

ردیف	سوالات در دو صفحه می باشد.	بارم
۱	<p>درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) هر نقطه روی عمود منصف یک پاره خط از دو سر آن پاره خط به یک فاصله است.</p>	۰.۲۵
	<p>ب) دو تابع با ضابطه <math>f(x) = \frac{2x}{x}</math>, <math>g(x) = 2</math> با هم برابرند.</p>	۰.۲۵
	<p>ج) نقاط برخورد نمودار یک تابع مانند <math>\sqrt{x}</math> محور <math>x</math> را صفرهای تابع می نامند.</p>	۰.۲۵
۲	<p>جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) هر نقطه که از دو ضلع یک زاویه به فاصله ی یکسان باشد، روی ..... قرار دارد.</p> <p>ب) استدلالی را که در آن "از جزء به کل می رسیم" استدلال ..... نامیده می شود.</p> <p>ج) برای رد یک حکم کلی مانند "تمام اعداد فرد، اول اند" از ..... استفاده می کنیم.</p> <p>د) هر گزاره‌ی درست و کلی که به کمک استدلال استنتاجی به دست می آید را ..... می نامیم.</p> <p>ه) در هر مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، دو مثلث ..... به وجود می آورد که این دو مثلث با هم و با مثلث اصلی متشابه‌اند.</p>	۰.۵
۳	<p>الف) معادله‌ی خطی را بنویسید که از دو نقطه‌ی <math>A(4,7)</math>, <math>B(3,1)</math> می گذرد.</p> <p>ب) فاصله‌ی نقطه‌ی <math>A(7,5)</math> را از خط به معادله‌ی <math>4x + 3y + 17 = 0</math> را به دست آورید.</p> <p>ج) نشان دهید دو خط به معادلات رو برو با هم موازیند: <math>-5x - 12y + 8 = 0</math> و <math>-10x + 24y + 10 = 0</math>.</p>	۳
۴	معادله درجه دومی را بنویسید که ریشه‌های آن $1 + \sqrt{2}$ , $1 - \sqrt{2}$ باشند.	۱.۵

۳	<p>معادلات رادیکالی و گویای زیر را حل کنید.</p> <p>(الف) <math>\frac{1}{\sqrt{u-3}} - \frac{2}{\sqrt{u}} = 0</math> معادله رادیکالی      (ب) <math>\frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{9-x^2}</math> معادله ی گویا</p>	۵
۱	<p>با توجه به قضیه فیثاغورس اگر زاویه ی <math>A</math> از مثلثی مانند <math>ABC</math>، قائمه باشد، آنگاه <math>a^2 = b^2 + c^2</math>. در قضیه ی بالا فرض و حکم را مشخص کنید و عکس این قضیه را بنویسید.</p>	۶
۱.۵	<p>در شکل مقابل <math>BC \parallel DE</math> اندازه ی پاره خط های <math>CA, DE</math> را به دست آورید.</p>	۷
۲	<p>عکس قضیه تالس را نوشته و آن را به کمک برهان خلف اثبات کنید.</p>	۸
۲.۲۵	<p>در مثلث قائم الزاویه ی رو برو در هر حالت اندازه ی پاره خط خواسته شده را بدست آوردید.</p> <p>(الف) <math>AH=5</math>      <math>BH=7</math>      <math>HC=?</math></p> <p>(ب) <math>BH=5</math>      <math>CH=3</math>      <math>Ac=?</math></p> <p>(ج) <math>AB=8</math>      <math>AC=6</math>      <math>AH=?</math></p>	۹

۱	$f(x) = \frac{x+2}{x-3}$	دامنه‌ی تابع گویای زیر را بدست آورید.
۱.۵	$y = \sqrt{x-2} + 3$	برای تابع رادیکالی رو برو: الف) دامنه‌ی تابع را بیابید. ب) به کمک انتقال نمودار تابع را رسم کنید.
جمع ۲۰		۱۰ ۱۱

ردیف	پاسخنامه
۱	الف) درست      ب) نادرست      ج) درست
۲	الف) نیمساز آن زاویه      ب) استقرایی      ج) مثال نقض      د) قضیه      ۵) قائم الزاویه
۳	<p>(الف) <math>y - y_A = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}(x - x_A)</math>      <math>y - 4 = \frac{1-4}{3-1}(x - 1) \rightarrow y - 4 = -2x \rightarrow y = -2x + 4</math></p> <p>(ب) فاصله نقطه <math>A(x_1, y_1)</math> از خط به معادله <math>ax + by + c = 0</math> برابر است با:</p> $d = \frac{ ax_1 + by_1 + c }{\sqrt{a^2 + b^2}}$ $d = \frac{ 4(1) + 3(2) + 15 }{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{28 + 15 + 17}{\sqrt{25}} = \frac{60}{5} = 12$ <p>(ج) ابتدا شیب خط <math>L: 2x + 3y + 15 = 0 \rightarrow y = -\frac{2}{3}x - 5 \rightarrow m = -\frac{2}{3}</math>      خط <math>\Delta</math> بر خط <math>L</math> عمود است بنابراین شیب خط <math>\Delta</math> برابر است با:  <math>\Delta \perp L \rightarrow mm' = -1 \rightarrow m' = \frac{3}{2} \rightarrow \Delta: y = \frac{3}{2}x + h</math>      معادله خط <math>\Delta: y = \frac{3}{2}x - 1</math></p>

۴

$$(1-\sqrt{2}), (1+\sqrt{2}) \rightarrow \begin{cases} s = -\frac{b}{a} \rightarrow s = (1-\sqrt{2}) + (1+\sqrt{2}) = 2 \\ p = \frac{c}{a} \rightarrow p = (1-\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) = 1-2 = -1 \end{cases}$$

$$ax^r + bx + c = 0 \rightarrow x^r + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} = 0 \rightarrow x^r - sx + p = 0 \rightarrow x^r - 2x - 1 = 0$$

جواب (الف)

$$\frac{1}{\sqrt{u-3}} - \frac{2}{\sqrt{u}} = 0 \rightarrow \frac{1}{\sqrt{u-3}} = \frac{2}{\sqrt{u}} \rightarrow \sqrt{u} = 2\sqrt{u-3} \rightarrow (\sqrt{u})^2 = (2\sqrt{u-3})^2$$

$$u = 4(u-3) \rightarrow u = 4u - 12 \rightarrow 12 = 4u - u \rightarrow 12 = 3u \rightarrow u = 4$$

جواب (ب)

$$\frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{9-x^2} \rightarrow \frac{3}{x} - \frac{2}{x-3} = \frac{12}{(3-x)(3+x)} \rightarrow \frac{3}{x} + \frac{2}{3-x} = \frac{12}{(3-x)(3+x)}$$

$$(3-x)(3+x)x \left( \frac{3}{x} + \frac{2}{3-x} \right) = (3-x)(3+x)x \left( \frac{12}{(3-x)(3+x)} \right)$$

$$3(9-x^2) + 2(3+x)x = 12x \rightarrow 27 - 3x^2 + 6x + 2x^2 = 12x \rightarrow x^2 + 6x - 27 = 0$$

این جواب ، مخرج کسرها را صفر می کند

$$\Delta = b^2 - 4ac = 36 - 4(1)(-27) = 144 \rightarrow \begin{cases} X_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow X_1 = \frac{-6 + 12}{2} = 3 \times \\ X_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a} \rightarrow X_2 = \frac{-6 - 12}{2} = -9 \end{cases}$$

جواب قابل قبول

با توجه به قضیه فیثاغورس اگر زاویه  $A$  از مثلثی مانند  $ABC$  ، قائمه باشد ، آنگاه  $\angle A = 90^\circ$

عکس قضیه : اگر در مثلثی مانند  $ABC$  ،  $a^2 = b^2 + c^2$  باشد ، آنگاه زاویه  $A$  از مثلث  $ABC$  ، قائمه است.

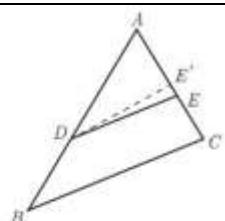
۶

۷

$$BC \parallel DE \rightarrow \begin{cases} \hat{B} = \hat{D} \\ \hat{E} = \hat{C} \end{cases} \rightarrow \triangle ABC \sim \triangle A'B'C' \rightarrow \frac{AE}{AC} = \frac{AD}{AB} \rightarrow \frac{18}{AC} = \frac{22}{32} \rightarrow AC = \frac{32 \times 18}{22} = 27$$

$$\frac{AD}{AB} = \frac{DE}{BC} \rightarrow \frac{22}{32} = \frac{DE}{21} \rightarrow DE = \frac{21 \times 22}{32} = 14$$

عکس قضیه تالس : مانند شکل مقابل در مثلث  $ABC$  ، اگر  $\frac{AE}{EC} = \frac{AD}{DB}$  و  $DE \parallel BC$  ، آنگاه



این بات : با استفاده از برهان خلف فرض می کنیم حکم مسئله غلط باشد: یعنی  $DE \not\parallel BC$ . لذا از نقطه  $D$  خطی موازی  $BC$  رسم می کنیم تا  $AC$  را در نقطه ای مانند  $E'$  قطع کند. طبق قضیه تالس داریم  $\frac{AE'}{EC} = \frac{AD}{DB}$  و از مقایسه با فرض مسئله خواهیم داشت. حال با ترکیب نسبت در مخرج داریم  $\frac{AE}{AC} = \frac{AE'}{AC}$  و در نتیجه  $AE = AE'$ . این یعنی نقطه  $E'$  منطبق است و لذا  $DE' \parallel BC$  است و این یک تناقض است، زیرا  $DE' \parallel BC$  و  $DE \not\parallel BC$  است. بنابراین از ایندا فرض غلط بودن حکم نادرست بوده است و حکم نمی تواند غلط باشد، یعنی  $DE \parallel BC$  است.

Ⓐ