



فصل ۲ آمار

تهیه کننده: آرزو جاجر هاشم

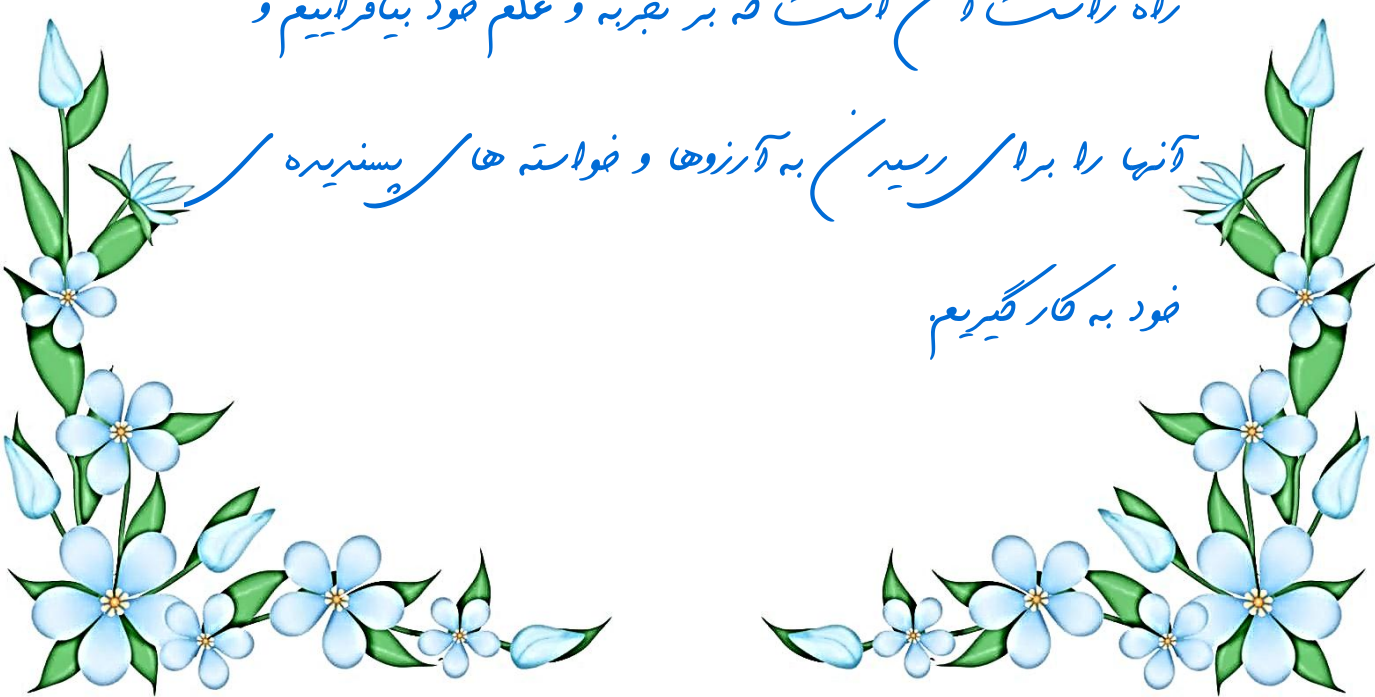
دبیر ریاضی: ناصیه ۲ اهلواز

اسفند ۱۳۹۸

راه راست آنگ است که بر تجربه و علم خود بیافزاییم و

آنها را برای رسیدن به آرزوها و خواسته‌ها بسنیریم

خود به کار گیریم



بسیاری از مواقع کمیت هایی وجود دارند که می توانند معرف پارامتر جامعه باشند. کمیت های مانند میانگین ، مد ، میانه ، انحراف معیار ، واریانس ، چارک ها و ... را که در سال قبل با آن آشنا شدید اگر در یک جامعه بررسی کنیم به آنها پارامتر جامعه می گوئیم و اگر در نمونه ای از جامعه بررسی کنیم به آنها آماره نمونه می گوئیم.

مانند: میانگین قد تمام دانش آموزان دبیرستان آیین روشن یک پارامتر جامعه است، و میانگین قد ۵۰ نفر از دانش آموزان دبیرستان آیین روشن یک پارامتر نمونه است.

شاخص یک معیار آماری است که تغییرات نسبی در جامعه آماری را نشان می دهد.

شاخص ها نه تنها مانند جداول فراوانی و نمودارها، متغیرهای داده را خلاصه می کنند؛ بلکه واقعیت های مفیدی را از جامعه به سادگی به ما نشان می دهند و امکان مقایسه را فراهم می کنند. مثلاً خط فقر شاخصی است که درآمد افرادی را که حداقل درآمد زندگی را ندارند، مشخص می کند. این شاخص به ما کمک می کند در طی زمان امکان بررسی تأثیر سیاست های دولت برای فقرزدایی را رصد کنیم.

خط فقر

تمرین ۱: درآمد ده نفر از کارکنان یک مؤسسه تجاری را که به شکل تصادفی انتخاب کرده ایم در جدول زیر آورده ایم:

ردیف	درآمد ماهیانه (تومان)	تعداد اعضای خانوار	متوسط درآمد ماهیانه هر عضو	متوسط درآمد روزانه هر عضو
۱	۱۲۰۰۰۰۰	۳		
۲	۳۰۰۰۰۰۰	۴		
۳	۱۰۰۰۰۰۰	۱		
۴	۴۰۰۰۰۰۰	۵		
۵	۳۰۰۰۰۰۰	۱		
۶	۳۵۰۰۰۰۰	۷		
۷	۲۱۰۰۰۰۰	۳		

ردیف	درآمد ماهیانه (تومان)	تعداد اعضای خانوار	متوسط درآمد ماهیانه هر عضو	متوسط درآمد روزانه هر عضو
۸	۱۰۰۰۰۰۰	۴		
۹	۲۰۰۰۰۰۰	۲		
۱۰	۱۰۰۰۰۰۰	۱		

الف) جدول بالا را کامل کنید.

ب) میانگین و میانه درآمد ماهیانه خانواده چقدر است؟

۱۰۰۰۰۰۰ ۱۰۰۰۰۰۰ ۱۰۰۰۰۰۰ ۱۲۰۰۰۰۰ ۲۰۰۰۰۰۰ ۲۱۰۰۰۰۰ ۳۰۰۰۰۰۰ ۳۰۰۰۰۰۰ ۳۵۰۰۰۰۰ ۴۰۰۰۰۰۰

$$m = \frac{۲۰۰۰۰۰۰ + ۲۱۰۰۰۰۰}{۲} = ۲۰۵۰۰۰۰$$

$$\bar{x} = \frac{۳ \times ۱۰۰۰۰۰۰ + ۱۲۰۰۰۰۰ + ۲۰۰۰۰۰۰ + ۲۱۰۰۰۰۰ + ۲ \times ۳۰۰۰۰۰۰ + ۳۵۰۰۰۰۰ + ۴۰۰۰۰۰۰}{۱۰}$$

$$= \frac{۲۱۸۰۰۰۰۰}{۱۰} = ۲۱۸۰۰۰۰$$

ب) میانگین و میانه درآمد هر یک از افراد چقدر است؟

.....

خط فقر حداقل درآمدی است که برای زندگی یک نفر در یک ماه مورد نیاز است.

نحوه محاسبه خط فقر: خط فقر برابر است با نصف میانگین یا نصف میانه درآمد ماهیانه افراد جامعه.

$$\text{خط فقر از طریق میانگین} = \frac{\quad}{۲} \quad \text{خط فقر از طریق میانه} = \frac{\quad}{۲}$$

تمرین ۲: در تمرین یک خط فقر را به دو روش ذکر شده محاسبه کنید. هیئت مدیره مؤسسه تجاری تصمیم دارد مقدار یارانه را براساس نصف میانه محاسبه کند. به کدام یک از کارکنان چه میزان یارانه بدهند که خانواده او حداقل درآمدی بیش از خط فقر داشته باشد؟

خط فقر بین المللی توسط بانک جهانی ۱/۲۵ دلار آمریکا برای هر نفر در روز تعیین شده است. که با نرخ دلار سال چاپ کتاب این خط فقط حدود ۴۰۰۰ تومان می شود.

تمرین ۳: در تمرین یک چند خانوار درآمدی کمتر از چهار هزار تومان دارند.

تمرین ۴: اگر درآمد یک خانواده ۳ نفری در یک ماه ۲ میلیون تومان باشد، طبق این تعریف این خانواده چه وضعیتی دارد؟

تمرین ۵: متوسط درآمد ماهیانه یک خانواده سه نفره در ماه حداقل چقدر باشد تا (طبق خط فقر بین المللی) شخص فقیر نباشد؟

تمرین ۶: چه موقع دو روش محاسبه خط فقر تفاوت زیادی با هم دارند؟ چرا؟

شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی، متوسط مبلغ پرداخت شده از سوی مصرف کنندگان برای مجموعه ای از تعداد زیادی کالا و خدمت در طول یک سال است. این شاخص تحولات قیمت را بر مبنای یک سال پایه نشان می دهد.

نحوه محاسبه شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی:

گام اول: انتخاب سال پایه

سال پایه هر چند سال یکبار توسط بانک مرکزی با توجه به ساختار جامعه تعیین می گردد. زیرا با گذر زمان و پیشرفت تکنولوژی و ظهور کالاهای جدید، سبد مصرفی خانوار تغییر می یابد. به فرض مثال چند سال پیش از نوار کاست استفاده می شد اما اکنون CD ها و DVD ها و ... جانشین آن شده اند.

گام دوم: انتخاب سبد مصرفی خانوارها در سال پایه

سبد مصرفی خانوارها، مجموعه ای از کالاها و خدمات مصرفی مانند (خوراکی ها، آشامیدنی ها، حمل و نقل، اینترنت و ...) است. این کالاها و خدمات در سبد مصرفی خانوار وزن های متفاوت دارند انتخاب سبد مصرفی و اندازه گیری وزن کالاها و خدمات توسط بانک مرکزی در سال پایه صورت می گیرد.

گام سوم: محاسبه هزینه خانوار در سال پایه و سال مورد نظر بر اساس سبد مصرفی انتخابی در سال پایه

در یک جامعه فرضی سبد مصرفی شامل دو کالای A و B باشد. هزینه خانوار در سال پایه و مورد نظر به صورت زیر محاسبه می گردد:

قیمت دو کالا در سال پایه: P_A و P_B قیمت دو کالا در سال مورد نظر: P'_A و P'_B

مقدار مصرف این دو کالا در سال پایه: q_A و q_B

$$\text{هزینه خانوار در سال پایه} = P_A \times q_A + P_B \times q_B \quad \text{هزینه خانوار در سال مورد نظر} = P'_A \times q_A + P'_B \times q_B$$

گام چهارم: محاسبه شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی

شاخص بهای کالا و خدمات مصرفی از تقسیم هزینه خانوار در سال مورد نظر بر هزینه خانوار در سال پایه، ضرب در ۱۰۰ بدست می آید:

$$\text{شاخص بهای دو کالا} = \frac{P'_A \times q_A + P'_B \times q_B}{P_A \times q_A + P_B \times q_B} \times 100$$

$$\text{شاخص بهای یک کالا} = \frac{\text{مقدار کالا در سال پایه} \times \text{قیمت کالا در سال مورد نظر}}{\text{پایه سال در کالا مقدار} \times \text{قیمت کالا در سال پایه}} \times 100$$

تمرین ۷: اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای نان و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ ریال و در سال مورد نظر ۱۵۰۰ و ۷۰۰۰۰ ریال برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی نان و گوشت در سال پایه به ترتیب ۲۰۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای نان و گوشت را محاسبه کنید.

حل: هزینه خانوار در سال مورد نظر = $۱۵۰۰ \times ۲۰۰ + ۷۰۰۰۰ \times ۸۰ = ۳۰۰۰۰۰ + ۵۶۰۰۰۰۰ = ۵۹۰۰۰۰۰$

هزینه خانوار در سال پایه = $۱۰۰۰ \times ۲۰۰ + ۵۰۰۰۰ \times ۸۰ = ۲۰۰۰۰۰ + ۴۰۰۰۰۰۰ = ۴۲۰۰۰۰۰$

$$\text{شاخص بهای نان و گوشت} = \frac{۵۹۰۰۰۰۰}{۴۲۰۰۰۰۰} \times ۱۰۰ \approx ۱۴۰/۵$$



تمرین ۸: قیمت و مقدار برخی کالاهای تولید و مصرف شده یک پروژه ساختمان سازی برای دو سال به صورت مقابل است، شاخص بهای این کالاها را محاسبه کنید.

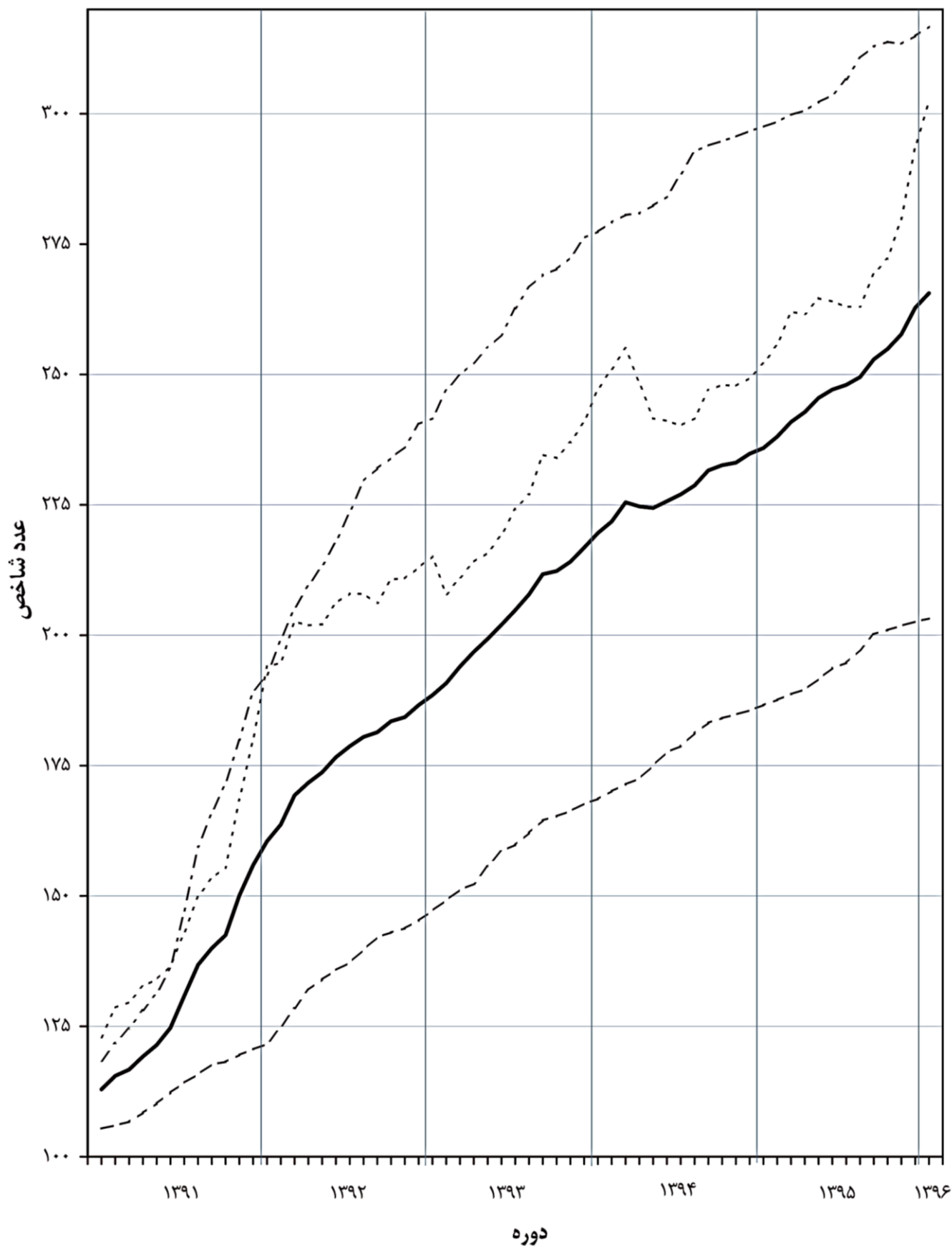
ردیف	نوع کالا	سال پایه ۱۳۹۵ مقدار مصرف (تن)	سال ۱۳۹۵ قیمت (تومان)	سال ۱۳۹۷ قیمت (تومان)
۱	سیمان	۲۰	۱۰۰۰۰۰	۱۱۲۰۰۰
۲	گچ	۱۰	۷۲۰۰۰	۹۵۰۰۰
۳	آجر	۴۰	۵۵۰۰۰	۶۸۰۰۰



تمرین ۹: قیمت و مقدار برخی کالاهای تولید و مصرف شده کشاورزی برای دو سال به صورت مقابل است، شاخص بهای این کالاها را محاسبه کنید.

ردیف	نوع کالا	سال پایه ۱۳۸۰		سال ۱۳۸۸	
		قیمت (تومان)	مقدار مصرف (میلیون تن)	قیمت (تومان)	مقدار مصرف (میلیون تن)
۱	گندم	۱۰۰۰	۱۰	۱۲۰۰	۲۰
۲	برنج	۲۰۰۰	۵	۲۵۰۰	۱۰
۳	لوبیا	۳۰۰۰	۳	۴۰۰۰	۵
۴	عدس	۲۵۰۰	۲	۳۵۰۰	۵

شاخص کل بهای کالاها و خدمات مصرفی و برخی گروه‌های اصلی در مناطق شهری ایران
(۱۳۹۰=۱۰۰)



شاخص کل
 پوشاک و کفش
 خوراکی‌ها و آشامیدنی‌ها
 مسکن، آب، برق و گاز و سایر سوخت‌ها

تمرین ۱۰: جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

(الف) در نمودار شاخص بهای کالا و خدمات محور طول ها نشان دهنده و محور عرض ها نشان دهنده است.

(ب) شاخص بهای کالا و خدمات به واحد اندازه گیری بستگی

(پ) به نظر می رسد افزایش شاخص بهای کالا و خدمات نشان دهنده شدن هزینه اقلام خوراکی و است.

(ت) شاخص بهای کالا و خدمات بر اساس تعداد متغیر محاسبه می شود.



تمرین ۱۱: اهمیت شاخص بهای کالاها و خدمات چیست؟



تمرین ۱۲: آیا پرداخت یارانه ثابت طی سال های آتی می تواند در همه این مدت در آمد خانوار را بیشتر از خط فقر نگه دارد؟



$$\text{هزینه آن کالا در زمان پایه} \times \text{عدد شاخص آن کالا در زمان مورد نظر} = \frac{\text{هزینه یک کالا در زمان مورد نظر}}{\text{عدد شاخص آن کالا در زمان پایه}}$$

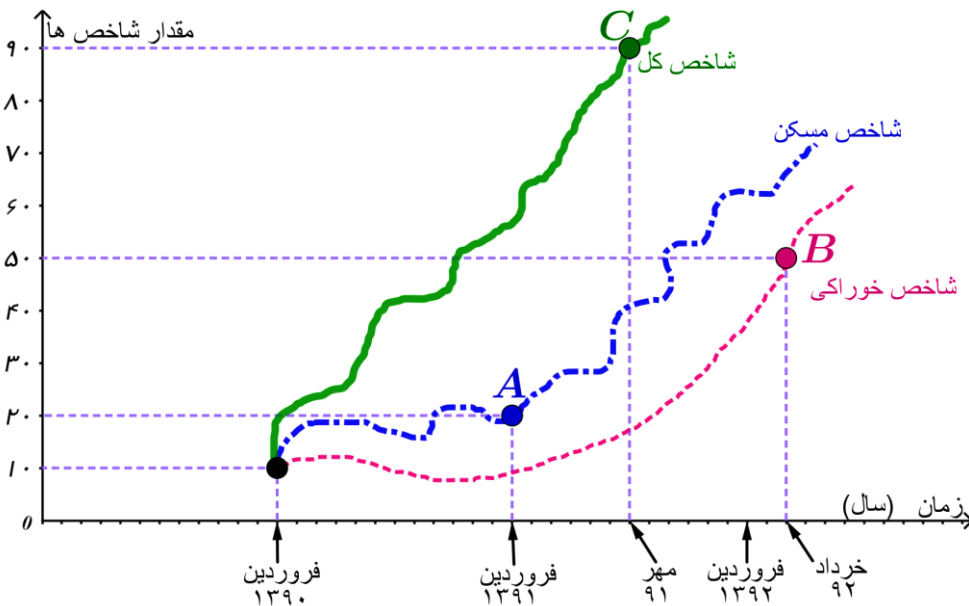


تمرین ۱۳: هزینه های زندگی یک خانواده در سال ۱۳۹۰ در جدول زیر آمده است.

نوع هزینه	پوشاک	مسکن	خوراکی و آشامیدنی	کل
هزینه در سال ۱۳۹۰	۳۰۰	۷۵۰	۲۱۰	۸۵۰

(الف) هزینه پوشاک در آبان ۱۳۹۱

تمرین ۱۴: با توجه به نمودار شاخص بها و کالای روبه رو، هزینه مسکن در فروردین ۹۱ و هم چنین هزینه خوراکی در خرداد ۹۲ چقدر است؟ (هزینه مسکن و هزینه خوراکی در سال پایه به ترتیب برابر ۲۰ و ۸ میلیون تومان می باشد).



تغییر متوسط قیمت کالاها و خدمات در طول زمان را تورم می نامند. $P_1 - P_0 = \text{تورم}$

شاخص بهای کالا و خدمات سال پایه: P_0 شاخص بهای کالا و خدمات سال مورد نظر: P_1

نکته: معمولاً شاخص بهای یک کالا یا خدمت در سال پایه را برابر عدد ۱۰۰ می گیرند.

مثال: محاسبه تورم برای تمرین ۷ $\% ۴۰/۵ = ۱۴۰/۵ - ۱۰۰ = \text{تورم}$

نکته: زمانی شاخص بهای یک کالا یا خدمات در سال پایه ۱۰۰ نباشد: $\frac{P - P_0}{P_0} \times 100 = \text{تورم (درصد)}$

تمرین ۱۵: شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی به صورت فرضی در جدول مقابل داده شده است، نرخ تورم را در سال ۱۳۷۶ تا ۱۳۷۸ محاسبه نمایید. (سال ۱۳۷۵ سال پایه در نظر بگیرید).

سال	شاخص بهای کالاها و خدمات مصرفی	تورم
۱۳۷۵	۱۰۰	
۱۳۷۶	۱۲۰	
۱۳۷۷	۱۵۰	
۱۳۷۸	۲۰۰	

تمرین ۱۶: اگر سبد هزینه خانواری شهرنشین در سال پایه برای دو کالای مشخص در سال پایه به ترتیب ۱۷۵۰ و ۳۸۰۰۰ تومان بوده و هزینه آن دو کالا در سال مورد نظر به ۲۰۰۰ و ۵۴۰۰۰ تومان برسد و با فرض آنکه مقادیر مصرفی این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۳۰۰ و ۸۰ کیلوگرم باشد:

الف) شاخص بهای این دو کالا را مشخص کنید.

ب) مقدار تورم موجود را تعیین کنید.

نرخ بیکاری

نرخ بیکاری: عبارت است از نسبت جمعیت بیکار به جمعیت فعال. $\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{جمعیت بیکار}}{\text{جمعیت فعال}}$

جمعیت فعال: به مجموع جمعیت شاغل و بیکار گفته می شود.

جمعیت بیکار: فرد ۱۶ ساله یا بالاتر از ۱۶ ساله ای که سه شرط زیر را توأمان دارا باشد:

۱ - در هفته مرجع حتی یک ساعت هم کار نکرده باشد.

۲ - آمادگی برای انجام دادن کار داشته باشد.

۳ - در هفته مرجع و سه هفته قبل از آن ، جویای کار بوده باشد.

جمعیت شاغل: فرد ۱۶ ساله یا بالاتر از ۱۶ ساله ای که در یک هفته مرجع (بازه زمانی هفت روزه ای که وضع فعالیت افراد در

آن در نظر گرفته می شود) حداقل یک ساعت کار کرده باشد.

تمرین ۱۷: در یک کشور، تعداد بیکاران ۳ میلیون نفر و تعداد شاغلین ۱۷ میلیون نفر است. شاخص نرخ بیکاری در این کشور

چند درصد است؟

تمرین ۱۸: در یک منطقه، شاخص نرخ بیکاری ۴۰ درصد است. اگر جمعیت فعال این منطقه ۱۸۰ هزار نفر باشد.

الف) تعداد بیکاران را بدست آورید.

ب) تعداد شاغلین چند نفر است؟



تمرین ۱۹: در سرشماری یک روستا، کل جمعیت ۷۵۰ نفر و جمعیت افراد کمتر از ۱۶ سال ۲۲۰ نفر بوده است و ترکیب

جمعیت ۱۶ بالای ساله و بالاتر این روستا (از نظر فعالیت) به صورت زیر بوده است:

جمع	سایر (ناامید از پیداشدن کار، بیمار و ...)	در حال تحصیل	خانه دار	بیکار	دارای درآمد بدون کار	شاغل	نوع جمعیت
۵۳۰	۵۰	۱۸۰	۱۰۰	۲۵	۲۵	۱۵۰	تعداد

الف) نرخ بیکاری را بدست آورید.

ب) در این روستا سال آینده یک کارگاه نجاری تأسیس می شود و ده نفر از جمعیت بیکار روستا جذب این کارگاه می شوند،

نرخ بیکاری چقدر کاهش می یابد؟

پ) اگر بخواهیم نرخ بیکاری به ۰/۰۴ کاهش پیدا کند چند نفر از بیکاران جدول باید مشغول به کار شوند؟

نمایه توده بدنی یا نماتوب (BMI)

نماتوب: این شاخص میزان اضافه وزن یا کمبود وزن را نشان می دهد.
$$\text{نماتوب} = \frac{\text{وزن (برحسب کیلوگرم)}}{\text{مربع قد (برحسب متر)}}$$

با استفاده از این رابطه، برای هر فرد نماتوب محاسبه می شود که به صورت زیر نسبت به عدد حاصل نتیجه گیری می شود:

الف) شخص لاغر است و کمبود وزن دارد \Rightarrow $19 < \text{نماتوب}$

ب) شخص وزن طبیعی دارد و در محدوده سلامت وزنی است \Rightarrow $19 \leq \text{نماتوب} < 25$

پ) شخص اضافه وزن دارد \Rightarrow $25 \leq \text{نماتوب} < 30$

ت) شخص چاق است و وضعیت بحرانی دارد \Rightarrow $30 \leq \text{نماتوب}$

البته وزن مطلوب با سن هر شخص رابطه مستقیم دارد. متخصصان علوم تغذیه با توجه به سن افراد مطابق جدول رو به رو نماتوب مناسب افراد مختلف را تعیین می کنند.

گروه سنی	۱۹ - ۲۴	۲۵ - ۳۴	۳۵ - ۴۴	۴۵ - ۵۴	۵۵ - ۶۴	بالا تر از ۶۵
نما توب مناسب	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷

تمرین ۲۰: فردی ۳۸ ساله وزن ۹۰ کیلوگرم و قد ۱۷۰ سانتی متر دارد. نماتوب این شخص را محاسبه کنید. آیا این شخص اضافه وزن دارد؟

تمرین ۲۱: مقدار شاخص توده بدنی فردی برابر ۲۵ است اگر قد او ۱۸۹ سانتی متر باشد. وزن این شخص چند کیلوگرم است؟

خوانایی متن میزان سهولت درک متن از طریق انتخاب واژه های مناسب و رعایت دستور نگارش است.

یکی از شاخص های خوانایی که سال های تحصیلی خواننده متون انگلیسی را تخمین می زند، به صورت زیر تعریف شده است:

$$[0.4 \times (\text{میانگین تعداد کلمات در جمله} + \text{درصد کلمات دشوار})] = \text{شاخص پایه آموزش}$$

این شاخص عدی بین ۱ تا ۱۲ است که نشان دهنده پایه تحصیلی است.

مثال: در یک متن، میانگین تعداد کلمات در هر جمله ۸ کلمه و درصد کلمات دشوار در آن ۲/۵ است، شاخص پایه آموزش در این متن را حساب کنید.

$$\text{شاخص پایه آموزش} = [(2/5 + 8) \times 0.4] = [10/5 \times 0.4] = [4/2] = 4$$

تمرین ۲۲: برای کتابی که هر جمله آن به طور متوسط ۱۵ کلمه دارد و لغات دشوار هر جمله ۱۰ درصد است، پایه آموزش را بدست آورید.

تمرین ۲۳: اگر در کتابی شاخص پایه آموزش ۱۱ باشد و میانگین تعداد کلمات در هر جمله ۱۵ باشد، چند درصد کلمات دشوار هستند؟

تمرین ۲۴: در کتابی که برای دانش آموزان پایه نهم مناسب است، ۱۶ درصد کلمات آن سخت و دشوار است. باید میانگین تعداد کلمات در هر جمله آن چقدر باشد؟

به نظر شما دستیابی به کدام یک از اطلاعات زیر جالب تر است؟

دمای هوای شهر محل زندگی ما در هفته آینده.

میزان آلاینده های شهر محل زندگی ما در ماه آینده.

نرخ بیکاری در زمان اخذ دیپلم.

آیا به نظر شما مجموعه ای از داده های آماری که در فواصل زمانی مساوی و منظم جمع آوری شده باشند، می توانند پیش بینی خوبی برای تصمیم گیری ما باشند؟

تمرین ۲۵: میزان بارندگی در شش ماه دوم سال دو شهر ۱ و ۲ بر حسب میلی متر در جدول زیر آمده است:

الف) جدول را کامل کنید.

انحراف معیار	میانگین	مجموع	اسفند	بهمن	دی	آذر	آبان	مهر	
			۳۵	۳۵	۴۰	۳۵	۲۰	۱۵	شهر ۱
			۱۱۰	۱۱۰	۱۳۰	۱۵۰	۱۷۰	۲۳۰	شهر ۲

$$\bar{x} = \frac{۱۵+۲۰+۳۵+۴۰+۳۵+۳۵}{۶} = \frac{۱۸۰}{۶} = ۳۰$$

$$\sigma^2 = \frac{(۱۵-۳۰)^2 + (۲۰-۳۰)^2 + (۳۵-۳۰)^2 + (۴۰-۳۰)^2 + (۳۵-۳۰)^2 + (۳۵-۳۰)^2}{۶}$$

$$= \frac{۲۲۵+۱۰۰+۲۵+۱۰۰+۲۵+۲۵}{۶} = \frac{۵۰۰}{۶} \approx ۸۳/۳۳$$

$$\sigma = \sqrt{۸۳/۳۳} \approx ۹/۱۲$$

$$\bar{x} = \frac{۲۳۰+۱۷۰+۱۵۰+۱۳۰+۱۱۰+۱۱۰}{۶} = \frac{۹۰۰}{۶} = ۱۵۰$$

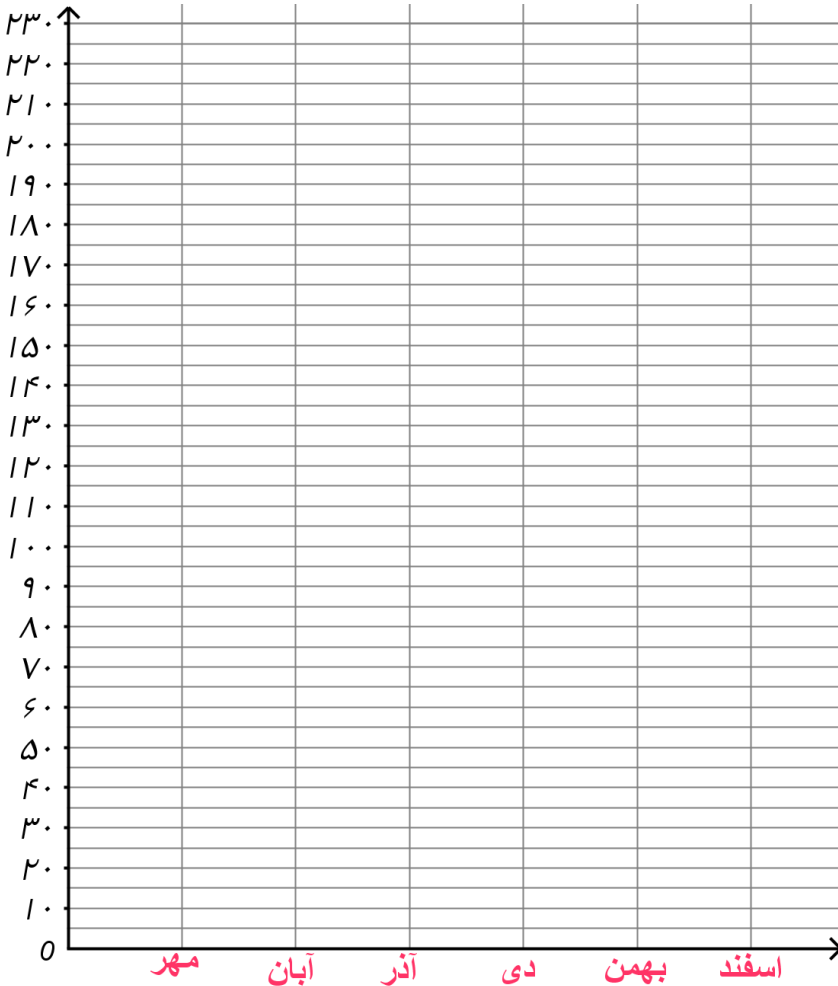
$$\sigma^2 = \frac{(۲۳۰-۱۵۰)^2 + (۱۷۰-۱۵۰)^2 + (۱۵۰-۱۵۰)^2 + (۱۳۰-۱۵۰)^2 + (۱۱۰-۱۵۰)^2 + (۱۱۰-۱۵۰)^2}{۶}$$

$$= \frac{۶۴۰۰+۴۰۰+۰+۴۰۰+۱۶۰۰+۱۶۰۰}{۶} = \frac{۱۰۴۰۰}{۶} \approx ۱۷۳۳/۳۳$$

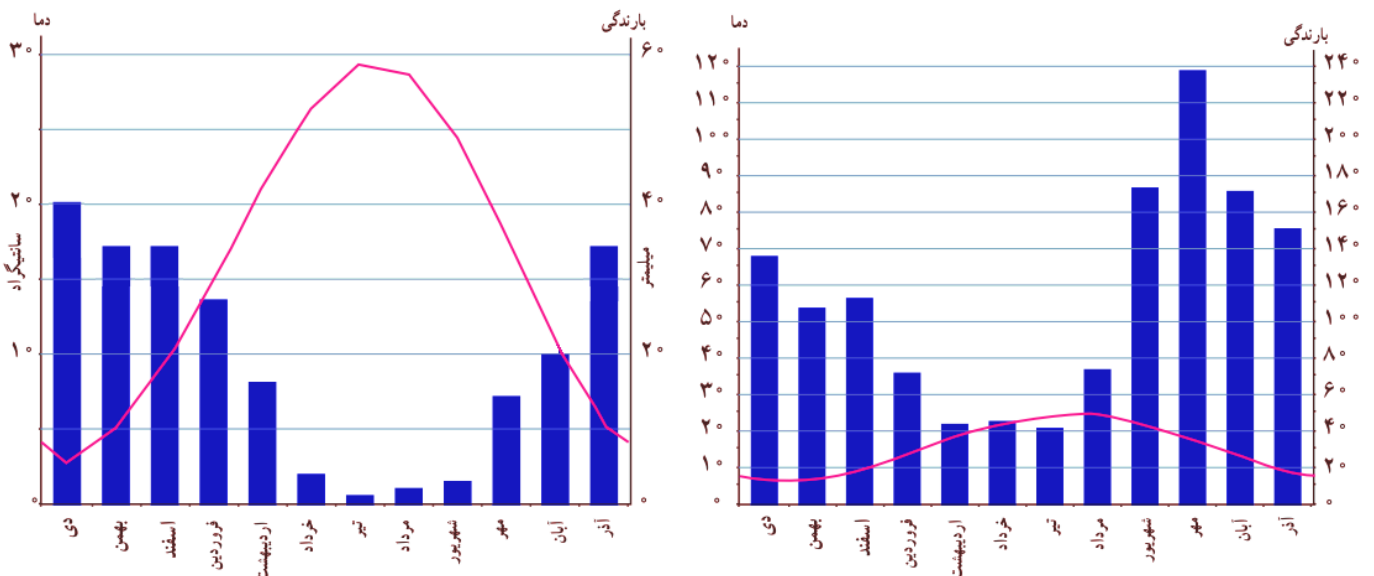
$$\sigma = \sqrt{۱۷۳۳/۳۳} \approx ۴۱/۶۳$$

ب) میانگین و انحراف معیار بارندگی در شهرها را مقایسه کنید.

پ) نمودار پراکنش نداشت هر دو شهر را بر حسب ماه های سال با یک مقیاس بر روی یک دستگاه مختصات رسم کنید. (نقاط را به هم وصل کنید).



حال نمودار پراکنش نداشت دما و نمودار میله ای بارندگی های همان دو شهر را با مقیاس های متفاوت برای یک سال به ویژه در یک دستگاه مختصات رسم کرده ایم.

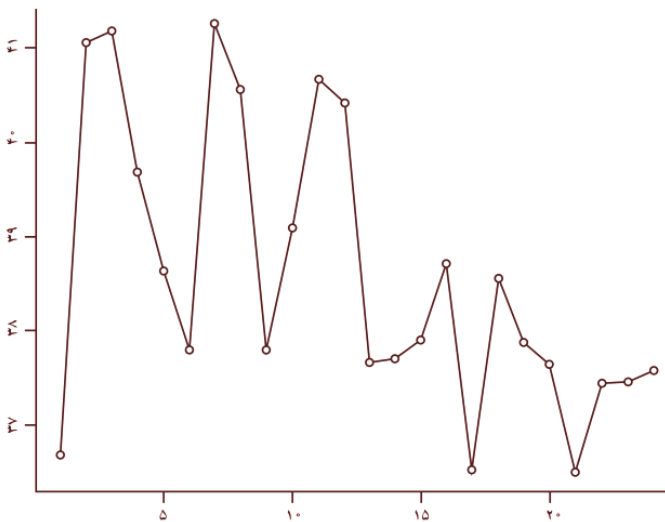


ت) در چه فصلی از سال بارندگی بیشتر است؟

ث) متوسط دمای کدام شهر کمتر است؟ آیا در تمام ماه های سال به همین نحوه است؟

سری زمانی: مجموعه داده هایی که در طی زمان با فواصل منظم گردآوری می شوند.

نمودار سری زمانی: پراکنش نگاشت سری زمانی که داده ها را با پاره خط هایی در طول زمان به هم متصل می کند.



تمرین ۲۶: سری زمانی روبرو نشان دهنده ۶ روز درجه حرارت

بدن یک بیمار مبتلا به بیماری میکروبی است. او بستری شده

درمانش با آنتی بیوتیک آغاز شده است.

الف) هر روز چند درجه حرارت خوانده شده ثبت شده است؟

ب) درجه حرارت بیمار در لحظه بستری شدن چند درجه است؟

پ) پس از چند روز درجه حرارت بیمار به حالت طبیعی بازگشته است؟

ت) اگر اولین زمان ثبت درجه حرارت ساعت ۷ صبح باشد، نمودار را فقط برای ساعات ۷ صبح رسم کنید. کدام نمودار ساده

تر به نظر می رسد؟ کدام یک جزئیات بیشتری را نشان می دهد؟

تمرین ۲۷: درجه حرارت بدن یک انسان سالم هر ساعت طی ۳ روز از ۷ صبح اندازه گیری شده است.



الف) بیشترین دمای بدن چقدر است؟

ب) دمای بدن در طول روز اول چه تغییراتی کرده است؟ تغییرات دمای بدن در روز اول را توصیف کنید.

پ) آیا این تغییرات در روزهای بعد نیز تکرار شده است؟

ت) این منحنی چه ویژگی دارد؟ (خطی ، صعودی یا تناوبی)



نکته تکرار یک ویژگی را در سری زمانی الگو می نامند. از طریق این الگوها می توانیم اتفاقات و پدیده هایی را که در آینده رخ می دهد پیش بینی کنیم و یا وضعیت آن پدیده را در گذشته هم بررسی کنیم.

نکته در بعضی نمودارهای سری های زمانی یک شکل مرتب تکرار می شود. در این حالت سری زمانی را متناوب می گویند.

تمرین ۲۸: کدام یک از داده های زیر سری زمانی است؟

(الف) تعداد مراجعین یک عابر بانک مشخص در هر روز فروردین ۹۷

(ب) قیمت سهام یک شرکت در روز اول هر ماه سال ۹۶

(پ) زمان های رخ دادن تصادفات قطارها.

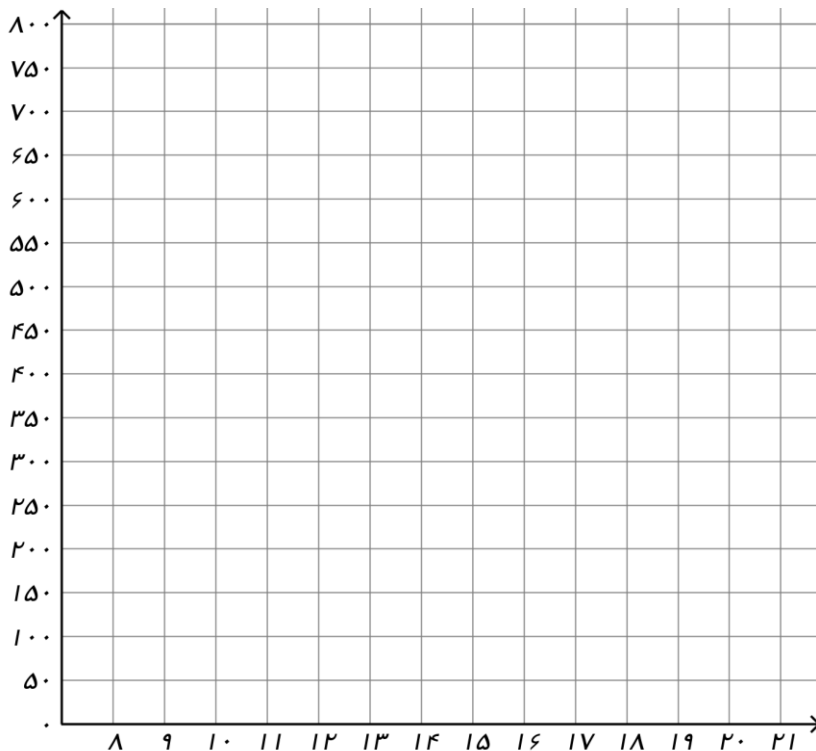
(ت) میزان فروش یک مغازه در تمام هفته های زمستان یک سال

درون یابی و برون یابی

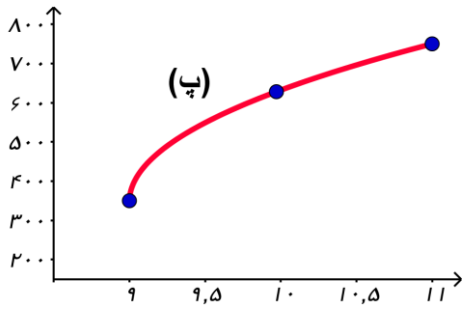
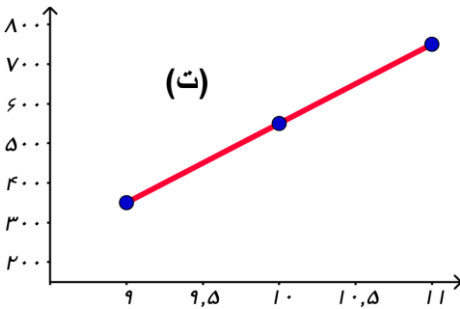
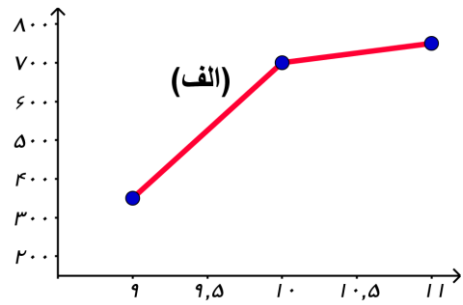
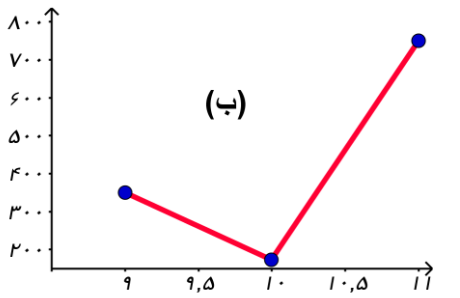
تمرین ۲۵: در یک مرکز خرید تعداد مشتری های بین ساعت ۹ و ۲۱ به صورت زیر ثبت شده است.

ساعت (T)	۹	۱۱	۱۳	۱۵	۱۷	۱۹	۲۱
تعداد مشتری (N)	۳۵۰	۷۵۰	۸۰۰	۶۵۰	۳۰۰	۵۰۰	۲۵۰

(الف) نمودار سری زمانی جدول بالا را رسم کنید.



ب) می خواهیم تعداد مشتری های ساعت ۱۰ را حدس بزنیم، به نظر شما کدام یک از نمودارهای زیر واقعی تر است؟



درون یابی: تخمین داده های بین داده های ثابت شده است.

درون یابی که به وسیله پاره خط انجام شود، **درون یابی خطی** است.

خطا: برای هر نقطه برابر است با قدرمطلق تفاضل مقدار واقعی هر نقطه از درون یابی آن

$$m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A}$$

$$y = m(x - x_A) + y_A$$

تمرین ۲۶: می خواهیم تعداد مشتری های ساعت ۱۰ در فعالیت قبل را درون یابی کنیم. فرض می کنیم تعداد مشتری ها در فاصله زمانی ۹ تا ۱۱ به صورت یکنواخت تغییر کرده است.

الف) معادله خط بین دو ساعت (۹, ۳۵۰) و (۱۱, ۷۵۰) را به دست آورید.

$$m = \frac{750 - 350}{11 - 9} = \frac{400}{2} = 200$$

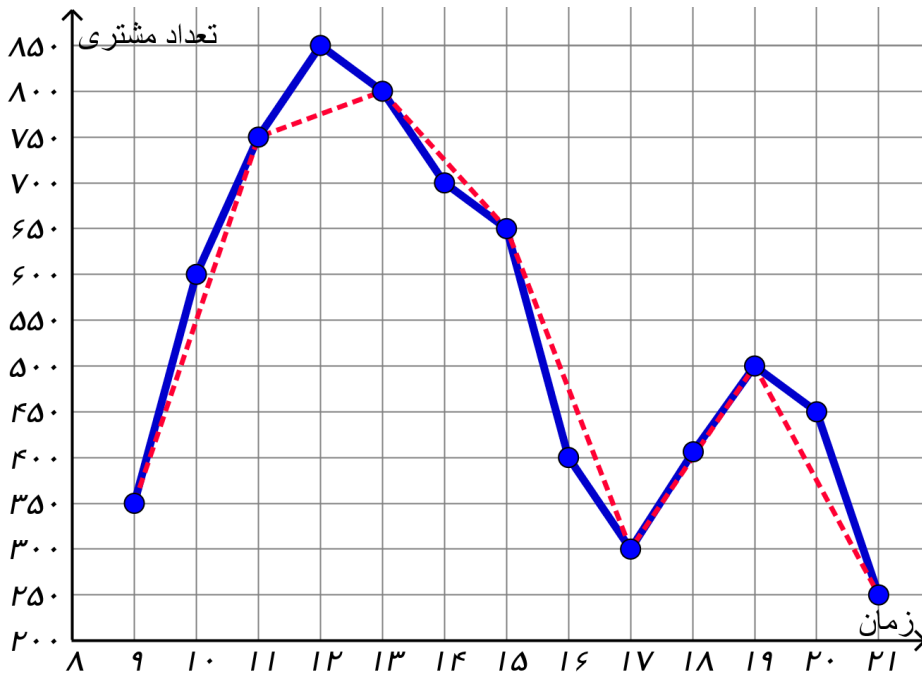
$$y = 200(x - 9) + 350 \Rightarrow y = 200x - 1800 + 350 \Rightarrow y = 200x - 1450$$

ب) مقدار این خط در ساعت ۱۰ چقدر است؟

$$y = 200 \cdot (10) - 1450 = 2000 - 1450 = 550$$

پ) این مقدار به درون یابی کدام یک از شکل های فعالیت قبل نزدیک تر است؟

ت) اگر مقادیر داده های واقعی را به صورت ساعتی جمع آوری کرده باشیم که در شکل زیر با خط توپر نشان داده شده است، خطای درون یابی ساعت ۱۰ چقدر است؟



$$E = |550 - 600| = |-50| = 50$$

ث) خطای درون یابی ساعت ۱۶ چقدر است؟

تمرین ۲۷: فرض کنید مقادیر تابع f به صورت جدول زیر باشد، مقدار تابع را در $x=7$ ، با استفاده از درون یابی خطی تقریب

بزنید.

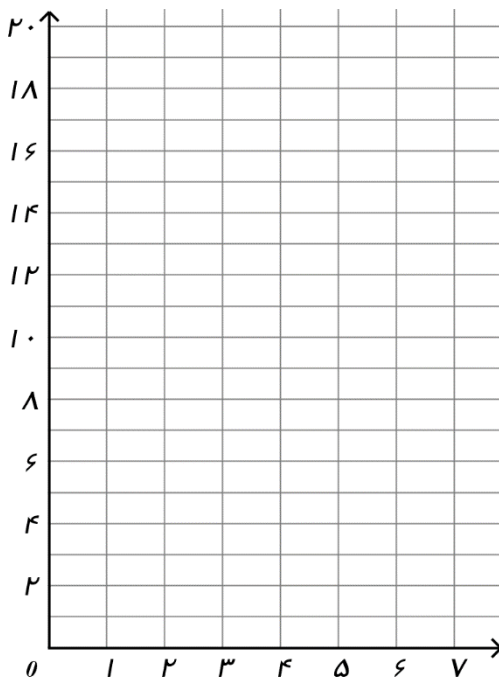
x	۲	۴	۶	۸	۱۰	۱۲	۱۴
$f(x)$	۱۱	۱۲	۱۵	۱۶	۱۷	۱۹	۱۸

برون یابی: تخمین داده های بعد یا قبل از داده های ثبت شده است.

تمرین ۲۸: میزان فروش یک شرکت در ۵ سال متوالی برحسب میلیارد ریال به صورت زیر است:

سال x	۱	۲	۳	۴	۵
فروش y	۶	۹	۱۱	۱۵	۱۹

(الف) نمودار سری زمانی جدول بالا را رسم کنید.



(ب) فروش در سال هفتم را حدس بزنید.

پ) میانگین سال و فروش را محاسبه کنید و روی محور نشان دهید.

ت) یک خط از نقطه میانگین ها به نقطه $(5, 19)$ وصل کنید.

ث) معادله خط را به دست آورید.

فصل ۳

ج) اگر به جای x در معادله، مقدار ۶ قرار دهید، عدد به دست آمده چقدر است؟ آیا می توان این مقدار را به عنوان تخمین فروش در سال آینده تصور کرد؟



تمرین ۲۹: فرض کنید مقادیر تابع f به صورت جدول زیر باشد، مقدار تابع را در $x=17$ ، با استفاده از تابع برون یابی خطی تقریب بزنید.

x	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
$f(x)$	۲۰	۳۰۰	۴۵۰	۶۰۰

تمرین ۳۰: فرض کنید جمعیت کشور در سال‌های مختلف به صورت جدول زیر باشد:

سال	۱۳۳۵	۱۳۴۵	۱۳۵۵	۱۳۶۵	۱۳۷۰	۱۳۷۵	۱۳۸۵	۱۳۹۵
جمعیت	۳۲ میلیون	۴۰ میلیون	۴۸ میلیون	۵۲ میلیون	؟	۶۵ میلیون	۷۰ میلیون	؟

الف) جمعیت کشور را در سال ۱۳۷۰ تخمین بزنید؟ (درون یابی)

ب) جمعیت کشور را در سال ۱۳۹۵ تخمین بزنید؟ (برون یابی)

