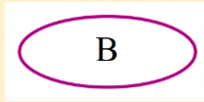
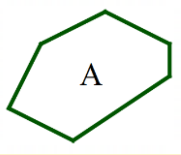


فعالیت :

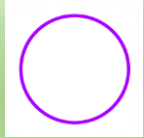
« در صفحه به هر خط شکسته بسته ، چندضلعی گفته می شود. به شرط اینکه ضلع ها همدیگر را قطع نکنند، مگر در

راس ها که دو ضلع به هم می رسند. »



شکل A چندضلعی است. شکل B چند ضلعی نیست، چون خط شکسته نیست.

تمرین (۱): کدام یک از شکل های زیر چند ضلعی هستند؟ دلیل آنهایی که چند ضلعی نیستند را بنویسید.



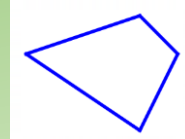
(ه)



(د)



(ج)



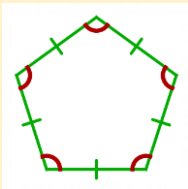
(ب)



(الف)

فعالیت :

« اگر در یک چندضلعی ، همه ضلع ها با هم و همه زاویه ها با هم مساوی باشند، می گوئیم آن چندضلعی منظم است. »

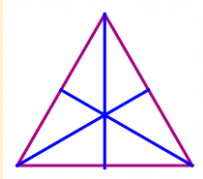


شکل مقابل یک پنج ضلعی منظم است. اندازه همه پنج ضلعش با هم برابر است.

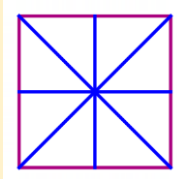
اندازه پنج زاویه اش با هم مساوی است. در شکل با علامت گذاری این موضوع مشخص شده است.

فعالیت :

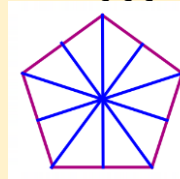
در سال گذشته با خط تقارن آشنا شدید. در زیر تعدادی چندضلعی منظم و خط های تقارنشان رسم شده است.



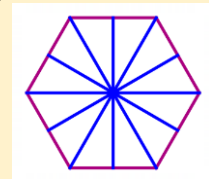
۳ خط تقارن



۴ خط تقارن



۵ خط تقارن



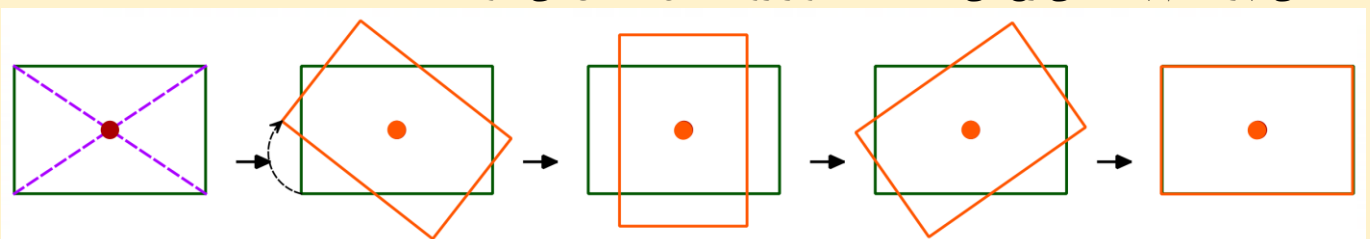
۶ خط تقارن

تمرین (۲):

با توجه به الگویی که در فعالیت بالا مشاهده کردید، ده ضلعی منظم چند خط تقارن دارد؟ یازده ضلعی منظم چطور؟

فعالیت :

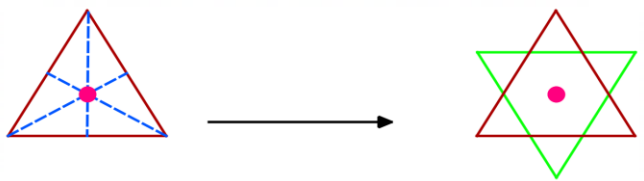
در مستطیل مقابل محل برخورد قطرها را به عنوان یک نقطه در نظر بگیرید. یک کاغذ پوستی روی مستطیل قرارداده و تصویر مستطیل و نقطه مرکز آن را بکشید. حال این تصویر روی کاغذ پوستی را ۱۸۰ درجه در جهت عقربه های ساعت حول این نقطه می چرخانیم. چه اتفاقی رخ می دهد؟ آیا تصویر روی شکل منطبق می شود؟



« اگر شکلی را حول یک نقطه ۱۸۰ درجه دوران دهیم ونتیجه دوران ، روی خودش منطبق شود ، می گوییم شکل

**مرکز تقارن دارد.** و نقطه مورد نظر ، مرکز تقارن آن شکل است.»

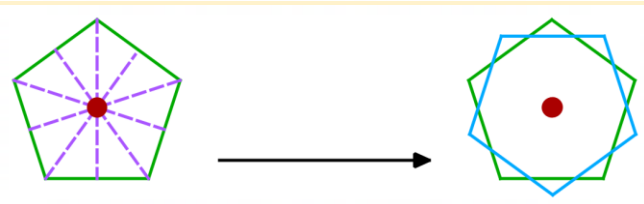
در زیر چند ضلعی های منتظم را برای داشتن مرکز تقارن بررسی می کنیم.



سه ضلعی منتظم (مثلث متساوی الاضلاع) مرکز تقارن ندارد.



چهارضلعی منتظم (مربع) مرکز تقارن دارد.



پنج ضلعی منتظم مرکز تقارن ندارد.



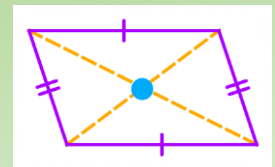
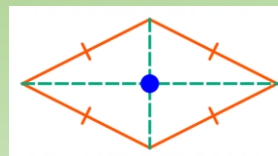
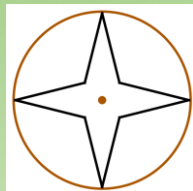
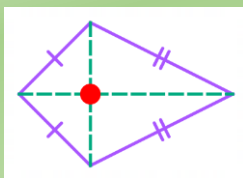
شش ضلعی منتظم مرکز تقارن دارد.

### تمرین (۳):

با توجه به فعالیت قبل در مورد داشتن یا نداشتن مرکز تقارن در چندضلعی های منتظم چه الگویی را کشف کردید؟

### تمرین (۴):

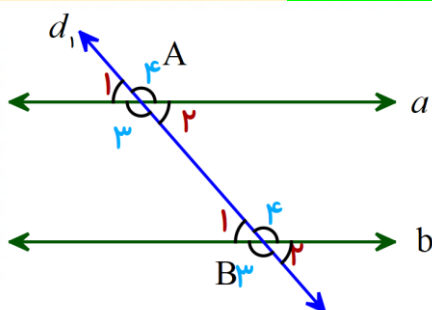
در هر شکل، بررسی کنید که نقطه مشخص شده ، مرکز تقارن شکل هست یا نیست.



فعالیت :

« اگر خطی مانند  $d_1$ ، خطوط  $a$  و  $b$  را مانند شکل با زاویه های مساوی قطع کرده باشد، خط های  $a$  و  $b$  با هم

موازی **ند**. موازی بودن آنها را به صورت  $a \parallel b$  نشان می دهیم. به خط  $d_1$ ، خط مورب می گویند.»



ضمناً هر خطی که دو خط موازی را قطع کند، با آنها زاویه مساوی می سازد.

$$A_1 = A_2 = B_1 = B_2$$

$$A_3 = A_4 = B_3 = B_4$$

در شکل بالا اگر  $A_1 = 40^\circ$  باشد، می توان اندازه باقی زاویه ها را نیز به دست آورد.

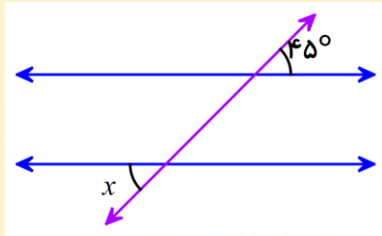
زاویه های  $A_1$  و  $A_2$  متقابل به راس هستند، در نتیجه  $A_2 = 40^\circ$  و همچنین به خاطر موازی بودن دو خط  $a$  و  $b$  و مورب بودن خط  $d_1$  داریم:

$$B_1 = 40^\circ \quad B_2 = 40^\circ$$

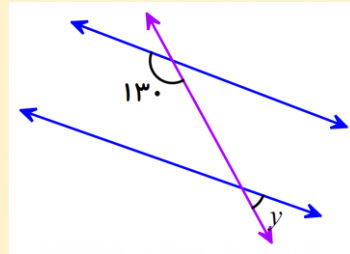
زاویه  $A_1$  و  $A_4$  مکمل هم هستند، یعنی مجموعشان برابر  $180$  درجه است. در نتیجه  $A_4 = 140^\circ$   $180 - 40 = 140$ .

با داشتن اندازه زاویه  $A_4$ ، به دست آوردن باقی زاویه ها کاری ساده است.  $A_3 = B_3 = B_4 = 140^\circ$

تشخیص مساوی یا مکمل بودن در این بخش بسیار مهم است. در شکل های زیر خط مورب دو خط موازی را قطع کرده است.



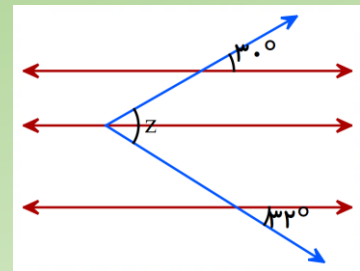
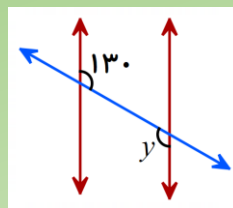
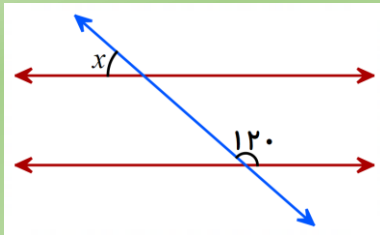
دو زاویه با هم مساوی هستند.  $x = 45^\circ$



دو زاویه مکمل هم هستند.  $y = 50^\circ$   $180 - 130 = 50$

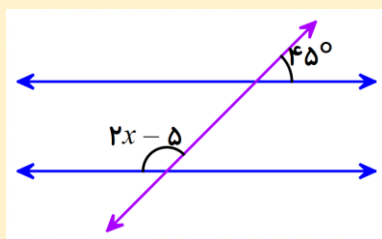
## تمرین (5):

در هر شکل یک خط مورب، خطوط موازی را قطع کرده است. اندازه زاویه های مجهول را به دست آورید.



## فعالیت:

حتی می توان با تشکیل معادله نیز مقادیر مجهول را پیدا کرد. در زیر یک خط مورب دو خط موازی را قطع کرده است.



دو زاویه مکمل هم هستند. در نتیجه:  $180 - 45 = 135$

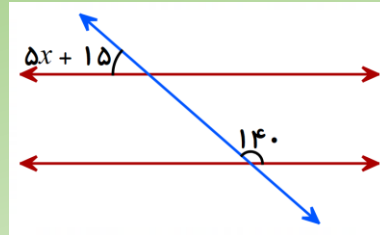
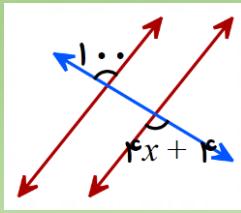
$$2x - 5 = 135 \quad 2x = 135 + 5 = 140 \quad x = \frac{140}{2} = 70$$

البته می توان از مکمل بودن مستقیماً در نوشتن معادله هم استفاده کرد.

$$2x - 5 + 45 = 180 \quad 2x = 180 + 5 - 45 = 140 \quad x = \frac{140}{2} = 70$$

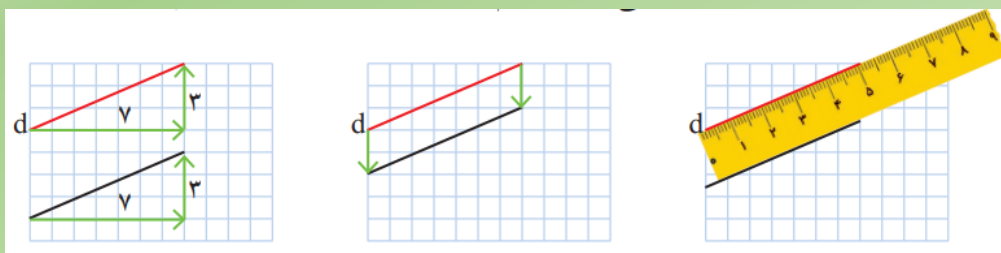
## تمرین (۶):

در شکل های زیر یک خط مورب دو خط موازی را قطع کرده است. با تشکیل معادله مقدار مجهول را بیابید.



## تمرین (۷):

می خواهیم در صفحه شطرنجی خطی موازی خط  $d$  رسم کنیم. راه حل سه دانش آموز را مشاهده می کنید. توضیح دهد هر کدام از آنها چگونه خط موازی را رسم کرده است.



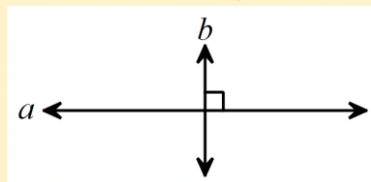
(ج)

(ب)

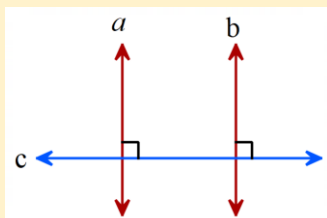
(الف)

## فعالیت :

عمود بودن را در دوره ابتدایی آموخته اید. دو خط زیر بر هم عمودند و آن را به صورت  $a \perp b$  نشان می دهیم.



هر گاه دو خط را بر یک خط عمود کنیم، آن دو با هم موازی می شوند. به شکل زیر دقت کنید.



$$\left. \begin{array}{l} a \perp c \\ b \perp c \end{array} \right\} \Rightarrow a \parallel b$$

« دو خط عمود بر یک خط با هم موازی اند. »

## تمرین (۸):

مانند فعالیت قبل برای هر کدام شکل بکشید و جاهای خالی را پر کنید.

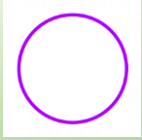
$$\left. \begin{array}{l} d \parallel e \\ f \perp d \end{array} \right\} \Rightarrow$$

(الف) اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود شود، بر خط دیگری نیز ..... است.

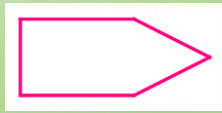
$$\left. \begin{array}{l} g \parallel h \\ k \parallel h \end{array} \right\} \Rightarrow$$

(ب) دو خط موازی با یک خط ، با هم ..... .

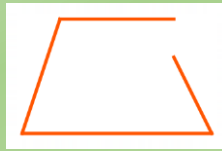
تمرین (۱): کدام یک از شکل های زیر چند ضلعی هستند؟ دلیل آنهایی که چند ضلعی نیستند را بنویسید.



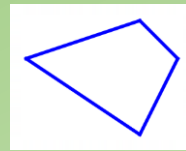
(ه)



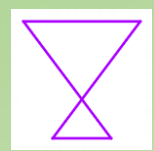
(د)



(ج)



(ب)



(الف)

الف) چندضلعی نیست، زیرا ضلع ها همدیگر را در نقطه ای غیر از راس ها قطع کرده اند.

ب) چند ضلعی است.

ج) چندضلعی نیست، زیرا خط های شکسته بسته نیستند.

د) چند ضلعی است.

ه) چندضلعی نیست، زیرا خط شکسته نیست.

### تمرین (۲):

با توجه به الگویی که در فعالیت بالا مشاهده کردید، ده ضلعی منتظم چند خط تقارن دارد؟ یازده ضلعی منتظم چطور؟

در فعالیت مشاهده می شود که در چند ضلعی های منتظم، به تعداد اضلاع، خط تقارن وجود دارد. در نتیجه ده ضلعی منتظم ۱۰ خط تقارن و یازده ضلعی منتظم ۱۱ خط تقارن دارد.

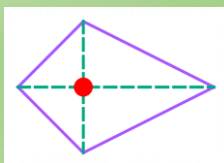
### تمرین (۳):

با توجه به فعالیت قبل در مورد داشتن یا نداشتن مرکز تقارن در چندضلعی های منتظم چه الگویی را کشف کردید؟

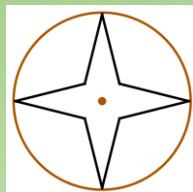
در فعالیت مشاهده می کنید که در چندضلعی های منتظم با تعداد اضلاع زوج، همواره مرکز تقارن وجود دارد. ولی در چندضلعی های منتظم با تعداد اضلاع فرد، مرکز تقارن وجود ندارد.

### تمرین (۴):

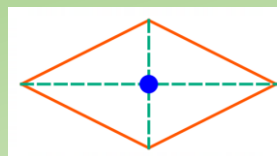
در هر شکل، بررسی کنید که نقطه مشخص شده، مرکز تقارن شکل هست یا نه.



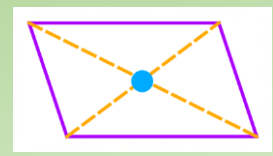
مرکز تقارن نیست



مرکز تقارن هست

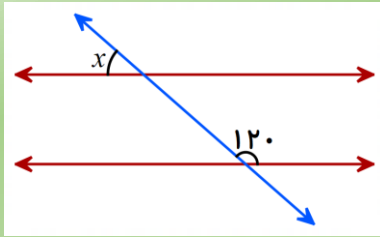


مرکز تقارن هست

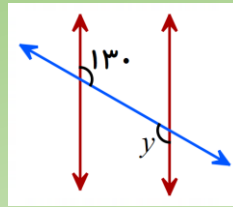


مرکز تقارن هست

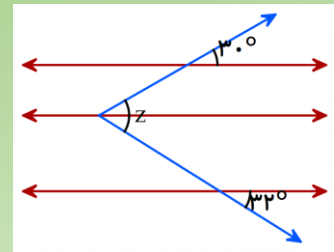
تمرین (۵): در هر شکل یک خط مورب ، خطوط موازی را قطع کرده است. اندازه زاویه های مجهول را به دست آورید.



$$x = 180 - 120 = 60$$

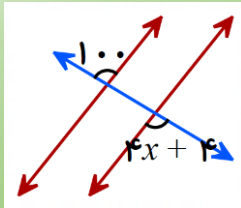


$$y = 130$$



$$z = 30 + 32 = 62$$

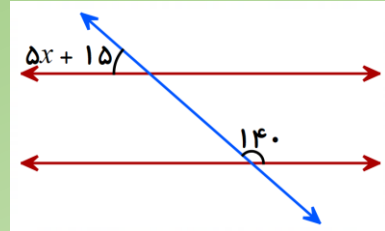
تمرین (۶): در شکل های زیر یک خط مورب دو خط موازی را قطع کرده است. با تشکیل معادله مقدار مجهول را بیابید



$$4x + 4 = 100$$

$$4x = 100 - 4 = 96$$

$$x = \frac{96}{4} = 24$$



$$180 - 140 = 40$$

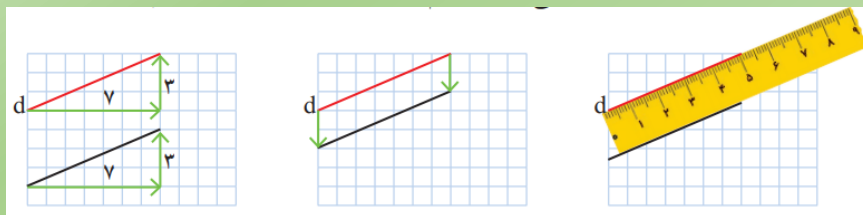
$$5x + 15 = 40$$

$$5x = 40 - 15 = 25$$

$$x = \frac{25}{5} = 5$$

تمرین (۷):

می خواهیم در صفحه شطرنجی خطی موازی خط  $d$  رسم کنیم. راه حل سه دانش آموز را مشاهده می کنید. توضیح دهد هر کدام از آنها چگونه خط موازی را رسم کرده است.



(ج)

(ب)

(الف)

(الف) این دانش آموز از عرض خط کش به عنوان دو خط موازی کمک گرفته است. لبه بالایی را روی خط مورد نظر قرار داده و روی لبه پایینی خط را رسم کرده است.

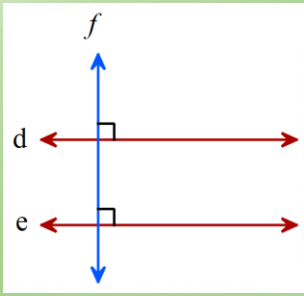
(ب) این دانش آموز با استفاده از نقاط ابتدایی و انتهایی خط ، و انتقال آنها به اندازه دو واحد به پایین ، خط موازی را رسم کرده است.

(ج) این دانش آموز از حرکت ها استفاده کرده است. یعنی اول مشاهده کرده است که در خط مورد نظر ابتدا هفت واحد به سمت راست و بعد چهار واحد به سمت بالا حرکت کرده است. بعد همین کار را از نقطه ای دیگر در پایین تر تکرار کرده است.

تمرین (۸): مانند فعالیت قبل برای هر کدام شکل بکشید و جاهای خالی را پر کنید.

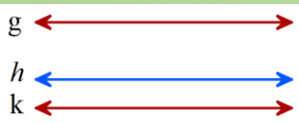
$$\left. \begin{array}{l} d \parallel e \\ f \perp d \end{array} \right\} \Rightarrow f \perp e$$

الف) اگر خطی بر یکی از دو خط موازی عمود شود، بر خط دیگری نیز عمود است.

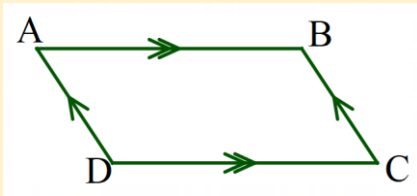


$$\left. \begin{array}{l} g \parallel h \\ k \parallel h \end{array} \right\} \Rightarrow g \parallel k$$

ب) دو خط موازی با یک خط، با هم موازی اند.



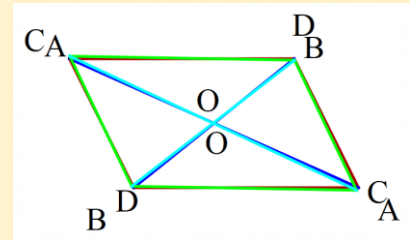
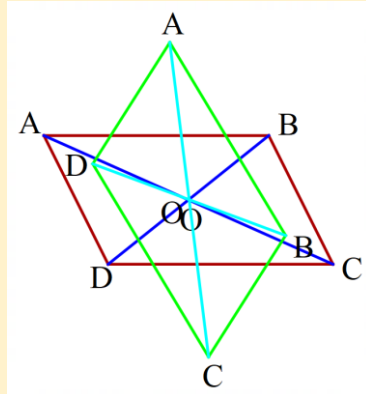
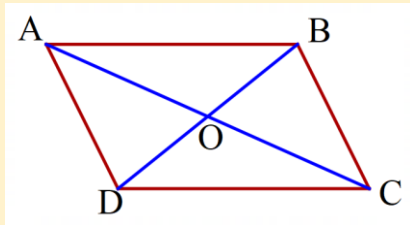
فعالیت :



« چهارضلعی ای که ضلع های روبه روی آن دو به دو با هم موازی باشند،

متوازی الاضلاع نام دارد.»

به کمک یک کاغذ پوستی تصویر متوازی الاضلاع زیر را بر روی محل برخورد قطرهایش  $180^\circ$  درجه دوران می دهیم. دو شکل کاملاً بر هم منطبق می شود. با توجه با این انطباق می توان نتیجه های زیر را در مورد متوازی الاضلاع گرفت.



$$\overline{AB} = \overline{CD} \quad , \quad \overline{AD} = \overline{BC}$$

الف) در هر متوازی الاضلاع ضلع های روبرو با هم برابرند.

$$A = C \quad , \quad B = D$$

ب) در هر متوازی الاضلاع زاویه های روبرو با هم برابرند.

ضمناً با توجه به موازی بودن اضلاع روبرو و همچنین استفاده از خطوط موازی و مورب می توان نتیجه های زیر را برای زاویه های مجاور (کنار هم) گرفت.

$$A + D = 180^\circ \quad , \quad A + B = 180^\circ$$

$$C + B = 180^\circ \quad , \quad C + D = 180^\circ$$

در هر متوازی الاضلاع زاویه های مجاور، مکمل اند.

تمرین (۱):

با توجه به شکل فعالیت قبل، پاره خط  $OA$  بر کدام پاره خط منطبق شده است؟

پاره خط  $OB$  چطور؟

عبارت های مقابل را کامل کنید.  $\overline{OA} = \dots\dots\dots$  ,  $\overline{OB} = \dots\dots\dots$

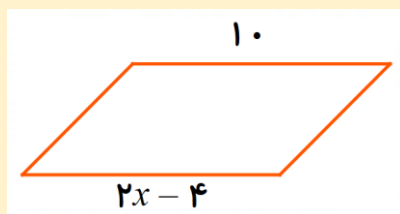
با توجه به پاسخ این پرسش ها، یک خصوصیت دیگر درباره قطرهای متوازی الاضلاع بنویسد.

در هر متوازی الاضلاع،.....



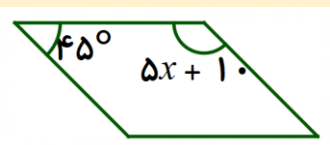
## فعالیت :

با توجه به خواصی که در متوازی الاضلاع دیدید می توان مسائل زیر را حل کرد.



چون در هر متوازی الاضلاع ، ضلع های روبه رو باهم برابرند، پس :

$$2x - 4 = 10 \rightarrow 2x = 10 + 4 = 14 \rightarrow x = \frac{14}{2} = 7$$

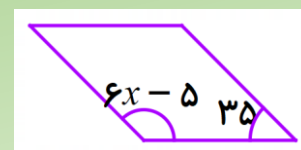
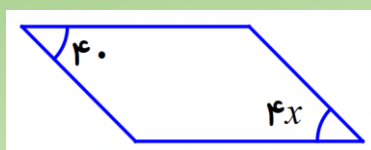
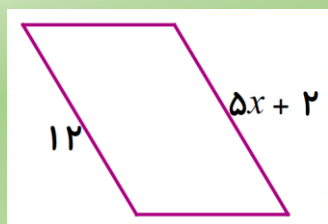


چون در هر متوازی الاضلاع، زاویه های مجاور مکمل هستند، در نتیجه:

$$5x + 10 + 45 = 180 \rightarrow 5x = 180 - 10 - 45 = 125 \rightarrow x = \frac{125}{5} = 25$$

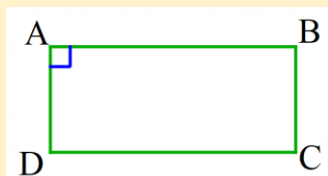
## تمرین (۲):

شکل های زیر متوازی الاضلاع اند. با تشکیل معادله ، مقدار  $x$  را به دست آورید.



## فعالیت :

می خواهیم متوازی الاضلاعی رسم کنیم که یک زاویه قائمه داشته باشد.

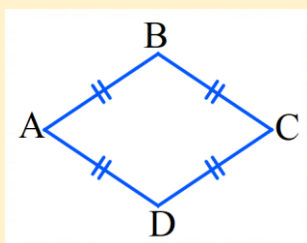


می دانیم در متوازی الاضلاع ، ضلع های رو برو با هم موازی اند. و همچنین زاویه های

روبه رو نیز برابرند. در این حالت وقتی یکی از زاویه ها  $90^\circ$  درجه باشد، بقیه زاویه ها

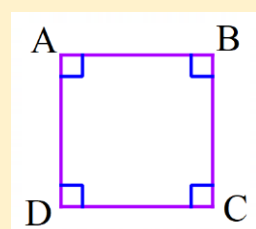
چند درجه خواهند بود؟

« مستطیل متوازی الاضلاعی است که زاویه های قائمه دارد. »



حال دوباره متوازی الاضلاعی رسم می کنیم که هر چهار ضلعش برابر باشند.

« لوزی متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع آن برابرند. »



حال اگر لوزی را که چهار ضلع برابر دارد را با زاویه قائمه رسم کنیم، چه شکلی به دست می آید؟

« مربع متوازی الاضلاعی است که چهار ضلع مساوی و زاویه های قائمه دارد. »

### تمرین (۳):

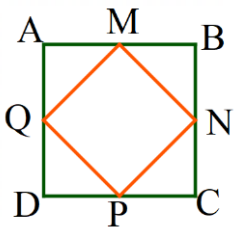
می دانیم که « در هر متوازی الاضلاع، قطرهای همدیگر را نصف می کنند.» آیا می توانیم نتیجه بگیریم که « در هر لوزی هم قطرهای همدیگر را نصف می کنند؟ چرا؟»

### تمرین (۴):

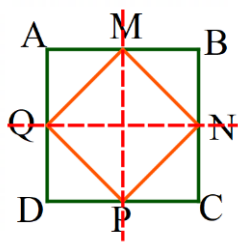
الف) مربع و مستطیل چه شباهتی دارند؟ در چه چیزی متفاوت هستند؟

ب) مربع و لوزی چه شباهتی دارند؟ در چه چیزی متفاوت هستند؟

### فعالیت :



در یک طرح کاشی کاری، مربع  $ABCD$  مشاهده می شود. چهار ضلعی  $MNPQ$  هم با وصل شدن وسط های ضلع های این مربع تشکیل شده اند. می خواهیم نوع چهار ضلعی  $MNPQ$  را تعیین کنیم. دو دانش آموز دو کار مختلف روی این شکل انجام دادند.



مبین: چهار ضلعی  $ABCD$  مربع است. این مربع را از روی دو خط تقارنی، که موازی ضلع های آن هستند. تا می کنیم. در این صورت همه ضلع های چهار ضلعی  $MNPQ$  روی هم می افتند.

در نتیجه در این چهار ضلعی همه ضلع ها با هم برابرند. پس شکل لوزی است.

هادی: چهار ضلعی  $ABCD$  مربع است. این مربع را روی دو قطر آن، که محور تقارن نیز هستند،

تا می کنیم. همه زاویه های چهار ضلعی  $MNPQ$  روی هم می افتند، پس با هم برابرند.

چون مجموع آنها  $360$  درجه است، پس اندازه هر کدام  $90$  درجه می شود.

در نتیجه در این چهار ضلعی تمام زاویه ها قائمه هستند. پس شکل مستطیل است.

با توجه به دلایلی که این دانش آموزان ارائه کرده اند، چهار ضلعی  $MNPQ$  چه شکلی است؟ شما هم می توانید این شکل را روی کاغذ بکشید و همین کارها را انجام دهید.

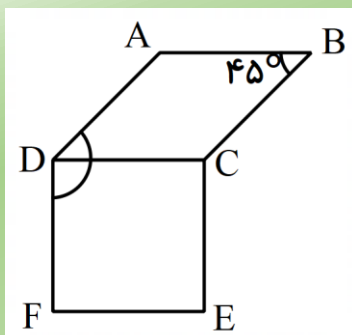
### تمرین (۵):

چهار ضلعی  $ABCD$  لوزی و چهار ضلعی  $DCEF$  مربع است.

الف) چرا تمام اضلاع در این شکل ها با هم برابر هستند؟

ب) زاویه  $ADF$  چند درجه است؟

ج) کدام سه ضلع، هر سه با هم موازی هستند؟



## تمرین (۱):

با توجه به شکل فعالیت قبل، پاره خط  $OA$  بر کدام پاره خط منطبق شده است؟  $OC$

پاره خط  $OB$  چطور؟  $OD$

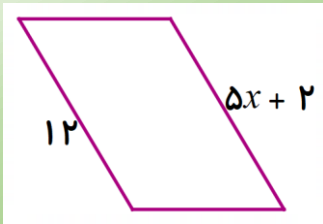
عبارت های مقابل را کامل کنید.  
 $\overline{OA} = \overline{OC}$  ,  $\overline{OB} = \overline{OD}$

با توجه به پاسخ این پرسش ها، یک خصوصیت دیگر درباره قطرهای متوازی الاضلاع بنویسد.

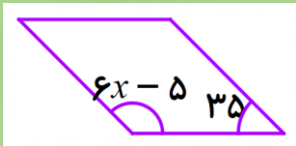
در هر متوازی الاضلاع، **قطرها همدیگر را نصف می کنند**.

## تمرین (۲):

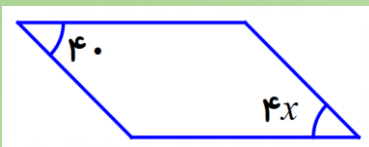
شکل های زیر متوازی الاضلاع اند. با تشکیل معادله، مقدار  $x$  را به دست آورید.



$$5x + 2 = 12 \rightarrow 5x = 12 - 2 = 10 \rightarrow x = \frac{10}{5} = 2$$



$$6x - 5 + 35 = 180 \rightarrow 6x = 180 + 5 - 35 = 150 \rightarrow x = \frac{150}{6} = 25$$



$$4x = 40 \rightarrow x = \frac{40}{4} = 10$$

## تمرین (۳):

می دانیم که «در هر متوازی الاضلاع، قطرها همدیگر را نصف می کنند.» آیا می توانیم نتیجه بگیریم که «در هر لوزی هم قطرها همدیگر را نصف می کنند؟» چرا؟

بله، زیرا در تعریف لوزی گفته شده است که، لوزی متوازی الاضلاعی است که چهارضلع آن برابرند. پس لوزی نوعی متوازی الاضلاع است و هر قانونی که در متوازی الاضلاع درست باشد، در لوزی هم درست است.

## تمرین (۴):

الف) مربع و مستطیل چه شباهتی دارند؟ در چه چیزی متفاوت هستند؟

مربع و مستطیل هر دو متوازی الاضلاع هستند. مربع و مستطیل هر دو زاویه های قائمه دارند.

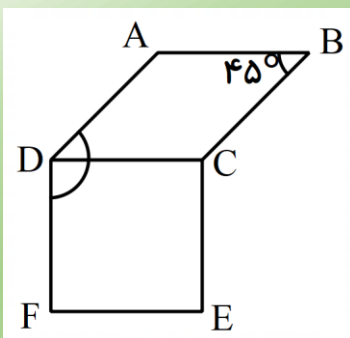
مربع هر چهار ضلعش با هم برابر است، مستطیل فقط ضلع های روبه رو با هم برابرند.

ب) مربع و لوزی چه شباهتی دارند؟ در چه چیزی متفاوت هستند؟

مربع و لوزی هر دو متوازی الاضلاع هستند. مربع و لوزی هر دو چهار ضلع برابر دارند.

مربع دارای زاویه های قائمه است، ولی لوزی اندازه زاویه هایش متفاوت است.

## تمرین (۵):



چهار ضلعی  $ABCD$  لوزی و چهارضلعی  $DCEF$  مربع است.

الف) چرا تمام اضلاع در این شکل ها با هم برابر هستند؟

هم لوزی و هم مربع دارای اضلاع مساوی هستند، در شکل مقابل می بینید که دو شکل

در ضلع  $DC$  به هم چسبیده اند. همین ضلع مشترک باعث می شود تمام ضلع ها در این

شکل با هم برابر باشند.

$$ADF = 45 + 90 = 135^\circ$$

ب) زاویه  $ADF$  چند درجه است؟

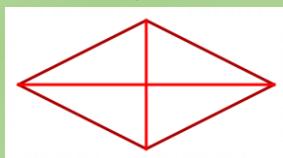
$$AB \parallel DC \parallel EF$$

ج) کدام سه ضلع ، هر سه با هم موازی هستند؟

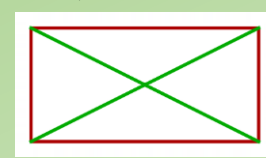
## تمرین (۶):

درستی یا نادرستی هر یک از جمله های زیر را بررسی کنید.

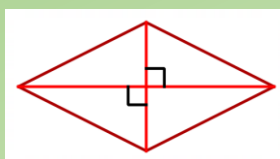
ب) قطرهای هر لوزی با هم مساوی اند. **نادرست**



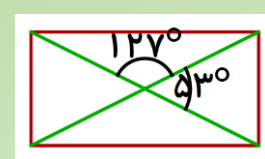
الف) قطرهای هر مستطیل با هم مساویند. **درست**



د) قطرهای هر لوزی بر هم عمودند. **درست**

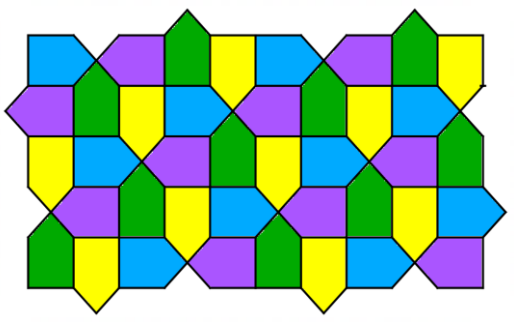


ج) قطرهای هر مستطیل بر هم عمودند. **نادرست**



## فعالیت :

کاشی کاری که در بسیاری از معابر و ساختمان ها مشاهده می کنید، از یک مفهوم ریاضی کمک می گیرد تا اینچنین زیبا به نظر می رسد. به کاشی کاری زیر دقت کنید.



همانطور که مشاهده می کنید در این کاشی کاری فقط از یک نوع کاشی استفاده شده (کاشی ها جهت هایشان تغییر کرده است.) و کاشی ها روی هم نیفتاده اند و بین شان نیز هیچ فاصله ای نیست. بیایید کمی بیشتر دقت کنیم.

اطراف نقطه  $A$  چهار زاویه داخل شکل ها می بینید که همه قائمه هستند.

مجموع این زاویه ها چند درجه می شود؟ آفرین  $360$  درجه

حال به اطراف نقطه  $B$  نگاه کنید. مجموع زاویه های آن چند درجه است؟

در مورد نقطه  $C$  هم جمعشان همان  $360$  درجه می شود. می توانید نقاط دیگر را

بررسی کنید.

این نقاط را در کاشی کاری **گره** می گویند و اصل ریاضی کاشی کاری هم همین است که مجموع زاویه های اطراف گره باید  $360$  درجه باشد.

حال به کاشی کاری زیر دقت کنید. در این شکل نیز فقط از یک نوع کاشی استفاده شده است.

کاشی های آبی انتقال یافته مثلث  $ABC$  هستند.

کاشی های زرد دوران یافته مثلث  $ABC$  هستند.

با توجه به شکل و انتقال مثلث آبی رنگ، زاویه شماره ۲ مشخص شده

با کدام زاویه مثلث  $ABC$  برابر است؟  $\hat{2} = A$

با توجه به دوران مثل زرد، زاویه های شماره ۱ و ۳ با کدام زاویه های مثلث  $ABC$  برابر است؟  $\hat{1} = B$      $\hat{3} = C$

حال با توجه به گره ای که در مرکز زاویه های ۱ و ۲ و ۳ می بینید. مجموع این سه زاویه چند درجه می شود؟

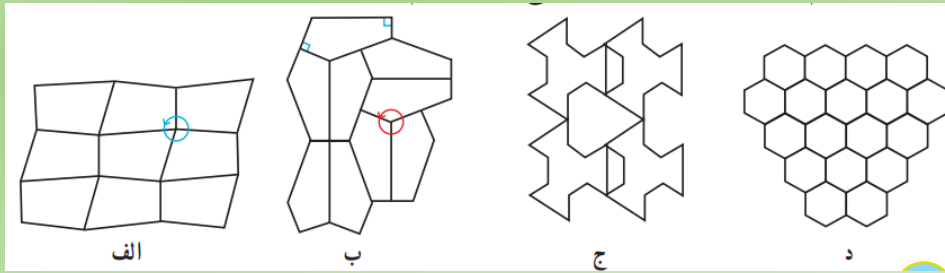
درست حدس زدید. نصف  $360$  درجه  $\hat{1} + \hat{2} + \hat{3} = 180^\circ$

پس می توان نتیجه گرفت که:

$$\hat{1} = B, \quad \hat{2} = A, \quad \hat{3} = C, \quad \hat{1} + \hat{2} + \hat{3} = 180^\circ \Rightarrow A + B + C = 180^\circ$$

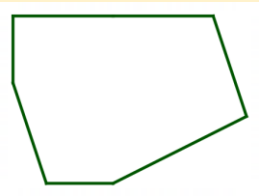
«مجموع زاویه های داخلی هر مثلث برابر  $180$  درجه است.»

## تمرین (۱): در کدام شکل، کاشی کاری با یک نوع کاشی انجام نشده است؟

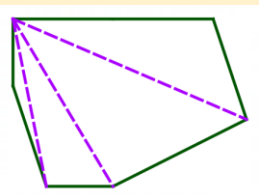


### فعالیت :

زاویه هایی که درون یک چندضلعی قرار دارند، **زاویه های داخلی** آن چندضلعی نامیده می شوند. می خواهیم بدون استفاده ابزار مانند نقاله یا هر چیز دیگری بفهمیم مجموع زاویه های داخلی شکل مقابل چند درجه است. چه راهکاری به ذهنتان می رسد؟ وقتی قرار نیست از ابزاری استفاده کنیم پس باید کمی خلاقیت به خرج بدهیم. شما در فعالیت قبل دانستید که مجموع زاویه های داخلی هر مثلث ۱۸۰ درجه است.



پس بیایید از آن مطلب کمک بگیریم. شکل از چند مثلث تشکیل می شود؟

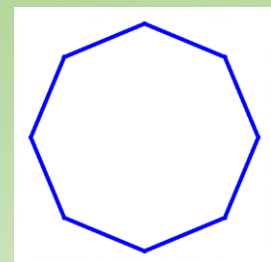
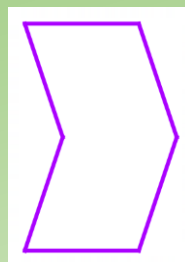
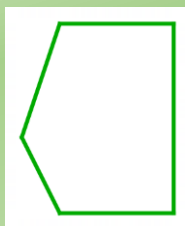


مشاهده می کنید که این شکل از چهار مثلث تشکیل شده است. (دقت کنید اضلاع مثلث ها نباید

$$۱۸۰ \times ۴ = ۷۲۰$$

همدیگر را قطع کنند.) در نتیجه :

## تمرین (۲): مجموع زاویه های داخلی هر شکل را به دست آورید.



### فعالیت :

از شما می خواهیم مجموع زاویه های داخلی یک بیست ضلعی را به دست آورید. سوال جالبی است، آیا اصلاً می شود بیست ضلعی را با دست کشید و بعد تعداد مثلث های آن را دانست؟ کمی کار مشکل به نظر می رسد. بیایید کار را آسان کنیم. به شکل های زیر و تعداد ضلع ها و مثلث هایش دقت کنید.

تعداد اضلاع	۳	۴	۵	۶
شکل				
تعداد مثلث ها	۱	۲	۳	۴
مجموع زاویه های داخلی	$۱ \times ۱۸۰ = ۱۸۰$	$۲ \times ۱۸۰ = ۳۶۰$	$۳ \times ۱۸۰ = ۵۴۰$	$۴ \times ۱۸۰ = ۷۲۰$

اگر بتوانیم رابطه ای بین تعداد اضلاع و تعداد مثلث ها بیابیم، کار تمام است.

درست حدس زدید، تعداد مثلث ها همیشه ۲ تا کمتر از تعداد اضلاع است. پس در بیست ضلعی ،  $20 - 2 = 18$  مثلث داریم.

در نتیجه :  $(20 - 2) \times 180 = 18 \times 180 = 3240$

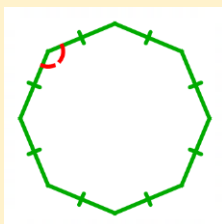
می توان این رابطه را برای همه چندضلعی ها هم استفاده کرد.

**$(n - 2) \times 180 =$  مجموع زاویه های داخلی یک  $n$  ضلعی**

### تمرین (۳):

مجموع زاویه های داخلی یک ۱۲ ضلعی را حساب کنید.

### فعالیت :



می خواهیم اندازه هر زاویه داخلی یک هشت ضلعی منتظم را حساب کنیم. در فعالیت

قبل آموختید چگونه مجموع همه زاویه هایش را به دست آورید.  $(8 - 2) \times 180 = 6 \times 180 = 1080$

ولی این مسئله اندازه هر زاویه داخلی را می خواهد، چون گفته چندضلعی منتظم مطمئن هستیم که علاوه بر ضلع هایش، زاویه هایش نیز با هم برابرند، پس اگر این مجموع را بر تعداد زاویه هایش تقسیم کنیم اندازه هر زاویه به دست می آید.

$$\frac{1080}{8} = 135$$

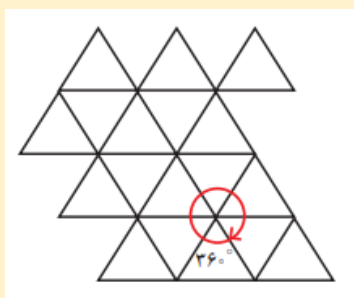
(دقت کنید این رابطه فقط مخصوص چندضلعی های منتظم است)  **$\text{اندازه هر زاویه } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(n-2) \times 180}{n}$**

### تمرین (۴): اندازه هر زاویه داخلی ۱۸ ضلعی منتظم را حساب کنید.

### فعالیت :

با مثلث متساوی الاضلاع می توان کاشی کاری کرد، با مربع هم می توان کاشی کاری انجام داد، ولی با پنج ضلعی منتظم کاشی کاری انجام نمی شود، می خواهیم علت را بفهمیم. همانطور که در قبل یاد گرفتید زمانی کاشی کاری درست است که مجموع زاویه های اطراف گره برابر ۳۶۰ درجه شود.

در مثلث متساوی الاضلاع که منتظم است می توان اندازه هر زاویه را حساب کرد.  $\frac{(3-2) \times 180}{3} = \frac{180}{3} = 60$



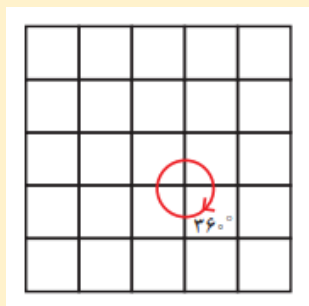
حال بررسی می کنیم آیا با زاویه ۶۰ درجه می توان در کنار هم ۳۶۰ ایجاد کرد. برای این موضوع باید بفهمیم که آیا

$$۳۶۰ \div ۶۰ = ۶ \text{ است. بهترین کار برای این مورد تقسیم است.}$$

بله دقیقاً ۶ مثلث اگر در یک گره کنار هم قرار بگیرند ۳۶۰ کامل می شود.

$$\frac{(۴-۲) \times ۱۸۰}{۴} = \frac{۲ \times ۱۸۰}{۴} = \frac{۳۶۰}{۴} = ۹۰ \text{ مربع را بررسی می کنیم. ابتدا اندازه هر زاویه}$$

$$۳۶۰ \div ۹۰ = ۴ \text{ پس با چهار مربع در کنار هر گره می توان ۳۶۰ را کامل کرد.}$$



$$\frac{(۵-۲) \times ۱۸۰}{۵} = \frac{۳ \times ۱۸۰}{۵} = \frac{۵۴۰}{۵} = ۱۰۸ \text{ پنج ضلعی منتظم را بررسی می کنیم. ابتدا اندازه هر زاویه}$$

$$۳۶۰ \div ۱۰۸ = ۳ / ۳۳ \text{ این عدد اعشاری یعنی نمی توان ۳۶۰ را کامل کرد. اگر سه تا کنار هم باشند } ۱۰۸ \times ۳ = ۳۲۴$$

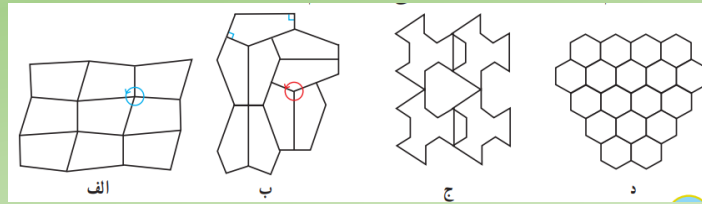
کمتر از ۳۶۰ می شود و اگر چهارتا کنار هم باشند  $۴ \times ۱۰۸ = ۴۳۲$  که بیشتر است. پس با پنج ضلعی منتظم نمی شود کاشی کاری کرد.

## تمرین (۵):

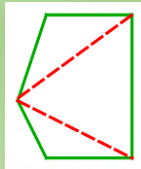
الف) آیا با شش ضلعی منتظم می توان کاشی کاری کرد؟ ب) با هفت ضلعی منتظم چه طور؟



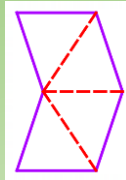
تمرین (۱): در کدام شکل، کاشی کاری با یک نوع کاشی انجام نشده است؟ (شکل ج)



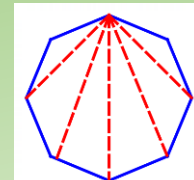
تمرین (۲): مجموع زاویه های داخلی هر شکل را به دست آورید.



$$3 \times 180 = 540$$



$$4 \times 180 = 720$$



$$6 \times 180 = 1080$$

تمرین (۳): مجموع زاویه های داخلی یک ۱۲ ضلعی را حساب کنید.

$$\text{مجموع زاویه های داخلی یک } n \text{ ضلعی} = (n - 2) \times 180$$

$$(12 - 2) \times 180 = 10 \times 180 = 1800$$

تمرین (۴): اندازه هر زاویه ۱۸ ضلعی منتظم را حساب کنید.

$$\text{اندازه هر زاویه } n \text{ ضلعی منتظم} = \frac{(n-2) \times 180}{n} \quad \frac{(18-2) \times 180}{18} = \frac{16 \times 180}{18} = 160$$

تمرین (۵): الف) آیا با شش ضلعی منتظم می توان کاشی کاری کرد؟ ب) با هفت ضلعی منتظم چه طور؟

$$\text{شش ضلعی منتظم:} \quad \frac{(6-2) \times 180}{6} = \frac{4 \times 180}{6} = 120 \quad \text{اندازه هر زاویه}$$

با دقیقاً ۳ شش ضلعی منتظم می توان یک گره ایجاد کرد، پس با شش ضلعی منتظم می توان کاشی کاری انجام داد.  $360 \div 120 = 3$

$$\text{هفت ضلعی منتظم:} \quad \frac{(7-2) \times 180}{7} = \frac{5 \times 180}{7} = \frac{900}{7} \quad \text{اندازه هر زاویه}$$

نمی توان با هفت ضلعی منتظم گره ۳۶۰ درجه ای ساخت. به همین خاطر با هفت ضلعی منتظم نمی توان کاشی کاری کرد.  $360 \div \frac{900}{7} = 360 \times \frac{7}{900} = 2/8$

« نکته جالب: به جز سه ضلعی منتظم (مثلث متساوی الاضلاع) و چهار ضلعی منتظم (مربع) و شش ضلعی منتظم دیگر با هیچ کدام از چندضلعی های منتظم نمی توان کاشی کاری انجام داد.»

فعالیت :

زاویه ای که در هر راس یک چندضلعی محدب، بین یک ضلع و امتداد ضلع دیگر تشکیل می شود، زاویه خارجی آن راس

نامیده می شود. به شکل های زیر توجه کنید.

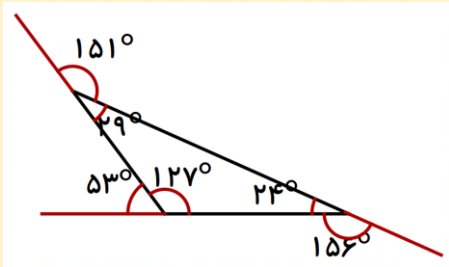
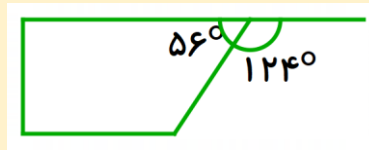
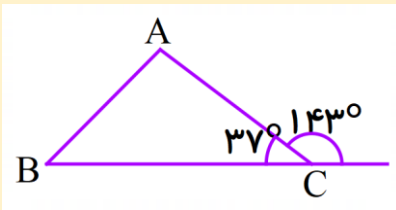
همانطور که مشاهده می کنید، زاویه خارجی با

زاویه داخلی مجاورش ، مکمل هستند. (جمع ۱۸۰ درجه)

در شکل مقابل تمام زاویه های خارجی مثلث رسم شده است.

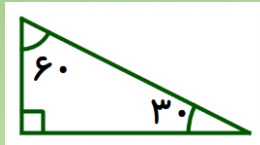
مجموع زاویه های خارجی این مثلث برابر چند درجه است؟

مجموع زاویه های خارجی:  $151 + 53 + 156 = 360$



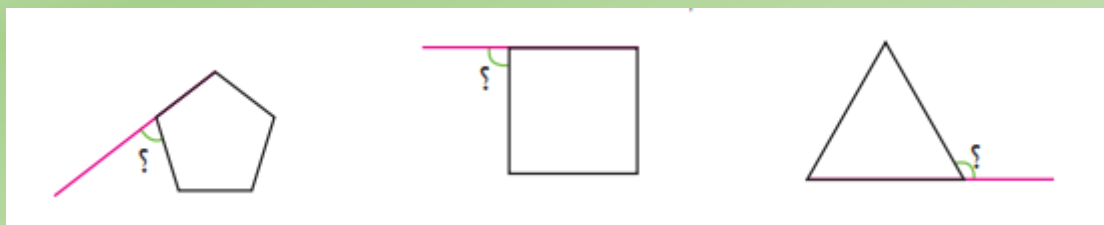
تمرین (۱):

مانند فعالیت ، هر سه زاویه خارجی مثلث را رسم کنید و اندازه هر کدام را بنویسید. سپس مجموع آن را به دست آورید.



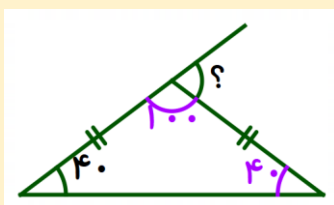
تمرین (۲):

چندضلعی های زیر منتظم اند. اندازه زاویه های خواسته شده را پیدا کنید.



فعالیت :

علامت گذاری در شکل ها نیز می تواند برای محاسبات بسیار مفید باشد. در مثلث زیر با علامت گذاری مشخص شده است که دو ضلع برابرند ، پس مثلث متساوی الساقین است و زاویه های مجاور به ساق با هم برابرند. به نحوه محاسبه دقت کنید.



$40 + 40 = 80$

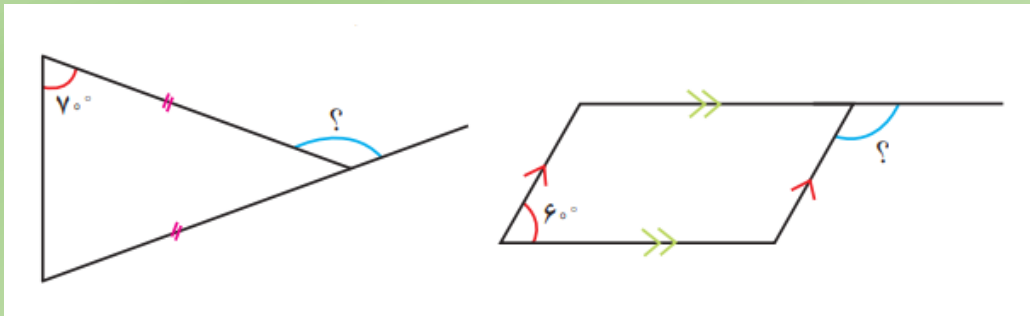
$180 - 80 = 100$

$180 - 100 = 80$

اندازه زاویه خارجی خواسته شده ۸۰ درجه است.

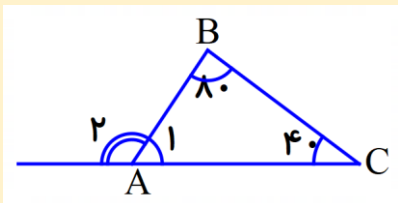
### تمرین (۳):

با توجه به شکل، اندازه زاویه های خواسته شده را پیدا کنید.



### فعالیت :

می خواهیم اندازه زاویه خارجی را در مثلث زیر به دست آوریم. برای این کار ابتدا اندازه زاویه داخلی را حساب کنیم، سپس زاویه خارجی را به دست آوریم.

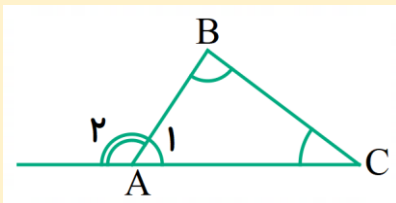


$$A_1 = 180 - (80 + 40) = 180 - 120 = 60$$

$$A_2 = 180 - 60 = 120$$

مشاهده می کنید که مجموع دو زاویه B و C با اندازه زاویه خارجی برابر شد. می توانید چند شکل دیگر بکشید و بررسی کنید که آیا در همه مثلث ها این قانون درست است یا خیر؟

برای اطمینان از این قانون چند مثال باید بررسی کرد؟ بهتر است راه دیگری پیدا کنیم. در زیر همین مسئله به طور کلی و بدون عدد نوشته شده است. به آن دقت کنید.

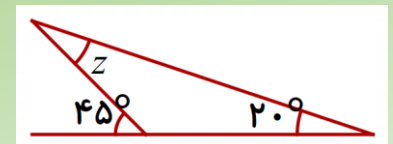
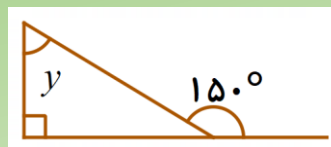
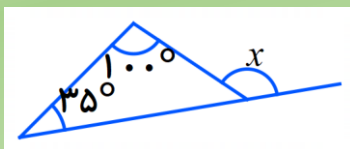


$$\left. \begin{aligned} A_1 + A_2 &= 180^\circ \\ A_1 + B + C &= 180^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow A_2 = B + C$$

« در هر مثلث، اندازه هر زاویه خارجی برابر با مجموع دو زاویه داخلی غیرمجاور آن است.»

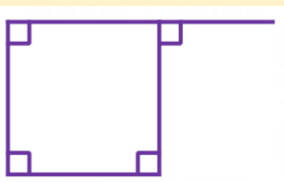
### تمرین (۴):

با توجه به قانونی که در فعالیت آموختید، مقدار زاویه های خواسته شده را به دست آورید.



### فعالیت :

دقت داشته باشید که این قانون فقط در مثلث درست است و در چندضلعی های دیگر درست نیست. به مثال زیر دقت کنید.



در مربع نمی توانیم نتیجه بگیریم که اندازه هر زاویه خارجی برابر سه زاویه داخلی غیر مجاور آن است. زیرا مجموع سه زاویه داخلی ۲۷۰ درجه است در صورتی که زاویه خارجی ۹۰ درجه است.

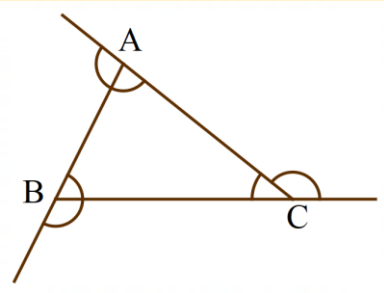
## تمرین (۵):

یک متوازی اضلاع رسم کنید و نادرستی جمله زیر را نشان دهید.

« هر زاویه خارجی یک چهارضلعی، برابر مجموع سه زاویه داخلی دیگر آن است. »

### فعالیت :

می خواهیم مجموع زاویه های خارجی یک مثلث را به دست آوریم. به شکل زیر دقت کنید.



مشاهده می کنید که در نقطه A مجموع زاویه داخلی و خارجی برابر ۱۸۰ درجه است.

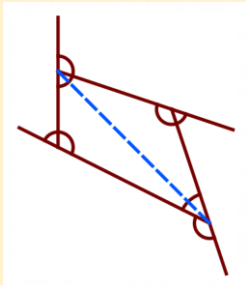
همچنین در نقاط B و C هم مجموع زاویه داخلی و خارجی ۱۸۰ درجه است. در نتیجه

در این مثلث مجموع زاویه های داخلی و خارجی روی هم ۳ تا ۱۸۰ درجه است. از طرفی

مجموع زاویه های داخلی مثلث هم ۱۸۰ درجه است. در نتیجه

$$\text{مجموع زاویه های خارجی} = \overbrace{(3 \times 180)}^{\text{داخلی و خارجی}} - \overbrace{(1 \times 180)}^{\text{داخلی}} = 2 \times 180 = 360$$

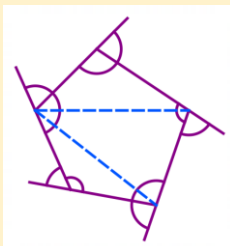
دیدید که بدون مثال و در حالت کلی فهمیدیم که مجموع زاویه های خارجی یک مثلث ۳۶۰ درجه است.



برای چهارضلعی هم همانند بالا محاسبه می کنیم.

$$\text{مجموع زاویه های خارجی} = \overbrace{(4 \times 180)}^{\text{داخلی و خارجی}} - \overbrace{(2 \times 180)}^{\text{داخلی}} = 2 \times 180 = 360$$

و همچنین پنج ضلعی



$$\text{مجموع زاویه های خارجی} = \overbrace{(5 \times 180)}^{\text{داخلی و خارجی}} - \overbrace{(3 \times 180)}^{\text{داخلی}} = 2 \times 180 = 360$$

« مجموع زاویه های خارجی هر چندضلعی محدب همواره برابر ۳۶۰ درجه است. »

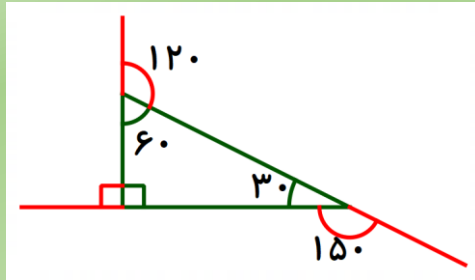
## تمرین (۶):

الف) مجموع زاویه های خارجی ۳۰ ضلعی چند درجه است؟

ب) اندازه هر زاویه خارجی ۲۰ ضلعی منتظم چند درجه است؟

تمرین (۱):

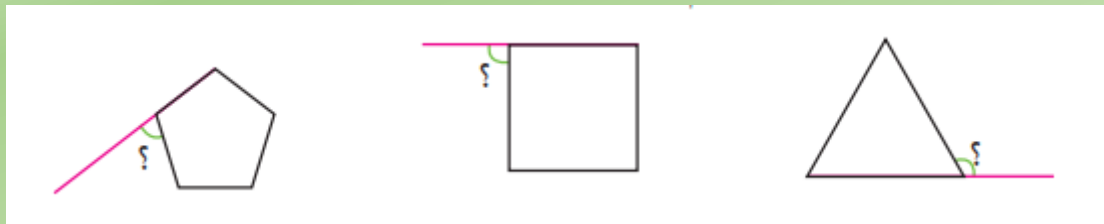
مانند فعالیت ، هر سه زاویه خارجی مثلث را رسم کنید و اندازه هر کدام را بنویسید. سپس مجموع آن را به دست آورید.



مجموع زاویه های خارجی :  $120 + 150 + 90 = 360$

تمرین (۲):

چندضلعی های زیر منتظم اند. اندازه زاویه های خواسته شده را پیدا کنید.



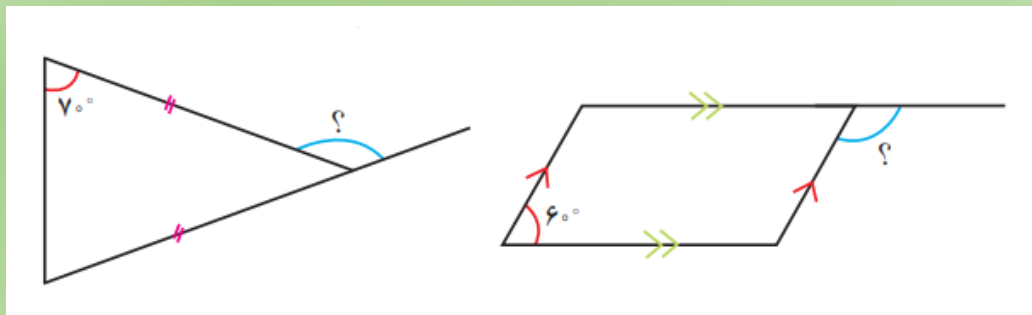
$180 - 108 = 72$

$180 - 90 = 90$

$180 - 60 = 120$

تمرین (۳):

با توجه به شکل، اندازه زاویه های خواسته شده را پیدا کنید.

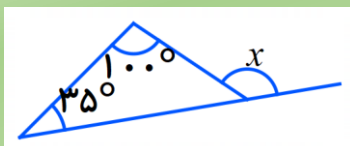


$180 - 140 = 40$

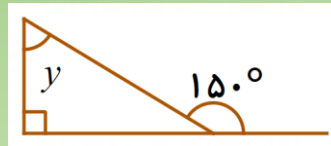
$180 - 60 = 120$

تمرین (۴):

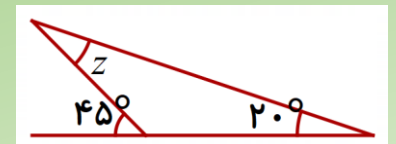
با توجه به قانونی که در فعالیت آموختید، مقدار زاویه های خواسته شده را به دست آورید.



$100 + 35 = x \Rightarrow x = 135$

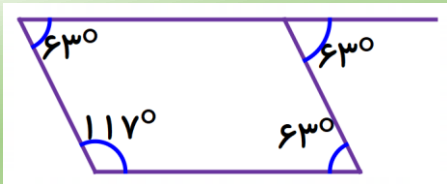


$y + 90 = 150 \Rightarrow y = 60$



$z + 20 = 45 \Rightarrow z = 25$

### تمرین (۵):



یک متوازی اضلاع رسم کنید و نادرستی جمله زیر را نشان دهید.

« هر زاویه خارجی یک چهارضلعی، برابر مجموع سه زاویه داخلی دیگر آن است. »

$$63 + 117 + 63 \neq 63$$

### تمرین (۶):

الف) مجموع زاویه های خارجی ۳۰ ضلعی چند درجه است؟

$$360 \text{ درجه}$$

ب) اندازه هر زاویه خارجی ۲۰ ضلعی منتظم چند درجه است؟

$$\frac{360}{20} = 18$$