

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

فصل پنجم

(شمارنده ها و اعداد اول)

پایه هفتم

ناحیه یک زاهدان

شمارنده ها یا مقسوم علیه های یک عدد : اعدادی که عدد داده شده بر آن ها بخش پذیر باشد.

نکته : اولین شمارنده ی هر عدد یک و آخرین شمارنده ی هر عدد خود آن عدد است.

مثال : شمارنده های اعداد ۹ و ۲۴ و ۴۲ را بنویسید. $42 = \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}$ شمارنده

$$9 = \{1, 3, 9\} \quad 24 = \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24\} \text{ شمارنده}$$

نکته : اگر a شمارنده ی b و b شمارنده ی c باشد ، می توان نتیجه گرفت که a شمارنده ی c است.

مانند : عدد ۳ شمارنده ی عدد ۹ است و عدد ۹ شمارنده ی عدد ۳۶ است ، پس عدد ۳ شمارنده ی عدد ۳۶ است.

عدد اول : هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که فقط دو شمارنده داشته باشد عدد اول است.

@riaziat789

نکته : عدد اول فقط بر یک و خودش بخش پذیر است.

نکته : تنها عدد زوج که اول باشد عدد ۲ است.

نکته : ترتیب اعداد اول به صورت مقابل است : اعداد اول یک رقمی $\{2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, \dots\}$ = اعداد اول

شمارنده های اول یک عدد : تمام اعداد اولی که عدد داده شده بر آن ها بخش پذیر باشد ، شمارنده های اول آن عدد نام دارد.

مثال : شمارنده های عدد ۱۲ را نوشته و دور شمارنده های اول خط بکشید.

$$12 = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$$

عدد مرکب : هر عدد طبیعی بزرگتر از یک که بیش از ۲ شمارنده داشته باشد عدد مرکب است.

نکته : هر عددی طبیعی که بتوان برای آن ضربی غیر از یک نوشت آن عدد مرکب است.

نکته : تمام اعداد زوج (غیر از ۲) مرکب هستند.

نکته : عدد یک نه اول است و نه مرکب. (چون عدد یک فقط یک شمارنده دارد)

نکته : تمام اعداد طبیعی (غیر از یک) حداقل یک شمارنده اول دارند.

مثال : الف) مجموع سومین و هفتمین عدد اول چند است؟ $5 + 17 = 22$

ب) اختلاف بزرگترین و کوچکترین عدد اول دو رقمی چند است؟ $97 - 11 = 86$

ج) مجموع دو عدد اول ۲۵ شده است. آن دو عدد اول کدامند؟ $23 + 2 = 25$ (چون مجموع اعداد فرد شده یکی از اعداد باید زوج باشد)

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیرکاری

فصل پنجم

(شمارنده ها و اعداد اول)

پایه هفتم

ناحیه یک زاهدان

د) از ۱ تا ۲۰ چند عدد مرکب وجود دارد؟ از ۱ تا ۲۰ تعداد اعداد ۲۰ تاست که (۸ عدد اول) و (عدد یک نه اول و نه مرکب) را کم

$$\text{می کنیم: } 20 - 9 = 11$$

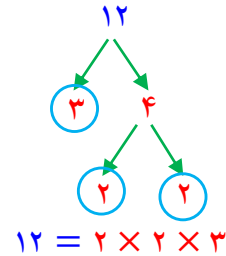
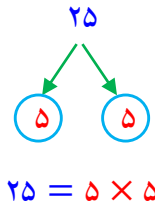
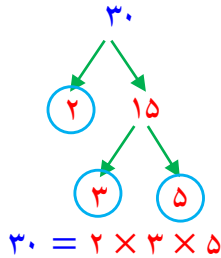
تجزیه اعداد: برای به دست آوردن شمارنده های اول یک عدد آن را تجزیه می کنیم.

نکته: یکی از روش های تجزیه (نمودار درختی) است که در این روش برای هر عدد یک ضرب بزرگتر از یک نوشته تا وقتی که دیگر نتوان برای عدد یک ضرب نوشت نمودار ادامه پیدا می کند.

@riaziat789

نکته: اعداد که نتوان برای آن ها ضربی نوشت جزو شمارنده های اول آن عدد است.

مثال: شمارنده های اول اعداد ۱۲ و ۲۵ و ۳۰ را از روش نمودار درختی به دست آورید.



بزرگ ترین شمارنده ی مشترک (م.م.ب): بزرگ ترین شمارنده ی مشترک دو عدد a و b یعنی بزرگ ترین عددی که هم a و هم b بر آن بخش پذیر باشند.

نکته: بزرگ ترین شمارنده ی مشترک دو عدد a و b را به صورت $(a \text{ و } b)$ نشان می دهند.

مثال: بزرگترین شمارنده مشترک (ب. م. م) دو عدد ۱۲ و ۳۰ را از روش نوشتن شمارنده ها به دست آورید.

$$\{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \text{ و } 12 = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\} \quad \text{شمارنده } 30 = \{1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30\} \quad \text{مشترک } 30 \text{ و } 12 = \{1, 2, 3, 6\}$$

$$6 = (30 \text{ و } 12) \leftarrow \text{پرانتز نشانه (ب.م.م) دو عدد است}$$

روش به دست آوردن بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد (از روش تجزیه): مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

(۱) دو عدد را تجزیه می کنیم

(۲) دو عدد را به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم

(۳) عدد های مشترک با کمترین تکرار را در هم ضرب می کنیم

مثال: بزرگترین شمارنده مشترک دو عدد ۴۸ و ۲۰ را از روش تجزیه به دست آورید.

$$20 = 2 \times 2 \times 5$$

$$48 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3$$

$$(20 \text{ و } 48) = 2 \times 2 = 4$$

(شمارنده مشترک دو عدد ۲ است و کمترین تکرار هم ۲ بار است)

نکته: برای ساده کردن کسرهای می توان صورت و مخرج را بر (ب.م.م) اعداد تقسیم کرد.

مثال: کسرهای زیر را ساده کنید.

$$\frac{12}{18} = \frac{12 \div 6}{18 \div 6} = \frac{2}{3}$$

$$(12 \text{ و } 18) = 6$$

$$\frac{24}{60} = \frac{24 \div 12}{60 \div 12} = \frac{2}{5}$$

$$(24 \text{ و } 60) = 12$$

نکاتی درباره (ب.م.م) اعداد:

(۱) از (ب.م.م) اعداد برای ساده کردن کسرها استفاده می شود.

(۲) (ب.م.م) هر عدد با یک برابر با یک است: $(12 \text{ و } 1) = 1$

(۳) (ب.م.م) هر عدد با خودش همان عدد می شود: $(15 \text{ و } 15) = 15$

(۴) (ب.م.م) دو عدد اول مختلف یک می شود: $(5 \text{ و } 13) = 1$

(۵) اگر دو عدد بر هم بخش پذیر باشند (ب.م.م) آن دو عدد برابر با عدد کوچکتر می شود: $(6 \text{ و } 18) = 6$

(۶) (ب.م.م) دو عدد متوالی (پشت سر هم) همواره یک است: $(32 \text{ و } 33) = 1$

مضرب های طبیعی یک عدد: اگر یک عدد را به ترتیب در اعداد طبیعی ضرب کنیم مضارب آن عدد به دست می آید.

$$8 \times 1 \quad 8 \times 2 \quad 8 \times 3 \quad 8 \times 4$$

$$8 \text{ مضارب} = \{8 \text{ و } 16 \text{ و } 24 \text{ و } 32 \text{ و } \dots\}$$

مثال: مضارب طبیعی اعداد ۸ و ۱۵ را بنویسید.

$$15 \text{ مضارب} = \{15 \text{ و } 30 \text{ و } 45 \text{ و } 60 \text{ و } \dots\}$$

نکته: اولین مضرب طبیعی هر عدد خود عدد و آخرین مضرب آن مشخص نیست.

مثال: الف) هفتمین مضرب عدد ۱۲ چند است؟ $7 \times 12 = 84$

ب) آیا ۱۴۲ مضرب عدد ۳ است؟ چرا؟ خیر. چون اگر ۱۴۲ را بر ۳ تقسیم کنیم باقیمانده تقسیم صفر نمی شود.

ج) سه مضرب مشترک ۵ و ۷ را بنویسید؟ $\{35 \text{ و } 70 \text{ و } 105\}$

کوچک ترین شمارنده ی مشترک (ک.م.م): کوچک ترین شمارنده ی مشترک دو عدد a و b یعنی کوچک ترین عددی مانند c که هم بر a و هم بر b بر آن بخش پذیر باشند.

نکته: کوچک ترین شمارنده ی مشترک دو عدد a و b را به صورت $[a \text{ و } b]$ نشان می دهند.

@riaziat789

درسنامه و نکات کلیدی

مسعود زیر کاری

فصل پنجم

(شمارنده ها و اعداد اول)

پایه هفتم

ناحیه یک زاهدان

مثال کوچکترین مضرب مشترک (ک.م.م) دو عدد ۶ و ۱۵ را از روش نوشتن مضرب های دو عدد به دست آورید.

$$\{ \dots \text{ و } ۶۰ \text{ و } ۵۴ \text{ و } ۴۸ \text{ و } ۴۲ \text{ و } ۳۶ \text{ و } ۳۰ \text{ و } ۲۴ \text{ و } ۱۸ \text{ و } ۱۲ \text{ و } ۶ \} = ۶ \text{ مضارب}$$

$$\{ \dots \text{ و } ۹۰ \text{ و } ۶۰ \text{ و } ۳۰ \} = ۱۵ \text{ و } ۶ \text{ مشترک}$$

کروشه نشانه (ک.م.م) دو عدد است ← $[۱۵ \text{ و } ۶] = ۳۰$

روش به دست آوردن کوچکترین مضرب مشترک دو عدد (از روش تجزیه): مراحل زیر را به ترتیب انجام می دهیم:

(۱) دو عدد را تجزیه می کنیم

(۲) دو عدد را به صورت ضرب شمارنده های اول می نویسیم

(۳) عدد های مشترک با بیشترین تکرار و عددهای غیر مشترک را در هم ضرب می کنیم

مثال: کوچکترین مضرب مشترک دو عدد ۶۰ و ۷۲ را از روش تجزیه به دست آورید.

$$۶۰ = ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۵ \quad ۷۲ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ \quad [۶۰ \text{ و } ۷۲] = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۳ \times ۳ \times ۵ = ۳۶۰$$

شمارنده ی غیر مشترک
نکاتی درباره (ک.م.م) اعداد: (شمارنده مشترک دو عدد ۲ و ۳ است و بیشترین تکرار ۲ سه بار و ۳ دو بار است)

(۱) از (ک.م.م) اعداد برای مخرج مشترک کسرها استفاده می شود.

@riaziat789

(۲) (ک.م.م) هر عدد با یک برابر با خود عدد است: $[۱۲ \text{ و } ۱۲] = ۱۲$

(۳) (ک.م.م) هر عدد با خودش همان عدد می شود: $[۱۵ \text{ و } ۱۵] = ۱۵$

(۴) (ک.م.م) دو عدد اول مختلف برابر با حاصل ضرب آن دو می شود: $[۵ \text{ و } ۱۳] = ۵ \times ۱۳ = ۶۵$

(۵) اگر دو عدد بر هم بخش پذیر باشند (ک.م.م) آن دو عدد برابر با عدد بزرگتر می شود: $[۶ \text{ و } ۱۸] = ۱۸$

(۶) (ک.م.م) دو عدد متوالی (پشت سر هم) با حاصل ضرب دو عدد برابر است: $(۸ \text{ و } ۹) = ۷۲$

نکته: (ک.م.م) دو عدد را می توان با استفاده از (ب.م.م) دو عدد نیز به دست آورد:

(ک.م.م) دو عدد

$$[a \text{ و } b] = \frac{a \times b}{(a \text{ و } b)}$$

مثال: اگر (ب.م.م) دو عدد ۴۵ و ۷۵ برابر با ۱۵ باشد، (ک.م.م) دو عدد را به دست آورید.

$$[۴۵ \text{ و } ۷۵] = \frac{۴۵ \times ۷۵}{۱۵} = ۲۲۵$$

مثال: (ب.م.م) دو عدد ۸ و (ک.م.م) آن دو عدد ۸۰ است. اگر یکی از اعداد ۴۰ باشد، عدد دیگر چند است.

$$۸۰ = \frac{۴۰ \times x}{۸} \Rightarrow x = ۸۰ \div ۵ = ۱۶$$

ردیف	سؤالات	ردیف	سؤالات
۱	الف) شمارنده های طبیعی عدد ۲۰ را بنویسید. ب) چهار مضرب طبیعی عدد ۹ را بنویسید. ج) مضارب صحیح عدد ۷ را بنویسید.	۷	اگر $A = 2 \times 3 \times 3 \times 7$ باشد: الف) این عدد چند شمارنده ی اول دارد. ب) دو شمارنده ی مرکب این عدد را بنویسید. ج) آیا عدد ۱۲ شمارنده ی این عدد است؟ چرا؟
۲	الف) آیا عدد ۱۳ شمارنده ی ۱۵۶ است؟ چرا؟ ب) دو عدد بنویسید که ۷ شمارنده ی آن ها باشد. ج) شمارنده های اول عدد ۳۰ را بنویسید. د) دو عدد بنویسید که شمارنده های اول آن ۳ و ۵ باشد.	۸	الف) سیزدهمین مضرب ۸ را بنویسید. ب) سه مضرب مشترک ۷ و ۶ را بنویسید. ج) آیا ۷۷ مضرب ۷ است؟ چندمین مضرب؟
۳	با توجه به حاصل ضرب $40 = 8 \times 5$ پاسخ دهید: الف) هشتمین مضرب ۵ عدد است. ب) ۵ شمارنده است. ج) عدد بر و قابل قسمت است.	۹	الف) اختلاف هفتمین و سومین عدد اول چند است. ب) مجموع دو عدد اول ۵۵ شده است. آن دو عدد کدامند. ج) اعداد اول بین ۲۰ تا ۳۰ را بنویسید.
۴	کسرهای زیر را به کمک تجزیه اعداد، ساده کنید. الف) $\frac{30}{42}$ ب) $\frac{60}{126}$	۱۰	تساوی های زیر به صورت ذهنی کامل کنید. الف) $(1 و 200) = \dots$ ب) $(16 و 32) = \dots$ ج) $[5 و 11] = \dots$ د) $[17 و 17] = \dots$
۵	حاصل (م.م.م) و (ک.م.م) زیر به کمک تجزیه اعداد به دست آورید. الف) $[(12 و 20) و 8] = \dots$ ب) $(84 و [8 و 7]) = \dots$	۱۱	دو ظرف با گنجایش ۱۲ و ۱۶ لیتری داریم. می خواهیم با یک پیمانه دو ظرف را کاملاً پر کنیم. کدام پیمانه ها برای این کار مناسب است؟ بزرگترین پیمانه چند لیتری است؟
۶	اگر $A = 2 \times 2 \times 3 \times 5$ و $B = 2 \times 3 \times 3 \times 7$: الف) $(A و B) =$ ب) $[A و B] =$	۱۲	احمد هر ۴ روز یک بار و بهرام هر ۶ روز یک بار در سالن ورزش می کنند. اگر این دو نفر اول ماه یکدیگر را ملاقات کنند، در این ماه دوباره چند بار دیگر همدیگر را ملاقات می کنند.

@riaziat789

۱ الف) $\{1, 2, 4, 5, 10, 20, \dots\}$ P_0 شماره‌های طبیعی (ب) $\{9, 18, 27, 36, \dots\}$ A مضرب طبیعی

ج) $\{7, 14, 21, 28, \dots\}$ V مضرب صحیح

۲ الف) بله - چون عدد ۲۵ بر ۱۳ بخش پذیر است. (ب) اعداد ۷ و ۱۴

ج) عدد ۳ را تجزیه می‌کنیم: $30 = 2 \times 3 \times 5$ $(>)$ $3 \times 5 = 15$, $3 \times 3 \times 5 = 45$

۳ الف) 30 (ب) 30 (ج) $30 - 5 - 18$

۴ الف) $\frac{30}{42} = \frac{2 \times 3 \times 5}{2 \times 3 \times 7} = \frac{5}{7}$ (ب) $\frac{40}{124} = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 5}{2 \times 2 \times 31} = \frac{5}{31}$

۵ الف) $[(12, 20), 8] = 8$ $12 = 2 \times 2 \times 3$ $(12, 20) = 2 \times 2 = 4$
(ب) $20 = 2 \times 2 \times 5$ عامل مشترک با تکرار کمتر

ک) $4 = 2 \times 2$ $[4, 8] = 2 \times 2 \times 2 = 8$
عامل مشترک با تکرار بیشتر $8 = 2 \times 2 \times 2$

(ب) $(A, V) = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 3 = 168$ $184 = 2 \times 2 \times 2 \times 23$ عامل غیر مشترک
 $54 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3$

۶ الف) $(A, B) = 2 \times 3 = 6$ (ب) $[A, B] = 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 7 = 1260$
کم م

۷ الف) سه شماره اول دایره $(7, 3, 2)$ (ب) $2 \times 3 = 6$ و $3 \times 3 = 9$

ج) خیر - چون تجزیه عدد ۱۲ بصورت $12 = 2 \times 2 \times 3$ می‌باشد در صورتی که در عدد A فقط 2 است

۸ الف) $13 \times 8 = 104$ (ب) $122, 184, 42$ (ج) بله - مضرب یا دهیم

۹ الف) $17 - 5 = 12$ (ب) $53, 2$ (ج) $29, 23$

۱۰ الف) $(1, 200) = 1$ (ب) $(14, 32) = 2$ (ج) $[11, 17] = 55 > 17$ $[17, 17] = 17$

۱۱ الف) $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, \dots\}$ مشترک $\{1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128, 256, 512, 1024, \dots\}$ شماره ۱۲
از میانها ها یک لیترون ۲، لیترون ۴، لیترون ۸، لیترون ۱۶، لیترون ۳۲، لیترون ۶۴، لیترون ۱۲۸، لیترون ۲۵۶، لیترون ۵۱۲

۱۲ الف) $4 = \{4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, \dots\}$ مضرب $6 = \{6, 12, 18, 24, 30, \dots\}$ مضرب
احمد و بهرام در روز هدی را ملاقات می‌کنند. $4 = \{4, 24, 44, \dots\}$ مضرب مشترک