

**اعداد گویا:** هر عددی که به کسر تبدیل شود عدد گویا نام دارد. (صورت و مخرج عدد صحیح و مخرج مخالف صفر باشد)

**نکته:** مجموعه اعداد گویا را نمی توان با نوشتن اعضا مشخص کرد. بنابراین اعداد گویا را به صورت کلامی یا نماد ریاضی نشان می دهند.

**نکته:** اعداد گویا را با حرف انگلیسی  $Q$  نمایش می دهند:  $Q = \left\{ \frac{a}{b} \mid a \text{ و } b \in \mathbb{Z} \text{ و } b \neq 0 \right\}$  نماد ریاضی اعداد گویا

**نکته:** اعداد طبیعی، اعداد حسابی و اعداد صحیح را می توان مخرج یک داد. پس این اعداد زیر مجموعه ی اعداد گویا هستند.

**مانند:**  $(-4 = \frac{-4}{1} \in Q)$

$(\mathbb{N} \subseteq Q \text{ و } \mathbb{W} \subseteq Q \text{ و } \mathbb{Z} \subseteq Q)$

@riaziat789

**مثال:** جدول زیر را کامل کنید.

ردیف	عبارت کلامی	زبان نمادین	محور
۱	عددهای طبیعی بیشتر یا مساوی ۳	$\{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 3\}$ $\{3, 4, 5, \dots\}$	
۲	عددهای حسابی کمتر یا مساوی ۲	$\{x \in \mathbb{W} \mid x \leq 2\}$ $\{0, 1, 2\}$	
۳	عددهای صحیح بین -۳ و ۲	$\{x \in \mathbb{Z} \mid -3 < x < 2\}$ $\{-2, -1, 0, 1\}$	
۴	عددهای صحیح بزرگتر از -۱	$\{x \in \mathbb{Z} \mid x > -1\}$ $\{0, 1, 2, 3, \dots\}$	

**جمع و تفریق اعداد کسری:** مخرج مشترک گرفته که بهترین مخرج مشترک همان (ک.م.م) مخرج ها است.

**مانند:**  $\left(-\frac{5}{12}\right) - \left(-\frac{7}{18}\right) = \frac{-15 + 14}{36} = -\frac{1}{36}$  مخرج ها (ک.م.م)  $\Rightarrow [12 \text{ و } 18] = 36$

**ضرب اعداد کسری:** فقط در ضرب می توان قبل از جواب دادن صورت را با مخرج ساده کرد. سپس صورت ها در هم و مخرج ها در هم ضرب می شود.

**مانند:**  $\left(-\frac{5}{12}\right) \times \left(-\frac{3}{4}\right) = +\frac{1}{8}$

**تقسیم اعداد کسری:** تقسیم به ضرب تبدیل می شود. (کسر اولی در معکوس کسر دومی ضرب می شود) سپس عبارت را ساده می کنیم.

**مانند:**  $\left(+\frac{4}{7}\right) \div \left(-\frac{5}{21}\right) = \left(+\frac{4}{7}\right) \times \left(-\frac{21}{5}\right) = -\frac{12}{5} = -2\frac{2}{5}$

## درسنامه و نکات کلیدی

### مسعود زیر کاری

## فصل دوم

### (عدد های حقیقی)

## پایه نهم

### ناحیه یک زاهدان

**مثال:** حاصل عبارت زیر را به دست آورید

$$\left(+\frac{2}{3}\right) \div \left[\left(-\frac{1}{15}\right) + \left(+\frac{3}{5}\right)\right] = \left(+\frac{2}{3}\right) \div \left(\frac{-1+9}{15}\right) = \left(+\frac{2}{3}\right) \times \left(+\frac{15}{8}\right) = +\frac{10}{8} = \frac{5}{4} = 1\frac{1}{4}$$

**مقایسه کسرها:** از دو روش می توان استفاده کرد:

**الف) هم مخرج کردن کسرها:** ابتدا مخرج تمام کسرها را برابر کرده (ک م م) مخرج ها) سپس کسرها را مقایسه می کنیم.

**مثال:** کسرهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{2}{5} \text{ و } \frac{3}{4} \text{ و } \frac{1}{2} \text{ و } \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{8}{20} \text{ و } \frac{15}{20} \text{ و } \frac{10}{20} \text{ و } \frac{14}{20} \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$$

$20 = [2 \text{ و } 4 \text{ و } 5 \text{ و } 10]$  (ک م م) مخرج ها

**ب) تبدیل به عدد اعشار:** صورت بر مخرج تقسیم و خارج قسمت تا دو رقم اعشار ادامه می دهیم.

**مثال:** کسرهای زیر را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

$$\frac{2}{5} \text{ و } \frac{3}{4} \text{ و } \frac{1}{2} \text{ و } \frac{7}{10} \Rightarrow \frac{2}{5} = 0/40 \text{ و } \frac{3}{4} = 0/75 \text{ و } \frac{1}{2} = 0/50 \text{ و } \frac{7}{10} = 0/70 \Rightarrow \frac{2}{5} < \frac{1}{2} < \frac{7}{10} < \frac{3}{4}$$

**نکته)** بین هر دو عدد گویا بی نهایت عدد گویا وجود دارد.

**پیدا کردن کسرهایی بین دو عدد کسری:** چند روش وجود دارد که دو روش کاربردی آن به صورت زیر است:

۱) صورت ها با هم و مخرج ها با هم جمع می کنیم.

۲) ابتدا مخرج مشترک گرفته ، سپس صورت و مخرج را در یک واحد بیشتر از تعداد خواسته شده ضرب کنیم.

$$\frac{a}{b} < \frac{a+c}{b+d} < \frac{c}{d} \quad (b \text{ و } d \neq 0)$$

**مثال:** بین  $\frac{3}{4}$  و  $\frac{4}{5}$  دو عدد گویا بنویسید.

(صورت و مخرج در عدد ۳ ضرب)

$$\frac{3}{4} < \frac{7}{9} < \frac{11}{14} < \frac{4}{5}$$

$$\frac{3}{4} \text{ و } \frac{4}{5} \Rightarrow \frac{15}{20} \text{ و } \frac{16}{20} \Rightarrow \frac{45}{60} \text{ و } \frac{48}{60} \Rightarrow \frac{45}{60} < \frac{46}{60} < \frac{47}{60} < \frac{48}{60}$$

روش اول

@riaziat789

روش دوم

**نمایش اعشاری کسرها:**

۱) عددهای اعشاری متنهای یا مختوم: اگر باقیمانده صورت بر مخرج کسر صفر شود آن کسر را مختوم نام دارد.

$$\frac{3}{4} = 0/75 \quad \text{و} \quad \frac{6}{5} = 1/2$$

**مانند:**

## درسنامه و نکات کلیدی

### مسعود زیر کاری

## فصل دوم

### (عدد های حقیقی)

## پایه نهم

### ناحیه یک زاهدان

**نکته:** بعد از ساده شدن کسر اگر در تجزیه مخرج کسر فقط عامل ۲ و ۵ باشند آن کسر مختوم است.

@riaziat789

$$\frac{3}{20}$$

$$20 = 2^2 \times 5$$

$$\frac{5}{8}$$

$$8 = 2^3$$

مانند:

۲) عددهای اعشاری متناوب ساده: اگر در تقسیم صورت بر مخرج کسر در خارج قسمت عددی مرتب تکرار شود آن را متناوب ساده می گویند.

**مانند:** (خط تیره روی عدد به معنی تکرار یا گردش عدد است)  $\frac{5}{11} = 0.4545000 = 0.\overline{45}$  و  $\frac{1}{3} = 0.33000 = 0.\overline{3}$

**نکته:** بعد از ساده شدن کسر اگر در تجزیه مخرج کسر عامل ۲ و ۵ نباشند آن کسر متناوب ساده است.

$$\frac{3}{77}$$

$$77 = 7 \times 11$$

$$\frac{6}{13}$$

مانند:

۳) عدد های اعشاری متناوب مرکب: اگر در تقسیم صورت بر مخرج کسر در خارج قسمت بعد از یک یا چند رقم اعشار به رقم های تکراری برسند به آن کسر متناوب مرکب می گویند.

$$\frac{5}{6} = 0.8333 \dots = 0.8\overline{3}$$

$$\text{و } \frac{7}{22} = 0.31818 \dots = 0.3\overline{18}$$

$$\text{و } \frac{7}{22} = 0.31818 \dots = 0.3\overline{18}$$

$$\text{و } \frac{7}{22} = 0.31818 \dots = 0.3\overline{18}$$

مانند:

**نکته:** بعد از ساده شدن کسر اگر در تجزیه مخرج کسر غیر از عامل ۲ و ۵ عامل دیگری باشند آن کسر متناوب مرکب است.

$$\frac{5}{14} = 0.3571428571428571 \dots$$

$$14 = 2 \times 7$$

$$\frac{2}{75} = 0.02666666666666666 \dots$$

$$75 = 3 \times 5^2$$

مانند:

**اعداد گنگ یا اصم:** اعداد که تعداد ارقام اعشاری آن ها نامتناهی و دارای دوره تناوب نباشند اعداد گنگ نام دارند.

$$\sqrt{2} = 1.4142135 \dots$$

$$\text{و } \sqrt{3} = 1.732050 \dots$$

مانند:

**نکته:** مجموعه اعداد گنگ را با حرف انگلیسی  $\mathbb{Q}$  یا  $\mathbb{Q}^c$  نشان می دهند.

**نکته:** اگر  $n$  مربع کامل نباشد آنگاه  $\sqrt{n}$  عددی گنگ است. (یعنی اعدادی که جذر دقیق ندارند عدد گنگ هستند)

$$\sqrt{2} \text{ و } \sqrt{3} \text{ و } \sqrt{0.9} \text{ و } \sqrt{0.4}$$

مانند:

**نکته:** عدد  $\pi$  چون دارای دوره تناوب نیست عدد گنگ است. (عدد  $\pi$  تا ۱۰ رقم اعشار:  $\pi \approx 3.1415926535$ )

**مثال:** در جای خالی علامت  $\in$  یا  $\notin$  قرار دهید.

۲ مربع کامل نیست

$$-\frac{2}{5} \notin \mathbb{Q}$$

$$\sqrt{0.36} \notin \mathbb{Q}$$

۴۷ مربع کامل نیست

$$\sqrt{47} \in \mathbb{Q}$$

$$\pi \in \mathbb{Q}$$

$$3/14 \notin \mathbb{Q}$$

$$1 - \sqrt{2} \in \mathbb{Q}$$

## درسنامه و نکات کلیدی

### مسعود زیر کاری

## فصل دوم

### (عدد های حقیقی)

## پایه نهم

### ناحیه یک زاهدان

@riaziat789

**نکته:** بین دو عدد بی نهایت عدد گنگ وجود دارد.

**مثال:** بین هر دو عدد داده شده دو عدد گنگ بنویسید.

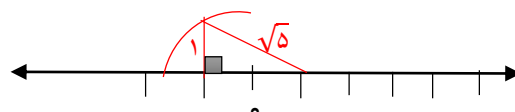
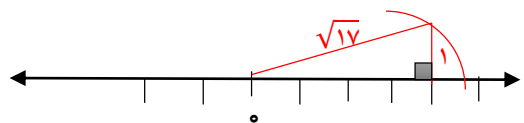
(ب) ۲ و ۳  $2 = \sqrt{4} < \sqrt{5} < \sqrt{6} < \sqrt{9} = 3$

(الف)  $\sqrt{3}$  و  $\sqrt{4}$   $\sqrt{3} < \sqrt{3/1} < \sqrt{3/2} < \sqrt{4}$

**مثال:** عدد  $\sqrt{10} - 3$  بین کدام دو عدد صحیح متوالی قرار دارد.

بین ۰ و -۱ قرار دارد  $3 - \sqrt{16} < 3 - \sqrt{10} < 3 - \sqrt{9} \Rightarrow -1 < 3 - \sqrt{10} < 0$

**مثال:** اعداد  $\sqrt{17}$  و  $1 - \sqrt{5}$  را روی محور اعداد نمایش دهید.



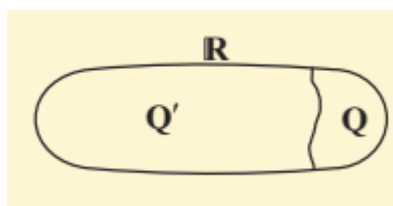
**نکته:** مجموع دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ نیست. **مانند:**  $a = \sqrt{2}$  و  $b = 1 - \sqrt{2} \Rightarrow a + b = \sqrt{2} + 1 - \sqrt{2} = 1$

**نکته:** اختلاف دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ نیست. **مانند:**  $a = \sqrt{5}$  و  $b = -2 + \sqrt{5} \Rightarrow a - b = \sqrt{5} + 2 - \sqrt{5} = 2$

**نکته:** ضرب دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ نیست. **مانند:**  $a = \sqrt{3}$  و  $b = 2\sqrt{3} \Rightarrow a \times b = \sqrt{3} \times 2\sqrt{3} = 2\sqrt{9} = 6$

**نکته:** تقسیم دو عدد گنگ، همواره عددی گنگ نیست. **مانند:**  $a = 4\sqrt{7}$  و  $b = \sqrt{7} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{4\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = 4$

**اعداد حقیقی:** اجتماع مجموعه اعداد گویا و اعداد گنگ مجموعه اعداد حقیقی را تشکیل می دهد:  $Q \cup Q' = \mathbb{R}$



**نکته:** مجموعه اعداد حقیقی را با حرف انگلیسی  $\mathbb{R}$  نشان می دهند.

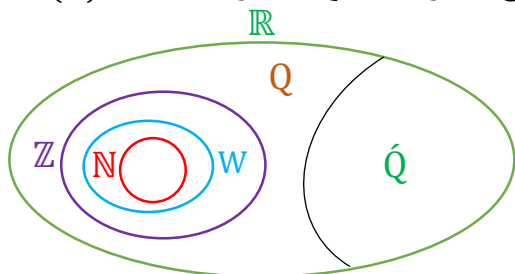
**نکته:** اعداد گنگ و اعداد گویا دو مجموعه ی جدا از هم هستند. یعنی این دو مجموعه عضو

مشترکی ندارند:  $Q \cap Q' = \emptyset$

**نکته:** هر عدد حقیقی که گویا نباشد، گنگ است و هر عددی که گنگ نباشد، عدد گویا است. (عددی وجود ندارد هم گویا باشد هم گنگ)

نماد ریاضی اعداد گنگ  $Q' = \{x \in \mathbb{R} \mid x \notin Q\}$

**نکته:** نمودار ون مجموعه اعداد طبیعی ( $\mathbb{N}$ ) و اعداد حسابی ( $\mathbb{W}$ ) و اعداد صحیح ( $\mathbb{Z}$ ) و اعداد گویا ( $Q$ ) و اعداد گنگ ( $Q'$ )



و اعداد حقیقی ( $\mathbb{R}$ ) به صورت زیر است:

$\mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq Q \subseteq \mathbb{R}$  و  $Q' \subseteq \mathbb{R}$

## درسنامه و نکات کلیدی

### مسعود زیر کاری

## فصل دوم

### (عدد های حقیقی)

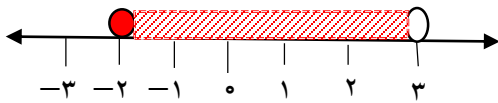
## پایه نهم

### ناحیه یک زاهدان

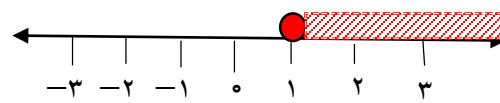
نمایش اعداد حقیقی روی محور: چون اعداد حقیقی شامل اعداد گویا و گنگ هستند پس نمایش این اعداد به صورت یک خط ممتدی است (اگر علامت نامساوی (سرکش) داشته باشد دایره توپر و بدون (سرکش) دایره تو خالی قرار می دهیم)

مثال: مجموعه اعداد زیر را روی محور نشان دهید.

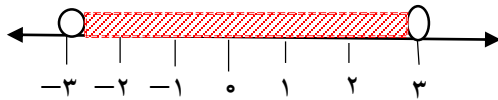
$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 3\}$$



$$B = \{x \in \mathbb{R} \mid 1 \leq x\}$$



مثال: مجموعه متناظر محور مقابل را بنویسید.



$$C = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x < 3\}$$

قدر مطلق: فاصله ی نقطه نمایش یک عدد مانند  $a$  را از مبدأ مختصات قدر مطلق  $a$  می نامیم و آن را به صورت  $|a|$  نشان می دهیم.

نکته: به طور کلی قدر مطلق هر عدد غیر صفر، عددی مثبت است. مانند:  $|\frac{5}{2}| = \frac{5}{2}$  و  $|\sqrt{2}| = \sqrt{2}$

نکته: حاصل قدر مطلق هیچ وقت منفی نمی شود. (حاصل قدر مطلق یا مثبت است یا صفر)

خواص قدر مطلق: الف) قدر مطلق عدد مثبت برابر است با خود آن عدد:  $x > 0 \Rightarrow |x| = x$

ب) قدر مطلق صفر برابر با صفر است:  $x = 0 \Rightarrow |x| = 0$

ج) قدر مطلق عدد منفی برابر با قرینه آن عدد است:  $x < 0 \Rightarrow |x| = -x$

@riaziat789

مثال: عبارت های زیر را بدون استفاده از نماد قدر مطلق بنویسید.

$$|4 - 6 \times 2^2 \div 3 + 2| = |-2| = 2$$

$$|3 - \sqrt{2}| = 3 - \sqrt{2}$$

حاصل مثبت خود عبارت

$$|2^{20} - 2^{30}| = -(2^{20} - 2^{30})$$

حاصل منفی قرینه عبارت

مثال: اگر  $x = \frac{2}{3}$  و  $y = 3$  و  $z = -\frac{1}{4}$  باشد. حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$|-6x - 4z| + 2|y| = \left| -6\left(\frac{2}{3}\right) - 4\left(-\frac{1}{4}\right) \right| + 2|3| = |-4 + 1| + 2(3) = 2 + 6 = 8$$

**نکته:** قدر مطلق حاصل ضرب دو عدد مساوی است با حاصل ضرب قدرمطلق های آن دو عدد:

$$|x \times y| = |x| \times |y|$$

$$|-4 \times 5| = |-4| \times |5| \Rightarrow |-20| = 4 \times 5 \Rightarrow 20 = 20 \quad \text{مانند:}$$

**نکته:** قدر مطلق مجموع دو عدد کوچک تر یا مساوی است با مجموع قدرمطلق های آن دو عدد:

$$|x + y| \leq |x| + |y|$$

$$|7 + (-3)| \leq |7| + |-3| \Rightarrow |4| \leq 7 + 3 \Rightarrow 4 \leq 10 \quad \text{مانند:}$$

**نکته:** با توجه به مفهوم قدر مطلق همواره رابطه مقابل برقرار است:  $\sqrt{a^2} = |a|$

**مثال:** حاصل هر عبارت را به دست آورید.

$$\sqrt{(2 - \sqrt{5})^2} = \underbrace{|2 - \sqrt{5}|}_{\text{حاصل منفی}} = -(2 - \sqrt{5}) = \sqrt{5} - 2$$

$$\sqrt{(3\sqrt{2} - 2\sqrt{2})^2} = \underbrace{|3\sqrt{2} - 2\sqrt{2}|}_{\text{حاصل مثبت}} = 3\sqrt{2} - 2\sqrt{2} \quad \left\{ \begin{array}{l} (3\sqrt{2} = \sqrt{9} \times \sqrt{2} = \sqrt{18}) \\ (2\sqrt{2} = \sqrt{4} \times \sqrt{2} = \sqrt{8}) \end{array} \right.$$

@riaziat789

ریاضیات هفتم ، هشتم ، نهم