

هو الحق

"هندسه ۲"

((چهل تست))

تمامی تست های سراسری، سنجش و گزینه ۲ از سال ۸۰ الی ۹۸

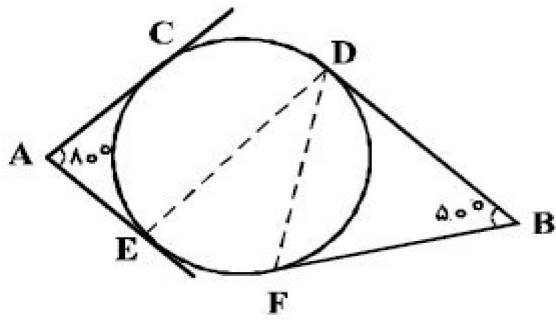
علی فقیهی

دبیر ریاضی ناحیه ۴ استان قم

۰۹۱۹۸۶۹۰۴۵۰

تلگرام و اینستاگرام

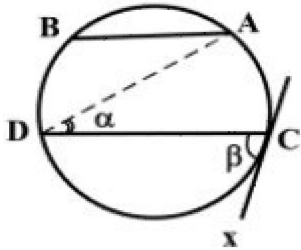
@aliifaghihi



۱- در شکل زیر، اضلاع زاویه‌های A و B بر دایره مماس‌اند، اگر وتر CD برابر شعاع دایره باشد. زاویه EDF چند درجه است؟

- (۱) ۲۵
- (۲) ۳۰
- (۳) ۳۵
- (۴) ۴۰

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی



۲- در شکل زیر، وتر AB برابر شعاع دایره و  $AB \parallel CD$ ، زاویه  $\beta = 2\alpha$  و CX مماس بر دایره است. کمان BD چند درجه است؟

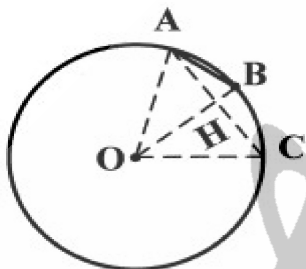
- (۱) ۵۰
- (۲) ۶۰
- (۳) ۷۰
- (۴) ۷۵

سراسری = ریاضی = ۹۸

۳- از نقطه P دو مماس بر دایره به شعاع ۲ واحد رسم شده است. اگر زاویه بین دو مماس  $60^\circ$  باشد، فاصله P تا مرکز دایره کدام است؟

- (۱) ۴
- (۲)  $2\sqrt{3}$
- (۳)  $3\sqrt{3}$
- (۴) ۳

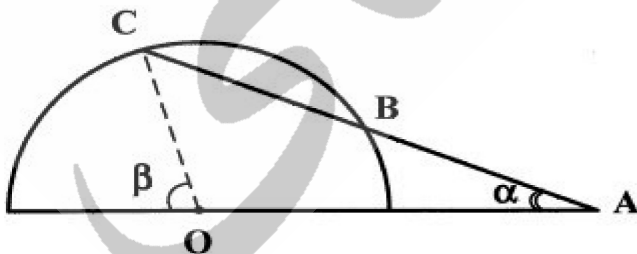
آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۴- اگر  $AC = OA = OC = 1$  باشد، اندازه AB کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2 - \sqrt{3}}$
- (۲)  $\sqrt{3 - \sqrt{2}}$
- (۳)  $\frac{1}{2}\sqrt{1 + \sqrt{3}}$
- (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

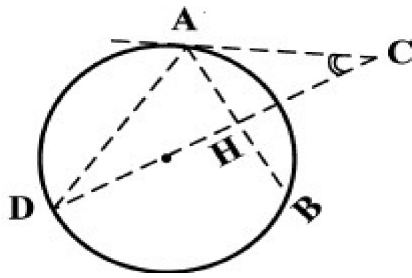
آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۵- در نیم دایره روبه‌رو،  $AB = R$  زاویه  $\beta$  چند برابر  $\alpha$  است؟

- (۱) ۱/۵
- (۲) ۲
- (۳) ۲/۵
- (۴) ۳

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

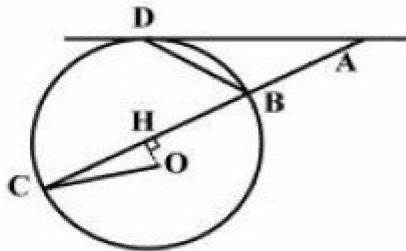


۶- در شکل زیر، قطر دایره عمود بر  $AB$  است.

$\hat{C} = 40^\circ$  زاویه  $\hat{D}$  چند درجه است؟

- (۱) ۲۵
- (۲) ۳۰
- (۳) ۳۵
- (۴) ۴۰

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۷- در شکل زیر،  $AD$  مماس بر دایره به مرکز  $O$  و  $OH$  عمود بر

$AC$  است. اگر  $\hat{DBC} = 2\hat{DAC}$  باشد، زاویه  $\hat{COH}$  چند

برابر زاویه  $\hat{DAC}$  است؟

- (۱) ۲/۵
- (۲) ۳
- (۳) ۳/۵
- (۴) ۴

سراسری = ریاضی = ۹۷

۸- در مثلث  $ABC$  ( $AB = AC$ )، دایره‌ای در  $B$  و  $C$  بر ساق‌ها مماس است. اگر  $BC = 6$  و ارتفاع  $AH = 4$  باشد

شعاع این دایره، کدام است؟

- (۱) ۳/۲۵
- (۲) ۳/۵
- (۳) ۳/۷۵
- (۴) ۴/۵

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۹- دو دایره متقاطع در نقطه‌ی  $A$  مشترک‌اند. خط‌گذرا بر  $A$  دو دایره‌ی مفروض را در  $B$  و  $C$  قطع می‌کند. مماس‌ها بر

هر دایره در  $B$  و  $C$  در نقطه‌ی  $M$  متقاطع‌اند. در مثلث  $MBC$  با چرخش خط قاطع، کدام جزء ثابت می‌ماند؟

- (۱)  $MA$
- (۲) محیط
- (۳) مساحت
- (۴) زاویه‌ی  $\hat{BMC}$

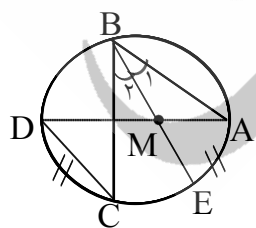
کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۱۰- در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$  ( $AB = AC$ ) نقطه‌ی  $O$  در امتداد  $AC$ ، مرکز دایره‌ای است که در نقطه‌ی  $B$  بر

ضلع  $AB$  مماس است. امتداد  $BC$  این دایره را در  $D$  قطع کرده است. مثلث  $OCD$  چگونه است؟

- (۱) متساوی‌الساقین
- (۲) قائم‌الزاویه
- (۳) قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین
- (۴) غیرمشخص

سراسری = ریاضی = ۹۴



۱۱- در شکل مقابل  $AB = 6$ ,  $BC = 8$ ,  $CD = 3$  و  $\widehat{AE} = \widehat{CD}$ ، اندازه  $AM$  کدام است؟

- (۱) ۲
- (۲) ۲/۲۵
- (۳) ۲/۵
- (۴) ۲/۷۵

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۱۲- در یک مستطیل به طول ۱۳ و عرض ۶ واحد، دایره‌ای به قطر طول مستطیل، ضلع مقابل آن را در دو نقطه‌ی M و N قطع می‌کند، فاصله‌ی این دو نقطه چند واحد است؟

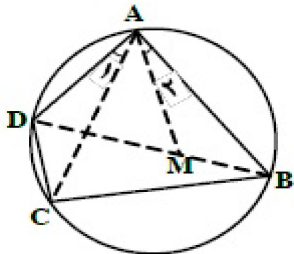
- (۱) ۴ (۲)  $2\sqrt{6}$  (۳) ۵ (۴)  $4\sqrt{2}$

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۱۳- از نقطه‌ی M واقع در خارج دایره‌ای به شعاع ۴ واحد، دو مماس MA و MB بر دایره رسم شده است. اگر فاصله‌ی نقطه‌ی M تا نزدیک‌ترین نقاط دایره  $4(\sqrt{2}-1)$  باشد، فاصله‌ی مرکز دایره از وتر AB کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲) ۳ (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴) ۲

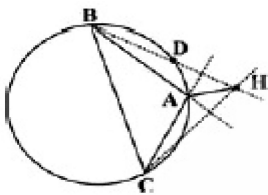
سراسری = ریاضی = ۸۸



۱۴- در شکل مقابل  $\hat{A}_1 = \hat{A}_2$ ، حاصل AD . BC برابر کدام است؟

- (۱) DM . AC  
(۲) BM . AC  
(۳) AB . CD  
(۴) BD . BM

سراسری = ریاضی = ۹۳ (سراسری - آزاد)

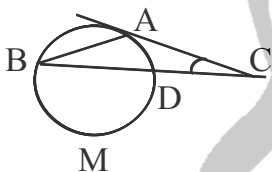


۱۵- در شکل روبه‌رو نقطه‌ی H محل تلاقی ارتفاعات مثلث ABC است، زاویه‌ی  $\hat{AHD}$  با کدام زاویه برابر است؟

- (۱)  $\hat{DAE}$   
(۲)  $\hat{ABC}$   
(۳)  $\hat{ADH}$   
(۴)  $\hat{AHC}$

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۱۶- در شکل مقابل مماس AC بر دایره‌ی با وتر AB از دایره بجاوند اگر کمان  $\widehat{DMB}$  برابر ۲۲۲ درجه باشد زاویه‌ی C چند درجه است؟



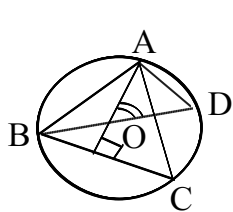
- (۱) ۲۱  
(۲) ۲۲  
(۳) ۲۳  
(۴) ۲۴

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۱۷- دو دایره به شعاع‌های ۴ و  $10/5$  واحد مماس برون‌اند. از مرکز دایره کوچک‌تر، مماس بر دایره بزرگ‌تر رسم می‌کنیم. طول این قطعه مماس چقدر است؟

- (۱) ۸ (۲)  $4\sqrt{5}$  (۳)  $4\sqrt{6}$  (۴) ۱۰

سراسری = ریاضی = ۹۲ (سراسری - آزاد)



۱۸- در شکل روبه‌رو، O محل تلاقی ارتفاع‌های مثلث ABC است. زاویه‌ی  $\widehat{AOD}$  برابر کدام است؟

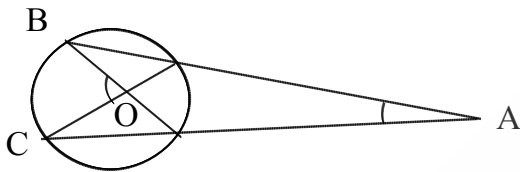
- (۱)  $\widehat{OBC}$  (۲)  $\widehat{CAD}$   
(۳)  $\widehat{OAC}$  (۴)  $\widehat{ADO}$

سراسری <= ریاضی <= ۹۲ (سراسری - آزاد)

۱۹- در مثلث ABC، داریم  $\widehat{B} = 50^\circ$  و  $\widehat{C} = 60^\circ$  نیم‌ساز داخلی زاویه A و عمود منصف ضلع BC در نقطه M متقاطع‌اند. زاویه  $\widehat{MBC}$  چند درجه است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۳۰ (۳) ۳۵ (۴) ۴۰

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= ریاضی



۲۰- در شکل مقابل  $\widehat{A} = 27^\circ$  و  $\widehat{O} = 71^\circ$  کمان BC چند درجه است؟

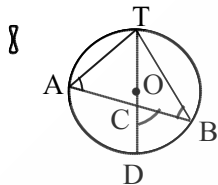
- (۱) ۹۸ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۲ (۴) ۱۰۴

سراسری <= ریاضی <= ۸۶

۲۱- در متوازی‌الاضلاع ABCD دایره‌ی محیطی مثلث ACD امتداد ضلع BC را در نقطه‌ی M قطع کرده است. مثلث ABM کدام نوع است؟

- (۱) متشابه ACD (۲) متساوی‌الساقین (۳) متساوی‌الاضلاع (۴) قائم‌الزاویه

سراسری <= ریاضی <= ۸۴



۲۲- در شکل مقابل O مرکز دایره و  $\widehat{A} = 65^\circ$  و  $\widehat{B} = 35^\circ$ ، زاویه  $\widehat{C}$  چند درجه است؟

- (۱) ۶۰ (۲) ۶۱ (۳) ۶۲ (۴) ۶۳

سراسری <= ریاضی <= ۸۱

۲۳- مثلی با معلومات  $a = 4\sqrt{3}$  و  $\widehat{A} = 120^\circ$  و  $h_a$  قابل رسم است.  $h_a$  کدام عدد نمی‌تواند باشد؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲)  $\sqrt{3}$  (۳) ۲ (۴) ۳

سراسری <= ریاضی <= ۸۰

۲۴- دو دایره مماس داخلی با نسبت شعاع‌های  $\frac{1}{3}$  می‌باشد. از مرکز دایره کوچک‌تر بر خط‌المركزین آن‌ها عمودی رسم شده و در یک طرف دو دایره را در A و B قطع کرده است. اگر باشد شعاع دایره بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{3}$  (۲)  $3\sqrt{3}$  (۳)  $4\sqrt{3}$  (۴)  $\sqrt{6}$

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۳

۲۵- کمترین و بیشترین فاصله‌ی نقطه‌ی A از محیط دایره‌ی C(O,R) برابر ۴ و ۸ است. اگر از نقطه‌ی A دو مماس AT و AT' را بر دایره رسم کنیم، طول پاره خط TT' چقدر است؟

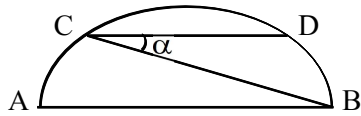
$\frac{8}{3}$  (۴)

$\frac{4}{3}$  (۳)

$\frac{8\sqrt{2}}{3}$  (۲)

$\frac{4\sqrt{2}}{3}$  (۱)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱



۲۶- در نیم دایره به قطر AB = ۵، وتر CD = ۳ موازی AB رسم شده است. tg alpha کدام است؟

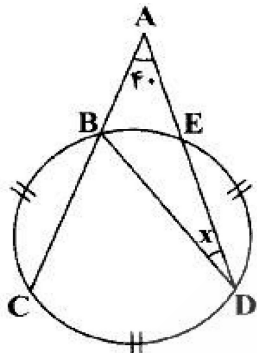
-۲ (۲)

$-\frac{5}{3}$  (۱)

$\frac{5}{4}$  (۴)

$-\frac{2}{3}$  (۳)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= ۸۳



۲۷- در شکل روبه‌رو  $\widehat{BC} = \widehat{CD} = \widehat{DE}$ ، زاویه‌ی X چند درجه است؟

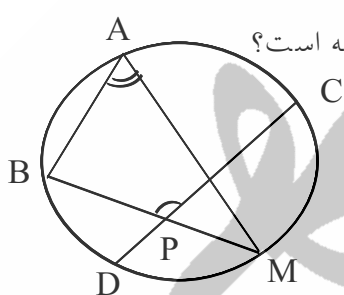
۱۰° (۱)

۱۵° (۲)

۲۰° (۳)

۳۰° (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱



۲۸- در شکل مقابل نقطه M وسط کمان CD است و  $\widehat{AB} = 50^\circ$  اندازه  $\widehat{A} + \widehat{P}$  چند درجه است؟

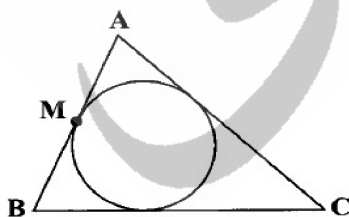
۱۶۵ (۱)

۱۷۰ (۲)

۱۸۰ (۳)

۲۲۵ (۴)

آزمایشی سنجش <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۰ و آزمایشی سنجش <= آزمونهای سال سوم <= سال تحصیلی ۹۱-۹۰



۲۹- در شکل زیر محیط مثلث ۲۰ و طول ضلع BC = ۸ است، طول AM برابر است با:

۴ (۱)

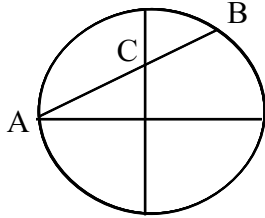
۳ (۲)

۵ (۳)

۲ (۴)

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

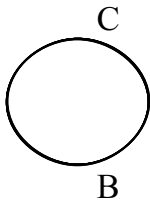
۳۰- در شکل روبه‌رو دو قطر دایره بر هم عمودند. اگر  $AB$  مساوی  $\frac{1}{6}$  برابر شعاع دایره باشد، اندازه‌ی  $AC$  چند برابر شعاع دایره است؟



- (۱)  $\frac{4}{3}$   
 (۲)  $\frac{6}{5}$   
 (۳)  $\frac{5}{4}$   
 (۴)  $\frac{9}{8}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۳۱- در شکل مقابل  $A = 65^\circ$  کمان بزرگتر  $BC$  کدام است؟



( A )  $65^\circ$

- (۱)  $235^\circ$   
 (۲)  $245^\circ$   
 (۳)  $255^\circ$   
 (۴)  $265^\circ$

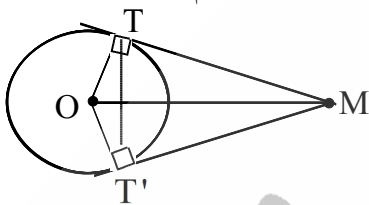
آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۱

۳۲- قطر نیم‌دایره‌ای به نسبت ۱ و ۳ تقسیم شده است. از نقطه‌ی تقسیم شده، خط عمود بر قطر، نیم دایره را در نقطه‌ی  $A$  قطع می‌کند. فاصله‌ی  $A$  تا نزدیک‌ترین سر قطر، چند برابر قطر دایره است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$   
 (۲)  $\frac{1}{4}$   
 (۳)  $\frac{1}{2}$   
 (۴)  $\frac{2}{3}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۸

۳۳- دایره‌ی  $(O, 4)$  و نقطه‌ی  $M$  به فاصله‌ی ۸ از نقطه‌ی  $O$  مفروض هستند. طول پاره‌خط  $TT'$ ، کدام است؟



- (۱)  $4\sqrt{3}$   
 (۲) ۴  
 (۳)  $8\sqrt{3}$   
 (۴) ۸

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴ - ۹۵

۳۴- در دایره‌ای به قطر ۱۲ واحد فاصله‌ی نقطه‌ی  $P$  تا مرکز دایره ۱۰ واحد است اندازه‌ی مماس وارد از  $P$  بر دایره کدام است؟

- (۱) ۷  
 (۲) ۸  
 (۳)  $4\sqrt{2}$   
 (۴)  $5\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

۳۵- از نقطه‌ی  $A$  مماسی به طول ۱۲ بر دایره‌ی  $(O, 5)$  رسم شده است. کم‌ترین و بیش‌ترین فاصله‌ی نقطه‌ی  $A$  از این دایره، به ترتیب کدام است؟

- (۱) ۷ و ۱۷  
 (۲) ۱۲ و ۱۷  
 (۳) ۸ و ۱۸  
 (۴) ۱۳ و ۱۸

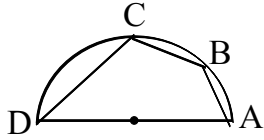
آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳ - ۹۴

۳۶- در دایره‌ای به قطر ۱۲ واحد فاصله‌ی نقطه‌ی  $p$  تا مرکز دایره ۱۰ واحد است اندازه‌ی مماس وارد از  $p$  بر دایره کدام است؟

- (۱) ۷  
 (۲) ۸  
 (۳)  $4\sqrt{2}$   
 (۴)  $5\sqrt{2}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

۳۷- چهارضلعی ABCD مطابق شکل زیر در نیم دایره‌ای به قطر  $AD = 6$  محاط شده است. اگر طول هر دو ضلع AB و BC برابر ۲ باشد، طول ضلع CD کدام است؟



(۲)  $\sqrt{17}$

(۴)  $\frac{14}{3}$

(۱)  $4\sqrt{3}$

(۳)  $\frac{7}{2}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۳۸- در نیمدایره‌ای به قطر  $AB = 5$  وتر  $CD = 3$  موازی AB است. تانژانت بزرگ‌ترین زاویه از دوزنقه ABCD کدام است؟

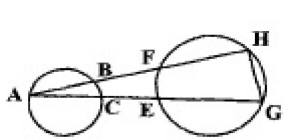
(۴)  $-\frac{5}{3}$

(۳) -۲

(۲)  $-\frac{5}{2}$

(۱)  $-\frac{3}{2}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۷ و آزمایشی سنجش => آزمونهای سال سوم => ۸۷



۳۹- در شکل روبه‌رو  $\widehat{HG} = 80^\circ$ ،  $\widehat{BC} = 20^\circ$  و  $\widehat{HF} = 110^\circ$  است. مقدار  $\widehat{G}$  کدام است؟

(۲)  $185^\circ$

(۱)  $80^\circ$

(۴)  $95^\circ$

(۳)  $90^\circ$

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۴۰- در دایره‌ای به قطر ۱۰ واحد، وتر AB به طول ۸ واحد رسم شده است. نقطه‌ی C بر روی دایره متحرک است. بیش‌ترین مساحت مثلث CAB کدام است؟

(۴) ۴۸

(۳) ۴۰

(۲) ۳۶

(۱) ۳۲

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۸

۴۱- در دو دایره به شعاع‌های ۲ و ۵ واحد، فاصله مرکزها ۹ واحد است. اندازه مماس مشترک داخلی آنها کدام است؟

(۴)  $4\sqrt{2}$

(۳)  $4\sqrt{3}$

(۲)  $3\sqrt{2}$

(۱)  $2\sqrt{3}$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۲- از نقطه P، مماس بر دایره مفروض رسم شده است. اگر طول قطعه مماس برابر شعاع دایره باشد کمترین فاصله نقاط دایره تا نقطه P چند برابر شعاع آن است؟

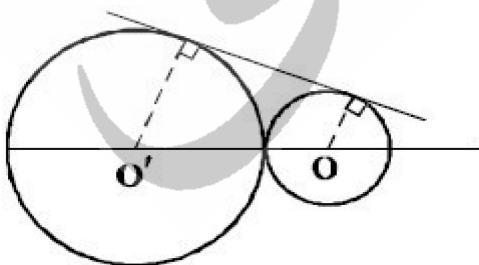
(۴)

(۳)  $\sqrt{2} - 1$

(۲)  $2 - \sqrt{3}$

(۱)  $\sqrt{3} - 1$

آزمایشی سنجش => دوازدهم => سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۴۳- دو دایره به شعاع‌های ۹ و ۴ واحد مماس برهم‌اند. دایره به قطر  $OO'$  با مماس مشترک خارجی در نقطه‌ی M مشترک‌اند. فاصله‌ی M از نقطه‌ی تماس دو دایره، کدام است؟

(۱) ۶

(۲)  $6/5$

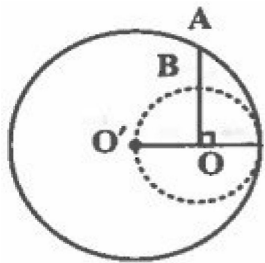
(۳) ۷

(۴)  $7/5$

کنکورهای خارج از کشور => سراسری => ریاضی



۴۴- در دو دایره به مرکزهای O و O' مماس بر هم، AB عمود بر OO' به طول  $(9 - 3\sqrt{3})$  است. شعاع دایره



بزرگ‌تر کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{3}$   
 (۲)  $3\sqrt{6}$   
 (۳)  $6\sqrt{3}$   
 (۴)  $3\sqrt{3}$

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۵- در دایره‌ای به شعاع ۱۰ واحد کمانی به طول ۷ واحد، جدا شده است. اندازه این کمان، به تقریب چند درجه است؟

- (۱)  $39/8$  (۲)  $40/1$  (۳)  $42/3$  (۴)  $43/2$

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۶- در دو دایره هم مرکز به شعاع‌های ۳ و ۷ واحد، اندازه وتر از دایره بزرگ مماس بر دایره کوچک کدام است؟

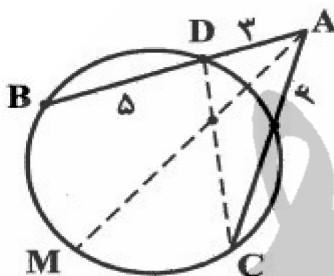
- (۱)  $2\sqrt{10}$  (۲)  $4\sqrt{10}$  (۳)  $3\sqrt{5}$  (۴)  $5\sqrt{3}$

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۷- دو دایره به شعاع‌های ۷ و ۱۰ واحد مماس داخل‌اند. طول بزرگ‌ترین وتر از دایره بزرگ مماس بر دایره دیگر، کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{7}$  (۲)  $6\sqrt{7}$  (۳)  $2\sqrt{21}$  (۴)

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۴۸- در شکل زیر، M وسط کمان BC است. AM وتر CD را به کدام نسبت تقسیم می‌کند؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$   
 (۲)  $\frac{2}{5}$   
 (۳)  $\frac{3}{5}$   
 (۴)  $\frac{2}{3}$

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۴۹- دو دایره به شعاع‌های ۴ و ۹ واحد مماس خارج‌اند. اندازه مماس مشترک خارجی آن دو کدام است؟

- (۱)  $7/5$  (۲) ۸ (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵۰- در داخل دایره‌ای، دو وتر  $AB = 22$  و  $CD = 18$  متقاطع‌اند. اگر AB، وتر CD را به نسبت ۱ و ۲ تقسیم کند، آنگاه CD وتر AB را به کدام نسبت قطع می‌کند؟

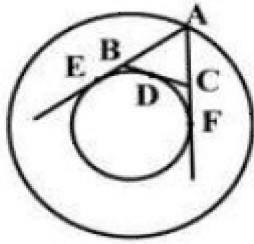
- (۱) ۵, ۲ (۲) ۷, ۴ (۳) ۹, ۲ (۴) ۸, ۳

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۵۱- از نقطه A دو خط مماس بر دایره به شعاع R رسم شده است. نقاط تماس محیط دایره را به نسبت ۳ به ۵ تقسیم کرده‌اند. زاویه A چند درجه است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۶۰ (۴) ۹۰

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸



۵۲- در دو دایره هم‌مرکز، از نقطه‌ی A روی دایره بزرگ دو مماس AE و AF و از نقطه‌ی D روی کمان کوچک‌تر EF مماس دیگری بر دایره‌ی داخلی رسم شده است. با تغییر مکان A و D کدام بیان در مثلث ABC درست است؟

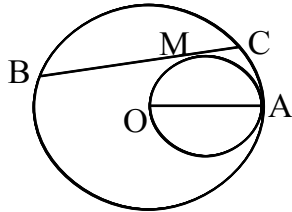
- (۱) محیط ثابت - مساحت متغیر
- (۲) محیط متغیر - مساحت ثابت
- (۳) محیط ثابت - مساحت ثابت
- (۴) محیط متغیر - مساحت متغیر

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۵۳- دو دایره به شعاع ۴ و ۸ واحد، در نقطه‌ی D مماس درونی هستند. وتر BC از دایره‌ی بزرگ، موازی خط‌المركزین و بر دایره کوچک در نقطه‌ی P مماس است. اندازه  $PB \times PC$  کدام است؟

- (۱) ۲۴
- (۲) ۳۲
- (۳) ۳۶
- (۴) ۴۸

سراسری = ریاضی = ۹۷

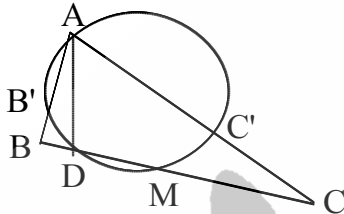


۵۴- در دایره‌ای به شعاع OA وتر BC مماس بر دایره‌ای به قطر OA رسم شده است. مقدار  $MB \times MC$  برابر کدام است؟

- (۱)  $MO^2$
- (۲)  $MA^2$
- (۳)  $OA^2$
- (۴)  $MA \cdot MO$

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۵۵- در مثلث ABC نقطه‌ی M وسط ضلع AB و AD نیمساز زاویه‌ی A است. دایره‌ی محیطی مثلث ADM رسم شده است. نسبت  $\frac{BB'}{CC'}$  برابر کدام است؟



- (۱) ۱
- (۲)  $\frac{AB}{AC}$
- (۳)  $\frac{AB'}{AC'}$
- (۴)  $\frac{DB}{DM}$

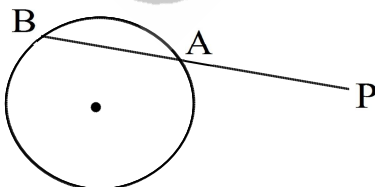
سراسری = ریاضی = ۹۴

۵۶- در دو دایره متقاطع به مراکز O و O' و شعاع‌های ۳ و ۴ واحد، فاصله نقطه تلاقی دو دایره از وسط OO' برابر  $\frac{1}{3}OO'$  می‌باشد. اندازه مماس مشترک محدود به دو نقطه تماس این دو دایره چند واحد است؟

- (۱) ۴
- (۲)  $2\sqrt{5}$
- (۳)  $2\sqrt{6}$
- (۴) ۵

سراسری = ریاضی = ۹۰

۵۷- نزدیکترین نقطه از دایره به شعاع ۵ واحد تا نقطه مفروض P برابر ۸ واحد است. قاطع PAB نسبت به دایره طوری رسم شده است که  $PA - AB = ۲$  اندازه AB چقدر است؟



- (۱) ۵
- (۲) ۶
- (۳) ۷
- (۴) ۹

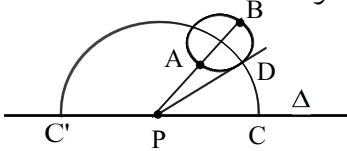
سراسری = ریاضی = ۹۰

۵۸- دوزنقه‌ای با طول قاعده‌ها ۸ و ۱۲ و اندازه‌ی یک ساق برابر ۵ واحد مفروض است. اگر این دوزنقه قابل محاط در دایره باشد، طول قطعه‌ی مماس که از نقطه‌ی تلاقی دو ساق بر دایره‌ی محیطی آن رسم شود، کدام است؟

- (۱)  $4\sqrt{5}$  (۲)  $5\sqrt{6}$  (۳)  $6\sqrt{5}$  (۴)  $8\sqrt{3}$

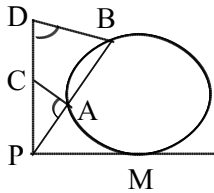
سراسری <= ریاضی <= ۸۹

۵۹- نقطه‌ی P مرکز نیم‌دایره به قطر  $CC'$  است. شعاع PD مماس بر دایره‌ی مفروض رسم شده است. دایره‌ای که بر دو نقطه‌ی A و B می‌گذرد و مماس بر خط  $\Delta$  است، در کدام نقطه بر خط  $\Delta$  مماس می‌شود؟



- (۱) C یا C'  
(۲) بین دو نقطه‌ی C و C'  
(۳) خارج پاره‌خط C'C  
(۴) نشدنی

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= ریاضی



۶۰- در شکل مقابل  $\widehat{PAC} = \widehat{PDB}$ ،  $PC = 9$  و  $CD = 7$ ، اندازه‌ی مماس PM چه قدر است؟

- (۱) ۸ (۲)  $6\sqrt{2}$  (۳) ۱۰ (۴) ۱۲

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= ریاضی

۶۱- زاویه‌ی بین خط‌المركزین و مماس خارج دو دایره به شعاع‌های  $7/5$  و ۳۰ سانتی‌متر، ۳۰ درجه است. طول خط‌المركزین دو دایره چند سانتی‌متر است؟

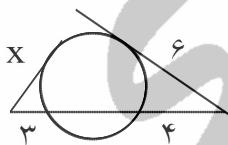
- (۱)  $42/5$  (۲) ۴۵ (۳)  $47/5$  (۴) ۵۰

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= ریاضی

۶۲- در دایره‌ای به قطر ۱۲ واحد فاصله‌ی مرکز دایره از وتر AB برابر ۲ واحد است، نقطه‌ی C در امتداد AB به فاصله‌ی  $CB = 2\sqrt{2}$  انتخاب شده است. طول قطعه‌ی مماسی که از C بر دایره رسم شود، کدام است؟

- (۱)  $2\sqrt{20}$  (۲)  $3\sqrt{5}$  (۳) ۷ (۴)  $5\sqrt{2}$

کنکورهای خارج از کشور <= سراسری <= ریاضی



۶۳- در شکل مقابل اندازه‌ی X چند واحد است؟

- (۱)  $3\sqrt{2}$  (۲)  $2\sqrt{5}$  (۳)  $2\sqrt{6}$  (۴) ۵

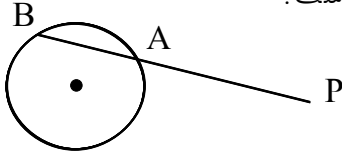
سراسری <= ریاضی <= ۹۱

۶۴- اندازه‌ی مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۱۴ و ۶ واحد برابر ۱۵ واحد است. خط‌المركزین این دو دایره چند واحد است؟

- (۱)  $12\sqrt{2}$  (۲)  $7\sqrt{6}$  (۳) ۱۷ (۴) ۱۸

سراسری <= ریاضی <= ۹۱

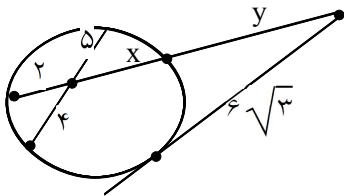
۶۵- فاصله‌ی نقطه‌ی P تا دورترین نقاط یک دایره سه برابر شعاع دایره است. از این نقطه قاطع PAB نسبت به دایره رسم شده است. اگر کمان AB برابر ۶۰ درجه باشد، اندازه‌ی PA چند برابر شعاع دایره است؟



- (۱)  $\frac{1}{2}(\sqrt{11}-1)$  (۲)  $\frac{1}{2}(\sqrt{13}-1)$   
 (۳)  $(\sqrt{11}-2)$  (۴)  $(\sqrt{13}-2)$

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۶۶- در شکل مقابل y کدام است؟



- (۱) ۶ (۲) ۷/۵  
 (۳) ۸ (۴) ۹

سراسری = ریاضی = ۸۵

۶۷- شعاع دو دایره‌ی خارج هم به ترتیب ۲۲/۵ و ۷/۵ سانتیمتر است. اگر زاویه‌ی بین مماس داخل و خط‌المركزین دو دایره ۳۰ درجه باشد. طول خط‌المركزین دو دایره چند سانتیمتر است؟

- (۱) ۵۵ (۲) ۵۷/۵ (۳) ۶۰ (۴) ۶۲/۵

سراسری = ریاضی = ۸۴

۶۸- طول مماس مشترک خارجی دو دایره به شعاع‌های ۱۱ و ۳ سانتی‌متر برابر  $3\sqrt{33}$  سانتی‌متر است کمترین فاصله نقاط این دو دایره از یکدیگر چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴) ۶

سراسری = ریاضی = ۸۲

۶۹- نقطه C بر روی وتر AB به طول ۹ واحد از دایره‌ای چنان قرار دارد که آن وتر را به نسبت ۱ و ۲ تقسیم کرده است. طول کوتاه‌ترین وتر از دایره گذرنده بر نقطه C کدام است؟

- (۱) ۸ (۲)  $5\sqrt{3}$  (۳)  $6\sqrt{2}$  (۴)  $4\sqrt{5}$

سراسری = ریاضی = ۸۲

۷۰- طول مماس مشترک خارجی دو دایره مماس  $\sqrt{2}$  برابر شعاع دایره‌ی بزرگتر است. شعاع دایره بزرگتر چند برابر شعاع دایره‌ی کوچکتر است؟

- (۱)  $\sqrt{2}$  (۲) ۱/۵ (۳)  $\sqrt{3}$  (۴) ۲

سراسری = ریاضی = ۸۱

۷۱- در دایره‌ای به قطر ۲۶ واحد، فاصله‌ی نقطه‌ی P تا مرکز دایره ۵ واحد است. اندازه‌ی کوچک‌ترین وتر که در دایره از نقطه‌ی P بگذرد، کدام است؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴) ۲۴

آزمایشی سنجش = ریاضی = ۸۸

۷۲- در دو دایره‌ی متخارج خط‌المركزین برابر  $6\sqrt{3}$  و شعاع دایره‌ی بزرگتر ۷ است. اگر زاویه‌ی مماس مشترک داخلی با خط‌المركزین  $60^\circ$  باشد شعاع دایره‌ی کوچکتر کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۶

۷۳- نقطه P در صفحه یک دایره است اندازه مماس مرسوم بر دایره از نقطه P برابر ۱۲ واحد و فاصله دورترین نقطه‌ی دایره، تا نقطه P برابر ۱۶ می‌باشد، قطر دایره کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

آزمایشی سنجش = ریاضی <= ۸۰

۷۴- دو دایره به شعاع‌های ۴ و ۸ واحد مماس داخلی هستند. خطی که از مرکز دایره کوچک‌تر موازی مماس مشترک دو دایره رسم شود این دو دایره را در A و B قطع می‌کند، اندازه AB کدام است؟

- (۱)  $4(2 - \sqrt{3})$  (۲)  $4(\sqrt{3} - 1)$  (۳)  $2(2 - \sqrt{3})$  (۴)  $2(3 - \sqrt{3})$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۷۵- در دو دایره مماس بر هم طول مماس مشترک خارجی آن‌ها  $\sqrt{2}$  برابر شعاع دایره بزرگ‌تر است. نسبت شعاع‌های این دو دایره کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\frac{2}{3}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= سال تحصیلی ۹۱-۹۲

۷۶- نقطه‌ی P بر امتداد قطر AB در سمت A قرار دارد، به طوری که اگر از آن نقطه مماس PC بر دایره رسم شود،  $PC = 2PA$ ، فاصله‌ی P تا نقطه‌ی B کدام است؟ (R شعاع دایره است)

- (۱)  $\frac{8}{3}R$  (۲)  $\frac{7}{3}R$  (۳)  $\frac{7}{2}R$  (۴)  $3R$

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی <= ۸۴

۷۷- دو دایره  $C(O, R)$ ،  $C'(O', 2R)$  متخارجند. چند خط وجود دارد که در دو دایره وترهایی با طول R جدا می‌کند؟

- (۱) ۰ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی <= ۸۲

۷۸- رأس A از مثلث متساوی‌الاضلاع ABC روی یک دایره واقع است و ضلع BC در نقطه‌ی T بر دایره مماس است به طوری که:  $BT = 4CT$  اگر دایره، اضلاع AB و AC را به ترتیب در D و E قطع کند، در این صورت BD چند برابر CE است؟

- (۱) ۸ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۱۶

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی <= سال تحصیلی ۹۲ - ۹۳

۷۹- دو وتر AM و BN از دایره به قطر AB، یکدیگر را در نقطه P داخل دایره قطع کرده‌اند، به طوری که  $MP = 2$ ،  $AP = 10$  و  $PN = 5$  است. شعاع دایره کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{156}$  (۲) ۶ (۳) ۱۲ (۴)  $\sqrt{39}$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۸۰- در دو دایره به شعاع‌های ۵ و ۳ واحد، طول خط‌المركزین ۱۲ واحد است. فاصله نقطه تلاقی مماس مشترک داخلی آن‌ها با خط‌المركزین، از مرکز دایره‌ی بزرگ‌تر، چند واحد است؟

- (۱) ۷ (۲)  $\frac{7}{5}$  (۳) ۸ (۴)  $\frac{8}{5}$

آزمایشی سنجش = ریاضی <= سال تحصیلی ۹۴-۹۵

۸۱- در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، از برخورد نیم‌سازهای داخلی آن، دقیقاً کدام چهارضلعی، حاصل می‌شود؟  
 (۱) محاطی و محیطی (۲) فقط محاطی (۳) فقط محیطی (۴) نه محاطی و نه محیطی  
 کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۸۲- در مثلث ABC با اضلاع  $AB = 5$  و  $AC = 7$  و  $BC = 8$  واحد، نیم‌ساز داخلی زاویه‌ی A، نیم‌سازهای زاویه‌ی داخلی و خارجی B را در O و O' قطع می‌کند. اندازه‌ی تصویر قائم OO'، بر روی BC، کدام است؟  
 (۱) ۱ (۲)  $1/5$  (۳) ۲ (۴)  $2/5$   
 کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۸۳- اگر مساحت شش‌ضلعی منتظم محاط در یک دایره  $6\sqrt{3}$  باشد. آن‌گاه مساحت شش‌ضلعی منتظم محیط بر این دایره، چند برابر  $\sqrt{3}$  است؟  
 (۱)  $7/2$  (۲)  $7/5$  (۳) ۸ (۴) ۹  
 سراسری = ریاضی = ۹۸

۸۴- یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، با کدام شرط قابل محیط بر دایره است؟  
 (۱) دو قطر عمود برهم  
 (۲) یکی از قاعده‌های دوزنقه، برابر یکی از ساق‌ها  
 (۳) خط واصل وسط دو ساق، گذرا از محل تلاقی قطرهای  
 (۴) طول پاره‌خط واصل وسط دو ساق، برابر اندازه‌ی یکی از ساق‌ها  
 سراسری = ریاضی = ۹۸

۸۵- در متوازی‌الاضلاع ABCD، دایره گذرا بر سه رأس A و B و C ضلع AD یا امتداد آن را در M قطع می‌کند. نوع مثلث MCD کدام است؟  
 (۱) متساوی‌الاضلاع (۲) متساوی‌الساقین (۳) قائم‌الزاویه (۴) غیر مشخص  
 آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸۶- در یک چهارضلعی محیطی، سه ضلع متوالی به ترتیب ۱۸، ۱۲ و ۲۳ واحد است. اندازه ضلع چهارم کدام است؟  
 (۱) ۱۹ (۲) ۲۵ (۳) ۲۹ (۴) ۳۰  
 آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸۷- کدام دوزنقه قابل محیط در دایره است؟  
 (۱) تفاضل دو زاویه روبه‌رو  $90^\circ$   
 (۲) هر دوزنقه  
 (۳) قائم‌الزاویه  
 (۴) متساوی‌الساقین  
 آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸۸- در مثلثی زاویه  $\hat{A} = 60^\circ$  و  $a = 2b = 10$  است. مساحت ناحیه محدود به دایره‌های محیطی و محاطی داخلی این مثلث کدام است؟  
 (۱)  $\frac{15\sqrt{3}}{4} \pi$  (۲)  $\frac{25\sqrt{3}}{4} \pi$  (۳)  $\frac{15\sqrt{3}}{2} \pi$  (۴)  $\frac{25\sqrt{3}}{2} \pi$   
 آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۸۹- مثلثی با دو ضلع  $AB = 13$  ,  $AC = 9$  بر دایره‌ای محیط است. اگر طول قطعه مماس که از رأس  $A$  بر دایره رسم می‌شود برابر ۶ واحد باشد، طول ضلع سوم مثلث کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۱ (۴) ۱۲

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۹۰- در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع  $2\sqrt{3}$ ، فاصله هر رأس از نزدیک‌ترین نقطه دایره محاطی آن کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $\sqrt{3}$  (۳)  $1/5$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۹۱- چهارضلعی  $ABCD$  محاطی است. اگر باشد، زاویه  $\hat{D}$  چند درجه است؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۱۰۵ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۳۵

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۹۲- شعاع دایره محیطی مثلثی به اضلاع ۶، ۵ و ۳ چند برابر  $\sqrt{14}$  است؟

- (۱)  $\frac{52}{45}$  (۲)  $\frac{56}{45}$  (۳)  $\frac{45}{52}$  (۴)  $\frac{45}{56}$

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۹۳- طول ضلع هشت‌ضلعی منتظم محاط در دایره به شعاع ۱ واحد کدام است؟

- (۱)  $\sqrt{2} - 1$  (۲)  $\sqrt{2 - \sqrt{2}}$  (۳)  $\sqrt{3 - \sqrt{2}}$  (۴)  $\frac{2 - \sqrt{2}}{2}$

آزمایشی سنجش = دوازدهم = سال تحصیلی ۹۷-۹۸

۹۴- در مثلث متساوی‌الساقین  $ABC$ ، خط گذرا بر رأس  $A$  قاعده‌ی  $BC$  و دایره محیطی مثلث را در  $D$  و  $E$  قطع می‌کند. اندازه‌ی  $AD \cdot AE$ ، برابر کدام است؟

- (۱)  $BD \cdot BC$  (۲)  $CD \cdot CD$  (۳)  $AC^2$  (۴)  $BC^2$

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۹۵- چهارضلعی  $ABCD$  محیط بر یک دایره است. اگر  $AB$  کوچک‌ترین ضلع آن باشد، کدام نابرابری، همواره درست است؟

- (۱)  $\hat{C} > \hat{A}$  (۲)  $\hat{B} < \hat{A}$  (۳)  $\hat{D} < \hat{C}$  (۴)  $\hat{D} < \hat{B}$

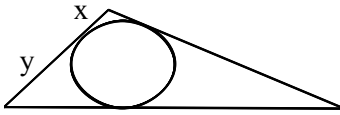
کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۹۶- در یک ذوزنقه محیط بر دایره، طول خط واصل بین وسط‌های دو ساق آن ۱۲ واحد است. محیط ذوزنقه، کدام است؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۴۴ (۳) ۴۶ (۴) ۴۸

سراسری = ریاضی = ۹۵

۹۷- دایره‌ی محاطی داخلی یک مثلث به طول اضلاع ۱۳ و ۹ و ۸، در نقطه‌ی تماس، کوچک‌ترین ضلع را به ۲ قطعه تقسیم می‌کند. نسبت آن دو قطعه کدام است؟



- (۱)  $\frac{1}{3}$   
 (۲)  $\frac{2}{5}$   
 (۳)  $\frac{3}{7}$   
 (۴)  $\frac{2}{3}$

کنکورهای خارج از کشور = سراسری = ریاضی

۹۸- در یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین، از برخورد نیمساز زاویه‌های داخلی، کدام چهارضلعی حاصل می‌شود؟  
 (۱) مستطیل (۲) محاطی (۳) متوازی‌الاضلاع (۴) لوزی

سراسری = ریاضی = ۸۸

۹۹- دوزنقه متساوی‌الساقین به طول قاعده‌های ۶ و  $\frac{32}{3}$  واحد بر دایره‌ای محیط است، کوتاه‌ترین فاصله رأس دوزنقه تا نقاط دایره چند واحد است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$   
 (۲)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$   
 (۳) ۱  
 (۴)  $\sqrt{3}$

سراسری = ریاضی = ۸۷

۱۰۰- هریک از رأس‌های یک مربع بر روی اضلاع مربع دیگری است. اگر نسبت مساحت این دو مربع  $\frac{5}{8}$  باشد، رأس مربع کوچک ضلع مربع بزرگ را به کدام نسبت تقسیم می‌کند؟

- (۱)  $\frac{1}{4}$   
 (۲)  $\frac{1}{3}$   
 (۳)  $\frac{1}{2}$   
 (۴)  $\frac{2}{3}$

سراسری = ریاضی = ۸۵

۱۰۱- در مثلثی به طول اضلاع ۷ و ۵ و ۳ واحد دایره محاطی خارجی بر ضلع متوسط و امتداد دو ضلع دیگر مماس است، نقطه تماس ضلع متوسط را به کدام نسبت تقسیم می‌کند؟

- (۱)  $\frac{1}{9}$   
 (۲)  $\frac{1}{6}$   
 (۳)  $\frac{1}{5}$   
 (۴)  $\frac{2}{9}$

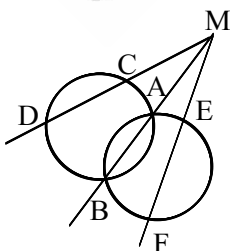
سراسری = ریاضی = ۸۳

۱۰۲- یک دوزنقه متساوی‌الساقین بر دایره‌ای به شعاع  $R = 3$  محیط است، اگر مساحت دوزنقه ۴۵ واحد مربع باشد طول ساق آن کدام است؟

- (۱) ۷  
 (۲)  $\frac{7}{5}$   
 (۳) ۸  
 (۴)  $\frac{8}{5}$

سراسری = ریاضی = ۸۰

۱۰۳- از نقطه‌ی M بر امتداد وتر مشترک دو دایره متقاطع، دو خط قاطع بر دو دایره رسم می‌کنیم. چهار ضلعی CDFE چگونه است؟



- (۱) مستطیل  
 (۲) چهار ضلعی محاطی  
 (۳) چهار ضلعی محیطی  
 (۴) دوزنقه

آزمونهای گزینه ۲ = ریاضی = ۸۲



۱۰۴- دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین بر دایره‌ای به قطر ۶ واحد، محیط است. اگر طول ساق برابر  $\frac{7}{5}$  باشد، مساحت دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۴۵ (۲) ۴۸ (۳) ۵۴ (۴) ۵۶

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۹۰

۱۰۵- در مثلث متساوی‌الاضلاع به طول ضلع  $2\sqrt{3}$ ، فاصله‌ی مرکزهای دو دایره محاطی خارجی و محیطی آن کدام است؟

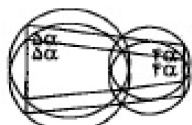
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳-۹۴

۱۰۶- در مثلث قائم‌الزاویه‌ای ضلع مقابل به زاویه  $60^\circ$  برابر  $4\sqrt{3}$  است. شعاع دایره محیطی این مثلث کدام است؟

- (۱) ۴ (۲)  $4\sqrt{3}$  (۳) ۶ (۴) ۸

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۳



- (۱)  $10^\circ$  (۲)  $15^\circ$  (۳)  $20^\circ$  (۴)  $25^\circ$

۱۰۷- در شکل داده شده، اندازه‌ی  $\alpha$  کدام است؟

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۱۰۸- در مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع  $2\sqrt{3}$  شعاع دایره محاطی داخلی کدام است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\sqrt{2}$  (۳) ۱ (۴)  $\sqrt{3}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۰

۱۰۹- کدام چهارضلعی همواره در داخل دایره مفروض به طوری که رأس‌های آن روی دایره باشد قابل رسم است؟

- (۱) دوزنقه (۲) لوزی (۳) مستطیل (۴) متوازی‌الاضلاع

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۴

۱۱۰- در دایره به شعاع R واحد یک چهارضلعی به محیط P واحد محیط شده است. مجموع اندازه دو ضلع مقابل آن کدام است؟

- (۱)  $\frac{P}{2}$  (۲)  $\frac{P+R}{2}$  (۳)  $\frac{P-R}{2}$  (۴)  $\frac{P+2R}{4}$

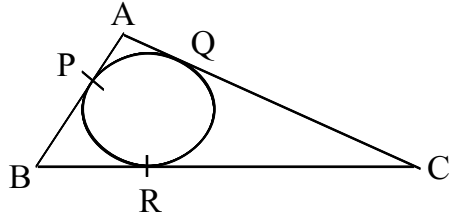
آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۱

۱۱۱- در مثلثی به طول اضلاع ۹، a، ۵، واحد ( $a < 9$ )، دایره محاطی خارجی مماس بر ضلع به طول ۵ و امتداد دو ضلع دیگر، آن ضلع را به نسبت ۱ و ۴ تقسیم می‌کند، a کدام است؟

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۵

۱۱۲- در شکل مقابل ضلع‌های مثلث در نقاط  $P, Q, R$  بر دایره مماسند. اگر  $BC = 5$ ,  $AP = 2$  باشد محیط مثلث  $ABC$  برابر است با:



- (۱) ۱۴  
(۲) ۱۵  
(۳) ۱۶  
(۴) ۱۷

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۶

۱۱۳- چهار ضلعی  $ABCD$  محیط بر دایره است اگر  $AB, BC, CD$  به ترتیب ۱۲, ۲۱, ۱۵ واحد باشند اندازه  $AD$  چند واحد است؟

- (۱) ۶  
(۲) ۷  
(۳) ۸  
(۴) ۹

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۹۰

۱۱۴- حاصل ضرب طول قطعاتی که دایره‌ی محاطی داخلی مثلثی به اضلاع ۱۲, ۱۵ و ۱۹ بر روی ضلع متوسط مثلث ایجاد می‌کند، کدام گزینه است؟

- (۱) ۴۴  
(۲) ۳۲  
(۳) ۸۸  
(۴) ۹۱۸

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => سال تحصیلی ۹۳ - ۹۲

۱۱۵- یک دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین بر دایره‌ای به شعاع  $R = 4$  محیط است. اگر طول ساق دوزنقه ۹ باشد، مساحت دوزنقه کدام است؟

- (۱) ۱۶۲  
(۲) ۸۱  
(۳) ۷۲  
(۴) ۳۶

آزمونهای گزینه ۲ => ریاضی => ۸۶

۱۱۶- در یک چهارضلعی محیطی مجموع دو ضلع غیرمجاور برابر ۱۸ و محیط دایره محاطی آن  $15/7$  واحد است، مساحت این چهارضلعی کدام است؟

- (۱) ۳۶  
(۲) ۳۸  
(۳) ۴۲  
(۴) ۴۵

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۲ - ۹۱

۱۱۷- در مثلثی به اضلاع  $2\sqrt{3}$  و  $\sqrt{3}$  و شعاع دایره محیطی آن کدام است؟

- (۱) ۲  
(۲) ۳  
(۳) ۳  
(۴)  $1 + \sqrt{3}$

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۵

۱۱۸- شعاع دایره محیطی مثلث  $ABC$  برابر ۶ واحد است. اگر دو ضلع  $AB = 8$ ,  $AC = 9$  واحد باشد، ارتفاع  $AH$  چند واحد است؟

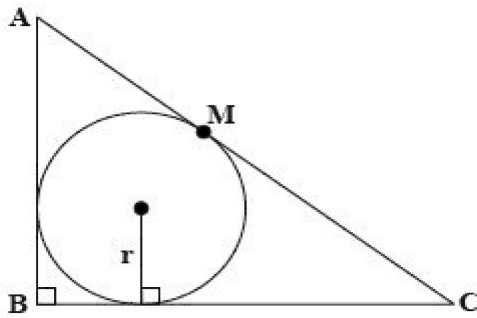
- (۱)  $4/5$   
(۲) ۵  
(۳)  $7/5$   
(۴) ۶

آزمایشی سنجش => ریاضی => سال تحصیلی ۹۵ - ۹۴

۱۱۹- چهارضلعی با محیط ۲۴ واحد در دایره‌ای به قطر ۱۱ واحد محیط شده است، مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل آن کدام است؟

- (۱) ۱۱  
(۲) ۱۲  
(۳) ۱۳  
(۴) ۱۴

آزمایشی سنجش => ریاضی => ۸۶



۱۲۰- در شکل زیر شعاع دایره‌ی محیطی مثلث قائم‌الزاویه‌ی  $ABC$  برابر ۱ است. اگر  $AM = ۲$  باشد، محیط مثلث کدام است؟

- (۱) ۱۸
- (۲) ۱۰
- (۳) ۱۲
- (۴) ۱۶

آزمونهای گزینه ۲ <= ریاضی <= سال تحصیلی ۹۶ - ۹۵

علی

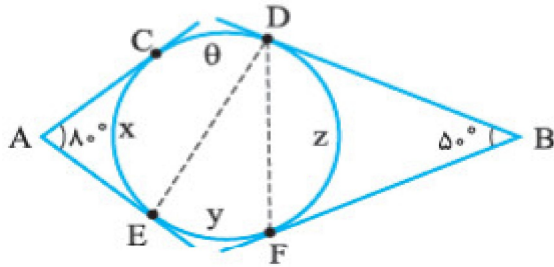
فقیهی

۱- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اگر کمان  $\widehat{CD}$  برابر  $\theta$  باشد، آن گاه:

$$CD = 2R \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\Rightarrow R = 2R \sin \frac{\theta}{2}$$

$$\Rightarrow \sin \frac{\theta}{2} = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{\theta}{2} = 30^\circ \Rightarrow \theta = 60^\circ$$



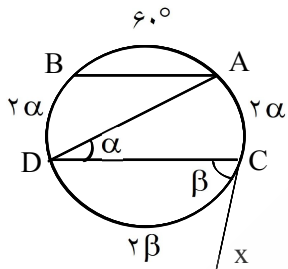
$$\widehat{A} = \frac{(\theta + z + y) - x}{2} \Rightarrow 80^\circ = \frac{60^\circ + z + y - x}{2} \Rightarrow z + y - x = 100^\circ \quad (1)$$

$$\widehat{B} = \frac{(\theta + x + y) - z}{2} \Rightarrow 50^\circ = \frac{60^\circ + x + y - z}{2} \Rightarrow x + y - z = 40^\circ \quad (2)$$

$$(1) + (2) \Rightarrow 2y = 140^\circ \Rightarrow y = 70^\circ$$

$$\widehat{EDF} = \frac{y}{2} = 35^\circ$$

زاویه EDF محاطی است و برابر با نصف کمان مقابلش است. پس:



۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر از مرکز دایره به نقاط A و B وصل کنیم آن گاه مثلث OAB متساوی الاضلاع است پس اندازه ی کمان AB برابر  $60^\circ$  است. از طرف دیگر می دانیم کمان های بین دو وتر موازی مساویند پس  $\widehat{AC} = \widehat{BD}$ . در ضمن زاویه ی DCx ظلّی است پس  $\widehat{DC} = 2\beta$  در نتیجه:

$$\widehat{AC} + \widehat{BD} + \widehat{DC} + \widehat{AB} = 360^\circ \Rightarrow 2\alpha + 2\alpha + 2\beta + 60^\circ = 360^\circ$$

$$\beta = 2\alpha \Rightarrow 8\alpha = 300^\circ \Rightarrow \alpha = \frac{300^\circ}{8}$$

$$\widehat{BD} = 2\alpha = 2 \left( \frac{300^\circ}{8} \right) = \frac{300^\circ}{4} = 75^\circ$$

پس:

۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. خطی که نقطه P را به مرکز دایره وصل کند نیمساز زاویه بین دو مماس است. در مثلث قائم الزاویه ضلع روبه رو زاویه  $30^\circ$  نصف وتر آن است. پس فاصله P تا مرکز دایره ۴ واحد است.

۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل پرسش مثلث OAC متساوی الاضلاع و B وسط کمان AC است ارتفاع

$$\text{متساوی الاضلاع } \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ است پس } BH = 1 - \frac{\sqrt{3}}{2} \text{ و } AH = \frac{1}{2} \text{ در نتیجه } AB = \sqrt{\frac{1}{4} + \left(1 - \frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2}$$

$$AB = \sqrt{2 - \sqrt{3}}$$

۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در شکل پرسش مرکز دایره به نقطه B وصل شود. مثلث های OAB و OBC

$$\text{متساوی الساقین هستند } \widehat{C} = \widehat{B} = \alpha + \alpha = 2\alpha \text{ یا } \beta = 2\alpha + \alpha \text{ یا } \beta = 3\alpha$$

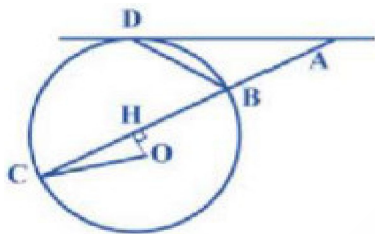
۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل پرسش در مثلث قائم‌الزاویه AHC داریم  $\hat{A} = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$   
 قطر عمود بر وتر، کمان آن را نصف می‌کند پس  $\hat{D} = \frac{\hat{A}}{2} = 25^\circ$

۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\widehat{DAC} = x \rightarrow \widehat{DBC} = 2x \rightarrow \text{کمان } \widehat{DC} = 4x$$

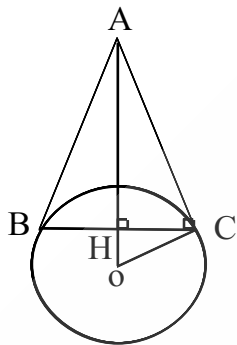
$$\widehat{COB} \text{ مرکزی زاویه } = \widehat{CB} = 6x$$

زمانی که از O مرکز دایره به وتر BC عمود می‌کنیم، علاوه بر این که وتر نصف می‌شود، زاویه  $\widehat{COB}$  هم نصف می‌شود. لذا:



$$\widehat{COH} = \frac{\widehat{COB}}{2} = 3x \rightarrow \frac{\widehat{COH}}{\widehat{DAC}} = \frac{3x}{x} = 3$$

۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از مرکز O به رأس C وصل می‌کنیم در این صورت OC بر AC عمود خواهد بود. در مثلث متساوی الساقین ارتفاع میانه است بنابراین  $CH = 3$  در مثلث قائم‌الزاویه AHC نتیجه می‌گیریم.



بنابر روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه AOC داریم:

$$CH^2 = AH \times OH \Rightarrow 9 = 40 \cdot H \Rightarrow OH = \frac{9}{4}$$

$$\widehat{OHC} : OC^2 = CH^2 + OH^2 = 9 + \frac{81}{16} = \frac{225}{16} \Rightarrow OC = \frac{15}{4} = 3\frac{3}{4}$$

۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

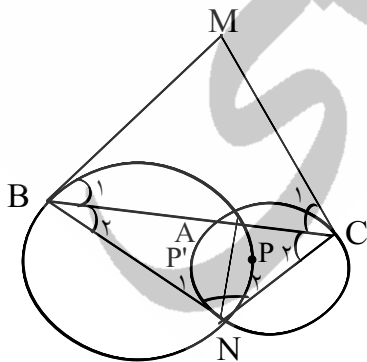
از نقاط B و C به نقطه تلاقی دوم دو دایره یعنی N وصل می‌کنیم.

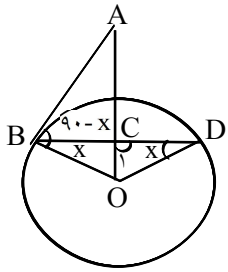
$$\hat{N}_1 + \hat{N}_2 = \frac{\widehat{AB}}{2} + \frac{\widehat{AC}}{2} = \hat{B}_1 + \hat{C}_1 = 180 - \hat{M} \quad (1)$$

از طرفی در مثلث BNC داریم:

$$\begin{aligned} \hat{N}_1 + \hat{N}_2 &= 180 - (\hat{B}_2 + \hat{C}_2) \\ &= 180 - \left( \frac{\widehat{APN}}{2} + \frac{\widehat{AP'N}}{2} \right) = 180 - \text{مقدار ثابت} \quad (2) \end{aligned}$$

$$\Rightarrow 180 - \hat{M} = 180 - \text{مقدار ثابت} \Rightarrow \hat{M} = \text{مقدار ثابت} \quad (1) \text{ و } (2)$$





۱۰- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. شعاع OB بر ضلع AB عمود است. از طرفی مثلث OBD متساوی الساقین می باشد. (OB = OD) پس اگر  $\widehat{OBD} = x$  آن گاه  $\widehat{CBA} = \widehat{BCA} = 90 - x \Rightarrow \widehat{C} = 90 - x$  و  $\widehat{O} = 90$

۱۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. دو مثلث MBA و DBC متشابه اند. چون:

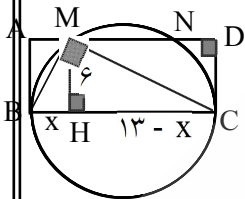
$$\Rightarrow \frac{x}{3} = \frac{6}{8} \Rightarrow x = 2/25$$

۱۲- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. مثلث MBC در راس M قائمه است چون BC قطر دایره است و زاویه ی محاطی روبه رو به قطر  $90^\circ$  است، حال در مثلث قائم الزاویه ارتفاع وارد بر وتر، واسطه ی هندسی بین دو قطعه ی ایجاد شده بر وتر است، بنابراین:

$$6^2 = x(13 - x) \Rightarrow x^2 - 13x + 36 = 0 \Rightarrow (x - 4)(x - 9) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 4 \\ x = 9 \end{cases}$$

بنابراین قطعه ی کوچک تر یعنی  $BH = 4$  می باشد و در نتیجه  $AM = 4$  و به همین ترتیب  $ND = 4$  و در نتیجه:

۱۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

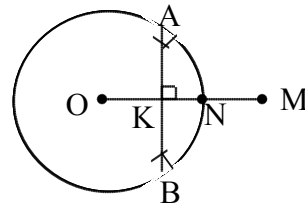


$$MN = 4\sqrt{2} - 4$$

$$MO = MN + R = 4\sqrt{2} - 4 + 4 = 4\sqrt{2}$$

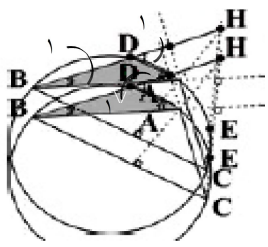
$$\triangle OAM : OA^2 = OK \cdot OM \Rightarrow 4^2 = OK \times 4\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow OK = 2\sqrt{2}$$



۱۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. دو مثلث ADM و ACB متشابه اند. زیرا:

$$\begin{cases} \widehat{D} = \widehat{C} = \widehat{AB} \text{ محاطی مقابل به } \widehat{AB} \\ \widehat{A}_{(1+3)} = \widehat{A}_{(2+3)} \end{cases} \Rightarrow \widehat{M} = \widehat{B} = \frac{AD}{DM} = \frac{AC}{BC} \Rightarrow AD \times BC = AC \times DM$$



۱۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. اضلاع زاویه ی  $AHD$  بر اضلاع زاویه ی  $ACB$  عمود است، بنابراین این دو زاویه برابرند.

$$\widehat{AHD} = \widehat{ACB} = \frac{\widehat{AD}}{2} + \frac{\widehat{BD}}{2} = \widehat{B}_1 + \widehat{A}_1 = \widehat{D}_1 = \widehat{ADH}$$

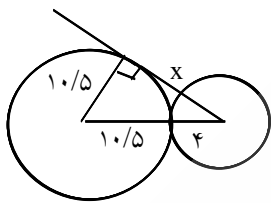
دقت کنید که  $D_1$  در مثلث  $ADB$  زاویه ی خارجی است. بنابراین برابر با مجموع دو زاویه ی داخلی غیرمجاور با خودش می باشد.

۱۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\left. \begin{array}{l} AB = AC \Rightarrow \widehat{B} = \widehat{C} \Rightarrow \widehat{A} = 2\widehat{B} \\ \widehat{A} = \frac{\widehat{AB}}{2} \text{ زاویه ظلی و } \widehat{B} = \frac{\widehat{AB}}{2} \text{ زاویه محاطی} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{\widehat{AB}}{2} = \widehat{AD} \Rightarrow \widehat{AB} = 2\widehat{AD} \quad (1)$$

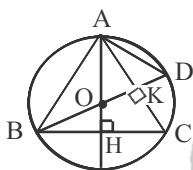
از طرفی  $DMB = 222$  پس  $BAD = 360 - 222 = 138$  پس  $\widehat{AB} + \widehat{AD} = 138$  از (۱) داریم:

$$2\widehat{AD} + \widehat{AD} = 138 \Rightarrow \widehat{AD} = 46 \Rightarrow \widehat{B} = \frac{\widehat{AD}}{2} = 23 \Rightarrow \widehat{C} = 23$$



۱۷- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. اگر  $x$  طول قطعه ی مماس باشد داریم:

$$\begin{aligned} (4 + 10/5)^2 &= (10/5)^2 + x^2 \rightarrow x^2 = (14/5 - 10)(14/5 + 10/5) \\ \rightarrow x^2 &= 4 \times 25 \rightarrow x = 10 \end{aligned}$$

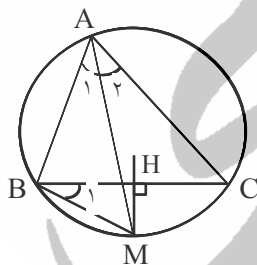


۱۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. زاویه ی  $AOD$  مکمل زاویه ی  $\widehat{O}_1$  می باشد. از طرفی در

چهارضلعی  $OHCK$  نیز  $\widehat{O}_1$  مکمل زاویه ی  $C$  است پس:  $AOD = \widehat{C}$ . از طرفی دو

زاویه ی محاطی  $AOD$  و  $\widehat{C}$  روبروی یک کمان بوده و مساوی اند پس:

$$\widehat{AOD} = \widehat{ADO}$$

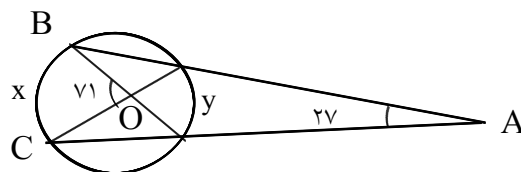


۱۹- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. دایره ی محیطی مثلث  $ABC$  را رسم می کنیم. نقطه ی  $M$  روی این دایره قرار دارد.

$$A_1 = \frac{180 - (B + C)}{2} = 35$$

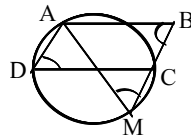
$$\widehat{B}_1 = \widehat{A}_1 = 35 \text{ کمان محاطی روبروی یک کمان}$$

$$\begin{cases} \frac{x+y}{2} = 71 \\ \frac{x-y}{2} \end{cases} \Rightarrow x = 98^\circ$$



۲۰- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\angle D = \angle B = \angle M = \frac{1}{4} \widehat{AC}$$



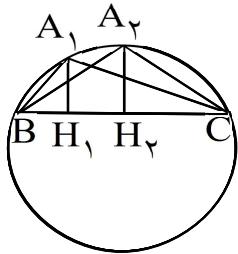
۲۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

پس مثلث  $ABM$  متساوی الساقین است.

۲۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می دانیم اندازه ی زاویه ی محاطی نصف کمان مقابلش می باشد، بنابراین داریم:

باتوجه به اینکه زاویه ی بین ۲ وتر برابر نصف مجموع کمانهای مقابلش می باشد، داریم:

$$\left. \begin{aligned} \widehat{A} = 65 \Rightarrow \widehat{TB} = 130 \Rightarrow \widehat{BD} = 180 - \widehat{TB} = 50 \\ \widehat{B} = 35 \Rightarrow \widehat{AT} = 70 \end{aligned} \right\} \widehat{C} = \frac{\widehat{BD} + \widehat{AT}}{2} = \frac{50 + 70}{2} = 60$$



۲۳- رأس  $A$  متعلق به کمان درخور زاویه  $120^\circ$  نسبت به پاره خط  $a = 4\sqrt{3}$  قرار دارد. لازمه

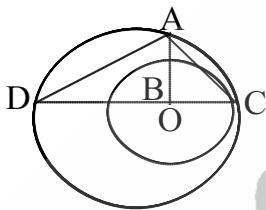
اینکه این مثلث قابل رسم باشد اینست که  $h_a$  از بزرگترین ارتفاع مثلث در بین تمام مثلثهای

موجود بیشتر نباشد. بزرگترین ارتفاع از وسط  $BC$  می گذرد در این حالت مثلث  $A_2BC$

متساوی الساقین خواهد بود بنابراین داریم:

$$\operatorname{tg} 60^\circ = \frac{BH_2}{AH_2} = \frac{\frac{a}{2}}{AH_2} = \frac{2\sqrt{3}}{AH_2} \Rightarrow AH_2 = \frac{2\sqrt{3}}{\operatorname{tg} 60^\circ} = 2$$

بنابراین هرگاه  $h_a > 2$  باشد این مثلث قابل رسم نیست. بنابراین گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



۲۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم الزاویه  $DAC$  داریم  $OA^2 = OD \cdot OC$

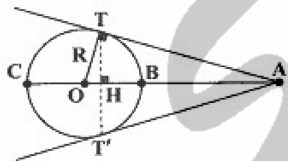
شعاع دایره کوچک را  $r$  می نامیم. پس  $OA^2 = 3r \cdot r = 3r^2$  پس  $OA = r\sqrt{3}$  از طرفی

$AB = OA - OB = r\sqrt{3} - r$  پس  $r(\sqrt{3} - 1) = 3 - \sqrt{3}$  پس  $r = \sqrt{3}$  در نتیجه

شعاع دایره بزرگ تر  $2\sqrt{3}$  است.

۲۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر از  $A$  به مرکز  $O$  وصل کنیم تا دایره را در نقاط  $B$  و  $C$  قطع کند، آن گاه  $AB$

کمترین و  $AC$  بیشترین فاصله ی  $A$  تا محیط دایره است.



$$\begin{cases} AB=4 \\ AC=8 \end{cases} \Rightarrow AT^2 = AB \times AC = 4 \times 8 \Rightarrow AT = 4\sqrt{2}$$

$$2R = 8 - 4 \Rightarrow R = 2 \Rightarrow OA = AB + R = 6$$

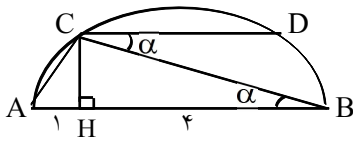
حال در مثلث قائم الزاویه  $ATO$  خواهیم داشت:

$$AT \times R = TH \times OH = 2S \Rightarrow 4\sqrt{2} \times 2 = 6TH$$

$$\Rightarrow TH = \frac{4\sqrt{2}}{3} = \frac{4\sqrt{2}}{3} \Rightarrow TT' = 2TH = \frac{8\sqrt{2}}{3}$$



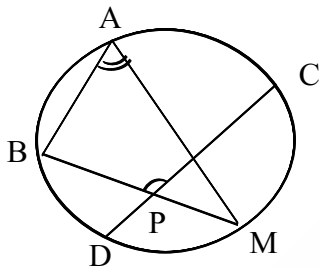
۲۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. از A به C وصل کرده و عمود CH را بر AB وارد می‌کنیم. به دلیل تقارن در شکل نتیجه می‌گیریم:  $AH = 1$  داریم:



$$\widehat{ACB} = 90^\circ \Rightarrow CH^2 = AH \times BH = 1 \times 4 \Rightarrow CH = 2$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \operatorname{tg}(90^\circ + \alpha) = -\operatorname{Cotg} \alpha = \frac{-4}{2} = -2$$

۲۷- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

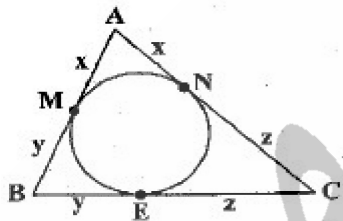


۲۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. زاویه محاطی  $\widehat{A} = \frac{\widehat{BD} + \widehat{DM}}{2}$  و اندازه زاویه

داخلی  $\widehat{P} = \frac{\widehat{BA} + \widehat{AC} + \widehat{DM}}{2}$  پس:  $\widehat{A} + \widehat{P} = \frac{\widehat{BD} + \widehat{DM} + \widehat{BA} + \widehat{AC} + \widehat{DM}}{2}$

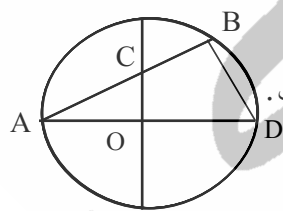
در نظر گرفتن  $\widehat{DM} = \widehat{MC}$  اگر در  $\widehat{A} + \widehat{P}$  به جای  $\widehat{MC}, \widehat{DM}$  قرار دهیم، مجموع ۵ کمان فوق  $360^\circ$  است لذا  $\widehat{A} + \widehat{P} = 180^\circ$

۲۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌دانیم طول دو قطعه مماس رسم شده از بیرون دایره، با هم برابر است، لذا خواهیم داشت:



$$\begin{cases} AM = AN = x \\ BM = BE = y \\ CN = CE = z \end{cases} \Rightarrow 2(x + y + z) = 2P = 20 \Rightarrow x + y + z = 10$$

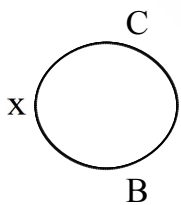
$$\Rightarrow x = 10 - (y + z) = 10 - (BC) = 10 - 8 = 2$$



۳۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو مثلث قائم‌الزاویه AOC و ABD متشابه‌اند.

$$AC = \frac{5}{4}R \text{ یعنی } AC = \frac{5}{4}R \text{ یا } \frac{AC}{AD} = \frac{OA}{AB} \Rightarrow \frac{AC}{2R} = \frac{R}{1/6R} \Rightarrow AC = \frac{2R}{1/6}$$

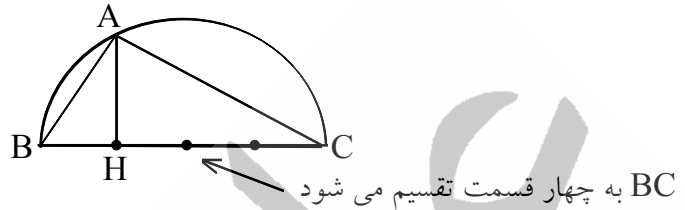
۳۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. یادآوری: زاویه‌ی بین امتداد ۲ وتر (۲ مماس) برابر با نصف تفاضل کمانهای مقابل به این زاویه است.



$$A = \frac{x - (360 - x)}{2} = x - 180 \Rightarrow x - 180 = 65 \Rightarrow x = 245^\circ$$

۳۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مثلث ABC در رأس A قائم الزویه است داریم:

$$AB^2 = BH \cdot BC = \frac{1}{4}BC \times BC \Rightarrow AB = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \frac{1}{2}$$



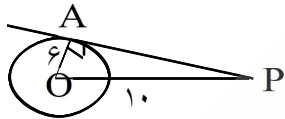
۳۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.  $\triangle OTH$  و  $\triangle OTM$  بنابه حالت (زز) متشابه‌اند. نسبت تشابه آنها به صورت زیر است:

$$\frac{OH}{OT} = \frac{OT}{OM} \xrightarrow{OT = R} OH \cdot OM = R^2 \xrightarrow{OM = 8, R = 4} OH = 2$$

با استفاده از قضیه فیثاغورس در مثلث OTH داریم:

$$TH = \sqrt{OT^2 - OH^2} = \sqrt{16 - 4} = 2\sqrt{3} \Rightarrow TT' = 2TH = 4\sqrt{3}$$

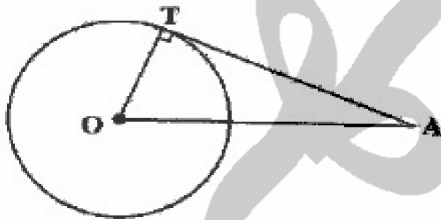
۳۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$PA^2 = OP^2 - OA^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow PA = 8$$

۳۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نکته: کم‌ترین و بیش‌ترین فاصله‌ی نقطه‌ی A از دایره‌ی C(O, R) برابر است با:  $OA + R$  و  $OA - R$

AT بر دایره مماس است، پس زاویه‌ی T قائمه است. بنابراین از قضیه فیثاغورس داریم:

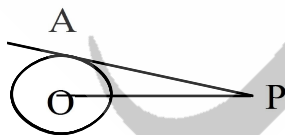


$$OA^2 = AT^2 + OT^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow OA = 13$$

$$\text{کم‌ترین فاصله} = OA - R = 13 - 5 = 8$$

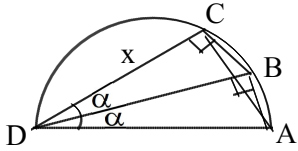
$$\text{بیش‌ترین فاصله} : OA + R = 13 + 5 = 18$$

۳۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$PA^2 = OP^2 - OA^2 = 100 - 36 = 64 \Rightarrow PA = 8$$

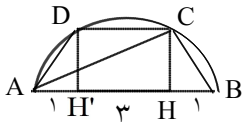
۳۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از D به B وصل کنیم، زاویه  $\widehat{D}_1$  و  $\widehat{D}_2$  زاویه‌های محاطی روبه‌رو به کمان‌های مساوی هستند و با هم برابرند. فرض کنید این زاویه  $\alpha$  باشد، داریم:



$$\triangle ABD: \sin \alpha = \frac{AB}{AD} = \frac{1}{3}$$

$$\triangle ACD: \cos 2\alpha = \frac{x}{6} \Rightarrow \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \Rightarrow \frac{x}{6} = 1 - 2\left(\frac{1}{9}\right) = \frac{7}{9} \Rightarrow x = \frac{14}{3}$$

۳۸- گزینه‌ی ۳ صحیح است. عمودهای CH و DH' در این دوزنقه مساوی‌اند پس دو مثلث قائم‌الزاویه‌ی ADH' و BCH مساوی‌اند در نتیجه: AH = BH داریم:



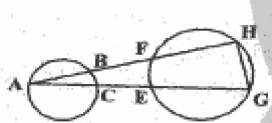
$$HH' = DC = 3 \Rightarrow AH' = BH = 1$$

در مثلث  $\triangle ABC$  زاویه‌ی C قائمه است چون روبه‌رو به قطر است.

$$CH^2 = AH \times BH \Rightarrow CH^2 = 4 \times 1 \Rightarrow CH = 2$$

$$\triangle BCH: \operatorname{tg} B = \frac{CH}{BH} = \frac{2}{1} = 2$$

در این دوزنقه C و D زاویه‌های بزرگ‌تر و مکمل هستند، پس  $\operatorname{tg} B = -2$  و گزینه‌ی ۳ درست است.



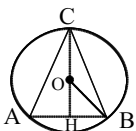
۳۹- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. برای دایره‌ی بزرگ‌تر،  $\widehat{A}$  زاویه‌ی بین امتداد دو وتر است!

$$\widehat{A} = \frac{BC}{2} \quad \text{پس:} \quad \widehat{A} = \frac{|\widehat{HG} - \widehat{EF}|}{2} \quad \text{و در دایره‌ی کوچک‌تر} \widehat{A} \text{ محاطی است یعنی:}$$

$$\frac{|\widehat{HG} - \widehat{EF}|}{2} = \frac{BC}{2} \Rightarrow |180^\circ - \widehat{EF}| = 20^\circ \Rightarrow \widehat{EF} = 60^\circ \xrightarrow{\text{محاطی است}} \widehat{G} = \frac{\widehat{EFH}}{2}$$

$$= \widehat{EF} + \frac{\widehat{HF}}{2} = \frac{60^\circ + 110^\circ}{2} = 85^\circ$$

۴۰- گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. بیشترین مساحت مثلث CAB در صورتی ایجاد می‌شود که ارتفاع CH از مرکز دایره عبور کند، یعنی مثلث CAB متساوی‌الساقین باشد، با توجه به شکل داریم:

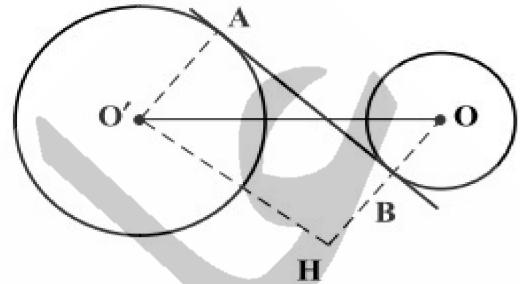


$$\begin{cases} OB = 5 \\ BH = 4 \end{cases} \Rightarrow OH = \sqrt{25 - 16} = 3 \quad CH = 8 \Rightarrow S = \frac{8 \times 8}{2} = 32$$

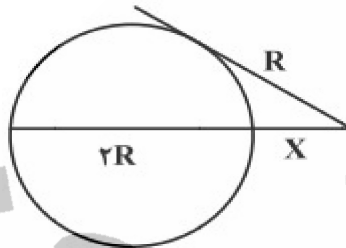
۴۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل  $AB = O'H$  در مثلث قائم‌الزاویه  $HOO'$  داریم:

$$O'H = \sqrt{81 - 49} = \sqrt{32} \Rightarrow AB = 4\sqrt{2}$$



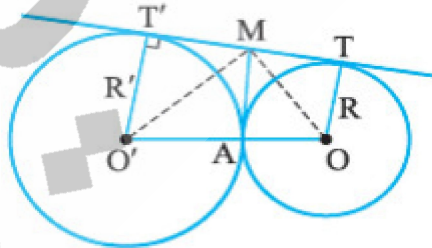
۴۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجذور قطعه مماس برابر حاصل ضرب دو قطعه قاطع



$$x(2R + x) = R^2 \Rightarrow (x + R)^2 = 2R^2 \Rightarrow x = (\sqrt{2} - 1)R$$

۴۳- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$TT' = \sqrt{OO'^2 - (R - R')^2} = \sqrt{13^2 - (9 - 4)^2} = 12$$



اگر مماس مشترک داخلی دو دایره، مماس مشترک خارجی را در  $M$  قطع کند، آن‌گاه  $O'M$  نیمساز  $\widehat{T'MA}$  و  $OM$  نیز نیمساز  $\widehat{TMA}$  است، پس  $\widehat{O'MO} = 90^\circ$  است. اگر دایره‌ای به قطر  $OO'$  رسم شود از  $M$  همان نقطه مطلوب است. از طرفی:

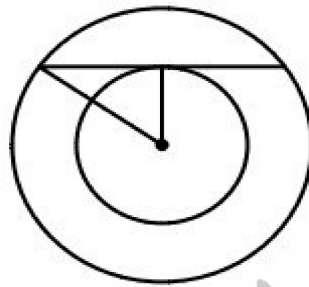
$$MA = MT' = MT = \frac{TT'}{2} = 6$$

۴۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم‌الزاویه  $OAO'$  با فرض  $OO' = x$  آنگاه  $O'A = 2x$  و  $\widehat{A} = 30^\circ$  در نتیجه  $OA = x\sqrt{3}$  است پس  $x + (9 - 3\sqrt{3}) = x\sqrt{3} \Rightarrow x = 3\sqrt{3}$  یا شعاع دایره بزرگتر  $2x = 6\sqrt{3}$

۴۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

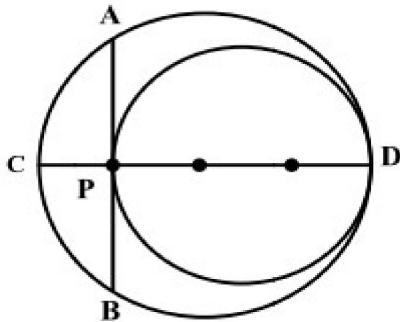
$$\frac{\text{درجه اندازه کمان}}{360} = \frac{\text{طول کمان}}{\text{محیط دایره}} \Rightarrow \frac{D}{360} = \frac{v}{20 \times \frac{3}{14}} \Rightarrow D = \frac{63}{1/57} = 40/1$$

۴۶- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.  
در مثلث قائم الزاویه داریم.



$$\left(\frac{x}{2}\right)^2 = 7^2 - 3^2 = 40 \Rightarrow x = 4\sqrt{10}$$

۴۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم:



$$PA \cdot PB = PC \cdot PD$$

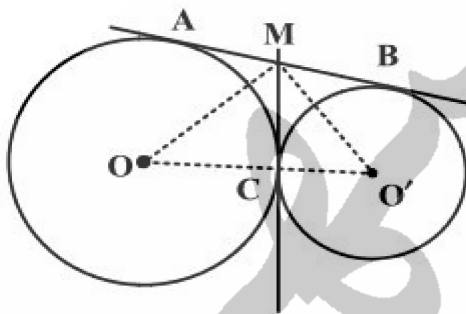
$$PA^2 = 6 \times 14 \Rightarrow PA = 2\sqrt{21} \Rightarrow AB = 4\sqrt{21}$$

۴۸- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم:

$$AD \times AB = 4 \times AC \Rightarrow AC = \frac{24}{4} = 6 \Rightarrow AC = \frac{24}{4} = 6$$

AM نیمساز زاویه A است ضلع مقابل را به نسبت  $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$  تقسیم می کند.

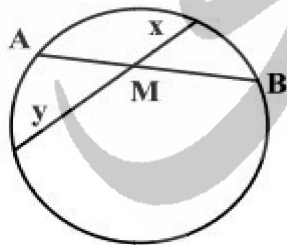
۴۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



با توجه به شکل  $MA = MB = MC$  مثلث  $MOO'$  قائم الزاویه است.

$$AB = 2\sqrt{RR'} = 2 \times 6 = 12 \quad \text{پس} \quad MC^2 = CO \times CO' = RR'$$

۵۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

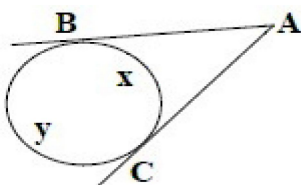


$$MA = \frac{2}{3}(18) = 12, \quad MB = \frac{1}{3}(18) = 6$$

$$\begin{cases} x + y = 22 \\ xy = 12 \end{cases} \Rightarrow (x - y)^2 = (x + y)^2 - 4xy = 196$$

از دو معادله  $x - y = 14$  و  $x + y = 22$  خواهیم داشت  $\frac{x}{y} = \frac{4}{18} = \frac{2}{9}$

۵۱- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\left(\frac{x}{y} = \frac{3}{5}, x + y = 360^\circ\right) \Rightarrow x = 135^\circ, y = 225^\circ$$

$$\hat{A} = \frac{1}{2}(225 - 135) = 45^\circ \quad \text{پس:}$$

۵۲- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با نام‌گذاری‌های صورت مسئله داریم:

$$AB + BD + DC + AC = AB + BE + CF + AC = AE + AF = 2AE \quad (1) \text{ محیط } \triangle ABC :$$

از این‌که مماس‌های خارجی یک دایره با هم برابرند استفاده کردیم و  $BD = BE$  و  $CD = CF$  قرار دادیم. در آخر نیز  $AF = AE$ .

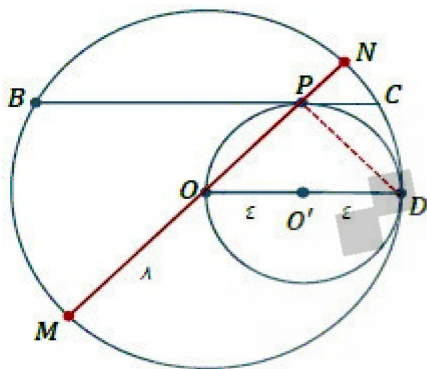
چون نقطه‌ی A روی یک دایره بیرونی در حرکت است مقدار AE همواره ثابت است. این مقدار ثابت بنا به قضیه‌ی

فیثاغورت برابر با  $\sqrt{R^2 - r^2}$  است. (قوت نقطه A نسبت به دایره کوچک‌تر)

این یعنی محیط  $\triangle ABC$  ثابت است.

اگر D را ثابت نگه داریم و A را به طرف امتداد BC حرکت دهیم، مساحت  $\triangle ABC$  به صفر نزدیک می‌شود.

می‌توانیم حتی A را ثابت نگه داریم و D را به طرف F حرکت دهیم و مساحت  $\triangle ABC$  به صفر میل کند. این یعنی مساحت نه نسبت به A ثابت و نه D ثابت، عددی یکتا نیست. هر طور بگیرد مساحت متغیر است.



۵۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: شعاع در نقطه‌ی تماس بر خط مماس عمود است.

$$O'P \perp BC, BC \parallel OD \rightarrow O'P \perp OD$$

پس نتیجه می‌گیریم  $O'P$  عمود منصف OD می‌شود و مثلث OPD متساوی‌الساقین است.

از طرفی مثلث OPD قائم‌الزاویه است (زاویه‌ی  $P = 90^\circ$  محاطی و روبه‌روی قطر دایره‌ی کوچک‌تر است).

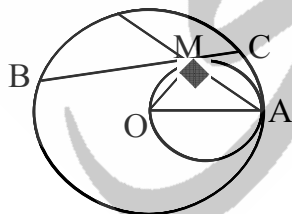
$$\text{پس: } OP = PD = \frac{\sqrt{2}}{2} \times 8 = 4\sqrt{2}$$

از O به P وصل کرده و ادامه می‌دهیم تا دایره‌ی بزرگ را در نقاط N و M قطع کند. طبق روابط طولی در دایره داریم:

$$BP \times PC = PM \times PN = (OP + 8)(8 - OP) = 8^2 - OP^2$$

از طرفی مثلث OPD قائم‌الزاویه است لذا بر طبق رابطه‌ی فیثاغورس:

$$OD^2 - OP^2 = 8^2 - OP^2 = PD^2 = (4\sqrt{2})^2 = 32$$



۵۴- گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر از نقطه‌ی M به نقاط O و A وصل کنیم در

این صورت زاویه‌ی M قائمه خواهد بود زیرا محاطی روبه‌رو به قطر می‌باشد چون OM

عمود بر وتر AD است پس  $MA = MD$  داریم:

$$MA = MD \rightarrow MB \times MC = MA \times MD \rightarrow MB \times MC = MA^2$$

۵۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه ی طولی در دایره داریم:

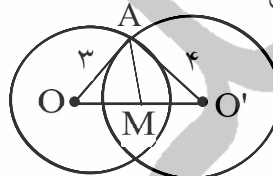
$$\left. \begin{array}{l} BB' \times BA = BD \times BM \\ CC' \times CA = CM \times Cd \end{array} \right\} \xrightarrow{BM=CM} \frac{BB' \times BA}{CC' \times CA} = \frac{BD}{CD} \quad (1)$$

قضیه نیمساز  $AD$  نیمساز  $\xrightarrow{\quad} \frac{BD}{CD} = \frac{AB}{AC} \quad (2)$

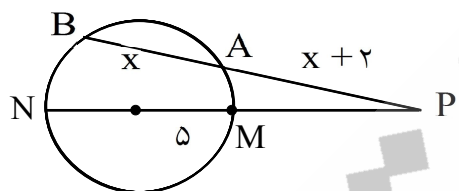
از (۱) و (۲)  $\Rightarrow \frac{BB'}{CC'} = 1$

۵۶- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$AM = MO = MO' \Rightarrow \widehat{OO'M} \Rightarrow OO' = 5$   
قائم الزاویه

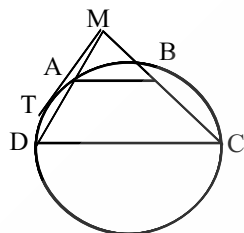


۵۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم:



$$\begin{aligned} PA \times PB &= PM \times PN \\ (2x + 2)(x + 2) &= 8 \times 18 \\ \Rightarrow (x + 1)(x + 2) &= 8 \times 9 \Rightarrow x = 7 \end{aligned}$$

۵۸- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.



$$AB \parallel DC \Rightarrow \frac{MA}{MD} = \frac{AB}{DC} = \frac{8}{12} \Rightarrow \frac{MA}{5} = \frac{8}{12} \Rightarrow MA = 10$$

$$MT^2 = MA \times MD \Rightarrow MT^2 = 10 \times 15 = 150 \Rightarrow MT = 5\sqrt{6}$$

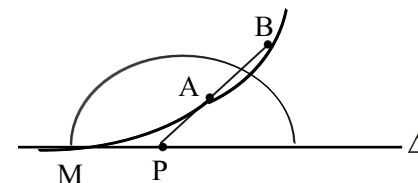
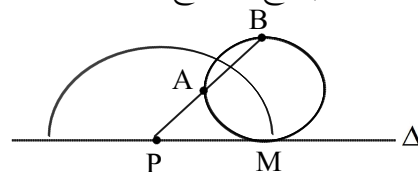
۵۹- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. در شکل، صورت مساله از نقطه ی P پاره خط قاطع PAB و مماس PD بر دایره ی

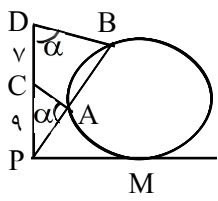
$PD^2 = PA \cdot PB \quad (1)$  کوچک رسم شده است بنابراین:

حال دایره ای را در نظر می گیریم که از نقاط ثابت A و B بگذرد و بر خط  $\Delta$  در نقطه ی M مماس باشد. مطابق شکل های داده شده، با این شرایط باز هم

پاره خط PAB قاطع این دو دایره است، بنابراین  $PM^2 = PA \cdot PB$  و در

نتیجه با توجه به رابطه ی (۱) داریم  $PD = PM$ . از آنجا که PD شعاع نیم دایره ی خط چین بود پس PM نیز برابر با شعاع همان دایره خواهد بود، یعنی M یکی از نقاط C یا C' است.





۶۰- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. دو مثلث PAC و PDB با دو زاویه ی برابر متشابه اند، بنابراین:

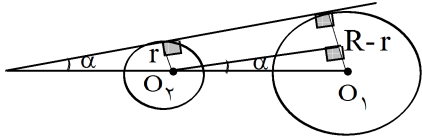
$$\frac{PA}{PD} = \frac{PC}{PB} \rightarrow \frac{PA}{9+7} = \frac{9}{PB} \rightarrow PA \cdot PB = 9 \times 16$$

از طرفی PM مماس بر دایره و PAB قاطع است، بنابراین:

$$PA \cdot PB = PM^2 \rightarrow PM^2 = 9 \times 16 \rightarrow PM = 3 \times 4 = 12$$

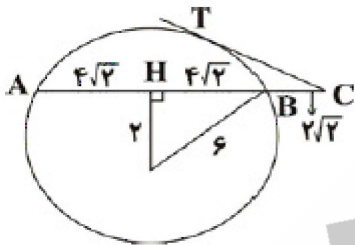
۶۱- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است. اگر شعاع دایره ها را r و R و زاویه ی بین مماس مشترک و خط مرکزین را alpha فرض کنیم، مطابق شکل خواهیم داشت:

$$\sin \alpha = \frac{R-r}{O_1 O_2} \xrightarrow{\alpha = 30^\circ} \frac{1}{2} = \frac{30 - r/5}{O_1 O_2} \rightarrow O_1 O_2 = 45$$



۶۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. شعاع دایره برابر ۶ واحد است، بنابراین

$$BH = \sqrt{6^2 - 2^2} = 4\sqrt{2}$$

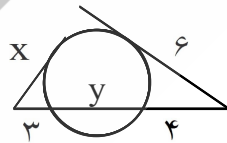


$$CT = \sqrt{CB \cdot CA} = \sqrt{4\sqrt{2} \times 10\sqrt{2}} = 2\sqrt{20}$$

۶۳- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$6^2 = 4(4+y) \Rightarrow 36 = 4(4+y) \Rightarrow y = 5$$

$$x^2 = 3(3+5) \Rightarrow x = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$



۶۴- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$TT' = \sqrt{d^2 - (r-r')^2}$$

$$15 = \sqrt{d^2 - (14-6)^2} \Rightarrow 225 = d^2 - 64 \Rightarrow d^2 = 289 \Rightarrow d = 17$$

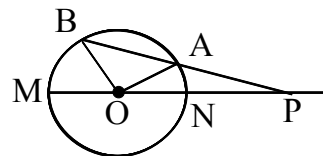
۶۵- گزینه ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$\triangle OAB: OA = OB = R, \angle AOB = 60^\circ \Rightarrow \text{متساوی الاضلاع} \Rightarrow AB = R$$

$$PM = 2R \Rightarrow PN = 2R - 2R = R$$

$$PA \times PB = PN \times PM$$

$$\Rightarrow x = \frac{-R \pm \sqrt{R^2 + 12R^2}}{2} \Rightarrow x = \frac{\sqrt{13}-1}{2}$$





۶۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

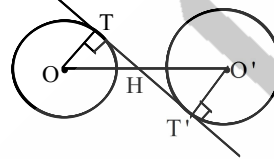
$$2x = 4 \times 5 \Rightarrow x = 10 \Rightarrow (6\sqrt{3})^2 = y(y + 12)$$

$$\Rightarrow y^2 + 12y - 108 = 0 \Rightarrow y = 6$$

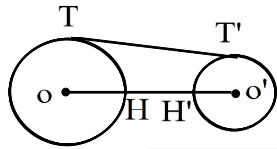
۶۷- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.

$$\widehat{O'HT} = 30^\circ \Rightarrow O'H = 2O'T' \Rightarrow O'H = 45$$

$$OH + O'H = 15 + 45 = 60$$

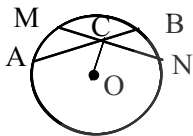


۶۸- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل کمترین فاصله بین دو دایره پاره خط HH' می باشد.



$$TT' = \sqrt{d^2 - (R - R')^2} \Rightarrow 3\sqrt{33} = \sqrt{d^2 - 64} \Rightarrow$$

$$9 \times 33 = d^2 - 64 \Rightarrow d^2 = 297 + 64 = 361 \Rightarrow$$



۶۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. کوتاه ترین وتر بر قطر گذرنده بر نقطه C عمود است (MN) و

$$CA \times CB = CM \times CN = CM^2$$

در نقطه ی C نصف می شود.

$$6 \times 3 = CM^2 \Rightarrow CM = 3\sqrt{2} \Rightarrow MN = 6\sqrt{2}$$

۷۰- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طول مماس مشترک خارجی ۲ دایره بشعاعهای  $R_1$  و  $R_2$  و خط المرکزین  $O_1O_2$

$$\sqrt{O_1O_2^2 - (R_1 - R_2)^2}$$

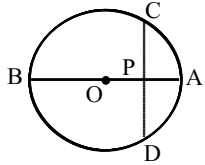
برابر است با:

و چون ۲ دایره بر هم مماسند بنابراین طول خط المرکزین آنها برابر مجموع شعاعهای دوایر است. در نتیجه داریم:

$$\sqrt{(R_1 + R_2)^2 - (R_1 - R_2)^2} = 2\sqrt{R_1 R_2} = \sqrt{2} R_1 \Rightarrow \frac{R_1}{\sqrt{R_1 R_2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \sqrt{2} \Rightarrow$$

$$\frac{\sqrt{R_1}}{\sqrt{R_2}} = \sqrt{2} \Rightarrow \frac{R_1}{R_2} = 2$$

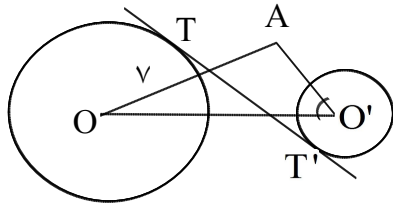
۷۱- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است.



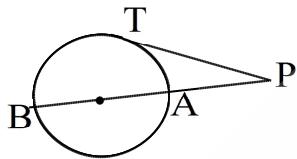
$$\begin{aligned} PA &= 13 - 5 = 8 \\ PB &= 5 + 13 = 18 \\ \Rightarrow PC \times PD &= PA \times PB = 8 \times 18 \\ \Rightarrow PC \times PC &= 4 \times 36 \Rightarrow PC = 12 \Rightarrow CD = 24 \end{aligned}$$

۷۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.

$$\frac{v+r}{OO'} = \sin 60^\circ \Rightarrow \frac{v+r}{6\sqrt{3}} \Rightarrow v+r=9 \Rightarrow r=2$$



نکته ی درسی: اگر خطی موازی مماس مشترک داخلی دو دایره رسم کنیم تا خطی را که از مرکز دایره و اگر به نقطه مماس مشترک با دایره از مرکز یکی از دو دایره و متخارج دیگر وصل شده و امتداد یافته قطع کند. مثلثی قائم الزاویه به دست می آید که یک ضلع آن خط المرکزین بین و یک ضلع آن موازی و برابر مماس مشترک و ضلع سوم آن مجموع طول های در شعاع دو دایره است. (مطابق شکل مثلث OO'A)



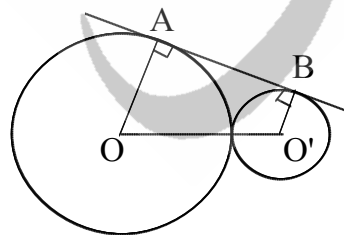
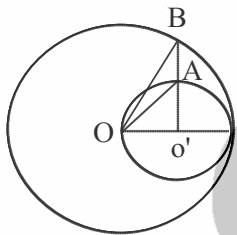
۷۳- هرگاه PAB قاطعی باشد که از مرکز دایره بگذرد PA نزدیکترین فاصله و PB دورترین فاصله نقطه P تا دایره است.

$$\begin{aligned} PT^2 &= PA \cdot PB = (PB - 2R) \cdot PB \Rightarrow \\ \Rightarrow (12)^2 &= (16 - 2R) \times 16 \Rightarrow 16 - 2R = 9 \Rightarrow 2R = 7 \end{aligned}$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۷۴- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در مثلث قائم الزاویه OO'B داریم:

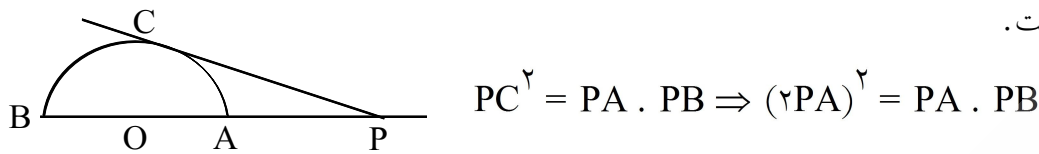
$$O'B = \sqrt{64 - 16} = 4\sqrt{3} \Rightarrow AB = 4\sqrt{3} - 4 = 4(\sqrt{3} - 1)$$



۷۵- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. طول مماس مشترک خارجی دو دایره با شعاع های R و R' و خط المرکزین از رابطه ی زیر به دست می آید.

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{2 - (R - R')^2} \Rightarrow \sqrt{2}R = \sqrt{(R + R')^2 - (R - R')^2} \\ \Rightarrow 2R^2 &= 2RR' \Rightarrow \frac{R}{R'} \Rightarrow \frac{R}{R'} = 2 \text{ یا } \frac{R}{R'} = \frac{1}{2} \end{aligned}$$

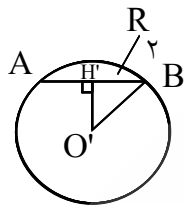
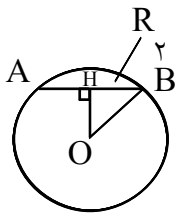
۷۶- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.



$$PC^2 = PA \cdot PB \Rightarrow (2PA)^2 = PA \cdot PB$$

$$4(PA)^2 = PA \cdot (PA + 2R) \Rightarrow 4PA = PA + 2R \Rightarrow PA = \frac{2}{3}R$$

$$PB = 2R + \frac{2}{3}R = \frac{8}{3}R \Rightarrow PB = \frac{8}{3}R$$



$$O'H' = \frac{\sqrt{15}}{2}R$$

۷۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

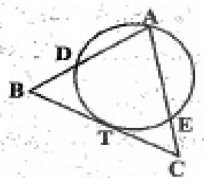
در دایره C، دایره ای به شعاع  $\frac{\sqrt{3}}{2}R$  و مرکز O می کشیم. در دایره ی C' دایره ای به شعاع  $\frac{\sqrt{15}}{2}R$  و مرکز O' می کشیم. مماس مشترک های این دو دایره، جواب است که تعداد آن ها ۴ عدد است.

۷۸- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. برای مماس رابطه ی طولی می نویسیم:

$$1) BT^2 = BD \cdot BA \xrightarrow{BT = 2CT} 16 CT^2 = BD \cdot AB \xrightarrow{AB = AC} 16 CT^2 = BD \cdot AC$$

$$2) CT^2 = CE \cdot CA$$

حالا اگر این دو رابطه را به هم تقسیم کنیم خواهیم داشت:



$$\frac{16 CT^2}{CT^2} = \frac{BD \cdot AC}{CE \cdot AC} \xrightarrow{\text{ساده}} 16 = \frac{BD}{CE}$$

۷۹- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به رابطه ی طولی در دایره داریم:

$$NP \times PB = AP \times PM \Rightarrow PB = 4, AM = 12, BN = 9$$

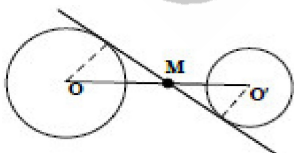
زاویه ی M محاطی روبه رو به قطر دایره است، پس  $\hat{M} = 90$ .

پس در مثلث قائم الزاویه ABM و BMP داریم:

$$AB^2 = MB^2 + 144 = PB^2 - PM^2 + 144 = 156$$

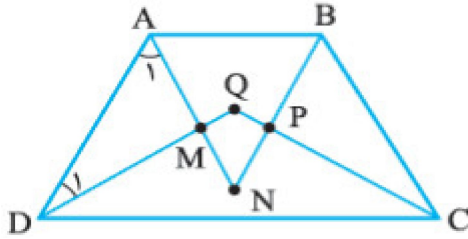
$$AB = \sqrt{156} = 2\sqrt{39} \Rightarrow R = \sqrt{39}$$

۸۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مماس مشترک های داخلی بر روی OO' متقاطع هستند.



$$\frac{MO}{MO'} = \frac{R}{R'} \Rightarrow \frac{MO}{12 - OM} = \frac{5}{3} \Rightarrow MO = 7/5$$

۸۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

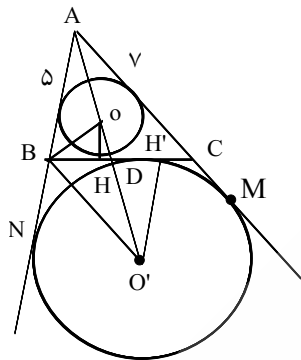


$$\begin{aligned} \hat{A} + \hat{D} &= 180^\circ \\ \Rightarrow \hat{A}_1 + \hat{D}_1 &= 90^\circ \\ \Rightarrow \hat{M} &= 90^\circ \end{aligned}$$

به صورت مشابه  $\hat{P} = 90^\circ$  و چون مجموع دو زاویه مقابل در چهارضلعی MNPQ برابر  $180^\circ$  است، پس این چهارضلعی محاطی است.

از طرفی مثلث‌های ABN و DQC متساوی‌الساقین و دو مثلث AMD و BPC هم‌نهشت هستند، پس:  
 $MN = NP$  و  $MQ = QP$

در نتیجه  $MQ + NP = QP + MN$ ، یعنی در چهارضلعی MNPQ مجموع دو ضلع مقابل، برابر با مجموع دو ضلع دیگر است، پس این چهارضلعی محیطی است. در نتیجه چهارضلعی هم محاطی و هم محیطی است.



۸۲- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. بنابر فرض سؤال شکل مقابل را خواهیم داشت به طوری که O مرکز دایره محاطی داخلی و O' مرکز دایره محاطی خارجی نظیر ضلع BC است. طول HH' که تصویر قائم OO' روی ضلع BC است را باید به دست آوریم. می‌دانیم که P نصف محیط مثلث ABC برابر ۱۰ است. پس:

$$BH = P - AC = 10 - 7 = 3$$

$$AM = P = 10 \Rightarrow CM = P - AC = 3$$

در ضمن  $CM = CH'$  پس  $CH' = 3$  بنابراین:

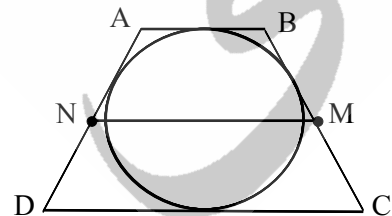
$$HH' = BC - BH - CH' \Rightarrow HH' = 8 - 3 - 3 = 2$$

۸۳- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. دو ضلعی منتظم محاط و محیط بر دایره به شعاع R متشابه‌اند و نسبت تشابه آنها

مساوی  $\cos \frac{2180}{n}$  است پس:

$$\frac{\text{مساحت شش ضلعی منتظم محاطی}}{\text{مساحت شش ضلعی منتظم محیطی}} = \cos \frac{2180}{6} = \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right)^2 = \frac{3}{4} \Rightarrow \frac{6\sqrt{3}}{S} = \frac{3}{4} \Rightarrow S = 8\sqrt{3}$$

پس مساحت شش ضلعی منتظم محیطی ۸ برابر  $\sqrt{3}$  است.



۸۴- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. فرض کنیم دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین

ABCD محیطی است پس  $AB + DC = AD + BC$  چون

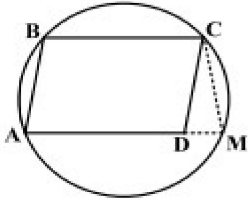
$AD = BC$  در نتیجه  $AB + DC = 2BC$ . در ضمن اگر نقاط M

و N وسط‌های دو ساق دوزنقه باشد آنگاه بنابر قضیه‌ی میان خط در

دوزنقه  $MN = \frac{AB + DC}{2}$ . پس نتیجه می‌گیریم  $MN = BC$ .

۸۵- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

دو کمان  $\widehat{CM} = \widehat{AB}$  و زاویه محاطی  $\widehat{M} = \frac{\widehat{AB} + \widehat{BC}}{۲}$  زاویه محاطی  $\widehat{A} = \frac{\widehat{BD} + \widehat{CM}}{۲}$  پس  $\widehat{M} = \widehat{A}$  از طرفی زاویه  $\widehat{A} = \widehat{CDN}$  پس مثلث متساوی الساقین است.



۸۶- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

باشد. مجموع دو ضلع غیر مجاور برابر مجموع دو ضلع دیگر

اضلاع متوالی چهار ضلعی محیطی

است  $a = ۱۲ + ۱۸ = ۳۰$  پس  $a = ۲۹$

۸۷- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. الزاماً مجموع دو زاویه روبه روی دوزنقه  $۱۸۰$  درجه است. با در نظر گرفتن دو خط موازی

دوزنقه متساوی الساقین است.

۸۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$(\widehat{A} = ۶۰^\circ, c = ۵, b = ۱۰) \Rightarrow a^2 = ۲۵ + ۱۰۰ - ۲(۵ \times ۱۰) \times \frac{1}{۲} \Rightarrow a = ۵\sqrt{۳}$$

بنا به قضیه فیثاغورث زاویه  $\widehat{C} = ۹۰^\circ$  پس  $۲p = ۱۵ + ۵\sqrt{۳}$  و  $S = \frac{۲۵\sqrt{۳}}{۲}$

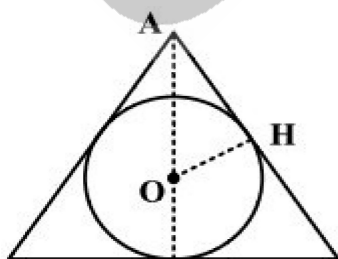
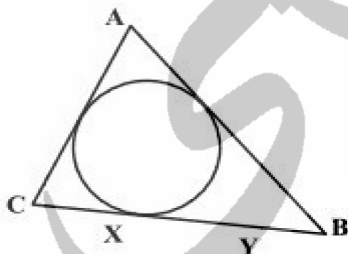
در نتیجه  $R = ۵$  و  $r = \frac{S}{P} = \frac{۲۵\sqrt{۳}}{۱۵ + ۵\sqrt{۳}} = \frac{۵}{۱ + \sqrt{۳}} = \frac{۵}{۲}(\sqrt{۳} - ۱)$

مساحت مطلوب  $۲۵\pi - \frac{۲۵}{۴}(۴ - ۲\sqrt{۳})\pi = \frac{۲۵\sqrt{۳}}{۲}\pi$

۸۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

با توجه به شکل داریم:  $x = ۹ - ۶ = ۳$ ,  $y = ۱۳ - ۶ = ۷$

پس  $BC = x + y = ۱۰$



۹۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

در مثلث قائم الزاویه OHA داریم  $\widehat{A} = ۳۰^\circ$ ,  $AH = \sqrt{۳}$

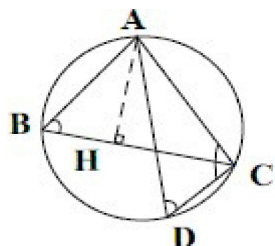
پس  $OH = ۱$  و  $OA = ۲$  در نتیجه فاصله A از نزدیکترین

نقطه دایره برابر  $۱ = ۲ - ۱$  می باشد.

۹۱- گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\widehat{A}}{5} = \frac{\widehat{C}}{7} = \frac{\widehat{A} + \widehat{C}}{12} = \frac{180}{12} = 15$$

پس  $\frac{\widehat{B}}{3} = 15^\circ$  در نتیجه  $\widehat{B} = 45^\circ$  و  $\widehat{D} = 135^\circ$



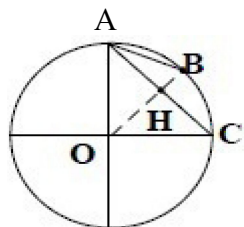
۹۲- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. اگر از رأس A ارتفاع و قطر دایره رسم شود، دو مثلث قائم الزاویه ACD و AHB متشابه‌اند.

$$\frac{2R}{c} = \frac{b}{h} \Rightarrow R = \frac{bc}{2h} = \frac{abc}{4S}$$

$$p = 7$$

مساحت مثلث با معلوم بودن سه ضلع ۶ و ۵ و ۳ داریم:

$$S = \sqrt{7 \times 4 \times 2 \times 1} = 2\sqrt{14} \Rightarrow R = \frac{90}{8\sqrt{14}} = \frac{45}{56}\sqrt{14}$$



۹۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. پاره خط AB ضلع هشت ضلعی منتظم است.

$$AC = \sqrt{2} \Rightarrow AH = OH = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow BH = 1 - \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = 2 - \sqrt{2} \Rightarrow AB = \sqrt{2 - \sqrt{2}}$$

۹۴- گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

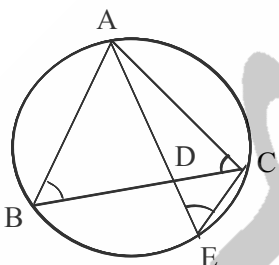
$$\widehat{E} = \widehat{B} = \widehat{AC} = \frac{180^\circ}{2}$$

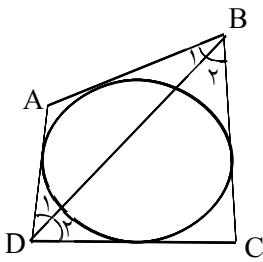
$$\Rightarrow \widehat{E} = \widehat{B} = \widehat{C} \Rightarrow \triangle ADC \sim \triangle AEC$$

$$\begin{cases} \widehat{DAC} = \widehat{EAC} \\ \widehat{E} = \widehat{C} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{AD}{AC} = \frac{AC}{AE}$$

$$AD \times AE = AC^2 \xrightarrow{AC = AB} AD \times AE = AB^2$$





۹۵- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چهار ضلعی ABCD محیطی است پس  
 $AB + DC = AD + BC$  بنابراین  $DC - BC = AD - AB$  چون  $AB < DC$  پس  
 کوچکترین ضلع است پس  $AD - AB$  مثبت است بنابراین  $DC - BC$  مثبت می باشد  
 پس  $DC > BC$ .

اگر قطر BD را رسم کنیم خواهیم داشت:

$$\triangle ABD: AB < AD \Rightarrow \hat{D}_1 < \hat{B}_1 \quad (1)$$

$$\triangle BCD: BC < DC \Rightarrow \hat{D}_2 < \hat{B}_2 \quad (2)$$

از جمع روابط (۱) و (۲) نتیجه می گیریم:

$$\hat{D} < \hat{B}$$

۹۶- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دوزنقه ABCD یک چهارضلعی محیطی است پس مجموع اضلاع مقابل آن با هم برابرند. از طرف دیگر پاره خطی که وسط های دو ساق دوزنقه را به هم وصل می کند نصف مجموع دو قاعده است

$$\text{یعنی } MN = \frac{AB + DC}{2}$$

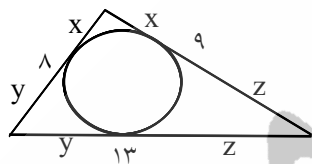
$$MN = 12 \Rightarrow AB + DC = 24$$

در ضمن  $AB + DC = AD + BC$  بنابراین محیط این دوزنقه برابر است با:

$$\text{محیط} = AB + DC + AD + BC = 24 + 24 = 48$$

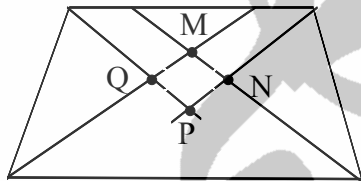
$$\left. \begin{array}{l} x + y = 8 \\ x + z = 9 \\ y + z = 13 \end{array} \right\} \oplus \rightarrow 2(x + y + z) = 30 \rightarrow x + y + z = 15$$

۹۷- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.



$$\frac{x}{y} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$$

بنابراین:  $x = 2$  و  $y = 6$  و  $z = 7$  می باشد، در نتیجه:

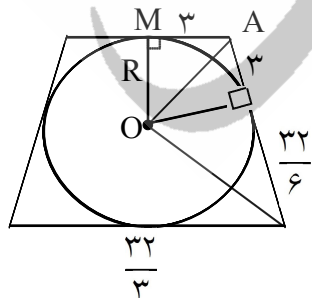


$$\hat{Q} + \hat{N} = 180^\circ$$

۹۸- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با توجه به شکل داریم:

در نتیجه چهارضلعی MNPQ محاطی است.

۹۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در دوزنقه متساوی الساقین محیط بر دایره به شعاع R داریم.



$$4R^2 = 6 \times \frac{32}{3} \Rightarrow R = 4$$

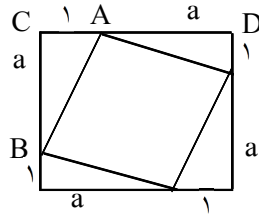
$$\text{در مثلث OMA داریم } OA^2 = R^2 + 3^2 \Rightarrow OA = 5 \text{ پس } AN = OA - R = 1$$

۱۰۰- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$AB = \sqrt{1 + a^2}$$

$$\frac{s'}{s} = \frac{5}{8} \Rightarrow \frac{1 + a^2}{(1 + a)^2} = \frac{5}{8} \Rightarrow a = 3$$

$$\Rightarrow \frac{CA}{AD} = \frac{1}{3}$$



۱۰۱- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در شکل اگر  $NC = x$  آن گاه  $CF = x$  در ضمن  $BN = BE = 5 - x$  داریم:

$$AB + AC + BN + CN = AB + AC + BE + CF$$

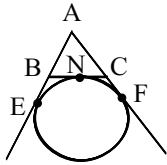
$$\Rightarrow AE + AF = \text{محیط} \Rightarrow AE = AF = \text{نصف محیط}$$

$$AE = AF = \text{نصف محیط} = 7/5$$

$$7 + x = 7/5 \Rightarrow x = 0/5$$

$$5 - x = 5 - 0/5 = 4/5$$

$$\frac{NC}{BN} = \frac{0/5}{4/5} = \frac{1}{9}$$

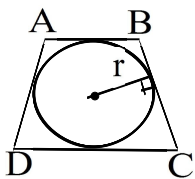


۱۰۲- یادآوری: در ۴ ضلعی محیطی مجموع دو ضلع روبرو برابر است با مجموع ۲ ضلع دیگر.

$$AB + CD = AD + BC = 2AD \Rightarrow \text{محیط دوزنقه} = 4AD$$

$$r = \frac{\text{مساحت ۴ ضلعی}}{\text{نصف محیط ۴ ضلعی}} \Rightarrow 3 = \frac{45}{2AD} \Rightarrow AD = 7/5$$

بنابراین گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



$$\underline{MC \times MD} = \underline{MA \times MB} = \underline{ME \times MF}$$

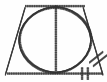
۱۰۳- گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

طبق عکس قضیه این چهار نقطه بر روی یک دایره هستند. لذا رئوس یک چهار ضلعی محاطی می باشند.

۱۰۴- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. با توجه به این که طول قطعه دو مماس بر دایره که از یک رأس رسم شوند برابراند و دوزنقه‌ی متساوی‌الساقین است، مجموع دو قاعده‌ی دوزنقه دو برابر طول ساق است.

$$\text{ارتفاع دوزنقه‌ی مفروض برابر ۶ و مجموع دو قاعده‌ی آن } 2(7/5) = 15$$

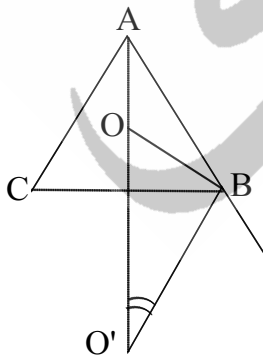
$$\text{پس مساحت دوزنقه } 45 = \frac{6 \times 15}{2} \text{ می باشد.}$$



۱۰۵- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی O و O' در محل تلاقی نیم‌سازها است.

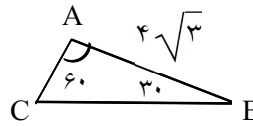
$$\hat{O} = 30^\circ \Rightarrow O'B = AB = 2\sqrt{3}$$

$$\text{قائم‌الزاویه } \hat{O}B'O' \text{ اندازه‌ی وتر } OO' \text{ برابر است با } 4 = 2\sqrt{3} \times \frac{2}{\sqrt{3}}$$



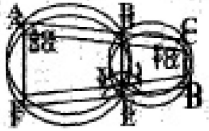


$\hat{C} = 60^\circ, B = 30^\circ, BC = 8, AC = 4$



۱۰۶- گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

شعاع دایره محیطی مثلث قائم‌الزاویه، نصف وتر است.



۱۰۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چهارضلعی‌های ABEF و BCDE محاطی‌اند و مجموع زوایای روبه‌رو در هر چهارضلعی محاطی  $180^\circ$  است! پس:

$$\hat{E}_1 = 180^\circ - x$$

$$ABEF: 5\alpha + x = 180 \Rightarrow 5\alpha = 180^\circ - x \longrightarrow 5\alpha = \hat{E}_1$$

$$BCDE: 4\alpha + \hat{E}_1 = 180^\circ$$

$$4\alpha + 5\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 20^\circ$$

از مقایسه‌ی این دو رابطه خواهیم داشت:

$$r = \frac{S}{P} = \frac{\text{مساحت}}{\text{نصف محیط}}$$

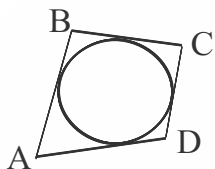
۱۰۸- یادآوری: شعاع دایره محاطی مثلث برابر است با:

$$\left. \begin{aligned} S &= \frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \\ P &= \frac{3a}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow r = \frac{\sqrt{3}}{6} a = \frac{\sqrt{3}}{6} (2\sqrt{3}) = 1$$

هرگاه طول ضلع مثلث  $a$  باشد داریم:

بنابراین گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

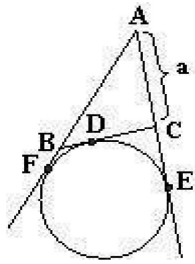
۱۰۹- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. چون رأس ۴ ضلعی بر روی دایره واقعند لذا ۴ ضلعی محاطی است و در ۴ ضلعی محاطی زوایای مقابل مکملند.



۱۱۰- گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در چهار ضلعی محیطی مجموع دو ضلع مقابل با هم برابر است:

$$AB + CD = AD + BC = \frac{P}{2}$$

۱۱۱- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است.  
در شکل روبرو داریم:



$$\begin{aligned} AB &= 9 & BC &= 5 & AC &= a \\ AF &= AE & CD &= CE & BD &= BF \end{aligned}$$

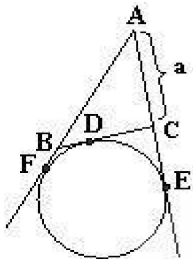
$$= AF + AE = 2AF$$

$$\Rightarrow 2AF = 9 + a + 5 \Rightarrow AF = 7 + \frac{a}{2} \Rightarrow AE = 7 + \frac{a}{2}$$

$$\left. \begin{aligned} CD &= CE = AE - AC = \left(7 + \frac{a}{2}\right) - a = 7 - \frac{a}{2} \\ BF &= BF = AF - AB = 7 + \frac{a}{2} - 9 = \frac{a}{2} - 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow a < 9 \Rightarrow AC < AB \Rightarrow CD > BD \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{7 - \frac{a}{2}}{\frac{a}{2} - 2} = 4 \Rightarrow \frac{14 - a}{a - 4} = 4 \Rightarrow 14 - a = 4a - 16 \Rightarrow 5a = 30 \Rightarrow a = 6$$

راه حل دوم: نکته: اگر محیط مثلث را  $2P$  بگیریم در شکل روبرو خواهیم داشت:



$$\begin{aligned} BD &= P - AB \\ CD &= P - AC \end{aligned}$$

در این جا  $P = \frac{9 + a + 5}{2} = 7 + \frac{a}{2}$  پس:

$$\frac{CD}{BD} = 4 \Rightarrow \frac{7 + \frac{a}{2} - a}{7 + \frac{a}{2} - 9} = 4 \Rightarrow \frac{7 - \frac{a}{2}}{\frac{a}{2} - 2} = 4 \Rightarrow \frac{14 - a}{a - 4} = 4 \Rightarrow 14 - a = 4a - 16$$

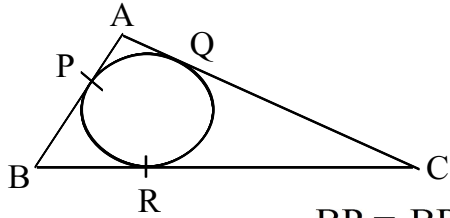
$$\Rightarrow 5a = 30 \Rightarrow a = 6$$

نکته:

۱- طول دو مماس بر دایره از یک نقطه خارج آن برابر است.

۲- هر مثلث سه دایره محاطی خارجی دارد که هر کدام بر یک ضلع و امتداد دو ضلع دیگر مماس هستند.

۱۱۲- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است.



$$AP = 2 \Rightarrow AQ = 2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} BP = AB - 2 \\ CQ = AC - 2 \end{cases}$$

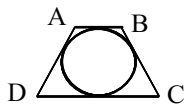
$$BP = BR$$

$$CQ = CR$$

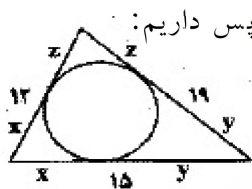
$$\underline{BP + CQ} = BC = 5$$

$$\Rightarrow AB + AC + BC = 14$$

۱۱۳- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. در چهارضلعی محیطی مجموع اضلاع مقابل با هم برابراند.



$$AB + CD = AD + BC \Rightarrow 12 + 15 = AD + 21 \Rightarrow AD = 6$$

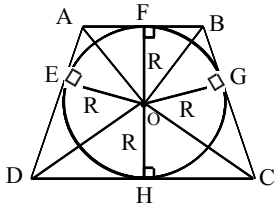


۱۱۴- گزینه ی ۱ پاسخ صحیح است. چون طول دو مماس مرسوم از بیرون بر دایره با هم برابر است، پس داریم:

$$2(x + y + z) = 12 + 19 + 15 = 46 \Rightarrow x + y + z = 23$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 23 - (y + z) = 23 - 19 = 4 \\ y = 23 - (x + z) = 23 - 12 = 11 \end{cases} \Rightarrow x \cdot y = 44$$

۱۱۵- گزینه ی ۳ پاسخ صحیح است. فرض کنیم  $AE = x$  و  $DE = y$ . براساس شکل روبه‌رو چون طول دو مماس از یک نقطه بر یک دایره مساوی است، خواهیم داشت:



دوزنقه متساوی‌الساقین است بنابراین نتیجه می‌شود که شکل نسبت به خط  $FH$  متقارن است و لذا داریم:

$$AE = AF = BF = BG = x, DE = DH = CH = CG = y \Rightarrow \text{طول ساق} = x + y$$

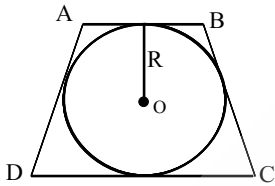
$$\text{محیط دوزنقه} = AB + BC + CD + DA = 4x + 4y = 4(x + y) = 4(\text{طول ساق}) = 4 \times 9 = 36$$

$$\text{مساحت دوزنقه} = \text{مساحت } \widehat{OAB} + \text{مساحت } \widehat{OBC} + \text{مساحت } \widehat{OCD} + \text{مساحت } \widehat{ODA}$$

$$= \frac{1}{2}R \times AB + \frac{1}{2}R \times BC + \frac{1}{2}R \times CD + \frac{1}{2}R \times DA$$

$$= \frac{1}{2}R(AB + BC + CD + DA) = \frac{1}{2}R \times \text{محیط دوزنقه} = \frac{1}{2} \times 4 \times 36 = 72 \text{ واحد سطح}$$

راه حل دوم: در چهارضلعی محیطی، مجموع طول اضلاع مقابل با هم برابراند، یعنی:

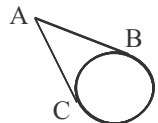


$$AB + CD = AD + BC = 9 + 9 = 18$$

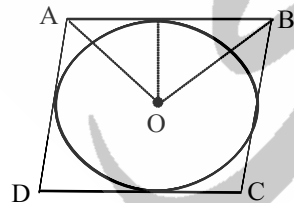
و چون دوزنقه متساوی‌الساقین است، ارتفاع برابر قطر دایره‌ی محیطی است. از طرفی می‌دانیم مساحت دوزنقه برابر است با نصف حاصل ضرب ارتفاع در مجموع دو قاعده:

$$S = \frac{1}{2} \times (2R) \times (AB + CD) = \frac{1}{2} \times 18 \times 18 = 72$$

نکته: طول دو مماس از یک نقطه خارج دایره بر آن، با هم مساوی است:



$$AB = AC$$



۱۱۶- گزینه ی ۴ پاسخ صحیح است. با معلوم بودن محیط دایره مقدار شعاع محاسبه می‌شود:

$$S = 2\pi R \Rightarrow 15/7 = 2 \times 3/14 R$$

$$R = \frac{15/7}{2 \times 3/14} = \frac{5}{2}$$

پس مساحت چهارضلعی برابر مجموع مساحت چهار مثلث  $OCD, OBC, OAB$  و  $ODA$  است.

$$S = \frac{1}{2}R(AB + BC + CD + DA)$$

می‌دانیم در چهارضلعی محیطی مجموع اضلاع غیر مجاور برابر هم‌اند.

$$S = \frac{1}{2} \times \frac{5}{2} (18 + 18) = 45$$

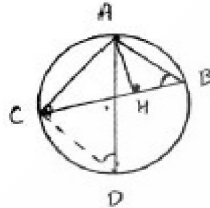
۱۱۷- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مثلث با اضلاع  $2\sqrt{3}$  و  $\sqrt{3}$  و ۳ قائم الزاویه است پس وتر مثلث برابر قطر دایره‌ی محیطی می‌باشد.

$$2R = 2\sqrt{3} \Rightarrow R = \sqrt{3}$$

مثلث قائم الزاویه است زیرا اضلاع آن در رابطه فیثاغورث صدق می‌کند.

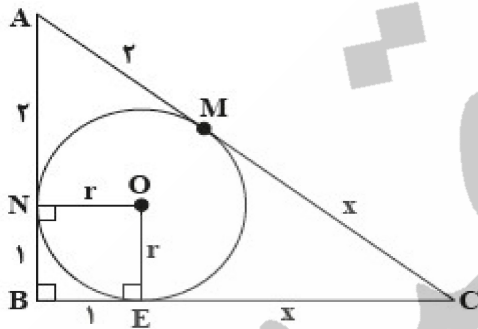
۱۱۸- گزینه ۴ پاسخ صحیح است. دو مثلث قائم الزاویه  $ABH$  و  $ACD$  متشابه هستند.

$$\frac{AH}{AC} = \frac{AB}{AD} \Rightarrow \frac{AH}{9} = \frac{1}{12} \Rightarrow AH = 6$$



۱۱۹- گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در چهارضلعی محیطی مجموع اضلاع مقابل برابرند پس مجموع اندازه‌های دو ضلع مقابل مساوی نصف محیط چهارضلعی یعنی ۱۲ است.

۱۲۰- گزینه ۳ پاسخ صحیح است. نکته: طول مماس‌های رسم شده بر یک دایره از یک نقطه‌ی خارج آن با هم برابرند. با توجه به نکته‌ی بالا داریم:



$$\begin{aligned} NB = BE &\xrightarrow{NB = OE = r = 1} NB = BE = 1 \\ AN = AM &\xrightarrow{AM = 2} AN = AM = 2 \\ CM = CE &= x \end{aligned}$$

با استفاده از قضیه‌ی فیثاغورس در مثلث  $ABC$  داریم:

$$AB^2 + BC^2 = AC^2 \Rightarrow (2+1)^2 + (x+1)^2 = (x+2)^2 \Rightarrow 9 + x^2 + 2x + 1 = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow CM = CE = 3$$

$$\Rightarrow \begin{cases} AB = AN + NB = 2 + 1 = 3 \\ BC = BE + CE = 1 + 3 = 4 \\ AC = AM + CM = 2 + 3 = 5 \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \text{ محیط} = 3 + 4 + 5 = 12$$

موقف

٤	٣	٢	١		٤	٣	٢	١		٤	٣	٢	١	
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٨١	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٤١	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٨٢	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٤٢	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٢
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٨٣	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٤٣	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٣
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٨٤	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٤٤	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٤
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٨٥	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٤٥	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٥
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٨٦	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٤٦	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٦
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٨٧	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٤٧	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٧
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٨٨	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٤٨	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٨
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٨٩	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٤٩	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٩
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٩٠	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٥٠	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٠
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٩١	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٥١	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١١
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٩٢	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٥٢	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٢
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٩٣	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٥٣	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٣
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٩٤	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٥٤	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ١٤
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٩٥	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٥٥	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٥
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٩٦	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٥٦	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٦
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٩٧	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٥٧	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٧
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٩٨	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٥٨	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٨
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٩٩	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٥٩	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٩
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٠٠	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٦٠	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٢٠
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ١٠١	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٦١	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٢١
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٠٢	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٦٢	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٢٢
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٠٣	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٦٣	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٢٣
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ١٠٤	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٦٤	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٢٤
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٠٥	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٦٥	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٢٥
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ١٠٦	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٦٦	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٢٦
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٠٧	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٦٧	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٢٧
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٠٨	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٦٨	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٢٨
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٠٩	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٦٩	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٢٩
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ١١٠	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٧٠	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٣٠
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١١١	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٧١	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٣١
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ١١٢	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٧٢	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٣٢
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ١١٣	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٧٣	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٣٣
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ١١٤	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٧٤	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٣٤
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١١٥	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٧٥	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٣٥
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١١٦	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٧٦	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٣٦
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١١٧	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٧٧	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٣٧
<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١١٨	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٧٨	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٣٨
<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١١٩	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٧٩	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٣٩
<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ١٢٠	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	- ٨٠	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	- ٤٠