفت که هر ضلع... مربع  $\sqrt{12}$  متر یا  $2\sqrt{3}$

متر است.

همچنین: متر  $8\sqrt{3} = 4 \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3} + 2\sqrt{3}$  = محیط... مربع

اگر قسمت رادیکالی دو عبارت پس از ساده کردن کاملاً یکسان باشند می‌توان آنها را با هم جمع یا تفریق کرد. مثلاً دو عبارت  $3\sqrt{2}$  و  $7\sqrt{2}$  دارای قسمت‌های رادیکالی یکسان هستند و داریم:

$$7\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 10\sqrt{2} \quad \text{و} \quad 7\sqrt{2} - 3\sqrt{2} = 4\sqrt{2}$$

همچنین:

$$\sqrt{12} + 9\sqrt{3} = 2\sqrt{3} + 9\sqrt{3} = 11\sqrt{3}$$

اما قسمت‌های رادیکالی عبارات  $2\sqrt{5}$  و  $\sqrt{2}$  یا عبارات  $7\sqrt{2}$  و  $\sqrt{2}$  یکسان نیستند.

### کار در کلاس

مانند نمونه‌ها حاصل جمع هر ستون را در سطر آخر بنویسید:

$3\sqrt{7}$	$\frac{2}{3}\sqrt{2}$	$\frac{\sqrt{5}}{2}$	$3\sqrt{a}$	$\sqrt{xy}$	$\sqrt{2}$
$-4\sqrt{5}$	$\sqrt{2}$	$2\sqrt{5}$	$2\sqrt{b}$	$2\sqrt{x}$	$\sqrt{3}$
$8\sqrt{7}$	$8\sqrt{2}$	$-\frac{2}{3}\sqrt{10}$	$-\frac{1}{5}\sqrt{a}$	$-7\sqrt{x}$	$\sqrt{5}$
$2\sqrt{5}$	$-5\sqrt{2}$	$-2\sqrt{10}$	$-7\sqrt{b}$	$\sqrt{xy}$	$6\sqrt{2}$
$11\sqrt{7} - 2\sqrt{5}$	$\frac{9}{2}\sqrt{2} + \sqrt{2}$	$\frac{5\sqrt{5}}{2} - \frac{1}{3}\sqrt{10}$	$\frac{14}{5}\sqrt{a} - 5\sqrt{b}$	$2\sqrt{xy} - 5\sqrt{x}$	$7\sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{5}$



حاصل عبارات زیر را ساده کنید.  
 راه حل ها را توضیح دهید و آنها را کامل کنید. [اگر روش دیگری می دانید آن را در کلاس مطرح کنید.]  
 حذف سه

آ)  $\sqrt{72} - \sqrt{32} + \sqrt{18}$

ابتدا حاصل هر یک از رادیکال ها را به دست می آوریم:  
 (جاهای خالی را کامل کنید.)

$$\sqrt{72} = \sqrt{6^2 \times 2} = 6\sqrt{2}$$

$$\sqrt{32} = \sqrt{4^2 \times 2} = 4\sqrt{2}$$

$$\sqrt{18} = \sqrt{3^2 \times 2} = 3\sqrt{2}$$

$$\sqrt{72} - \sqrt{32} + \sqrt{18} = 6\sqrt{2} - 4\sqrt{2} + 3\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

بنابراین:

ب)  $\sqrt{50} + \sqrt{24} + \sqrt{81} = \sqrt{5^2 \times 2} + \sqrt{2^3 \times 3} + \sqrt{3^2 \times 3}$   
 $= 5\sqrt{2} + 2\sqrt{6} + 3\sqrt{3} = 5\sqrt{2} + 2\sqrt{6} + 3\sqrt{3}$

مثال ها: حاصل  $\sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2})$  را به دو روش به دست آورده ایم. آنها را با هم مقایسه کنید:

روش اول آ)  $\sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{48 \times 3} + \sqrt{48 \times 2} = \sqrt{4^2 \times 3^2} + \sqrt{4^2 \times 3 \times 2}$   
 $= \sqrt{(4 \times 3)^2} + 4\sqrt{6} = 12 + 4\sqrt{6}$

روش دوم ب)  $\sqrt{48}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = \sqrt{4^2 \times 3}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 4\sqrt{3}(\sqrt{3} + \sqrt{2}) = 12 + 4\sqrt{6}$

ج) حاصل  $(\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48}) \div \sqrt{3}$  را به دست آورید.

$$\sqrt{12} + \sqrt{27} - \sqrt{48} = 2\sqrt{3} + 3\sqrt{3} - 4\sqrt{3} = \sqrt{3}$$

بنابراین حاصل تقسیم برابر ۱ است. (چرا؟) چون هر عدد تقسیم بر خودش حاصل یک می شود

$$\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = 1$$

حاصل عبارت های زیر را ساده کنید: فضای کافی در نظر گرفته شده

۱)  $\sqrt{98} - \sqrt{50} + \sqrt{128}$

۴)  $\sqrt{4 + \frac{1}{81} + \frac{4}{9}}$

۲)  $\sqrt{27} - \sqrt{12} - \sqrt{75} + \sqrt{48}$

۵)  $(\sqrt{2} + \sqrt{3})(3\sqrt{2} - \sqrt{3})$

۳)  $5\sqrt[3]{2} + 3\sqrt[3]{54} - 4\sqrt[3]{128}$

### گویا کردن مخرج کسره های رادیکالی

گاهی اوقات برای ساده کردن یک عبارت رادیکالی و یا ساده کردن محاسبات لازم است که مخرج یک کسر را از حالت رادیکالی خارج کنیم. به طور مثال برای محاسبه  $\frac{20}{\sqrt{2}}$  باید عدد ۲۰ را بر  $\sqrt{2}$  تقسیم کنیم در حالی که می توانیم مخرج کسر را به صورت زیر گویا کنیم:

$$\frac{20}{\sqrt{2}} = \frac{20}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{20\sqrt{2}}{2} = 10\sqrt{2}$$

### فعالیت

توضیح دهید که مخرج هر یک از کسره های زیر چگونه گویا شده است. هر جا لازم است حل را کامل کنید:

ا)  $\frac{5}{2\sqrt{3}} = \frac{5}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{6}$

ب)  $\frac{2}{\sqrt[3]{5}} = \frac{2}{\sqrt[3]{5}} \times \frac{\sqrt[3]{5^2}}{\sqrt[3]{5^2}} = \frac{2\sqrt[3]{5^2}}{5}$

ج)  $\frac{4}{\sqrt{\frac{4}{3}}} = \frac{4}{\frac{2}{\sqrt{3}}} = \frac{4\sqrt{3}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{4\sqrt{6}}{2} = 2\sqrt{6}$

د)  $\frac{2\sqrt[3]{7}}{\sqrt[3]{22}} \times \frac{\sqrt[3]{2}}{\sqrt[3]{2}} = \frac{2\sqrt[3]{14}}{2} = \sqrt[3]{14}$

ه)  $\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{x}} \times \frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x}} = \frac{\sqrt{2x}}{x}$   
( $x \neq 0$ )

و)  $\frac{5}{\sqrt[3]{z^2}} \times \frac{\sqrt[3]{z}}{\sqrt[3]{z}} = \frac{5\sqrt[3]{z}}{z}$   
( $z \neq 0$ )

مخرج کسرها را گویا کنید:

$$\text{ا) } \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2^3}}{\sqrt{2^2}} = \frac{\sqrt{6} \times \sqrt{4}}{2}$$

$$\text{ب) } \frac{2}{\sqrt{32}} = \frac{2}{\sqrt{4 \times 2 \times 2}} = \frac{2}{4\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{8} = \frac{\sqrt{2}}{4}$$

$$\text{ج) } \frac{12}{\sqrt{6}} \times \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{4}} = \frac{12\sqrt{4}}{6} = 2\sqrt{4}$$

$$\text{د) } \frac{5}{\sqrt{3x}} \times \frac{\sqrt{3^2 x^2}}{\sqrt{3^2 x^2}} = \frac{5\sqrt{9x^2}}{3x} \quad (x \neq 0)$$

تمرین

جوابها در صفحه بعد

۱- حاصل عبارت های زیر را به دست آورید:

ا)  $2\sqrt{50} \times \sqrt{32} \times 2\sqrt{72}$

ج)  $\sqrt{27^2}$

د)  $(\sqrt{2} - \sqrt{5})(\sqrt{10} + \sqrt{2})$

ب)  $\sqrt{8} + \sqrt{128} - \sqrt{50}$

د)  $\sqrt[3]{\frac{-27}{64}}$

و)  $2\sqrt{48} - 3\sqrt{27}$

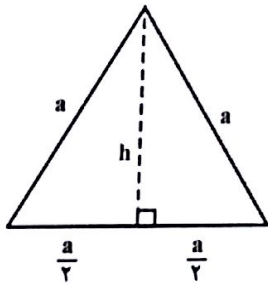
$2\sqrt{x^2} - x$

۲- اگر  $x < 0$  حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.

۳- محیط و مساحت مربعی به طول  $3\sqrt{5}$  سانتی متر را به دست

کلمه طول این فرست

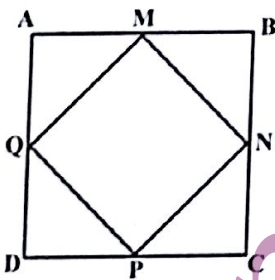
آورید.



۴- شکل مقابل یک مثلث متساوی الاضلاع به ضلع  $a$  را نشان

می دهد. اندازه ارتفاع  $h$  را بر حسب  $a$  به دست آورید. سپس مساحت

آن را بر حسب  $a$  بنویسید.



۵- نقاط  $M, N, P, Q$  وسط های اضلاع مربع  $ABCD$

هستند. اگر مساحت مربع  $ABCD$ ،  $100$  متر مربع باشد، مساحت مربع

$MNPQ$  چقدر است؟

۷۷

$$\left\{ \begin{aligned} AB &= \sqrt{100} = 10 \\ AM &= 5 \end{aligned} \right.$$

$$\left\{ \begin{aligned} AM &= 5 \rightarrow MQ^2 = AM^2 + AQ^2 \\ AQ &= 5 \end{aligned} \right.$$

$$MQ^2 = 5^2 + 5^2 = 50 \rightarrow MQ = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

$$\text{محیط } P = 20\sqrt{2}$$





$$\begin{aligned} \text{آ)} \quad 2\sqrt{5 \times 2} \times \sqrt{4 \times 2} \times 2\sqrt{4 \times 2} &= 2 \times 2\sqrt{5} \times 2\sqrt{2} \times 2 \times 2\sqrt{2} = \\ &= 2 \times 2 \times 4 \times 2 \times 2 \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 4 \times 2 \times 2 \times \sqrt{2} = 940\sqrt{2} \end{aligned}$$

□

$$\text{ب)} \quad \sqrt{2 \times 2} + \sqrt{1 \times 2} - \sqrt{5 \times 2} = 2\sqrt{2} + 1\sqrt{2} - 5\sqrt{2} = 5\sqrt{2}$$

$$\text{ج)} \quad \sqrt[3]{(2^3)^2} = \sqrt[3]{(2^2)^3} = \sqrt[3]{9^3} = 9 \quad \text{و} \quad \sqrt[3]{2^4} = 2^2$$

$$\text{د)} \quad \sqrt[3]{\frac{-2^3}{2^3}} = -\frac{2}{2}$$

$$\begin{aligned} \text{ه)} \quad \sqrt{2} \times \sqrt{10} + \sqrt{2} \times \sqrt{2} - \sqrt{5} \times \sqrt{10} - \sqrt{5} \times \sqrt{2} &= \sqrt{20} + 2 - \sqrt{50} - \sqrt{10} = \\ &= \sqrt{2 \times 10} + 2 - \sqrt{5 \times 2 \times 10} - \sqrt{10} = 2\sqrt{5} + 2 - 5\sqrt{2} - \sqrt{10} \end{aligned}$$

$$\text{و)} \quad 2\sqrt{4 \times 3} - 3\sqrt{3 \times 3} = 2 \times 2\sqrt{3} - 3 \times 3\sqrt{3} = 4\sqrt{3} - 9\sqrt{3} = -5\sqrt{3}$$

$$\text{ز)} \quad 2\sqrt{x^2} - x = 2|x| - x = -2x - x = -3x$$

مثال عددی  $2\sqrt{(-5)^2} - (-5) = 2|-5| + 5 = 2 \times 5 + 5 = 3 \times 5 = -3 \times (-5)$

$$\text{ح)} \quad \rho = 4 \times 3\sqrt{a} = 12\sqrt{a} \text{ cm}$$

$$S = (3\sqrt{a})^2 = 3^2 \times \sqrt{a^2} = 9 \times a = 9a \text{ cm}^2$$

$$\text{ط)} \quad \text{رابطه فیثاغورس} \quad a^2 = h^2 + \left(\frac{a}{2}\right)^2 \rightarrow h^2 = a^2 - \frac{a^2}{4} = \frac{3}{4}a^2$$

$$\rightarrow h = \sqrt{\frac{3}{4}a^2} = \frac{\sqrt{3}}{2}a, \quad S = \frac{h \times a}{2} = \frac{\frac{\sqrt{3}}{2}a \times a}{2} = \frac{\sqrt{3}}{4}a^2$$

۶- در جاهای خالی علامت <، = یا > بگذارید.

$$6, 2 = 2, 2 + 2 = \sqrt{5} + \sqrt{4} \text{ } \ominus \text{ } \sqrt{5+4} = 2 \quad 4 \text{ } \ominus \text{ } \sqrt{3^2+2^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$$

$$\sqrt{\frac{3}{11}} \text{ } \ominus \text{ } \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{11}} \quad \sqrt{4+14} = \sqrt{3^2+4^2} \text{ } \ominus \text{ } 5$$

۷- در جاهای خالی عدد مناسب بنویسید:

$$\text{آ) } \sqrt{1000} = 10 \quad \text{ب) } 2\sqrt{900} = 6 \quad \text{ج) } \sqrt{\frac{1}{9}} = \frac{1}{3} \quad \text{د) } \sqrt{8} = 2$$

$$\text{ه) } \frac{2^{-5}}{2^{-8}} = \sqrt{64} = 8 \quad \text{و) } \frac{(\sqrt{12})^2}{4 \times 3^2} = 3 \quad \text{ز) } \frac{m^6 \times m^{-2}}{m^3} = m \quad \text{ح) } 9\sqrt{-27} = \frac{13^2}{(-4)^2}$$

چالش برانگیز

۸- مخارج کسره‌های زیر را گویا کنید:

$$\text{آ) } \frac{5}{2\sqrt{3}} \times \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{5\sqrt{3}}{4} \quad \text{ب) } \frac{2}{\sqrt{a^2}} \times \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{a}} = \frac{2}{\sqrt{a}} \quad \text{ج) } \frac{2}{\sqrt{v}} \times \frac{\sqrt{v}}{\sqrt{v}} = \frac{2\sqrt{v}}{v}$$

$$\text{د) } = \frac{2\sqrt{a}}{a}$$

۹- در مورد تساوی  $(\sqrt{x})^2 = \sqrt{x^2}$  کدام گزاره درست است. توضیح دهید.

آ) تساوی همیشه درست است. ب) تساوی همیشه نادرست است. ج) اگر  $x \geq 0$  تساوی درست

است.

فناوری نانو مجموعه‌ای از فرایندهای تفکیک، ادغام و تشکیل مواد در حد یک اتم یا مولکول است. یک نانومتر برابر  $10^{-9}$  متر یعنی صدهزار برابر کوچک‌تر از قطر موی سر انسان است. کشور عزیز ما ایران در بین ۱۰ کشور برتر در حوزه فناوری نانو قرار دارد.