

فصل سوّم

((حد بی نهایت و حد در بینهایت))

درس ۱ : حد بی نهایت

تقسیم چند جمله ای ها

۲۵ / شماره	دی ۹۸	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. چند جمله ای $f(x) = 2x^3 + 5x^2 - 3x - 10$ بر دو جمله ای $x + 2$ بخش پذیر است.	۱
۲۵ / شماره	خرداد ۹۹ خ	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. باقی مانده‌ی تقسیم $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ بر $x - 3$ برابر با است.	۲
۲۵ / شماره	دی ۹۹	درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید. در تقسیم چند جمله ای $P(x)$ بر $x - a$ ، باقی مانده برابر $P(a)$ است.	۳
۲۵ / شماره	دی ۱۴۰۰	در جای خالی عبارت ریاضی مناسب را انتخاب کنید. چند جمله ای $p(x) = 2x^3 + x^2 + 1$ بر دو جمله ای بخش پذیر است. ($(x + 1)$ ، $(x - 1)$)	۴

حدهای مبهم

۲۵ / شماره	دی ۹۷	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2}$	۱
۲۵ / شماره	خرداد ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)}$	۲

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل سوم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

نمره ۱/۲۵	تیر ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$	۳
نمره ۱/۲۵	شهریور ۹۸	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16}$	۴
نمره ۱/۲۵	دی ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}}$	۵
نمره ۱	خرداد ۹۹	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}}$	۶
نمره ۱	خرداد ۹۹ خ	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$	۷
نمره ۱	شهریور ۹۹	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}}$	۸
نمره ۱	دی ۹۹	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$	۹
نمره ۰/۲۵	خرداد ۱۴۰۰	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2 - \sqrt{x-1}}{x-5}$	۱۰
نمره ۱	شهریور ۱۴۰۰	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{x^2 + x - 2}$	۱۱

تهیه کننده: جابر عامری دبیر ریاضی و عضو گروه ریاضی متوسطه‌ی دوم استان خوزستان

نمره ۱	دی ۱۴۰۰	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2 - x}{4x^2 - 1}$	۱۲
--------	---------	--	----

حد بی نهایت

نمره ۰/۵	دی ۹۷	حد تابع زیر را به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$	۱
نمره ۰/۷۵	خرداد ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x}$	۲
نمره ۰/۵	تیر ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{1 - x^2}$	۳
نمره ۰/۵	شهریور ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x}$	۴
نمره ۰/۵	دی ۹۸	حد تابع زیر را در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{ x - 3 }$	۵
نمره ۰/۷۵	خرداد ۹۹	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$	۶
نمره ۰/۵	خرداد ۹۹ خ	حد زیر را حساب کنید. $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4}$	۷
نمره ۱/۵	خرداد ۹۹ خ	حد توابع زیر در صورت وجود به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{3}} \frac{[x]}{ 3x + 1 }$ ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x - 5}$	۸

سئوالات موضوعی امتحانات نهایی کشوری فصل سوم درس ریاضی ۳ پایه‌ی دوازدهم رشته‌ی علوم تجربی

شهریور ۹۹ نمره ۰/۱۵	حد تابع زیر را در صورت صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{ 2x - 1 }$	۹
دی ۹۹ نمره ۰/۱۵	حد تابع زیر را در صورت صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3}$	۱۰
خرداد ۱۴۰۰ نمره ۰/۱۷۵	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})} \frac{[x]}{ 3x + 1 }$	۱۱
شهریور ۱۴۰۰ نمره ۰/۱۵	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x$	۱۲
دی ۱۴۰۰ نمره ۰/۱۷۵	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x + 1}{\sin^2 x}$	۱۳

درس ۲: حد در بی نهایت

دی ۹۷ نمره ۰/۲۵	جای خالی را کامل کنید. حد تابع زیر وقتی $x \rightarrow -\infty$ برابر است. $f(x) = \begin{cases} \frac{1}{x} & x > 0 \\ \frac{5x^2 - 3x}{-x^2 + 1} & x \leq 0 \end{cases}$	۱
--------------------	--	---

۰/۵ نمره	۹۸ خرداد	با استفاده از نمودار تابع $y = f(x)$ ، حدهای خواسته شده را بنویسید. الف) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) =$ ب) $\lim_{x \rightarrow (-1)^+} f(x) =$	۲
۰/۲۵ نمره	۹۸ شهریور	در جای خالی عبارت مناسب را بنویسید. حد تابع $f(x) = \frac{-3x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}$ وقتی $x \rightarrow -\infty$ میل می کند، برابر می باشد.	۳
۰/۲۵ نمره	۹۹ خرداد	در جای خالی عبارت مناسب قرار دهید. حد تابع $f(x) = \frac{5x + 4}{x^3 + x - 8}$ وقتی که $x \rightarrow -\infty$ برابر است.	۴
۱ نمره	۹۹ خرداد خ	حد های زیر را حساب کنید. الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x - 3}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x - 1}{3x - 1}$	۵
۰/۵ نمره	۹۹ خرداد خ	حد تابع زیر در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \left(9 + \frac{7}{x^2} \right)$	۶
۰/۵ نمره	۹۹ شهریور	حد تابع زیر در صورت وجود به دست آورید. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 1}{6x^3 - 11x^2 - 3}$	۷
۰/۵ نمره	۱۴۰۰ خرداد	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5}$	۸

شماره ۱۴۰۰	شهر شهریار	حد تابع زیر را در صورت وجود محاسبه کنید. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9}$	۹
---------------	---------------	--	---

تهیه کننده : جابر عامری
عضو گروه ریاضی دوره‌ی دوم متوسطه استان خوزستان

پاسخ سوالات موضوعی نهایی

فصل سوم ریاضی ۳ پایه دوازدهم علوم تجربی

فصل ۳: حد بی نهایت و حد در بی نهایت

درس ۱: حد بی نهایت

تقسیم چند جمله ای ها

درست	۱
$x - 3 = 0 \rightarrow x = 3$ $R = f(3) = 2(3)^2 - 5(3) + 1 = 18 - 15 + 1 = 4$	۲
درست	۳
$x + 1$	۴

حدهای مبهم

$\begin{aligned} \text{ب) } \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{\sqrt{x+1} - 2} &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1} + 2)}{(\sqrt{x+1} - 2)(\sqrt{x+1} + 2)} \\ &= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(\sqrt{x+1} + 2)}{x-3} = \lim_{x \rightarrow 3} (x+3)(\sqrt{x+1} + 2) \\ &= (3+3)(\sqrt{3+1} + 2) = 6 \times 4 = 24 \end{aligned}$	۱
$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x - \sqrt{x}}{(x-1)(x+2)} \times \frac{x + \sqrt{x}}{x + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{(x-1)(x+2)(x + \sqrt{x})} \\ &= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x + \sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(x+2)(x + \sqrt{x})} = \frac{1}{(1+2)(1 + \sqrt{1})} \\ &= \frac{1}{3 \times 2} = \frac{1}{6} \end{aligned}$	۲

$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)}{2 - \sqrt{x+1}} \times \frac{2 + \sqrt{x+1}}{2 + \sqrt{x+1}}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2 + \sqrt{x+1})}{4 - (x+1)} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2 + \sqrt{x+1})}{3 - x}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} -(x+3)(2 + \sqrt{x+1}) = -(3+3)(2 + \sqrt{3+1}) = -24$	۳
$\lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{x^2 - 16} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{2 - \sqrt{x}}{(x-4)(x+4)} \times \frac{2 + \sqrt{x}}{2 + \sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{4 - x}{(x-4)(x+4)(2 + \sqrt{x})}$ $= \lim_{x \rightarrow 4} \frac{-1}{(x+4)(2 + \sqrt{x})} = \frac{-1}{(4+4)(2 + \sqrt{4})} = \frac{-1}{8 \times 4} = \frac{-1}{32}$	۴
$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x + \sqrt{2x+3}} \times \frac{x - \sqrt{2x+3}}{x - \sqrt{2x+3}}$ $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - (2x+3)} \times \frac{x - \sqrt{2x+3}}{1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 2x - 3} \times (x - \sqrt{2x+3})$ $= \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x+1)(x-3)} \times (x - \sqrt{2x+3}) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x-1}{x-3} \times (x - \sqrt{2x+3})$ $= \frac{-1-1}{-1-3} \times (-1 - \sqrt{2(-1)+3}) = \frac{1}{2}(-1-1) = -1$	۵
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x - \sqrt{x+6}} \times \frac{x + \sqrt{x+6}}{x + \sqrt{x+6}}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - (x+6)} \times (x + \sqrt{x+6}) = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+1)}{(x+2)(x-3)} \times (x + \sqrt{x+6})$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x+1}{x+2} \times (x + \sqrt{x+6}) = \frac{3+1}{3+2} \times (3 + \sqrt{3+6}) = \frac{24}{5}$	۶
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{2 - \sqrt{x+1}} \times \frac{2 + \sqrt{x+1}}{2 + \sqrt{x+1}} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{4 - (x+1)} \times (2 + \sqrt{x+1})$	۷

$= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{3-x} = \lim_{x \rightarrow 3} -(x+3)(2+\sqrt{x+1})$ $= (-6) \times (2+2) = -24$	
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{(2-\sqrt{x+1})(2+\sqrt{x+1})} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{(4-(x+1))}$</p> $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{-x+3} = \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x-3)(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{-(x-3)}$ $= \lim_{x \rightarrow 3} \frac{(x+3)(2+\sqrt{x+1})}{-1} = \frac{(3+3)(2+\sqrt{3+1})}{-1} = -24$	۸
$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} \times \frac{2+\sqrt{x-1}}{2+\sqrt{x-1}}$ $= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-(x-5)}{(x-5)(2+\sqrt{x-1})} = \frac{-1}{4}$	۹
$\lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{2-\sqrt{x-1}}{x-5} \times \frac{2+\sqrt{x-1}}{2+\sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{4-(x-1)}{x-5} \times \frac{1}{2+\sqrt{x-1}}$ $= \lim_{x \rightarrow 5} \frac{5-x}{x-5} \times \frac{1}{2+\sqrt{x-1}} = \lim_{x \rightarrow 5} \frac{-1}{2+\sqrt{x-1}} = \frac{-1}{2+\sqrt{5-1}} = \frac{-1}{4}$	۱۰
<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-\sqrt{x}}{x^2+x-2} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-\sqrt{x})(x+\sqrt{x})}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2-x}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})}$</p> $= \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x(x-1)}{(x-1)(x+2)(x+\sqrt{x})} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x}{(x+2)(x+\sqrt{x})} = \frac{1}{6}$	۱۱
$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{2x^2-x}{4x^2-1} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x(2x-1)}{(2x-1)(2x+1)} = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{x}{2x+1} = \frac{\frac{1}{2}}{2(\frac{1}{2})+1} = \frac{\frac{1}{2}}{2} = \frac{1}{4}$	۱۲

حد بی نهایت

الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2 - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x - 3} = +\infty$	۱
$\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{[x]}{\sin x} = \frac{[0^-]}{\sin(0^-)} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$	۲
$\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{2x}{1 - x^2} = \frac{2(1)}{1 - (1^+)^2} = \frac{2}{.^+} = +\infty$	۳
$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1 - 1^-} = \frac{1}{.^+} = +\infty$	۴
$\lim_{x \rightarrow 3} \frac{2}{ x - 3 } = \frac{2}{ 3 - 3 } = \frac{2}{.^+} = +\infty$	۵
$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{2 - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{3^- - 3} = \frac{-1}{.^-} = +\infty$	۶
$\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{-3x}{x^2 - 4} = \frac{-3(-2)}{(-2)^2 - 4} = \frac{-3(-2)}{4^+ - 4} = \frac{+6}{.^+} = +\infty$	۷
الف) $\lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{[x]}{ 3x + 1 } = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{[-\frac{1}{3}]}{ 3x + 1 } = \lim_{x \rightarrow -\frac{1}{3}} \frac{-1}{ 3(-\frac{1}{3}) + 1 } = \frac{-1}{ 3(-\frac{1}{3}) + 1 } = \frac{-1}{0^+} = -\infty$	۸
ب) $\lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2x}{x - 5} = \lim_{x \rightarrow 5^-} \frac{2(5)}{(5^-) - 5} = \frac{10}{.^-} = -\infty$	
$\lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{ 2x - 1 } = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{ 2(x - \frac{1}{2}) } = \lim_{x \rightarrow \frac{1}{2}} \frac{[x] - 3}{2 x - \frac{1}{2} } = \frac{. - 3}{2 \times .^+} = \frac{-3}{.^+} = -\infty$	۹

$\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{[x] - 3}{x - 3} = \lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{-1}{x - 3} = \frac{-1}{0^-} = +\infty$	۱۰
$\lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})^+} \frac{[x]}{ 3x+1 } = \lim_{x \rightarrow (-\frac{1}{3})^+} \frac{-1}{ 3x+1 } = \frac{-1}{0^+} = -\infty$	۱۱
$\lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \tan x = \lim_{x \rightarrow (\frac{\pi}{2})^+} \frac{\sin x}{\cos x} = \frac{1}{0^-} = -\infty$	۱۲
$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x+1}{\sin^2 x} = \frac{0+1}{0^+} = +\infty$	۱۳

درس ۲: حد در بی نهایت

-۵	۱
۲) - (الف)	۲) + (ب)
$-\infty$	۳
صفر	۴
الف) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x-3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{1}{2x} = \frac{1}{-\infty} = 0$	۵
ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x-1}{3x-1} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{3x} = \frac{2}{3}$	
$\lim_{x \rightarrow -\infty} (9 + \frac{7}{x^2}) = 9 + \frac{7}{(-\infty)^2} = 9 + \frac{7}{+\infty} = 9 + 0 = 9$	۶
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3 - 5x + 1}{6x^3 - 11x^2 - 3} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x^3}{6x^3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$	۷
$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x^2}}{\frac{4}{x} - 5} = \frac{\lim_{x \rightarrow +\infty} (3 + \frac{1}{x^2})}{\lim_{x \rightarrow +\infty} (\frac{4}{x} - 5)} = \frac{3 + 0}{0 - 5} = -\frac{3}{5}$	۸

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7 + 5x^2}{2x^3 + 9} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{-4x^7}{2x^3} = \lim_{x \rightarrow -\infty} -2x^4 = -\infty$$

۹

تهیه کننده: جابر عامری

عضو گروه ریاضی دوره ی دوّم متوسطه استان خوزستان