

مدت امتحان : ۵۰ دقیقه

باسمه تعالی

نام دبیر: فاطمه سرایی

سوالات امتحانی فصل اول و دوم ، هندسه ۳

پایه دوازدهم ریاضی

تعداد سوالات : ۸ سوال

تاریخ امتحان : ۱۴۰۰ / ۸ / ۲۴

دبیرستان جمهوری اسلامی

ریاضیات را باید به همه آموخت نه برای ریاضی دان شدن ، بلکه برای خردمند شدن....

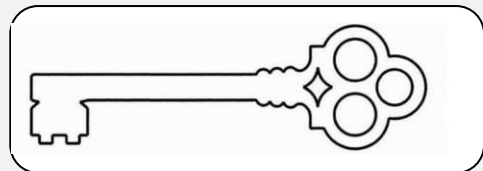
ردیف	سوالات	نمره
۱	ماتریس $A = [a_{ij}]_{2 \times 3}$ با ضابطه $a_{ij} = \begin{cases} i^2 + j - 1 & i + j = 4k \\ i + j^2 - 1 & i + j \neq 4k \end{cases}$ مفروض است. ماتریس را مشخص کنید.	۲
۲	ماتریس های $A = \begin{bmatrix} 1 & x \\ 2 & y \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} a & 3 \\ b & 2 \end{bmatrix}$ مفروضند و $2A - 3I = B$ می باشد. حاصل $xy - ab$ را بیابید.	۲
۳	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ باشند، ماتریس ABA را مشخص کنید.	۲
۴	اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A^{10} را بیابید.	۱/۵
۵	اگر $5 = \begin{vmatrix} a & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & a \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix}$ باشد، مقدار a را بیابید.	۲
۶	دستگاه $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید.	۲
۷	اگر $A = \begin{bmatrix} A & 3 \\ 2 & A \end{bmatrix}$ ، دترمینان ماتریس A را بیابید.	۲
۸	دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 \\ n+1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروضند. اگر A یک ماتریس قطری باشد، حاصل $ A + B $ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۵نمره	موفق باشید/ سرایی	(نمره کار کلاسی)

باسمه تعالی

حل سوالات امتحانی فصل اول و دوم ، هندسه ۳

پایه دوازدهم ریاضی

نام دبیر: فاطمه سرایی



ریاضیات را باید به همه آموخت نه برای ریاضی دان شدن ، بلکه برای خردمند شدن....

ردیف	سوالات	نمره
۱	<p>ماتریس $A = [a_{ij}]_{3 \times 3}$ با ضابطه $a_{ij} = \begin{cases} i^2 + j - 1 & i + j = 4k \\ i + j^2 - 1 & i + j \neq 4k \end{cases}$ مفروض است. ماتریس را مشخص کنید.</p> <p> $a_{11} = 1 + 1^2 - 1 = 1$ $a_{12} = 1 + 2^2 - 1 = 4$ $a_{13} = 1 + 3^2 - 1 = 9$ $a_{21} = 2 + 1^2 - 1 = 2$ $a_{22} = 2 + 2^2 - 1 = 5$ $a_{23} = 2 + 3^2 - 1 = 10$ </p> $A = \begin{bmatrix} 1 & 4 & 9 \\ 2 & 5 & 10 \end{bmatrix}$	۲
۲	<p>ماتریس های $B = \begin{bmatrix} a & 3 \\ b & 2 \end{bmatrix}$ مفروضند و $2A - 3I = B$ می باشد. حاصل $xy - ab$ را بیابید.</p> <p> $2A - 3I = B$ $\begin{bmatrix} 2 & 2x \\ 4 & 2y \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & 3 \\ b & 2 \end{bmatrix} \rightarrow \begin{matrix} a = -1 & x = \frac{5}{2} \\ b = 4 & y = \frac{5}{2} \end{matrix}$ $xy - ab = \frac{5}{2} \times \frac{5}{2} - (-1)(4) = \frac{15}{2} + 4 = \frac{23}{2}$ </p>	۲
۳	<p>اگر $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix}$ باشند، ماتریس ABA را مشخص کنید.</p> <p> $AB = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \\ 1 & -2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & -9 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}$ $ABA = \begin{bmatrix} 2 & -9 \\ 0 & -10 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & -1 & 3 \\ -2 & 0 & 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 20 & -2 & -30 \\ 20 & 0 & -40 \end{bmatrix}$ </p>	۲

۱/۵	<p>۴</p> <p>اگر $A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$ باشد، ماتریس A^{10} را بیابید.</p> <p>$A^2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \rightarrow$ <u>ماتریس قطری</u></p> <p>$(A^2)^5 = \begin{bmatrix} 32 & 0 & 0 \\ 0 & 32 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$</p>	۴
۲	<p>۵</p> <p>باشد، مقدار a را بیابید.</p> <p>$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & a \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} = (2+a) - 2(2-3a) + 3(-5)$</p> <p>$= 7a - 21$</p> <p>$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 1 & a \\ 3 & -1 & 2 \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} a & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 5$ اگر</p> <p>$(7a - 21) - (3a + 2) = 5$</p> <p>$4a - 19 = 5$</p> <p>$4a = 24$</p> <p>$a = 6$</p> <p>$\begin{vmatrix} a & 2 \\ 1 & 3 \end{vmatrix} = 3a - 2$</p>	۵
۲	<p>۶</p> <p>دستگاه $\begin{cases} 2x + 3y = 1 \\ 3x - y = 7 \end{cases}$ را به روش ماتریس وارون حل کنید.</p> <p><u>ضریب</u> $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & -1 \end{bmatrix} \rightarrow A = -11$</p> <p>$X = A^{-1} \times B = \frac{1}{-11} \begin{bmatrix} -1 & -3 \\ -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ 7 \end{bmatrix} = \frac{1}{-11} \begin{bmatrix} -22 \\ 11 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$</p> <p>$\Rightarrow x = 2$</p> <p>$y = -1$</p>	۶
۲	<p>۷</p> <p>اگر $A = \begin{bmatrix} A & 3 \\ 2 & A \end{bmatrix}$، دترمینان ماتریس A را بیابید.</p> <p><u>از طرفین درجه‌بندی می‌گیریم.</u></p> <p>$A = A ^2 - 6$</p> <p>$0 = A ^2 - A - 6 \rightarrow (A - 3)(A + 2) = 0$</p> <p>$\begin{cases} A = 3 \\ A = -2 \end{cases}$</p>	۷

دو ماتریس $A = \begin{bmatrix} 2 & m-2 \\ n+1 & 1 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ m & 0 & n \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$ مفروضند. اگر A یک ماتریس قطری باشد،

$$m-2=0 \rightarrow m=2$$

$$n+1=0 \rightarrow n=-1$$

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 \\ 0 & +1 \end{bmatrix} \rightarrow |A|=2$$

$$B = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ 3 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

حاصل $|A|+|B|$ را محاسبه کنید.

$$|B| = 2(0-1) - 1(4+3) + 1(-2-0) = -11$$

$$|A|+|B| = -11+2 = -9$$