

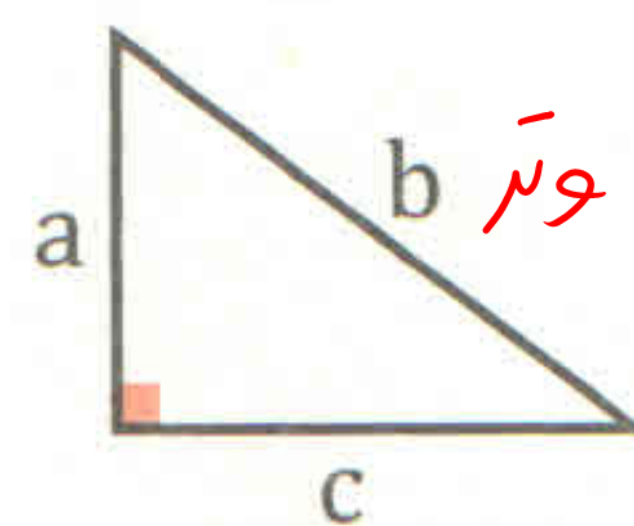
کانال ریاضی متوسطه اول

@riazisaeedamini

سؤال ۱

برای هر یک از شکل‌های زیر رابطه فیثاغورس را بنویسید.

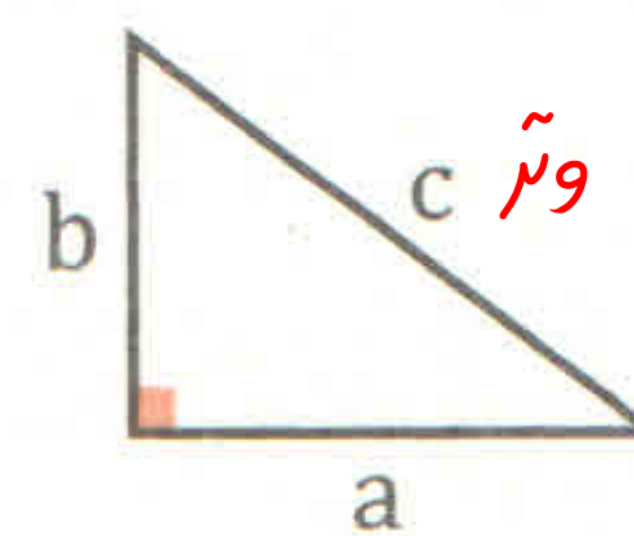
(الف)



$$b^2 = a^2 + c^2$$

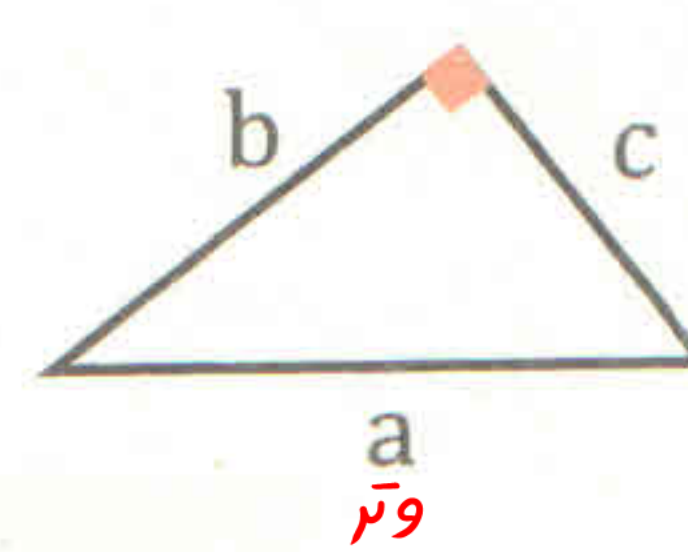
$$(\text{وتر})^2 = (\text{ضلع قائم اول})^2 + (\text{ضلع قائم دوم})^2$$

(ب)



$$c^2 = a^2 + b^2$$

(پ)

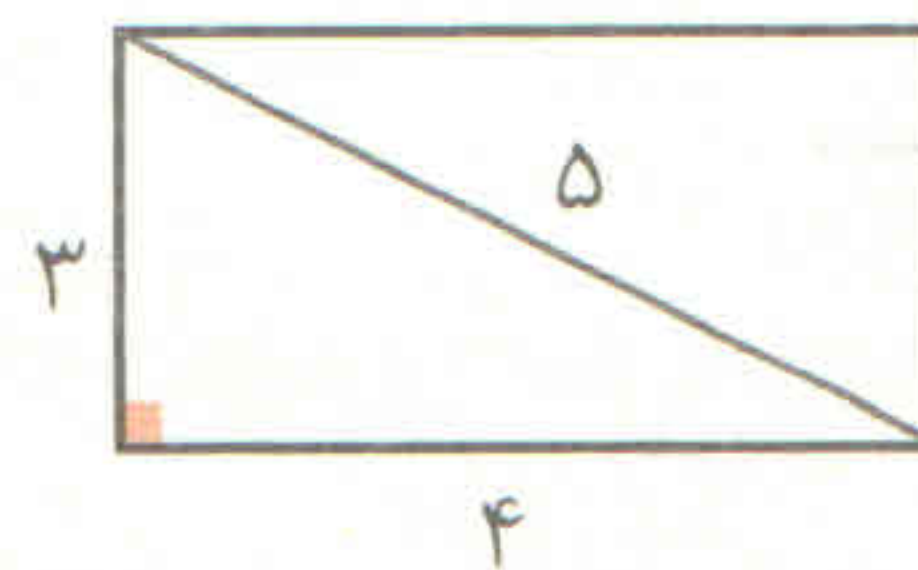


$$a^2 = b^2 + c^2$$

سؤال ۲

درستی رابطه فیثاغورث را در شکل‌های زیر بررسی کنید.

(الف)

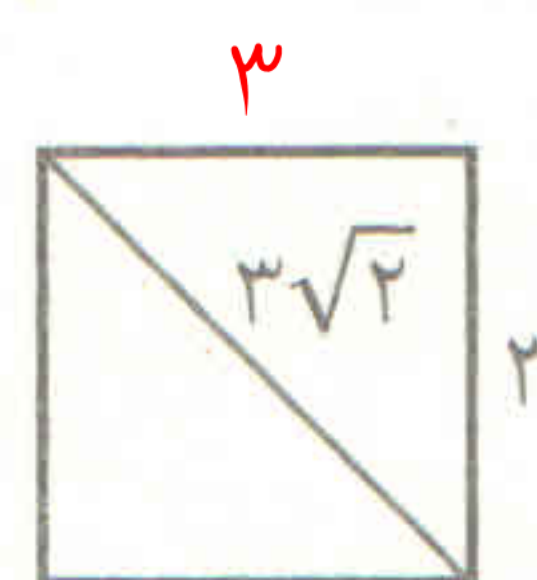


$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$25 = 9 + 16$$

$$25 = 25 \checkmark$$

(ب)



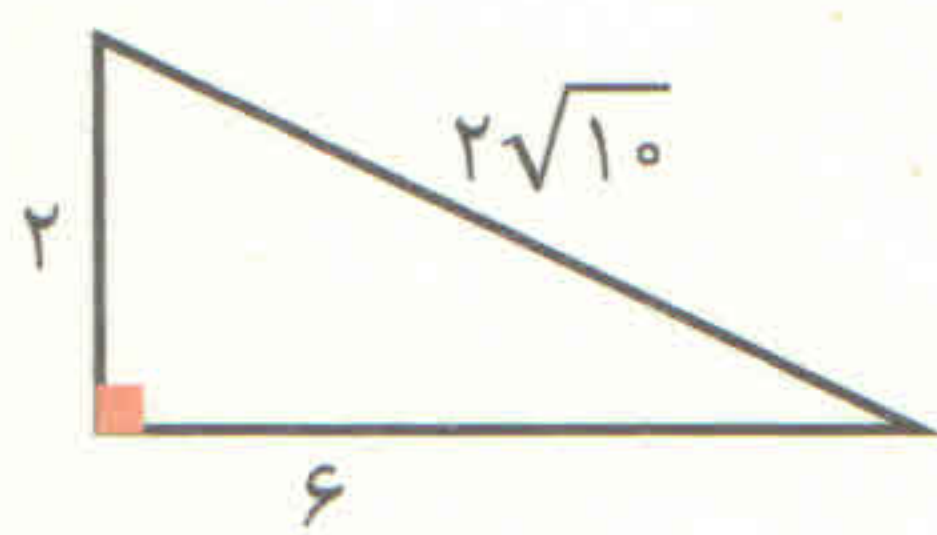
$$(3\sqrt{2})^2 = 3^2 + 3^2$$

$$18 = 9 + 9$$

$$18 = 18 \checkmark$$

$$(3\sqrt{2})^2 = 3\sqrt{2} \times 3\sqrt{2} = 9 \times 2 = 18$$

(پ)



$$(2\sqrt{10})^2 = 2^2 + 6^2$$

$$40 = 4 + 36$$

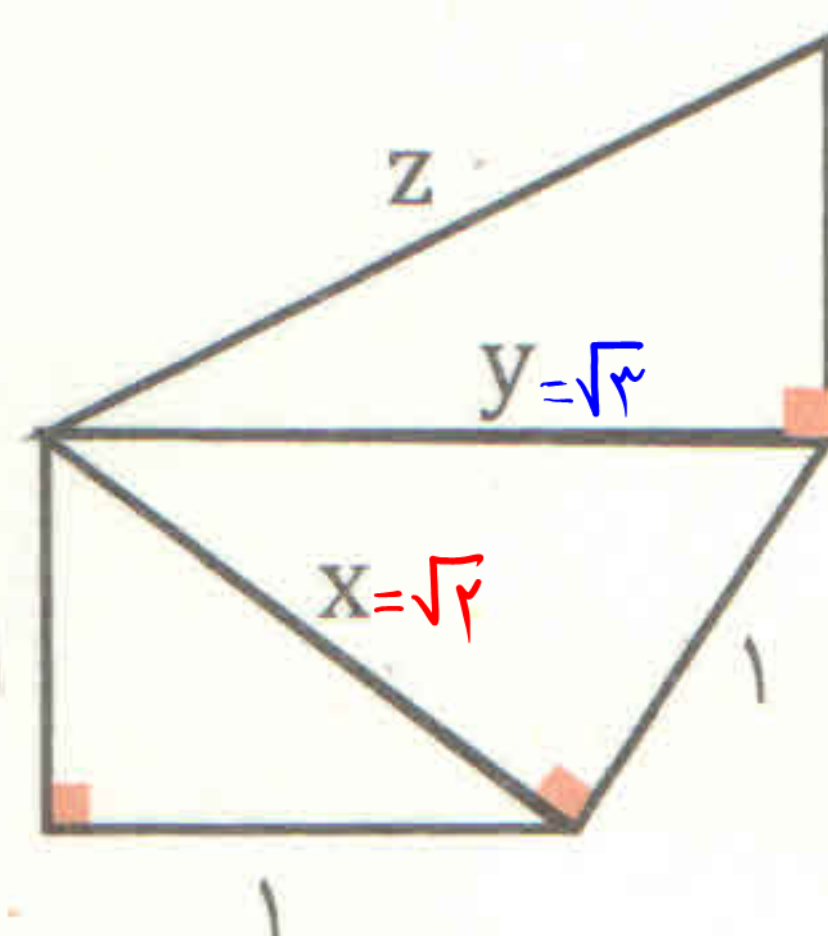
$$40 = 40 \checkmark$$

$$(2\sqrt{10})^2 = 2\sqrt{10} \times 2\sqrt{10} = 4 \times 10 = 4 \times 10 = 40$$

سؤال ۳

طول‌های مجهول را محاسبه کنید.

(الف)



$$z^2 = 1^2 + 1^2$$

$$z^2 = 1 + 1$$

$$z^2 = 2$$

$$z = \sqrt{2}$$

$$z^2 = (\sqrt{3})^2 + 1^2$$

$$z^2 = 3 + 1$$

$$z^2 = 4$$

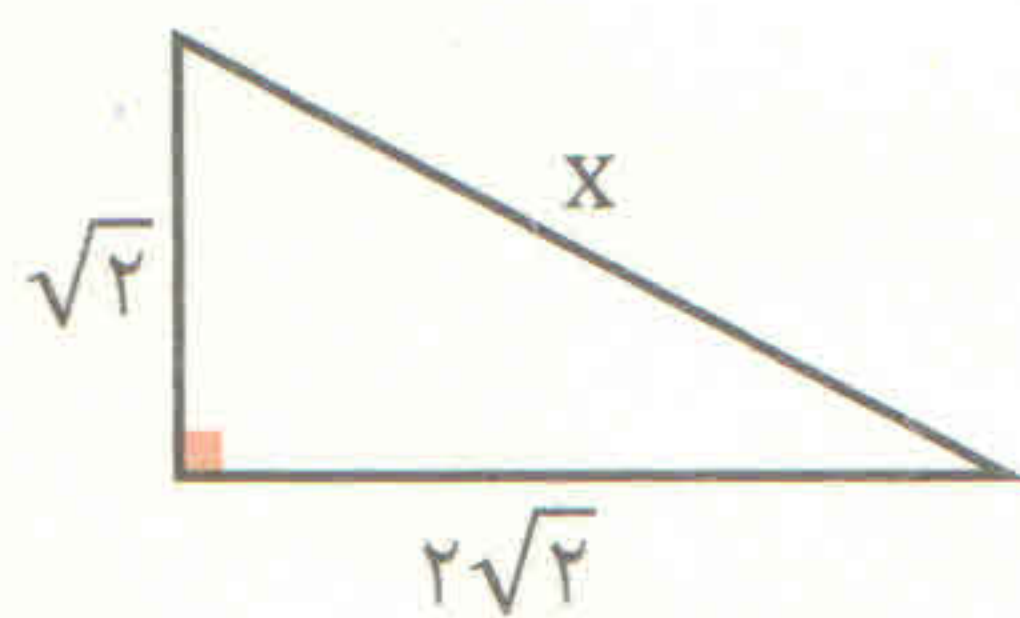
$$z = \sqrt{4} \Rightarrow z = 2$$

$$y^2 = \sqrt{2}^2 + 1^2$$

$$y^2 = 2 + 1$$

$$y^2 = 3 \Rightarrow y = \sqrt{3}$$

(ب)



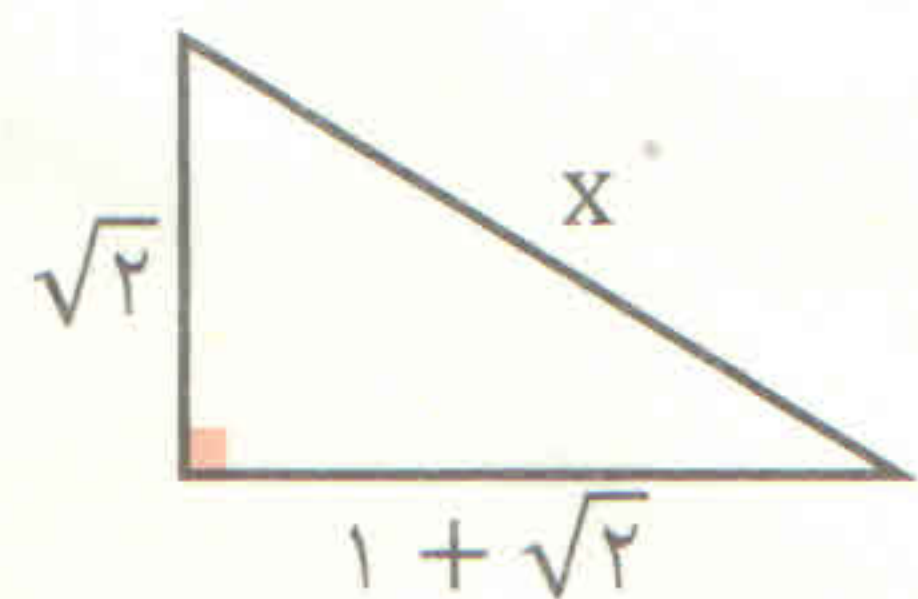
$$x^2 = (\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2$$

$$x^2 = 2 + 8$$

$$x^2 = 10$$

$$x = \sqrt{10}$$

(ب)



$$x^2 = (\sqrt{2})^2 + (1+\sqrt{2})^2$$

$$x^2 = 2 + 3 + 2\sqrt{2}$$

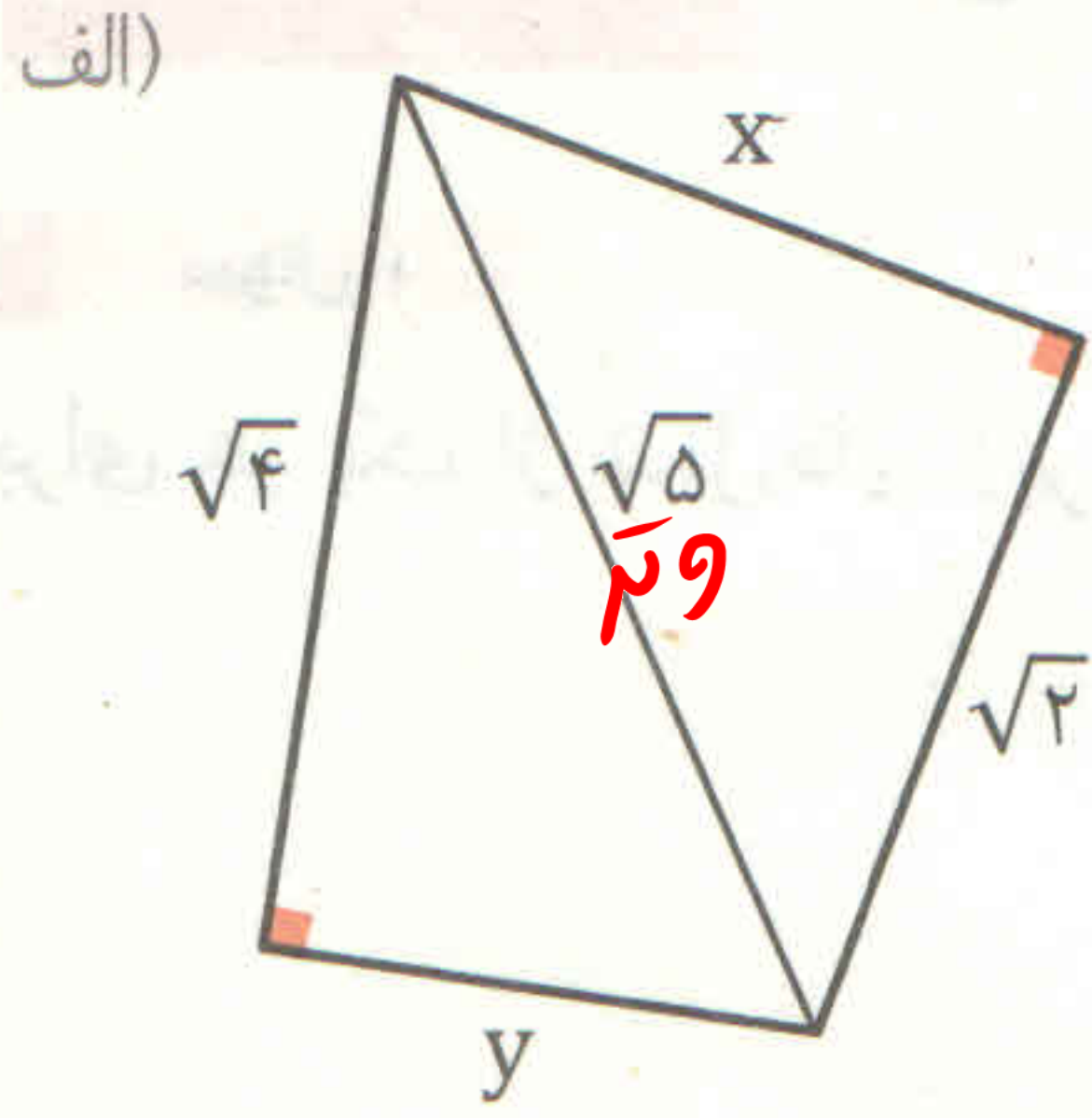
$$x^2 = 5 + 2\sqrt{2}$$

$$x = \sqrt{5 + 2\sqrt{2}}$$

$$(1+\sqrt{2})^2 = (1+\sqrt{2})(1+\sqrt{2}) = 1 + 1\sqrt{2} + 1\sqrt{2} + \sqrt{2} \times \sqrt{2} = 1 + 2\sqrt{2} + 2 = 3 + 2\sqrt{2}$$

سؤال ۶

محیط شکل‌های زیر را پیدا کنید.



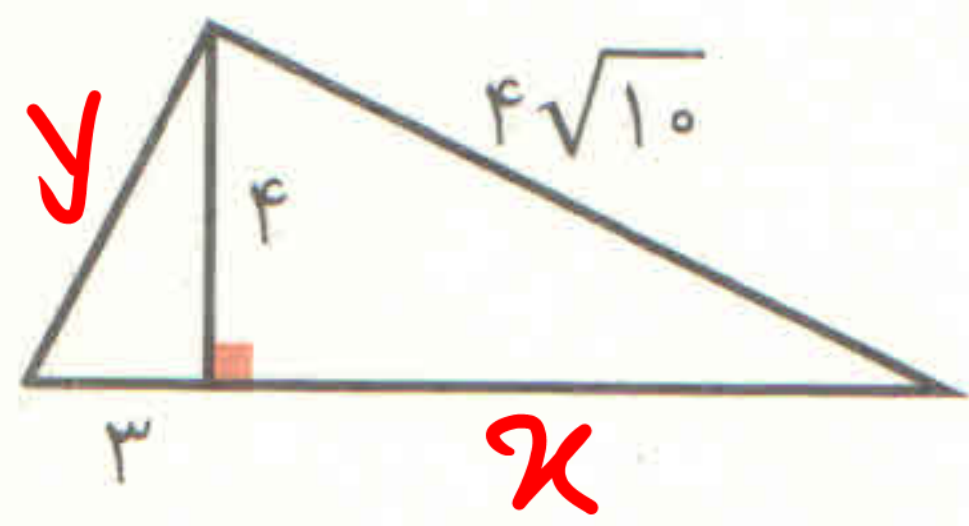
$$\begin{aligned} x^2 + \sqrt{2}^2 &= \sqrt{5}^2 \\ x^2 + 2 &= 5 \\ x^2 &= 3 \\ x &= \sqrt{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y^2 + \sqrt{4}^2 &= \sqrt{5}^2 \\ y^2 + 4 &= 5 \\ y^2 &= 1 \Rightarrow y = 1 \end{aligned}$$

محیط

$$P = 1 + \sqrt{2} + \sqrt{3} + \sqrt{4}$$

ب)



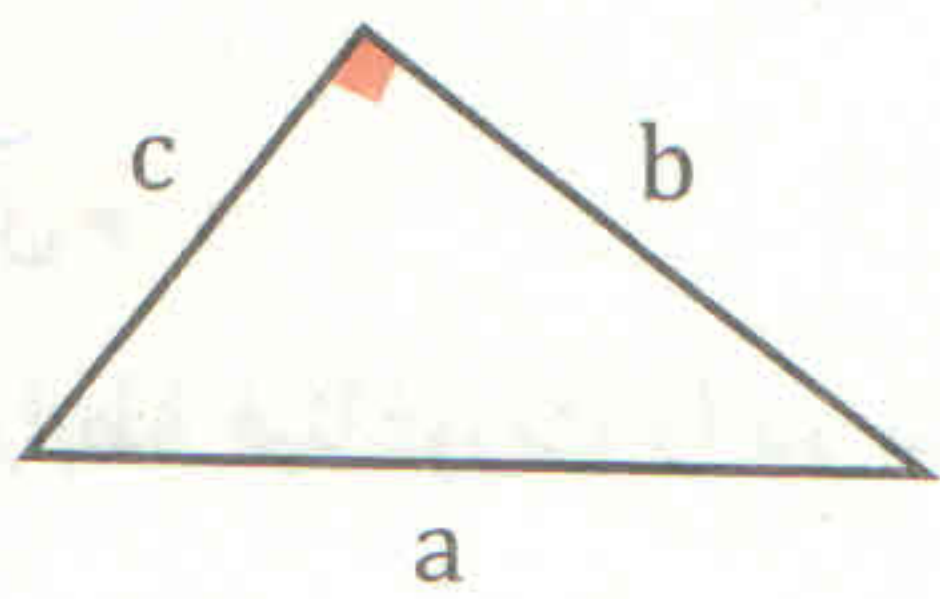
$$\begin{aligned} y^2 &= 3^2 + 4^2 \\ y^2 &= 9 + 16 \\ y^2 &= 25 \\ y &= \sqrt{25} \Rightarrow y = 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x^2 + 4^2 &= (4\sqrt{10})^2 \\ x^2 + 16 &= 160 \\ x^2 &= 144 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

$$P = 3 + 12 + 4\sqrt{10} + 5 = 20 + 4\sqrt{10}$$

سؤال ۷

با توجه به شکل، جاهای خالی را در هر قسمت کامل کنید:



الف) $a^2 = b^2 + c^2$

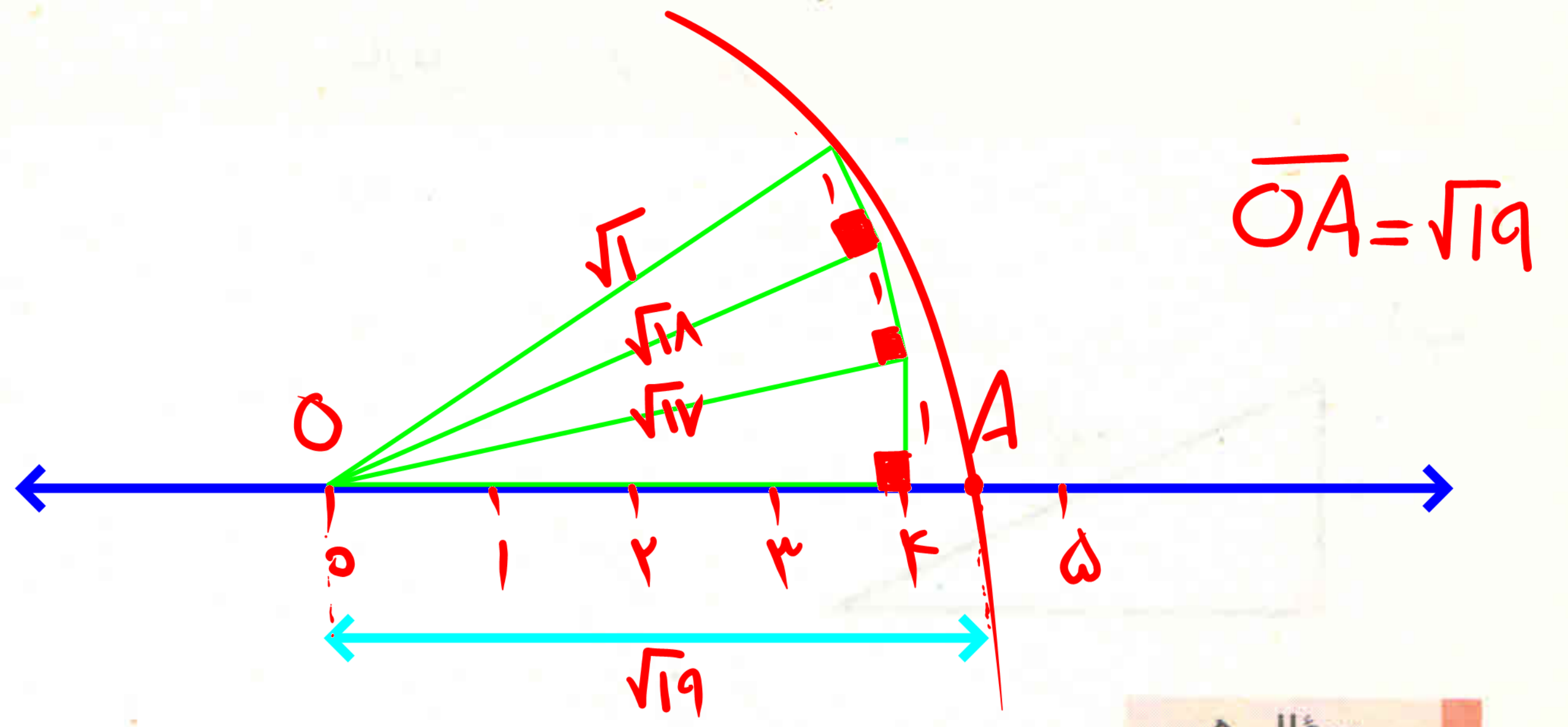
ب) $b^2 = a^2 - c^2$

پ) $c^2 = a^2 - b^2$

موفق و سر بلند باشید علی اصطفی

سؤال ۴

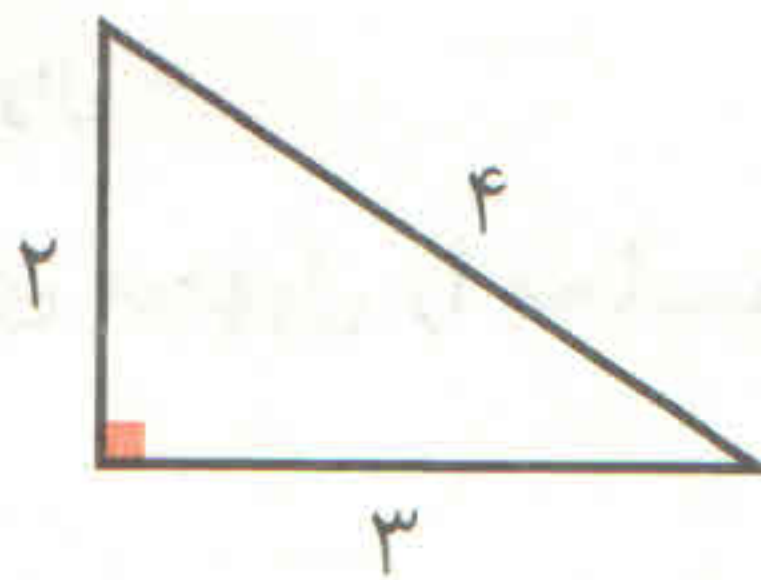
پاره‌خطی به طول $\sqrt{19}$ رسم کنید.



سؤال ۵

معلوم کنید کدام یک از مثلث‌های زیر قائم‌الزاویه است؟

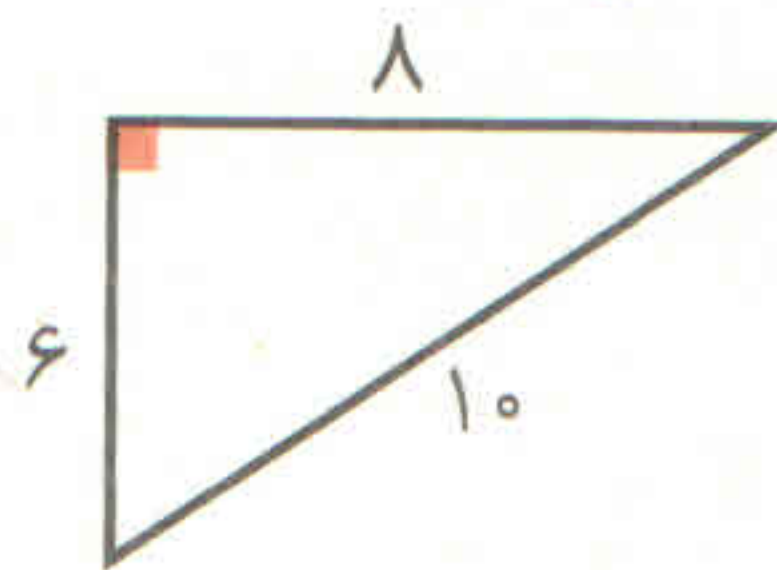
الف)



$$\begin{aligned} 4^2 &= 2^2 + 3^2 \\ 16 &= 4 + 9 \\ 16 &\neq 13 \end{aligned}$$

قائم‌الزاویه نیست

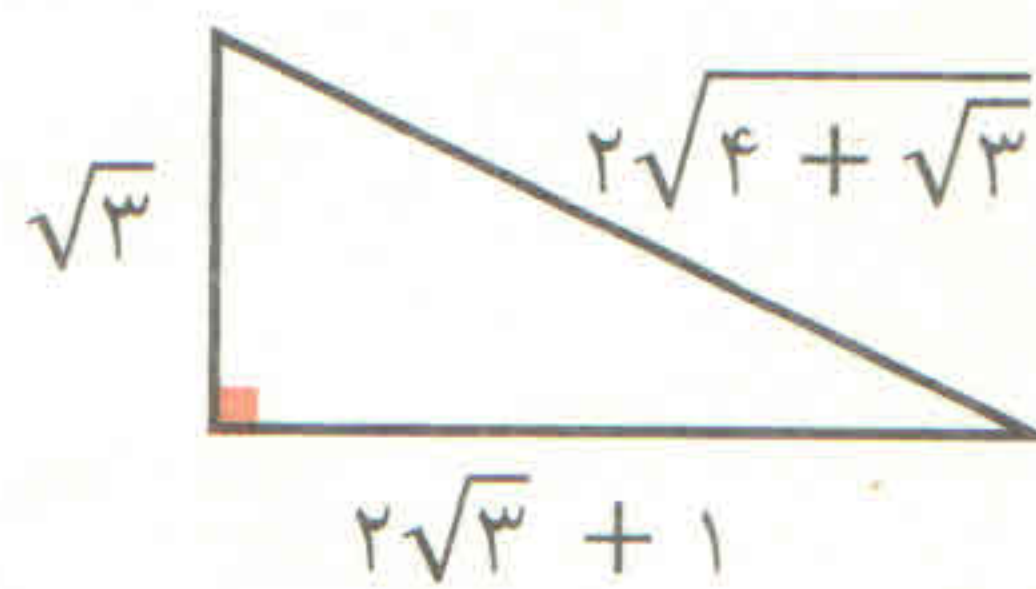
ب)



$$\begin{aligned} 10^2 &= 6^2 + 8^2 \\ 100 &= 36 + 64 \\ 100 &= 100 \checkmark \end{aligned}$$

قائم‌الزاویه است

ب)



$$\begin{aligned} (2\sqrt{4+3})^2 &= \sqrt{3}^2 + (2\sqrt{3}+1)^2 \\ 4(4+3) &= 3 + 12 + 4\sqrt{3} + 1 \\ 16 + 4\sqrt{3} &= 16 + 4\sqrt{3} \checkmark \end{aligned}$$

قائم‌الزاویه است

$$(2\sqrt{4+3})^2 = 4(4+3)$$

$$(2\sqrt{3}+1)^2 = (2\sqrt{3}+1)(2\sqrt{3}+1) = 12 + 4\sqrt{3} + 1$$

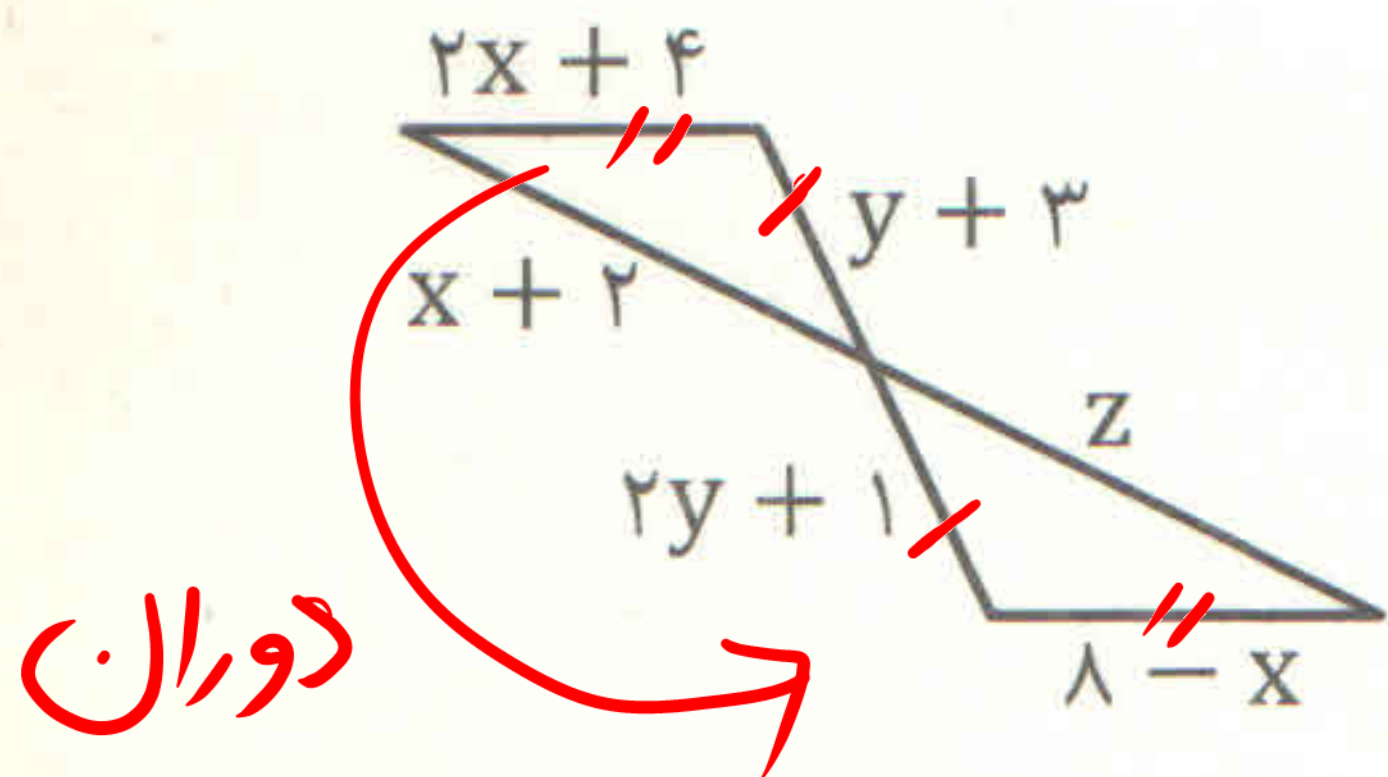
کانال ریاضی متوسطه اول

@riazisaeedamini

سؤال ۴

دو مثلث شکل زیر را با چه تبدیلی می‌توان بر هم منطبق کرد؟

دوران



دوران ۱۸۰°

سؤال ۵

با توجه به اندازه‌های داده شده روی شکل سوال قبل، مقادیرهای مجهول را به دست آورید.

$$2y+1 = y+3 \quad | \quad 2x+4 = 8-x$$

$$2y-y = -1+3 \quad | \quad 2x+x = 8-4$$

$$y = 2$$

$$3x = 4$$

$$x = \frac{4}{3}$$

$$z = x+2$$

$$z = \frac{4}{3} + 2 = \frac{10}{3}$$

سؤال ۶

هر یک از شکل‌های زیر، در چه صورت قابل انطباق یا همنهشت می‌باشند؟

(الف) دو دایره: شعاع‌های برابر داشته باشند.

(ب) دو مربع: طول یک ضلع آن برابر باشد.

(پ) دو مثلث متساوی‌الاضلاع: طول یکی از ضلع‌هاشان برابر باشد.

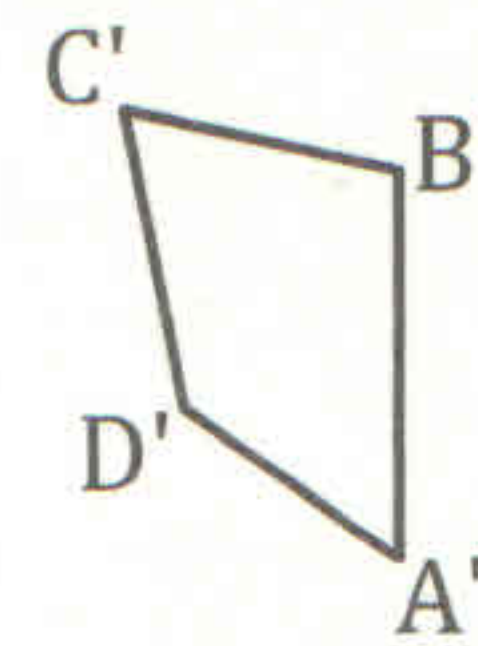
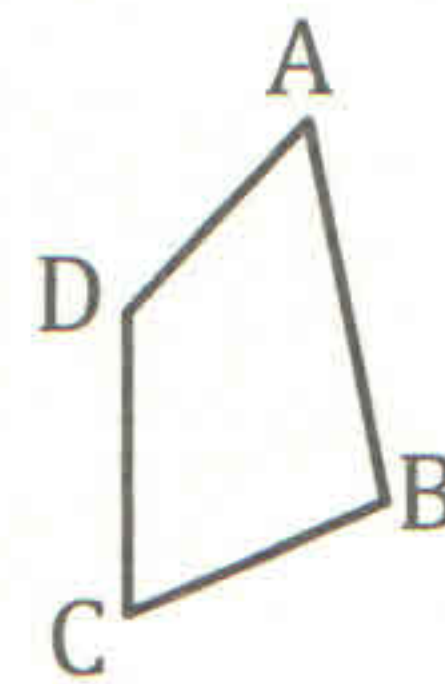
سؤال ۱

در چه صورت می‌توان گفت دو شکل همنهشت می‌باشند؟

اگر بتوانیم شکلی را با یک یا چند تبدیل هندسی (تغییر، دوران و انتقال) طوری بر شکلی دیگر منطبق کنیم که کاملاً یکدیگر را بپوشانند، می‌گوییم این دو شکل با یکدیگر هم نهشت هستند.

سؤال ۲

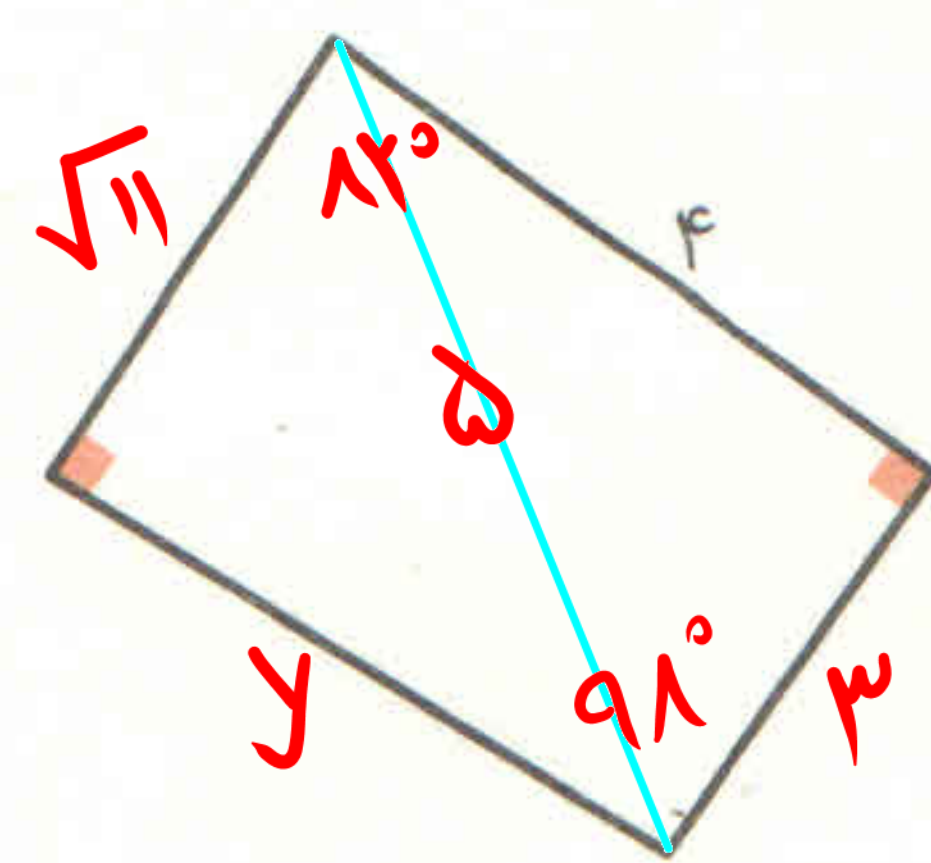
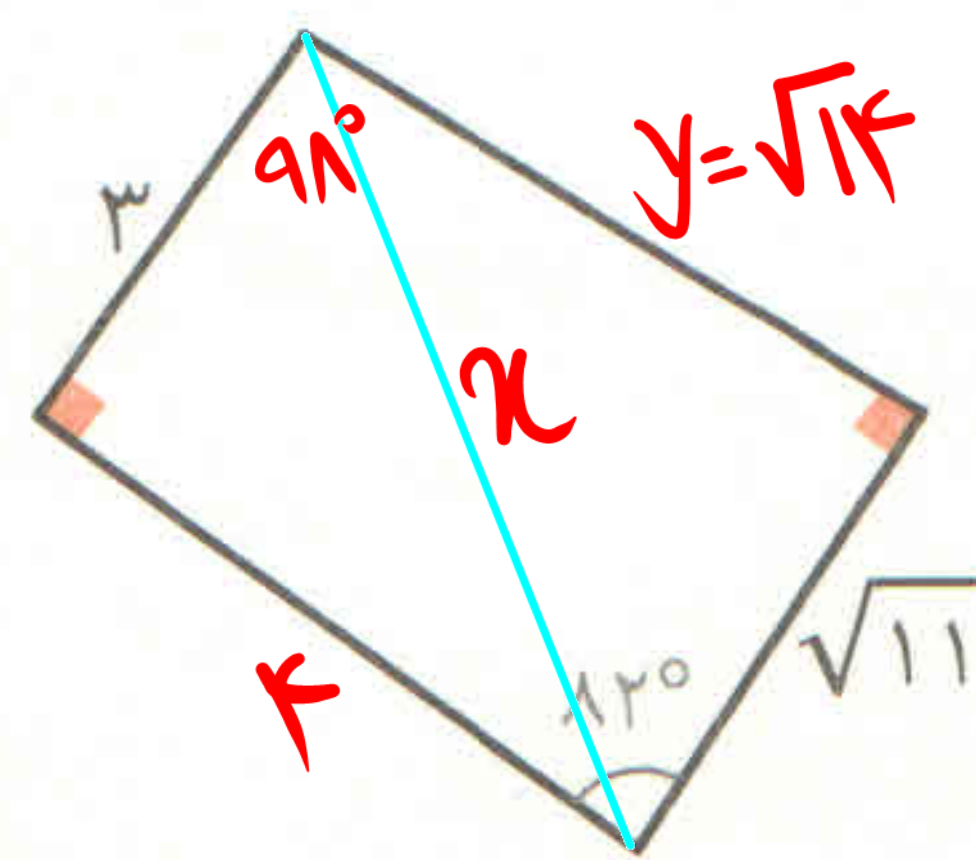
دو شکل زیر با یکدیگر همنهشت می‌باشند. با چه تبدیل یا تبدیلاتی می‌توان دو شکل را بر هم منطبق نمود؟



با سه تبدیل متوالی تغییر، دوران و انتقال می‌توان ABCD را بر A'B'C'D' منطبق کنیم.

سؤال ۳

دو شکل زیر با یکدیگر همنهشت می‌باشند. اندازه تمامی اجزاء متناظر دو شکل را بنویسید.



$$x^2 = 3^2 + 4^2$$

$$x^2 = 9 + 16$$

$$x^2 = 25$$

$$x = \sqrt{25}$$

$$x = 5$$

$$y^2 + \sqrt{11}^2 = 5^2$$

$$y^2 + 11 = 25$$

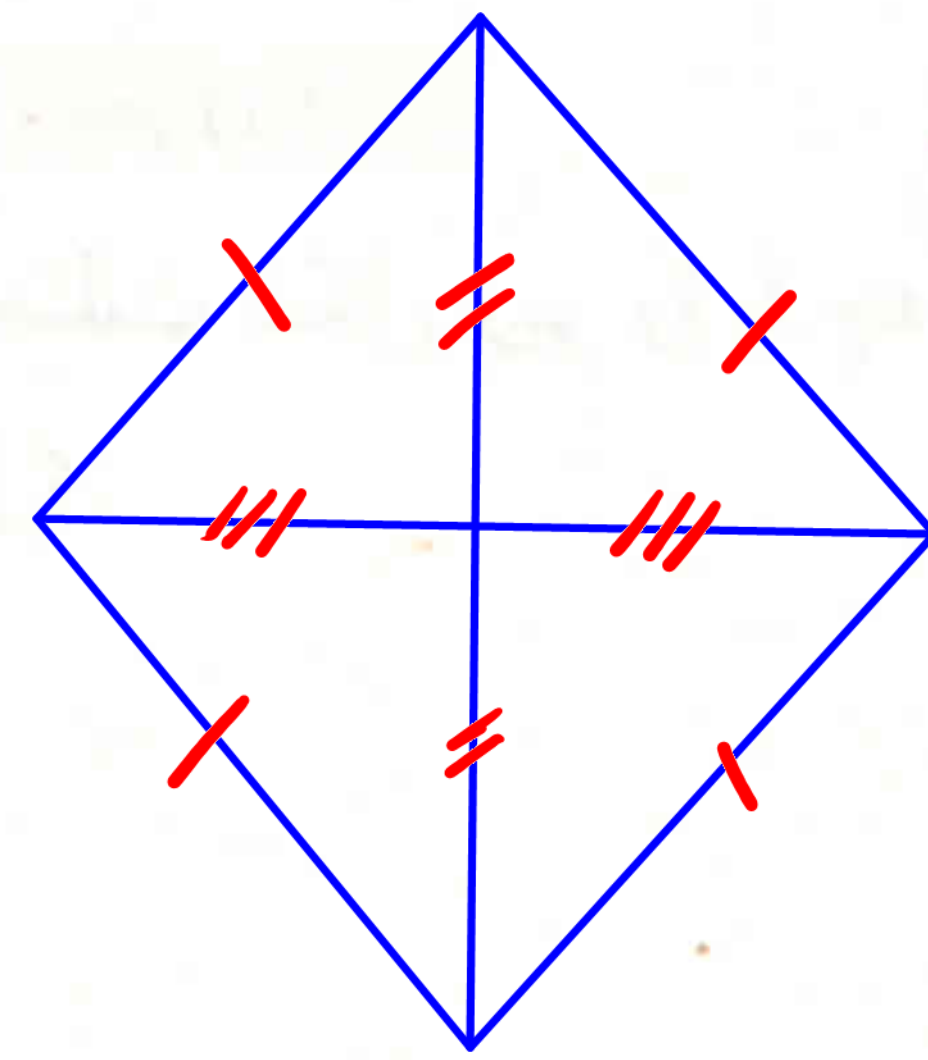
$$y^2 = 25 - 11$$

$$y^2 = 14$$

$$y = \sqrt{14}$$

سؤال ۷

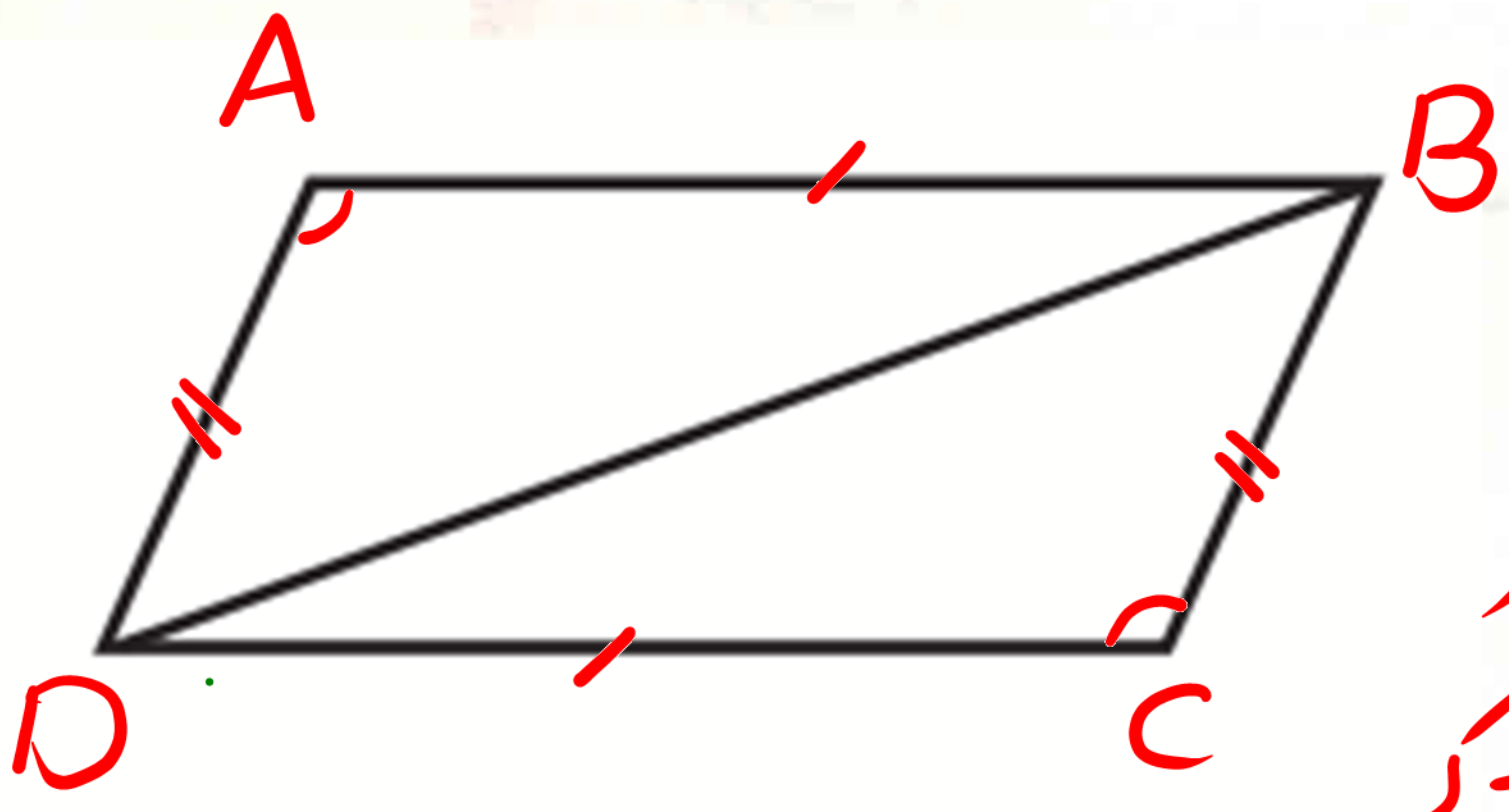
یک لوزی و قطرهای آن را رسم کنید. دلیل همنهشتی چهار مثلث ایجاد شده را بنویسید.



در لوزی هر چهار ضلع با هم برابرند
از طرفی می‌دانیم قطرهای لوزی یکدیگر را نصف
می‌کنند. بنابراین هم‌چنان که در شکل
می‌بینید چهار مثلث ایجاد شده
به حالت (ض ض ض) همنهشت هستند.

سؤال ۹

یک متوازی‌الاضلاع و یکی از قطرهای آن را رسم کنید. دلیل همنهشتی دو مثلث ایجاد شده را بنویسید.



در متوازی‌الاضلاع، ضلع‌های روبرو موازی و
مساوی هستند. قطر BD هم ضلع مشترک

دو مثلث می‌باشد پس می‌توان گفت دو مثلث ایجاد شده به حالت (ض ض ض) همنهشت هستند.

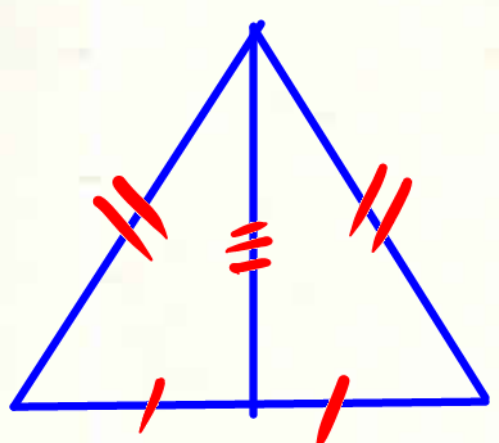
چون در متوازی‌الاضلاع زاویه‌های روبرو با هم مساوی هستند

پس می‌توان گفت دو مثلث ایجاد شده به حالت (ض ض ض) نیز می‌توانند همنهشت باشند.

اگر از قضیه خطوط موازی و مورب نیز استفاده کنیم می‌توانیم ثابت کنیم
دو مثلث به حالت (ز ض ز) همنهشت هستند.

سؤال ۱۰

حالت‌های همنهشتی دو مثلث را بنویسید و برای هر کدام یک مثال بزنید.



سه حالت همنهشتی دو مثلث

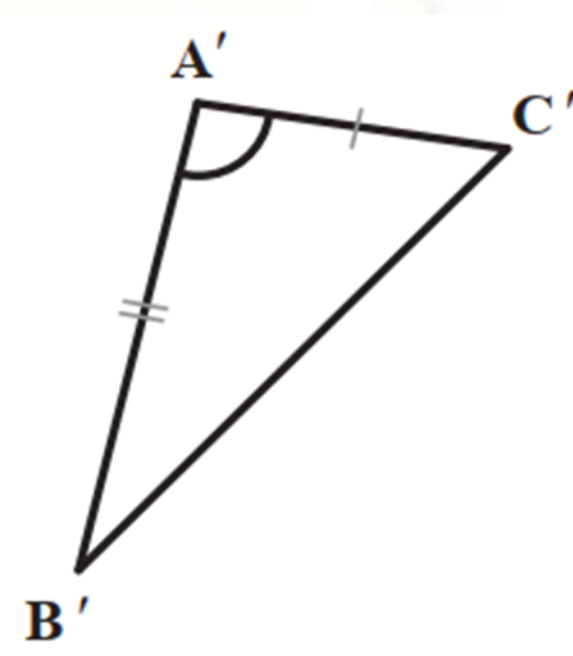
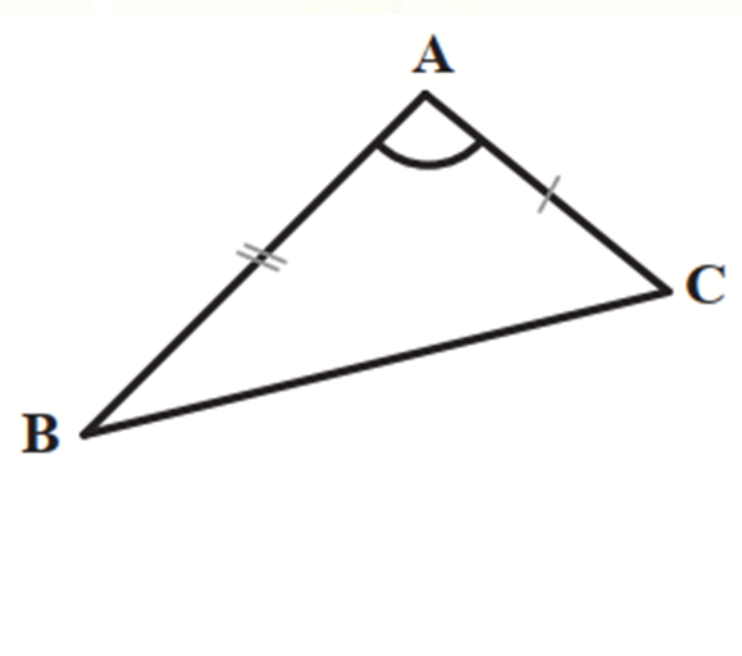
• برابری سه ضلع

یا به اختصار: (ض ض ض)

اگر در یک مثلث مساوی‌الاضلاع میانه‌ای از ضلع‌ها را رسم کنیم
دو مثلث ایجاد شده به حالت (ض ض ض) همنهشت هستند.

• برابری دو ضلع و زاویه بین

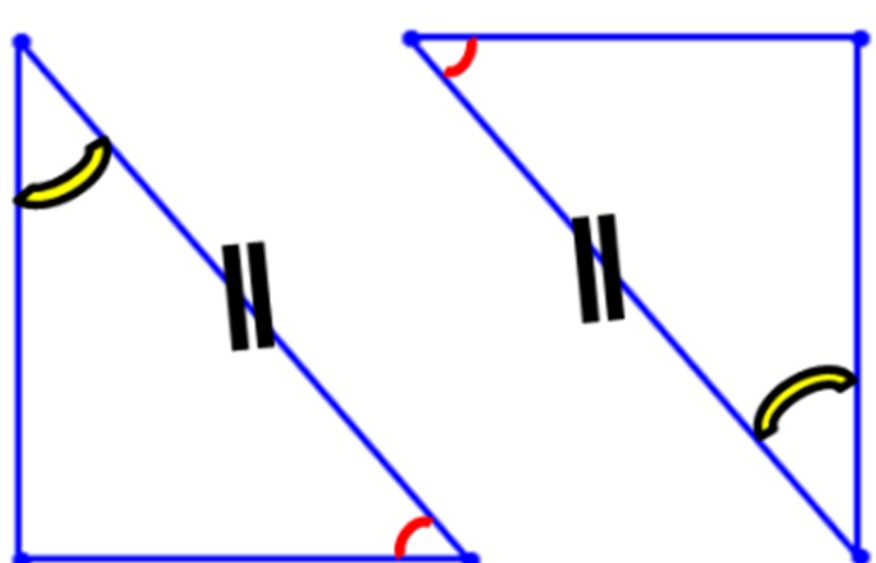
یا به اختصار: (ض ض ز)



$$\left. \begin{array}{l} AB = A'B' \\ AC = A'C' \\ \hat{A} = \hat{A}' \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C'$$

• برابری دو زاویه و ضلع بین

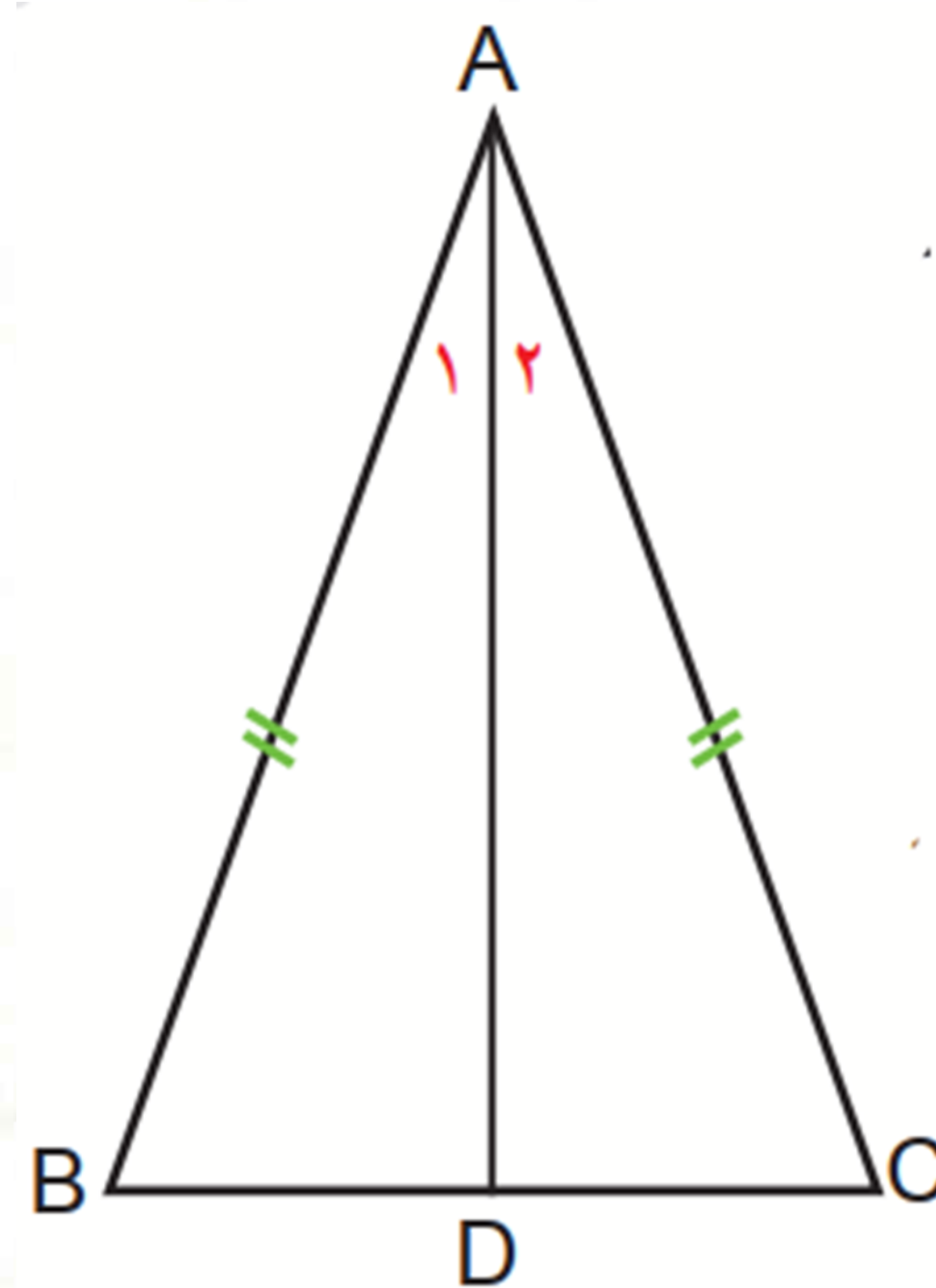
یا به اختصار: (ز ض ز)



(ز ض ز)

سؤال ۸

یک مثلث متساوی‌الساقین و نیمساز زاویه رأس آن را رسم کرده و دلیل همنهشتی دو مثلث ایجاد شده را بنویسید.



ساق‌های دو مثلث با هم برابر
زاویه‌های \hat{A}_1 و \hat{A}_2 با هم برابر
نیمساز AD ضلع مشترک دو مثلث

بنابراین دو مثلث به حالت (ض ض ض)
همنهشت هستند.

اثبات به زبان ریاضی

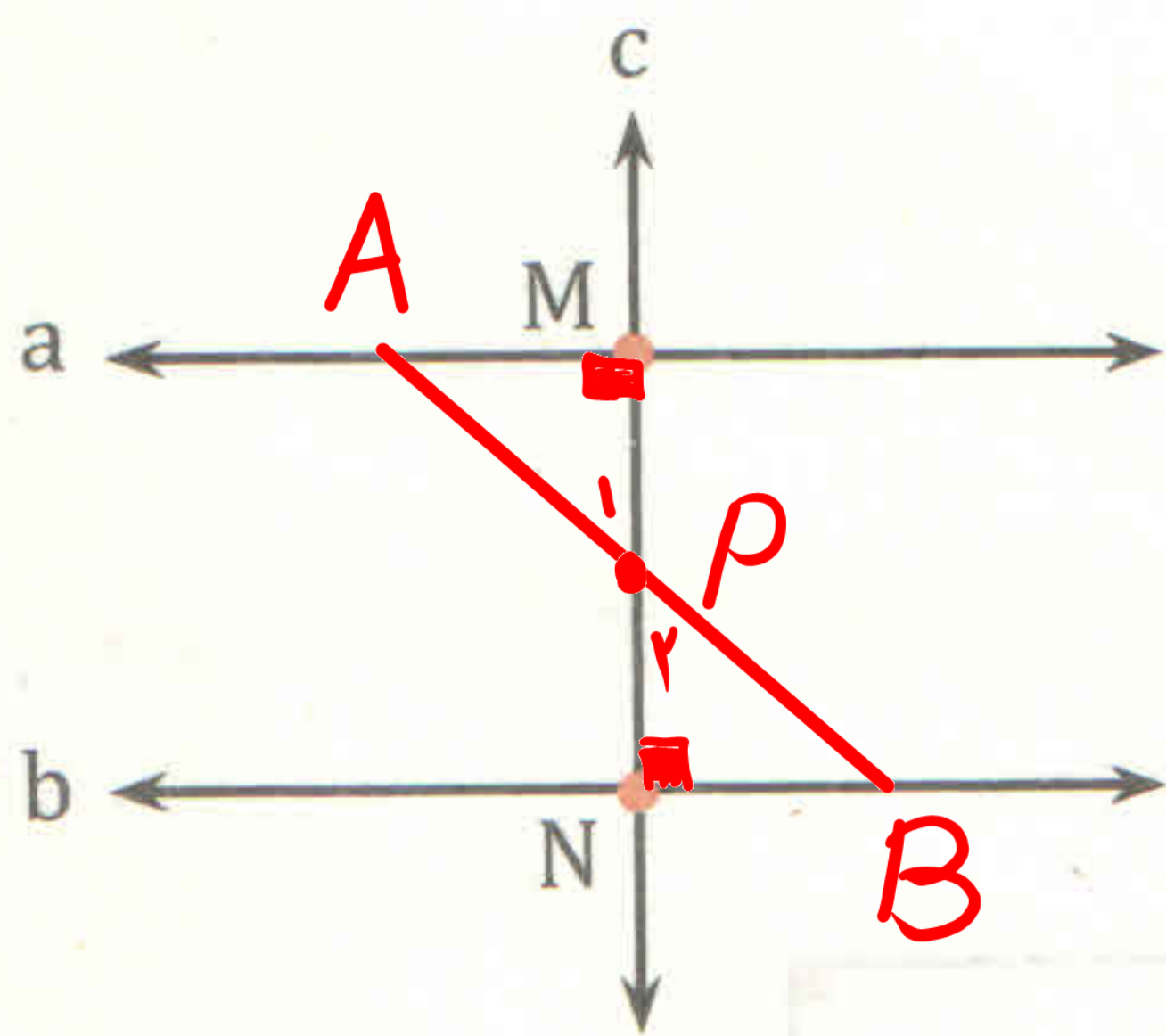
$$\left\{ \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AC} \quad \text{ساق‌های مثلث مساوی} \\ \hat{A}_1 = \hat{A}_2 \quad \text{نیمساز AD زاویه رأس} \\ \overline{AD} = \overline{AD} \quad \text{ضلع مشترک} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle ABD \cong \triangle ACD$$

به حالت (ض ض ض)

موفق و سر بلند باشید علی مصطفی

سؤال ۳

در شکل زیر خط C بر خطوط a, b عمود می‌باشد. از نقطه P وسط MN یک خط مورب رسم کنید. دلیل همنهشتی دو مثلث ایجاد شده را بنویسید.



طبق فرض مسئله $\hat{M} = \hat{N} = 90^\circ$
 نقطه P وسط MN است $\Rightarrow MP = NP$
 (زاویه مقابل بر رأس هستند) $\hat{P}_1 = \hat{P}_2$
 $\Rightarrow \triangle AMP \cong \triangle BNP$ (رض ن)

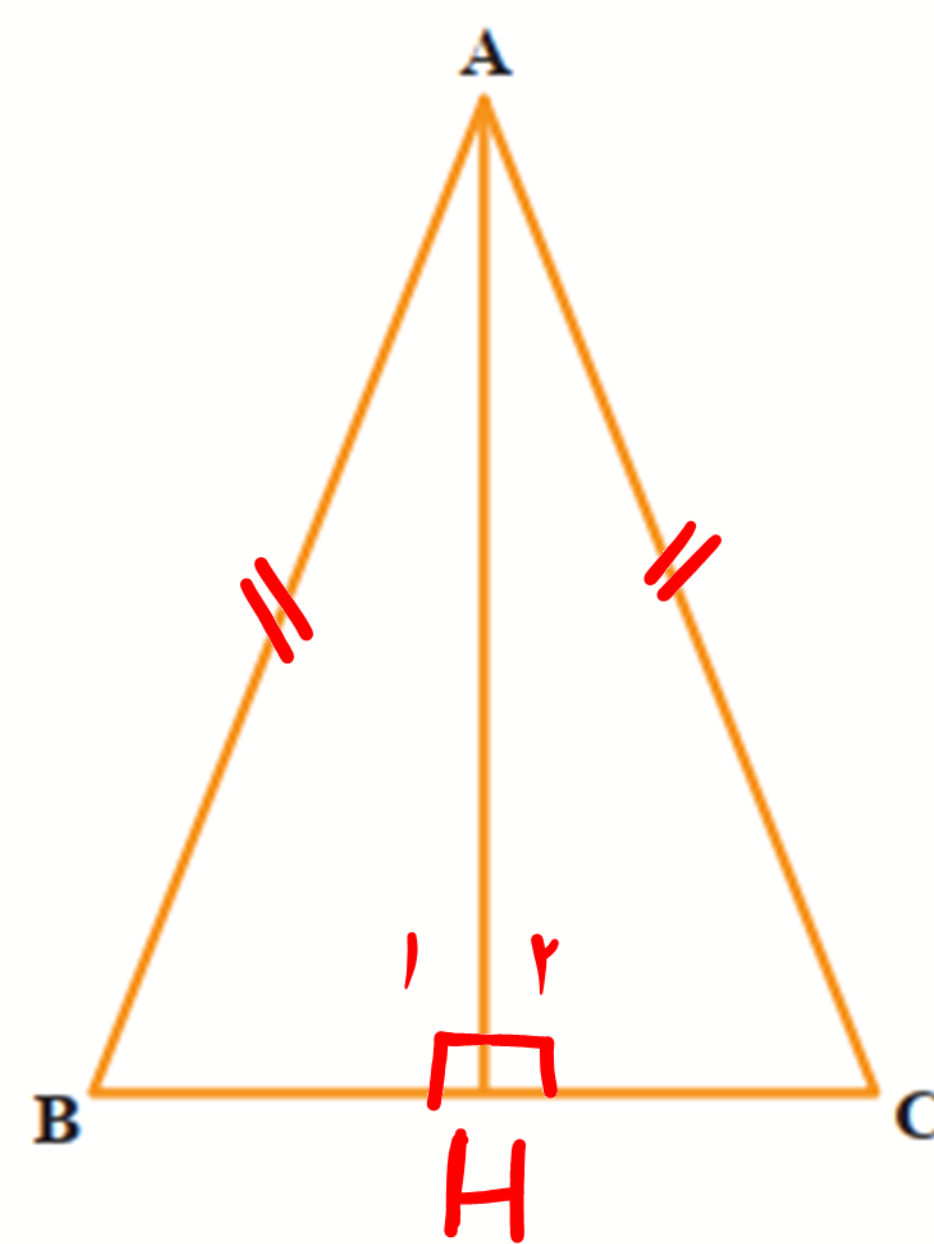
سؤال ۱

توضیح دهید چگونه با برابر بودن وتر و یک ضلع از دو مثلث قائم‌الزاویه می‌توان نتیجه گرفت دو مثلث همنهشت می‌باشند.

با توجه به رابطه فیثاغورس و مشخص بودن اندازه وتر و یک ضلع قائم، می‌توانیم اندازه ضلع سوم را پیدا کنیم. این اندازه در هر دو مثلث قائم الزامی برابر خواهد بود. بنابراین دو مثلث به حالت (ض ض ض) همنهشت می‌شوند.

سؤال ۲

در مثلث متساوی‌الساقین ABC ارتفاع وارد بر قاعده آن را رسم کنید. دلیل همنهشتی دو مثلث ایجاد شده را بنویسید.



در مثلث متساوی‌الساقین ABC ارتفاع AH را رسم کردیم. می‌دانیم ارتفاع بر ضلع مقابل عمود است پس دو مثلث ایجاد شده قائم‌الزاویه هستند.

در مثلث قائم‌الزاویه AHB و AHC به حالت (وض) همنهشت هستند.

$\left\{ \begin{array}{l} \overline{AB} = \overline{AC} \text{ (ساق‌های برابر مثلث)} \\ AH = AH \text{ (ضلع مشترک)} \end{array} \right. \Rightarrow \triangle AHC \cong \triangle AHB$ (ض و ض)

سؤال ۴

جمله‌های زیر را در هر قسمت کامل کنید.

الف) هر نقطه روی عمود منصف ... پاره‌خط از ... (دو سر پاره‌خط) به یک فاصله است.

ب) هر نقطه روی نیم‌ساز ... زاویه از دو ضلع زاویه ... به یک فاصله است.

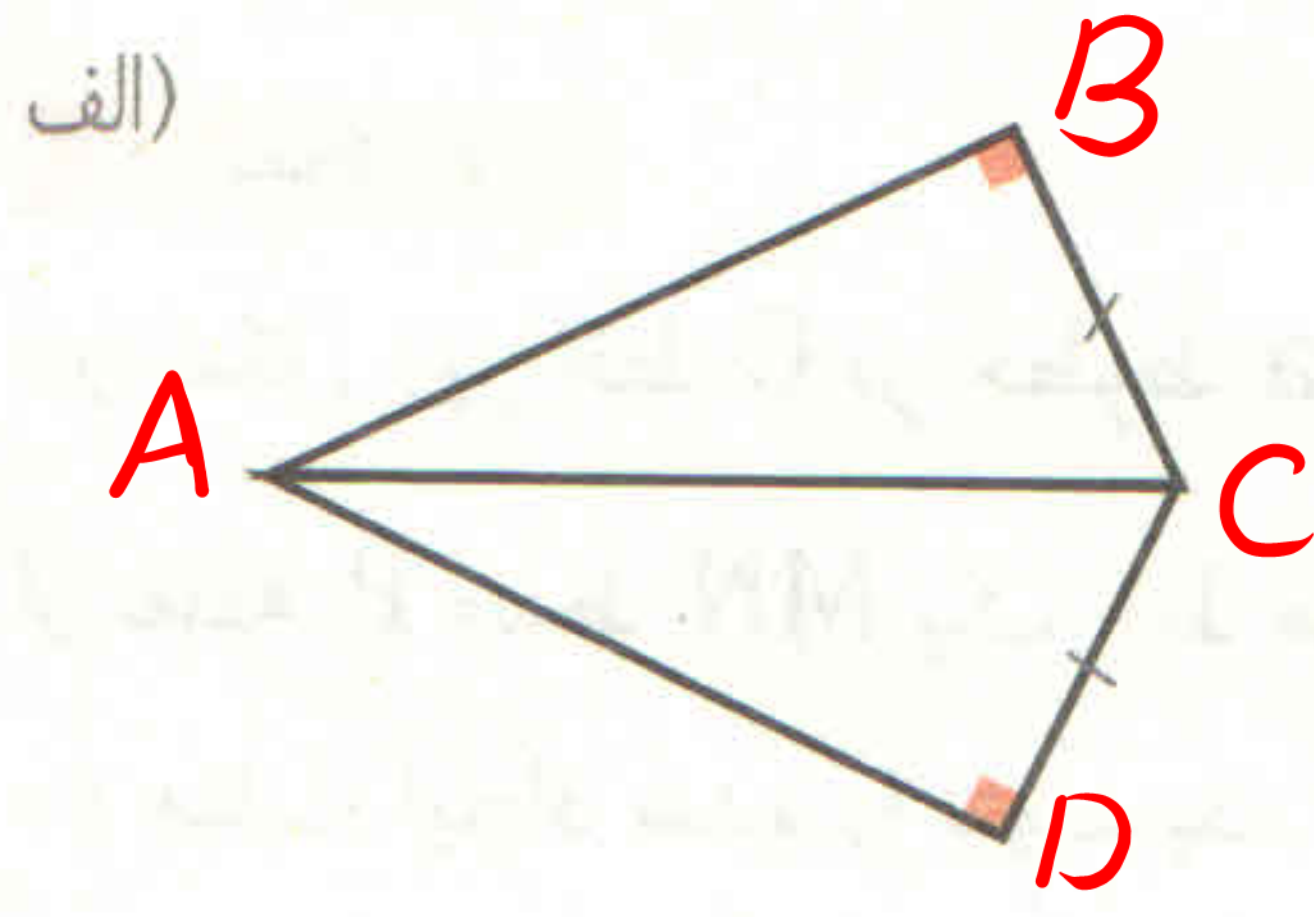
پ) محل برخورد نیم‌سازها ... در هر مثلث، از سه ضلع مثلث به یک فاصله است.

ت) محل برخورد عمود منصف‌های ... در هر مثلث از سه رأس مثلث به یک فاصله است.

کانال ریاضی متوسطه اول

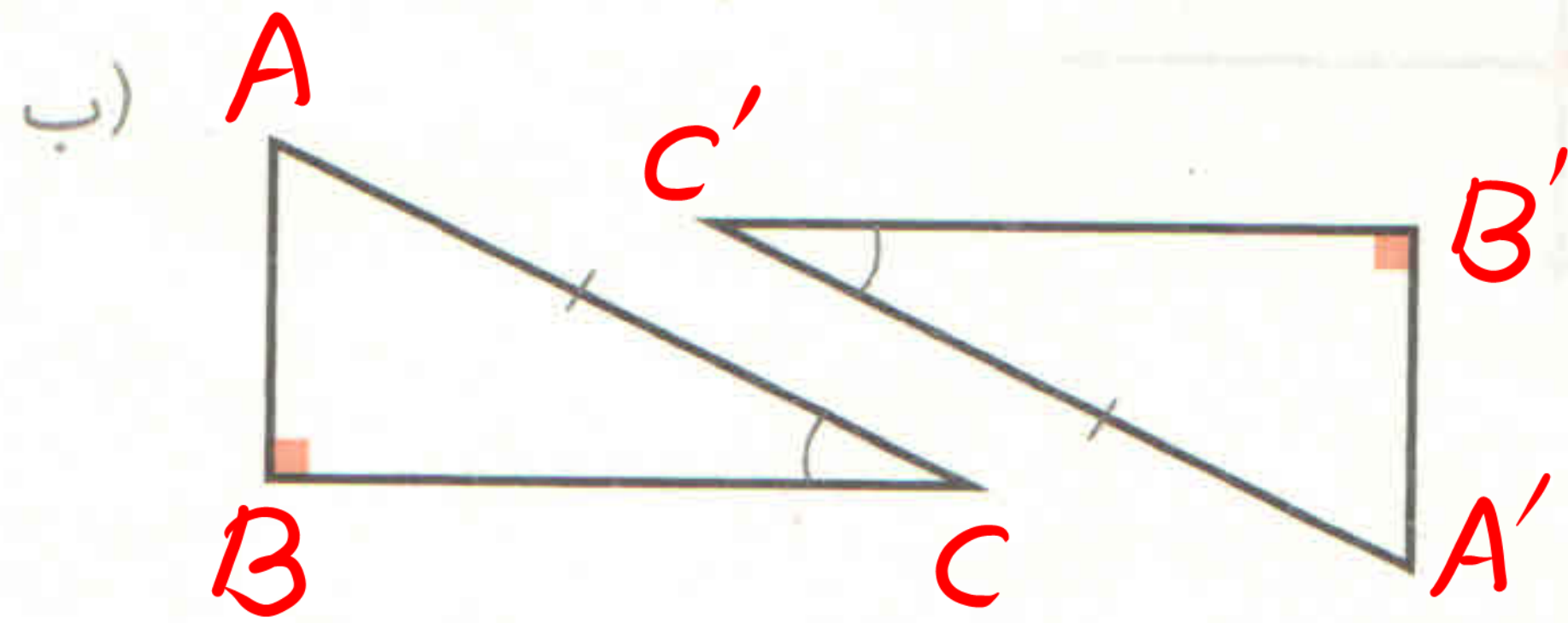
سؤال ۵

در هر یک از قسمت‌های زیر معلوم کنید دو شکل در چه حالتی همنهشت می‌باشند؟



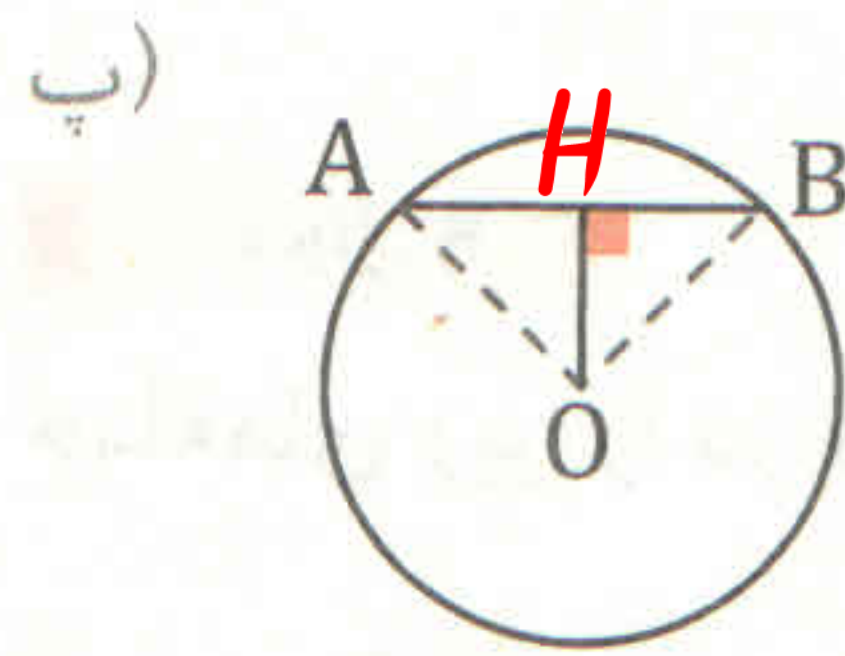
به حالت وتر و یک ضلع قائم‌الزاویه برابر همنهشت هستند.

$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{D} = 90^\circ & \text{دو مثلث قائم‌الزاویه اند} \\ AC = AC & \text{وتر مشترک} \\ BC = DC \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle ADC \quad (\text{وض})$$



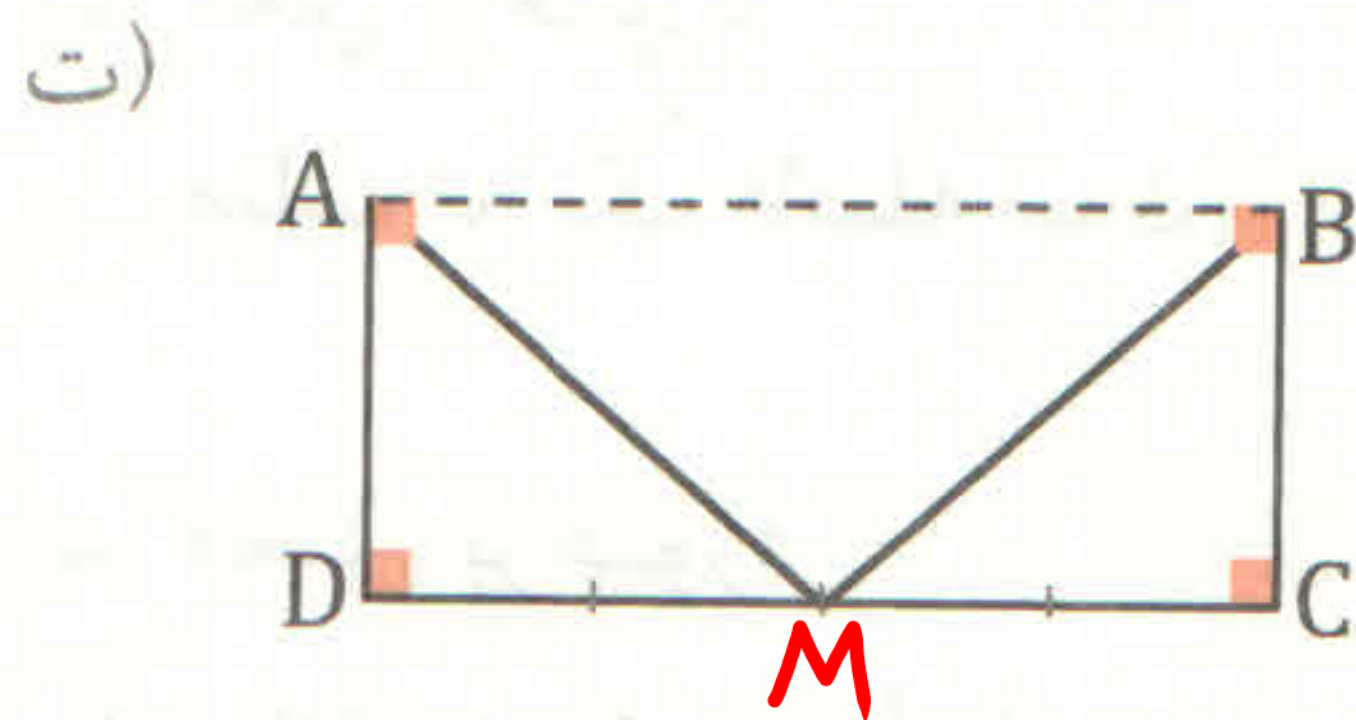
به حالت وتر و یک زاویه تند برابر، یا یکدیگر همنهشت اند.

$$\begin{cases} \hat{B} = \hat{B}' = 90^\circ & \text{دو مثلث قائم‌الزاویه اند} \\ AC = A'C' & \text{طبق فرض مسئله} \\ \hat{C} = \hat{C}' & \text{طبق فرض} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABC \cong \triangle A'B'C' \quad (\text{و.ز})$$



به حالت وتر و یک ضلع قائم‌الزاویه برابر یا یکدیگر همنهشت هستند.

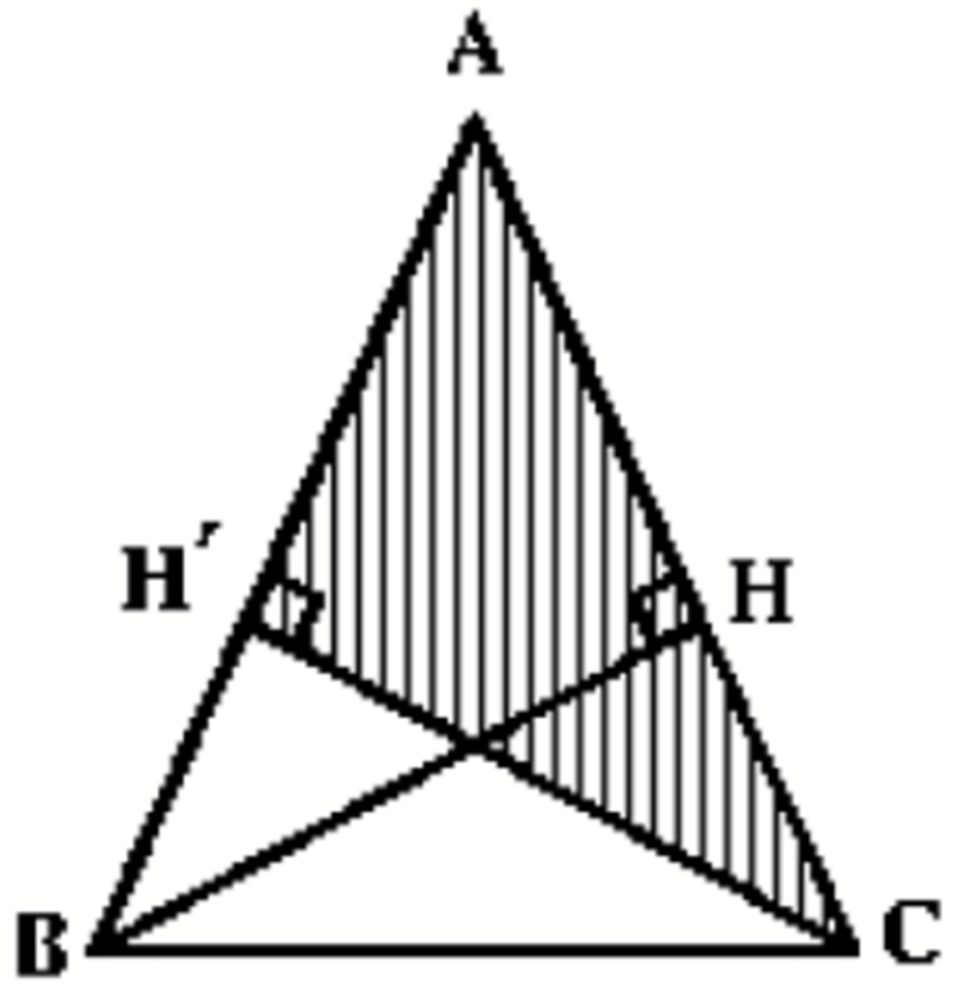
$$\begin{cases} OA = OB & \text{وترها شعاع‌های دایره و برابرند} \\ OH = OH & \text{ضلع قائم‌الزاویه مشترک} \end{cases} \Rightarrow \triangle OHA \cong \triangle OHB \quad (\text{وض})$$



$$\begin{cases} AD = BC & \text{عضوهای مستطیل} \\ \hat{D} = \hat{C} = 90^\circ & \text{با هم برابرند} \\ DM = CM & \text{طبق فرض مسئله} \end{cases} \Rightarrow \triangle ADM \cong \triangle BCM \quad (\text{ض.ض.ض})$$

سؤال ۶

یک مثلث متساوی‌الساقین رسم کنید و از دو رأس مجاور ارتفاع‌های وارد بر ساق را رسم کنید. به چه دلیل این دو ارتفاع با هم مساوی هستند؟



دو مثلث متساوی‌الساقین ABC (ارتفاع‌های BH و CH' را بر دو ساق مثلث رسم کرده‌ایم)

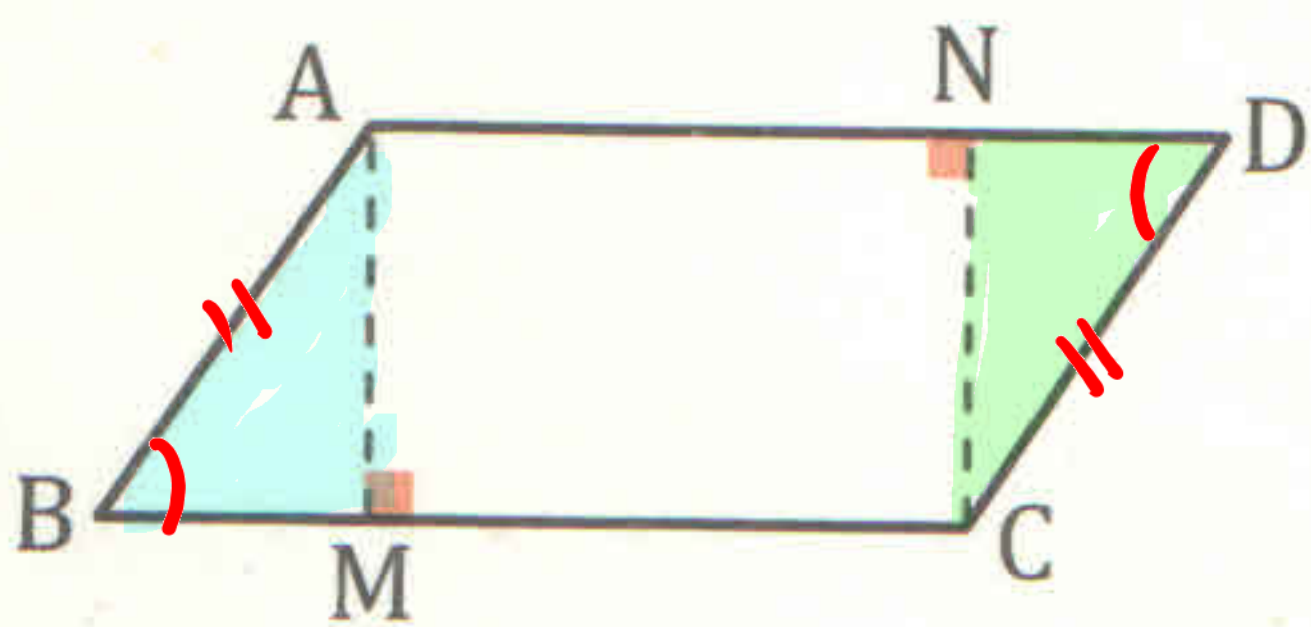
$$\begin{cases} AB = AC \\ \hat{A} = \hat{A} & \text{زاویه مشترک} \end{cases} \Rightarrow \triangle AHB \cong \triangle AHC' \quad (\text{و.ز})$$

از تساوی اجزای مناظر نتیجه می‌گیریم $CH' = BH$

سؤال ۷

چهارضلعی ABCD متوازی‌الاضلاع است. از A و C به دو ضلع عمود رسم کرده‌ایم.

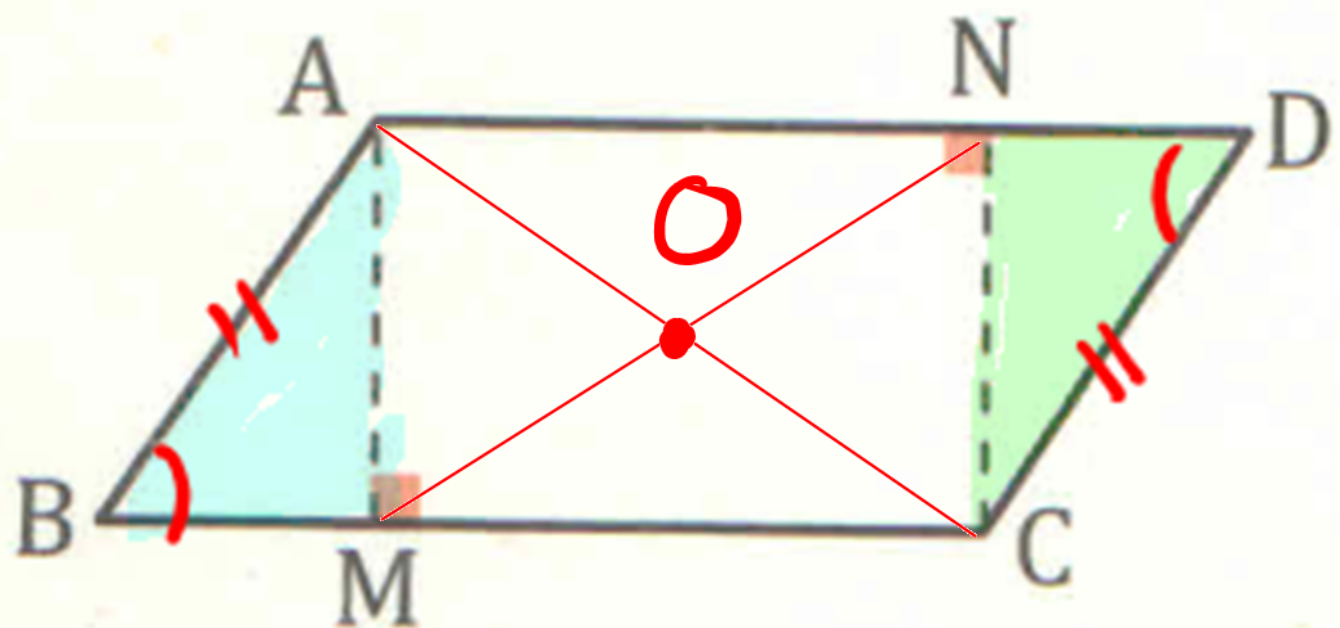
الف) دلیل همنهشتی دو مثلث ABM و CND را بنویسید.



$$\begin{cases} \hat{M} = \hat{N} = 90^\circ \\ AB = CD & \text{در متوازی‌الاضلاع ضلع‌های روبرو مساوی‌اند} \\ \hat{B} = \hat{D} & \text{و زاویه‌های روبرو برابرند} \end{cases} \Rightarrow \triangle ABM \cong \triangle CND \quad (\text{و.ز})$$

می‌توان به حالت (وض) نیز همنهشتی دو مثلث را اثبات کرد زیرا می‌توان گفت $AM = CN$ زیرا فاصله دو خط موازی با هم برابرند

ب) با چه تبدیل یا تبدیل‌های هندسی می‌توان دو مثلث ABM و CND را بر هم منطبق کرد؟



با دوران 180° حول نقطه O

صاف و سر بلند با سید علی مصطفی