تدریس خط به خط

فصل اول

فیزیک دوازدهم

عقیل اسکندری

منطقه سه تهران

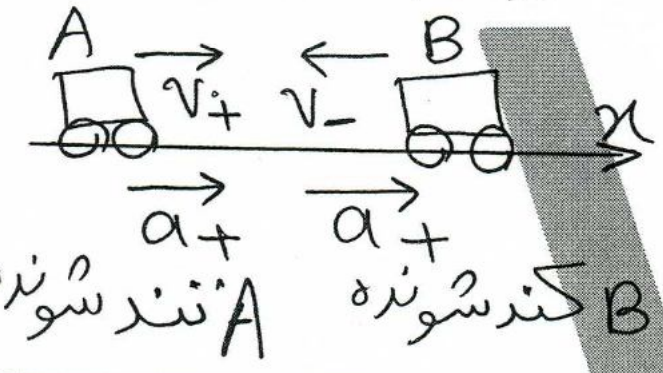
۰۹۱۲۵۱۶۴۰۲۸

عقیل اسکندری

ص ۱	ف ۱	ک ۱۲

در چه صورت بردار شتاب دو خودرو که بر خط راست و در جهت مخالف یکدیگر حرکت می‌کنند می‌تواند یکسان باشد؟

هانطور که خواهیم دید پاسخ این پرسش به این صورت است:



موضوع مبحث سینماتیک آشنائی با حرکت اجسام است، در این فصل، ساده ترین نوع حرکت یعنی حرکت روی خط راست بررسی می شود

نمونه هایی از اهمیت مبحث حرکت شناسی در مهندسی و خودروسازی و پزشکی و .....

در بیشتر شاخه‌های مهندسی اهمیت زیادی دارد. برای مثال، مدت زمان رسیدن تندی خودرو از صفر به ۱۰۰km/h یکی از معیارهای مقایسهٔ خودروهای امروزی در صنعت خودروسازی است. همچنین مهندسانی که به طراحی و ساخت باند پرواز فرودگاه‌ها می‌پردازند توجه دارند که هواپیماهای مختلف برای آنکه به تندی لازم برای برخاستن برسند، چه مسافتی را باید روی باند پرواز طی کنند. زمین‌شناسان نیز برای تعیین محل‌هایی که امکان وقوع زمین‌لرزه در آنها بیشتر است باید حرکت صفحه‌های زمین را بررسی کنند و از مفاهیم مرتبط با بحث حرکت‌شناسی استفاده کنند. افزون بر اینها پژوهشگران پزشکی برای یافتن رگ مسدود باید به نحوهٔ حرکت خون در رگ‌ها توجه کنند.

مکان: نقطه‌ای است که جای جسم را معین می‌کند.

بردار مکان: برداری که از مبدأ مختصات به جای جسم وصل می‌شود

مسیر حرکت: مجموعه نقاطی که متحرک بین نقاط ابتدائی و انتهائی حرکت طی کرده است و به اندازه طول مسیر حرکت، مسافت می‌گوئیم

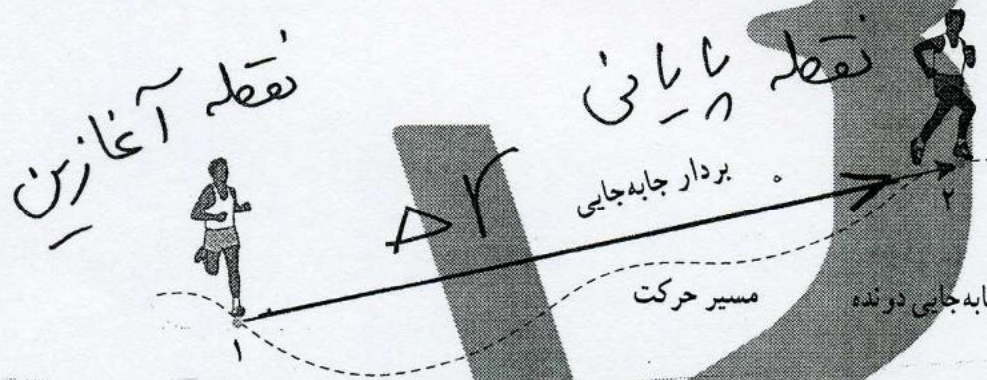
بردار جابه‌جائی: پاره خطی جهت دار که مکان آغازین را به پایانی وصل می‌کند

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{مدت زمان}} \longrightarrow S_{av} = \frac{L}{\Delta t}$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه‌جائی}}{\text{مدت زمان}} \longrightarrow \vec{V}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

مسیر حرکت با جابه‌جایی

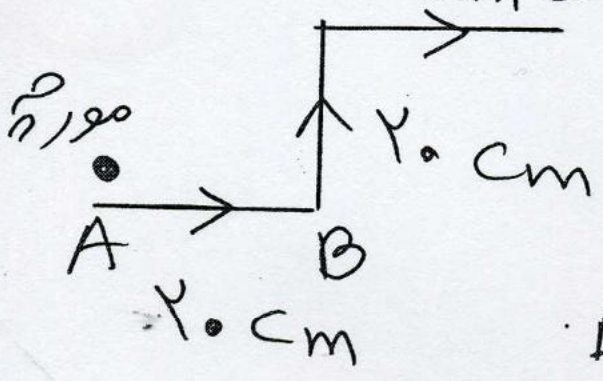
مسافت و جابه‌جایی : شکل ۱ــ۱ مسیر حرکت دونده‌ای را از مکان ۱ تا مکان ۲ نشان می‌دهد. طول این مسیر، مسافت پیموده شده یا به‌اختصار مسافت نامیده می‌شود. همچنین پاره‌خط جهت‌داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند بردار جابه‌جایی نامیده می‌شود.



شکل ۱ــ۱ مسیر حرکت و بردار جابه‌جایی دونده

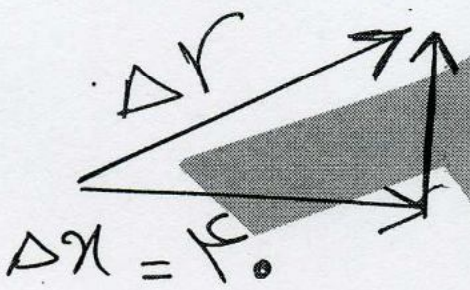
تفاوت دارد. این دو اصطلاح را تعریف کنید

در شکل موجود حرکت متحرکی از A به D می‌رود



طول مسیر: $d = ۲۰ + ۲۰ + ۲۰ = ۶۰ \text{ cm}$

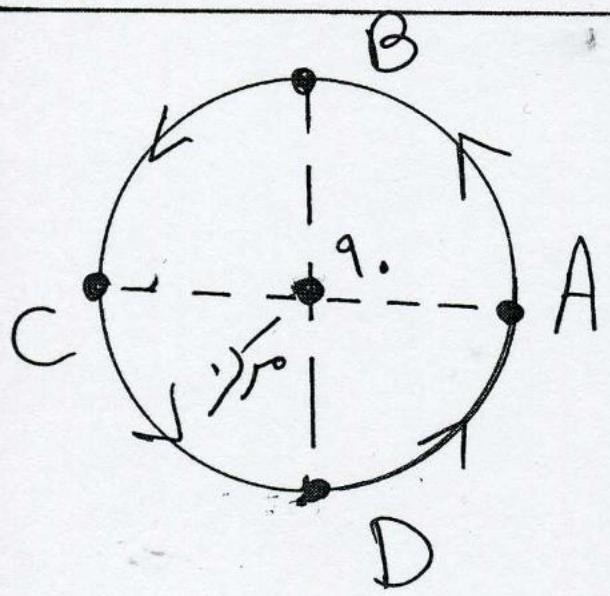
اندازه جابه‌جایی:



$$\Delta r = \sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} = \sqrt{۴۰^2 + ۲۰^2} = \sqrt{(۲ \times ۲۰)^2 + ۲۰^2}$$

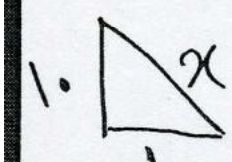
$$\Delta r = ۲۰\sqrt{۴ + ۱} = ۲۰\sqrt{۵} \text{ cm}$$

شعاع $R = ۱۰ \text{ m}$ و $\pi = ۳$ جدول را کامل کنید



شروع	پایان	مسافت	جابه‌جایی
A	B	$\frac{۱}{۴}(۶۰) = ۱۵$	$۱۰\sqrt{۲}$
A	C	$\frac{۱}{۲}(۶۰) = ۳۰$	$۱۰ + ۱۰ = ۲۰$
B	D	$\frac{۱}{۲}(۶۰) = ۳۰$	$۱۰ + ۱۰ = ۲۰$
A	D	$\frac{۳}{۴}(۶۰) = ۴۵$	$۱۰\sqrt{۲}$
B	C	$\frac{۱}{۴}(۶۰) = ۱۵$	$۱۰\sqrt{۲}$
A	A	۶۰	۰

محیط $= ۲\pi R = ۶۰ \text{ m}$

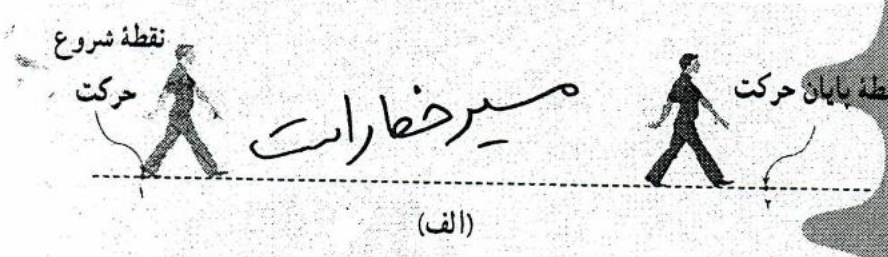


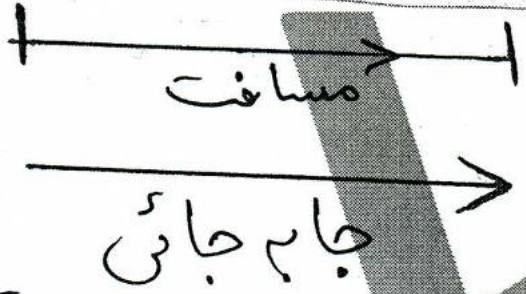
$x = \sqrt{۱۰^2 + ۱۰^2}$

$x = ۱۰\sqrt{۲} \text{ m}$

پرسش ۱ـ۱

۱ـ شکل الف شخصی را در حال پیاده‌روی در راستای خط راست و بدون تغییر جهت، از مکان ۱ به مکان ۲ نشان می‌دهد. مسیر حرکت و بردار جابه‌جایی شخص را روی شکل مشخص و اندازهٔ بردار جابه‌جایی را با مسافت مقایسه کنید.



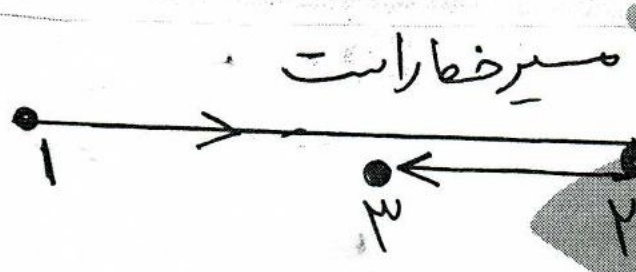


اندازه مسافت و جابه جائی برابرند

نکته: هرگاه مسیر حرکت خط راست و در طول مسیر تغییر جهت در حرکت رخ ندهد اندازه طول مسیر و اندازه بردار جابه جائی (مسافت) باهم برابرند.

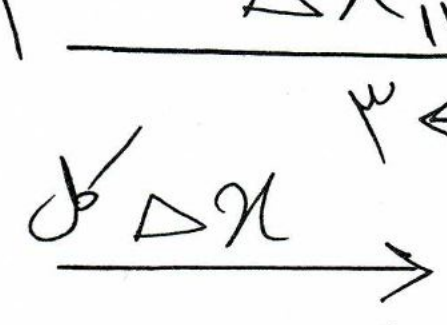
پرسش ۱ـ۲

۲ـ شخص پس از رسیدن به مکان ۲، برمی‌گردد و روی همان مسیر به مکان ۳ می‌رود (شکل ب). مسیر حرکت و بردار جابه‌جایی شخص را روی شکل مشخص و اندازهٔ بردار جابه‌جایی را با مسافت پیموده شده مقایسه کنید.



(در این نقطه فرد ایستاد)
(و جهت حرکت خود را)
(عوض کرد)

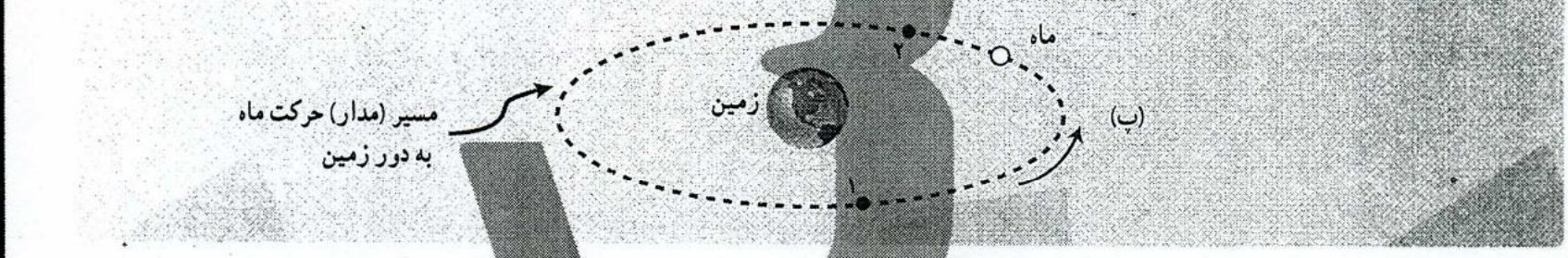
مسافت طول خط $\overline{12}$ + طول خط $\overline{23}$ است

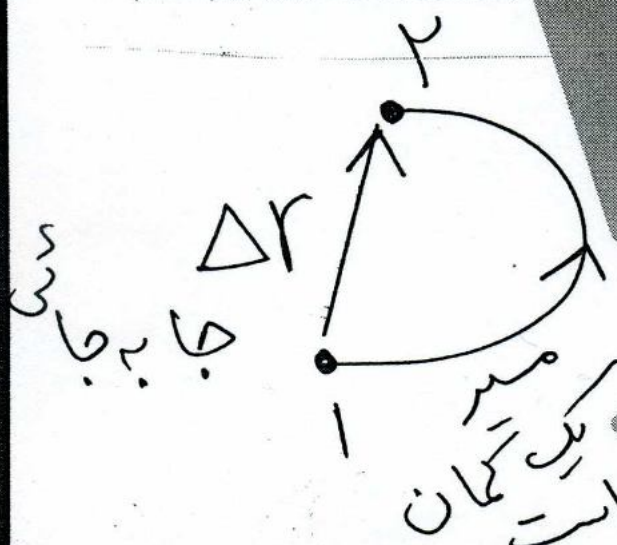


در این تمرین (Δx کل)

از تفاضل دو Δx دیگر به دست می آید و از مسافت طی شده کمتر است.

۳ـ شکل پ مسیر حرکت ماه به دور زمین را نشان می‌دهد. وقتی ماه در جهت نشان داده شده در شکل، از مکان ۱ به مکان ۲ می‌رود مسیر حرکت و بردار جابه‌جایی آن را روی شکل مشخص و اندازهٔ بردار جابه‌جایی آن را با مسافت پیموده شده مقایسه کنید.





مسیر قسمتی از یک سهمی است و مسافت طول این کمان می‌باشد. اندازه بردار جابه‌جایی از اندازه مسافت کمتر است.

در این کتاب ← آموزش مسائلی که دانش‌آموزان را در محاسبهٔ $\vec{d}$ و $\vec{v}_{av}$، درگیر عملیات برداری دو یا سه بعدی، در صفحهٔ xy یا فضای xyz می‌کند خارج از برنامهٔ درسی این کتاب است و ارزشیابی از آن نباید انجام شود.

تندی متوسط: هرگاه متحرک در زمان Δt از مکان ۱ به مکان ۲ برود و به اندازه L مسافت طی کند:

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t}$$

(کمیت نرده‌ای (جهت ندارد))

(متوسط = average)

تندی متوسط = مسافت / مدت زمان

سرعت متوسط: هرگاه متحرک در زمان Δt از مکان ۱ به مکان ۲ برود و به اندازه $\vec{d}$ جابه‌جا شود:

$$\vec{V}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t}$$

سرعت متوسط = جابه‌جایی / مدت زمان

تندی متوسط کمیت نرده‌ای است فقط یکا و مقدار دارد

سرعت متوسط کمیت برداری است یکا و مقدار و جهت دارد

یکای استاندارد هردو کمیت $\left(\frac{\text{متر}}{\text{ثانیه}} = \frac{m}{s}\right)$ است

یکای متداول غیر استاندارد $\left(\frac{\text{کیلومتر}}{\text{ساعت}} = \frac{km}{h}\right)$ است

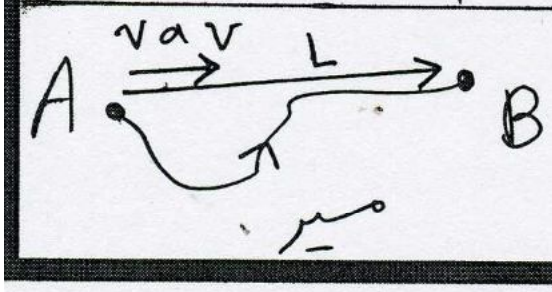
$$1\ \frac{km}{h} = 1\ \frac{km}{h} \times \frac{1000\ m}{1\ km} \times \frac{1\ h}{3600\ s} = \frac{10}{36}\ \frac{m}{s}$$

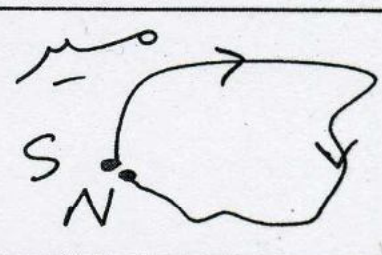
$$km/h \xrightarrow{\times \frac{10}{36}} m/s$$

km/h	۰	۱۸	۳۶	۵۴	۷۲	۹۰	۱۰۸
m/s	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰	۲۵	۳۰

می دانیم سرعت متوسط، برداری است. جهت آن چگونه تعیین می گردد؟ Δt (تغیر زمان) الزاماً عددی مثبت است پس $\vec{V}_{av}$ (بردار سرعت متوسط) و $\vec{L}$ (بردار جابجائی) الزاماً با هم هم جهت هستند.

$$\vec{V}_{av} = \frac{\vec{L}}{\Delta t}$$

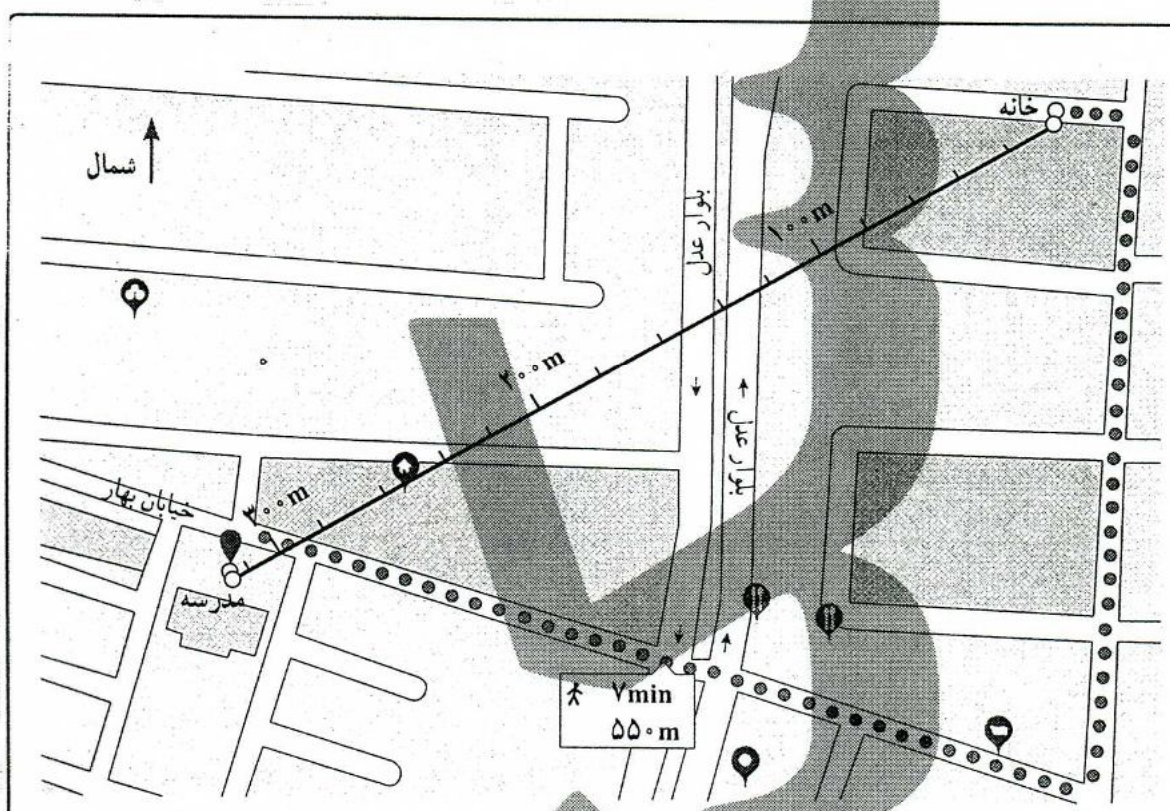




$\vec{L} = 0$ ، $\vec{V} =$

فعالیت ۱ـ۱

همانند شکل روبه‌رو و به کمک یک نرم‌افزار نقشه‌یاب (مانند google map)، مکان خانه و مدرسه‌تان را مشخص کنید. سپس مسافت و اندازهٔ بردار جابه‌جایی خانه تا مدرسه را تعیین کنید.



۷۹۷

$d = ۳۲۵$

۱۰۰

۲۰۰

۳۲۵

متوسط

$L = \text{مسافت} = ۵۵۰\,m$

مثال ۱ـ۱ : در فعالیت بالا تندی متوسط و سرعت متوسط را بدست آورید.

$$\vec{V}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} \rightarrow V_{av} = \frac{۳۲۵}{۴۲۰} = ۰/۷۷۴ \ m/s$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \rightarrow S_{av} = \frac{۵۵۰}{۴۲۰} = ۱/۳۱ \ m/s$$

نکات : ① زمان خانه تا مدرسه یکسان است $۴۲۰\ s = ۷\ \text{دقیقه}$

② جهت جابه‌جایی جنوب غربی و جهت سرعت متوسط جنوب غربی

③ اگر بردار $\vec{V}_{av}$ را می‌نویسیم $\vec{V}_{av} = (-i)(-j)$

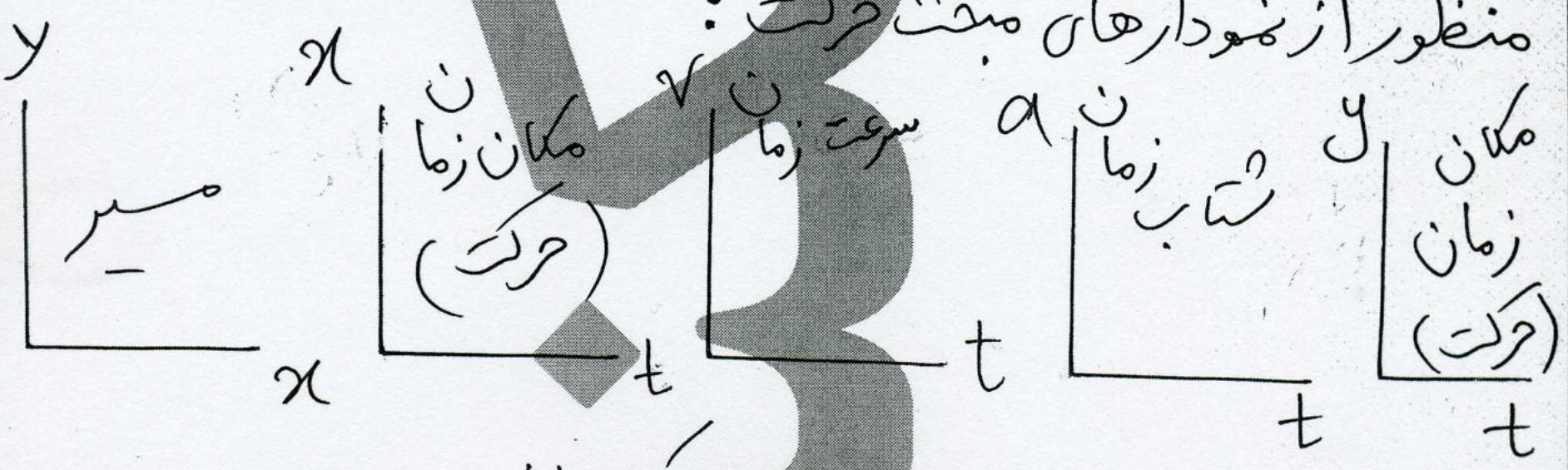
(خارج از بحث کتاب)

وقتی می گویند : مبدأ ..... ← ..... = ۰

مبدأ مکان ← $x=0$ ← مبدأ زمان $t=0$

مبدأ شتاب ← $a=0$ ← مبدأ سرعت $V=0$

منظور از نمودارهای مبحث حرکت :



(x,t) ← جسم روی محور x و حرکت افقی دارد .

(y,t) ← جسم روی محور y و حرکت عمودی دارد .

وقتی می گوید ← منظور این است

در لحظهٔ $3s$ ← $t=3$

در اولین ثانیه ← از ۰ تا ۱

دومین سه ثانیه ← از ۳ تا ۶

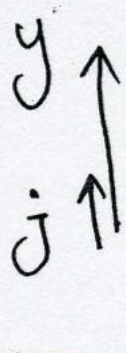
سومین ثانیه ← از ۲ تا ۳

چهارمین دو ثانیه ← از ۶ تا ۸

ثانیهٔ دوم ← از ۱ تا ۲

پنج ثانیهٔ اول ← از ۰ تا ۵

توجه :



i و j را بردارهای یکه می نامند

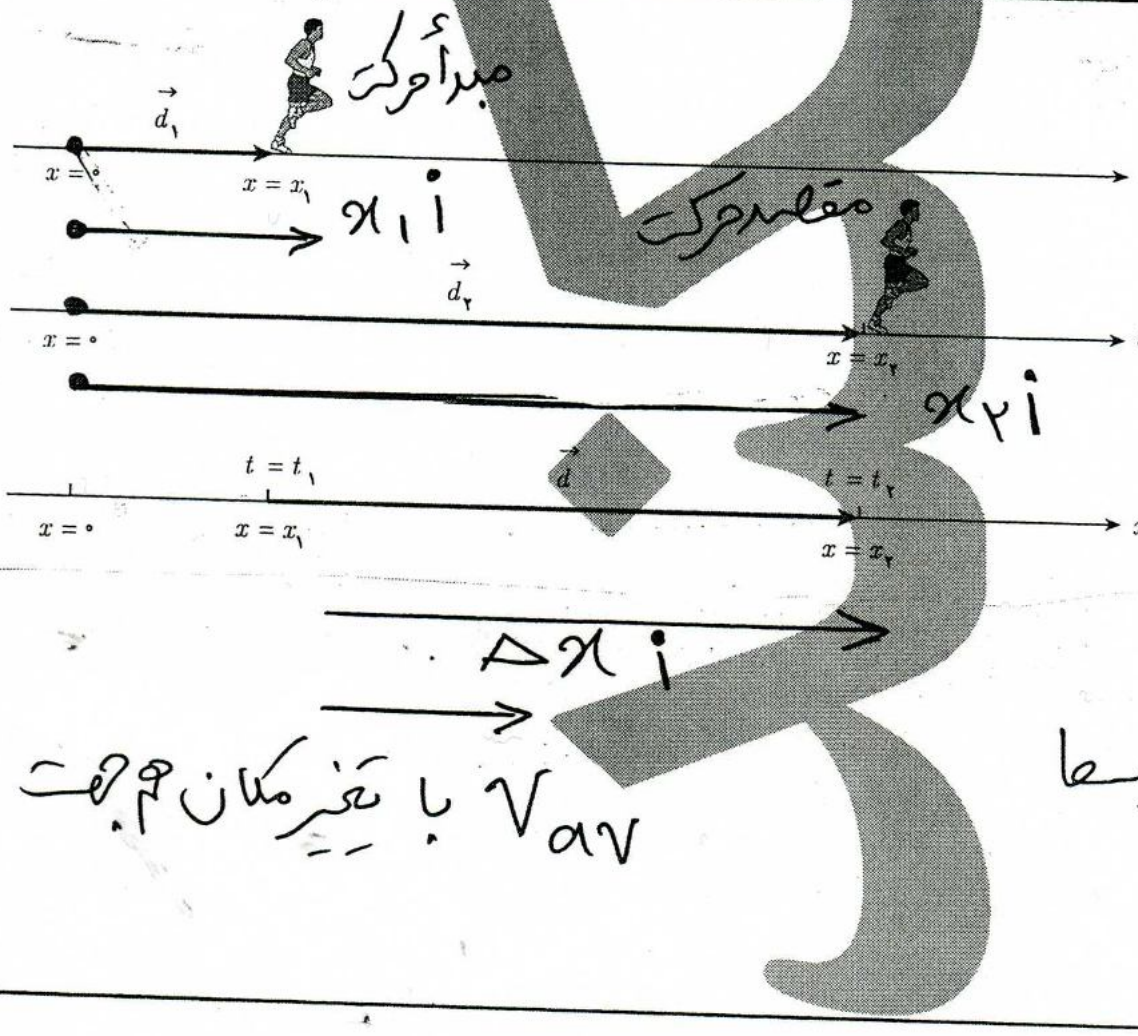
اگر متحرک روی محور x حرکت می کند فقط (i)

اگر متحرک روی محور y حرکت می کند فقط (j)

تعریف بردار مکان ← بردار که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند بردار مکان جسم در آن لحظه نامیده می‌شود.

تعریف بردار جابه‌جائی ← بردار که مبدأ حرکت را به مقصد حرکت وصل می‌کند.

مثال: دونده



بردار مکان اولیه

بردار مکان ثانویه

بردار جابه‌جائی

بردار سرعت متوسط

$\vec{V}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \vec{i}$

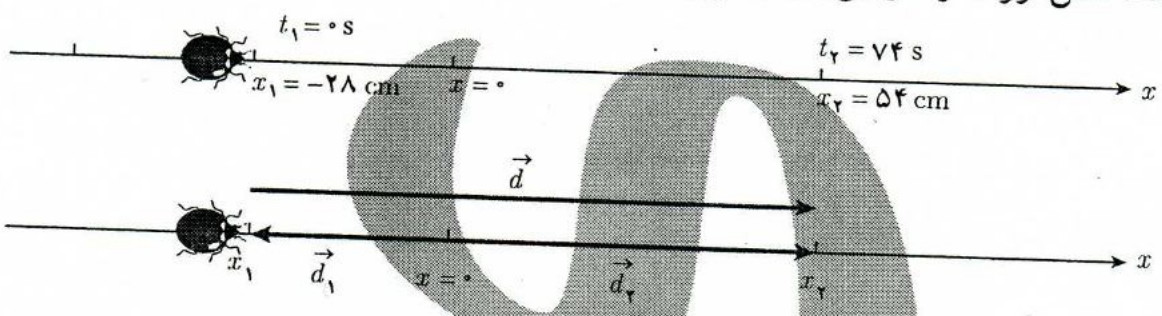
V_{av} با تغییر مکان هم جهت

مثال ۱ـ۲

کفش‌دوزکی که در جهت محور x در حرکت است، در لحظه‌های $t_1 = 0s$ و $t_2 = 74s$ به ترتیب از مکان‌های $x_1 = -28cm$ و $x_2 = 54cm$ می‌گذرد.

الف) بردارهای مکان در لحظه‌های t_1 و t_2 و بردار جابه‌جایی کفش‌دوزک در این بازهٔ زمانی را رسم کنید.

ب) سرعت متوسط کفش‌دوزک را در این بازهٔ زمانی پیدا کنید.



پاسخ: الف)

ب) چون کفش‌دوزک در راستای خط راست حرکت می‌کند، سرعت متوسط آن برابر است با:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}\vec{i} = \frac{54cm - (-28cm)}{74s - 0s}\vec{i} = (1/1\,cm/s)\,\vec{i}$$

متحرکی در لحظهٔ $t_1=3s$ در مکان x_1 و در لحظهٔ $t_2=8s$ در مکان $-10i$ قرار دارد اگر بردار سرعت متوسط آن $+10i$ باشد x_1 را به دست آورید.

$$\vec{V}_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} \Longrightarrow +10i=\frac{\Delta x}{5}i$$

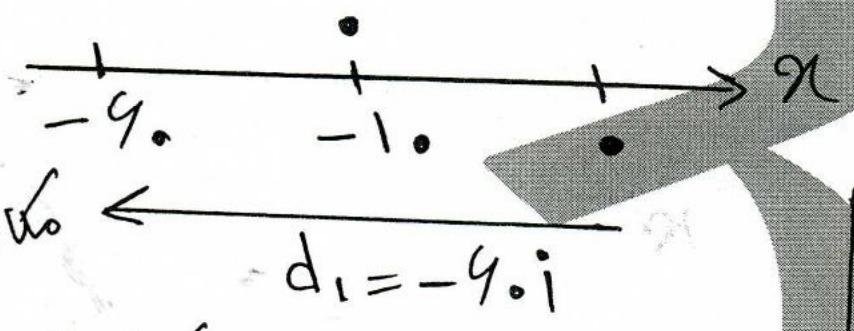
$$\Delta t=8-3=5$$

$$\Delta x=50\,m$$

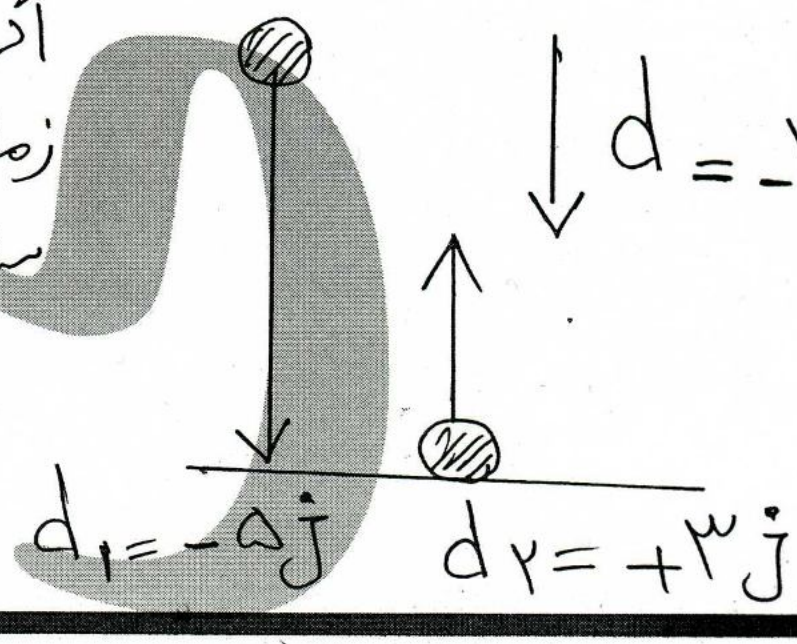
$$\Delta x=x_2-x_1$$

$$50=-10-x_1$$

$$x_1=-60\,m$$



مثال) یک توپ را از ارتفاع $5m$ رها می‌کنیم و توپ پس از برخورد به زمین تا ارتفاع $3m$ بالا می‌آید جابه‌جایی آن را معین کنید.



اگر زمان پایین رفتن $1/2s$ و زمان بالا آمدن $0/8s$ باشد سرعت متوسط در هر مرحله:

$$V_{1av}=\frac{-5}{1/2}j=-\frac{50}{12}j$$

$$V_{2av}=\frac{+3}{0/8}j=+\frac{30}{8}j$$

(زمان کل، با مجموع زمان برابر است) $V_{av\,کل}=\frac{-2}{2}j=-1j$

○ تمرین ۱ـ۱

جدول زیر را کامل کنید. فرض کنید هر چهار متحرک در مدت زمان ۴/۰s فاصلهٔ بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی می‌کنند.

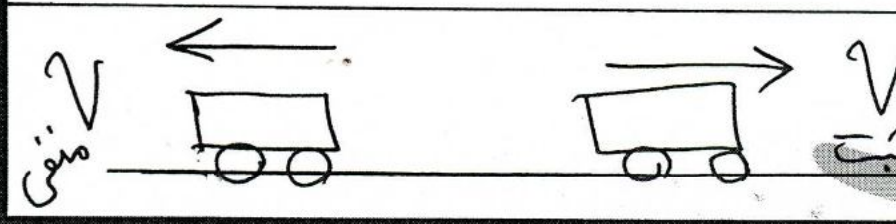
		مکان آغازین	مکان پایانی	بردار جابه‌جایی	سرعت متوسط	جهت حرکت
۱	متحرک A	$(-۲/۰\,m)\vec{i}$	$(۶/۴\,m)\vec{i}$	$۸/۴\,i$	$۲/۱\,i$	موافق x
۲	متحرک B	$+۳/۱\,i$	$(-۲/۵\,m)\vec{i}$	$(-۵/۶\,m)\vec{i}$	$-۱/۴\,i$	مخالف x
۳	متحرک C	$(۲/۰\,m)\vec{i}$	$(۸/۶\,m)\vec{i}$	$+۶/۶\,i$	$+۱/۶۵\,i$	موافق x
۴	متحرک D	$(-۱/۴\,m)\vec{i}$	$۸/۲\,i$	$۹/۶\,i$	$(۲/۴\,m/s)\vec{i}$	موافق x

مبدأ حرکت — مقصد حرکت — Δx — V_{av}

متحرک	$\Delta x = x_2 - x_1$	$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$
A	$(۸/۴) = (۶/۴) - (-۲)$	$V_{av} = \frac{۸/۴}{۴} = ۲/۱$
B	$(-۵/۶) = (-۲/۵) - (+۳/۱)$	$V_{av} = \frac{-۵/۶}{۴} = -۱/۴$
C	$(۶/۶) = (۸/۶) - (۲)$	$V_{av} = \frac{۶/۶}{۴} = ۱/۶۵$
D	$(۹/۶) = (۸/۲) - (-۱/۴)$	$۲/۴ = \frac{\Delta x}{۴}$ ، $\Delta x = ۹/۶$

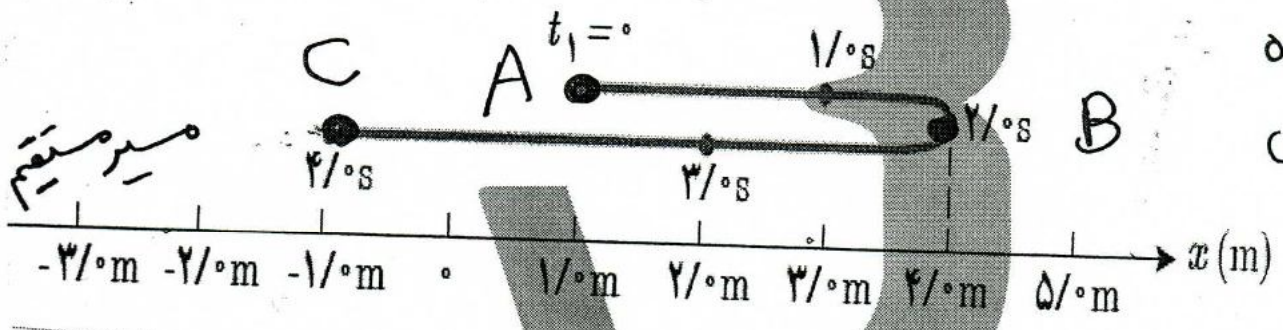
توجه: وقتی متحرک موافق محور x حرکت کند Δx (جابه‌جایی) و V_{av} (سرعت متوسط) مثبت و هرگاه مخالف محور x حرکت کند (Δx و V_{av}) منفی

(علامت V جهت حرکت)



جهت حرکت منفی — جهت حرکت مثبت

نمودار داده شده را تحلیل کنید



AB کندشونده

B توقف لحظه ای (تغییر جهت حرکت)

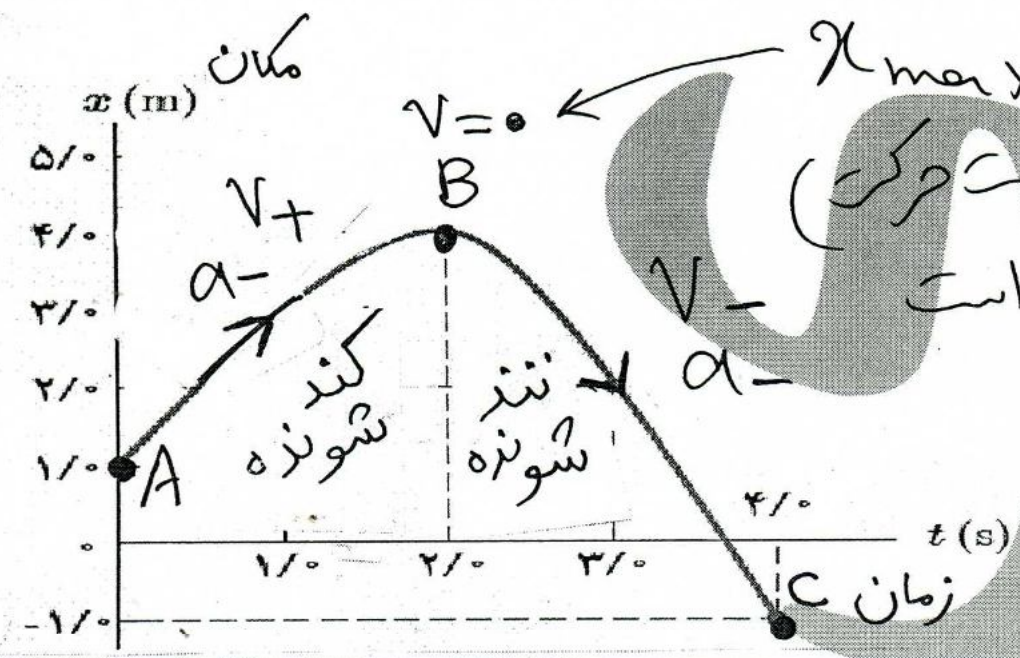
BC

این نمودار مسیر حرکت را نشان می دهد، این متحرک از $0s$ تا $2s$ موافق محور x حرکت کرده و از مکان $1m$ به مکان $4m$ رسیده است ($\Delta x=+3$ متر) آنگاه یک لحظه توقف کرده و بلافاصله در جهت مخالف محور x به حرکت درآمده و از $2s$ تا $4s$ خود را از مکان $+4m$ به $-1m$ رسانده است ($\Delta x=-5$ متر)

$$\text{مسافت کل} = 3+5 = 8m$$

$$\text{جابه جائی کل} = (-1)-(+1) = -2m$$

در این حالت نمودار مکان - زمان رسم شده است که به نمودار حرکت معروف می باشد



(تغییر جهت حرکت)

توجه: این نمودار یک سهمی است

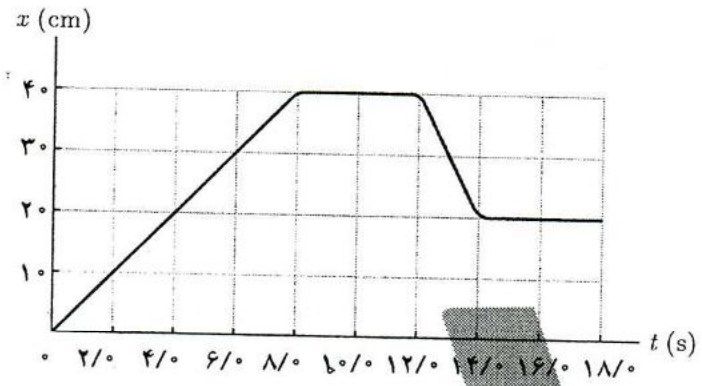
$$x=-\frac{3}{4}t^2+3t+1$$

یعنی $a=-\frac{3}{2}$ شتاب

$V_0=3$ سرعت اولیه

سهمی ← منحنی (خم) هموار!

مثال ۱ـ۳



شکل روبه‌رو نمودار مکان ــ زمان مورچه‌ای را نشان می‌دهد که در راستای محور x در حرکت است.

الف) در کدام بازهٔ زمانی مورچه در جهت محور x حرکت می‌کند؟

ب) در کدام بازهٔ زمانی مورچه در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟

پ) در کدام بازه‌های زمانی مورچه ایستاده است؟

ت) در کدام لحظه‌هایی فاصلهٔ مورچه از مبدأ ۳۰cm است؟

ث) در کدام بازهٔ زمانی فاصلهٔ مورچه از مبدأ محور بیشترین مقدار است؟

ج) جابه‌جایی و سرعت متوسط مورچه را در بازهٔ زمانی ۴/۰s تا ۸/۰s پیدا کنید.

پاسخ : الف) در بازهٔ زمانی $t = ۰/۰\,s$ تا $t = ۸/۰\,s$، زیرا در این بازه، x همواره در حال افزایش است.

ب) در بازهٔ زمانی $t = ۱۲/۰\,s$ تا $t = ۱۴/۰\,s$، زیرا در این بازه، x همواره در حال کاهش است.

پ) در بازه‌های زمانی $t = ۸/۰\,s$ تا $t = ۱۲/۰\,s$ و $t = ۱۴/۰\,s$ تا $t = ۱۸/۰\,s$

ت) در لحظه‌های $t = ۶/۰\,s$ و $t = ۱۳/۰\,s$

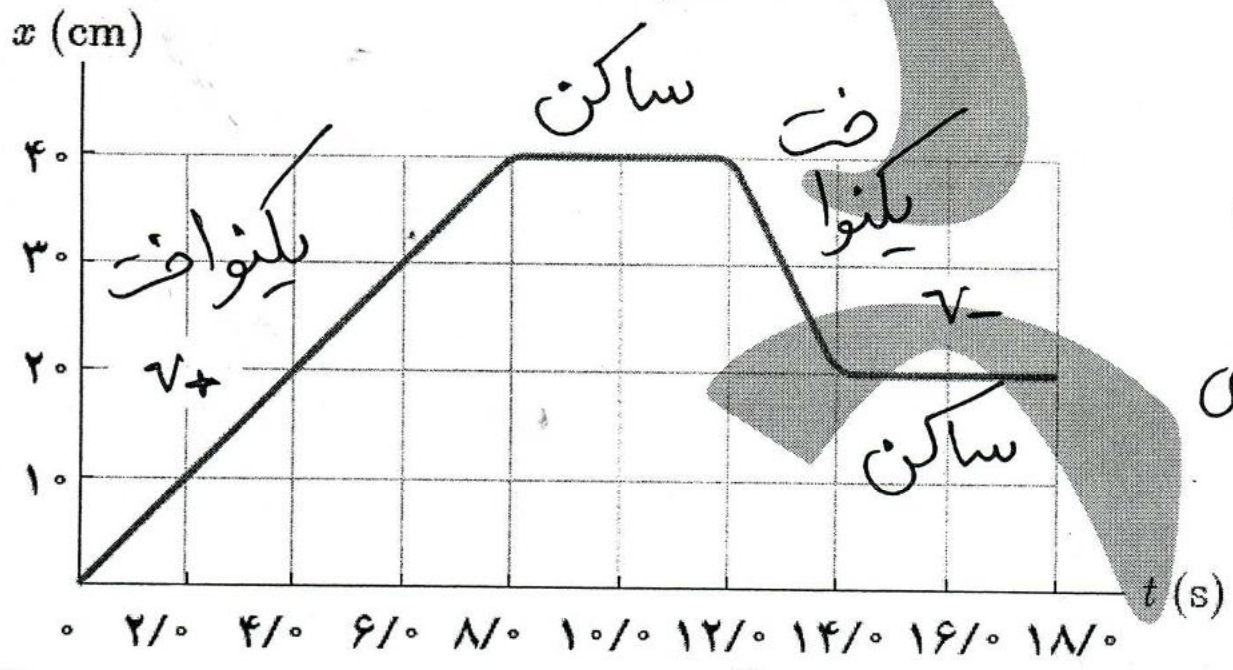
ث) در بازهٔ زمانی $t = ۸/۰\,s$ تا $t = ۱۲/۰\,s$

ج)

$$\Delta x = x_۲ - x_۱ = ۴۰\,cm - ۲۰\,cm = ۲۰\,cm$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۰\,cm}{۸/۰\,s - ۴/۰\,s} = ۵/۰\,cm/s$$

علامت مثبت نشان می‌دهد که مورچه در جهت مثبت محور x جابه‌جا شده است.



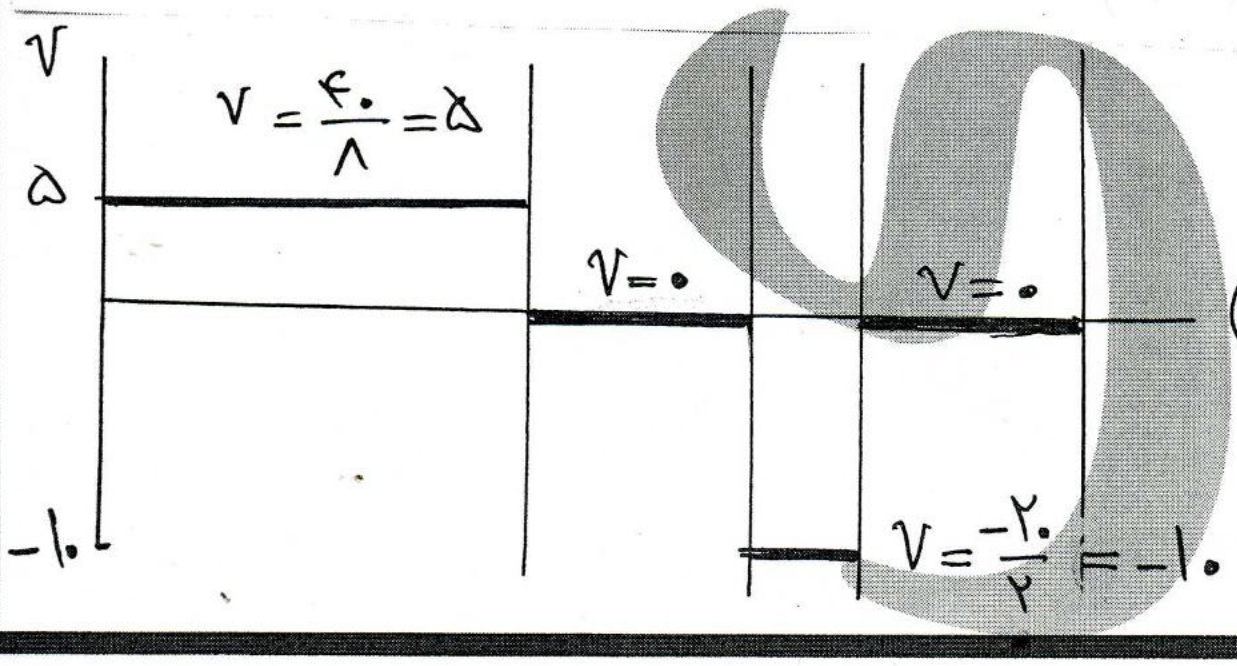
در حرکت یکنواخت اندازه سرعت متوسط و اندازه سرعت لحظه‌ای برابرند.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = v$$

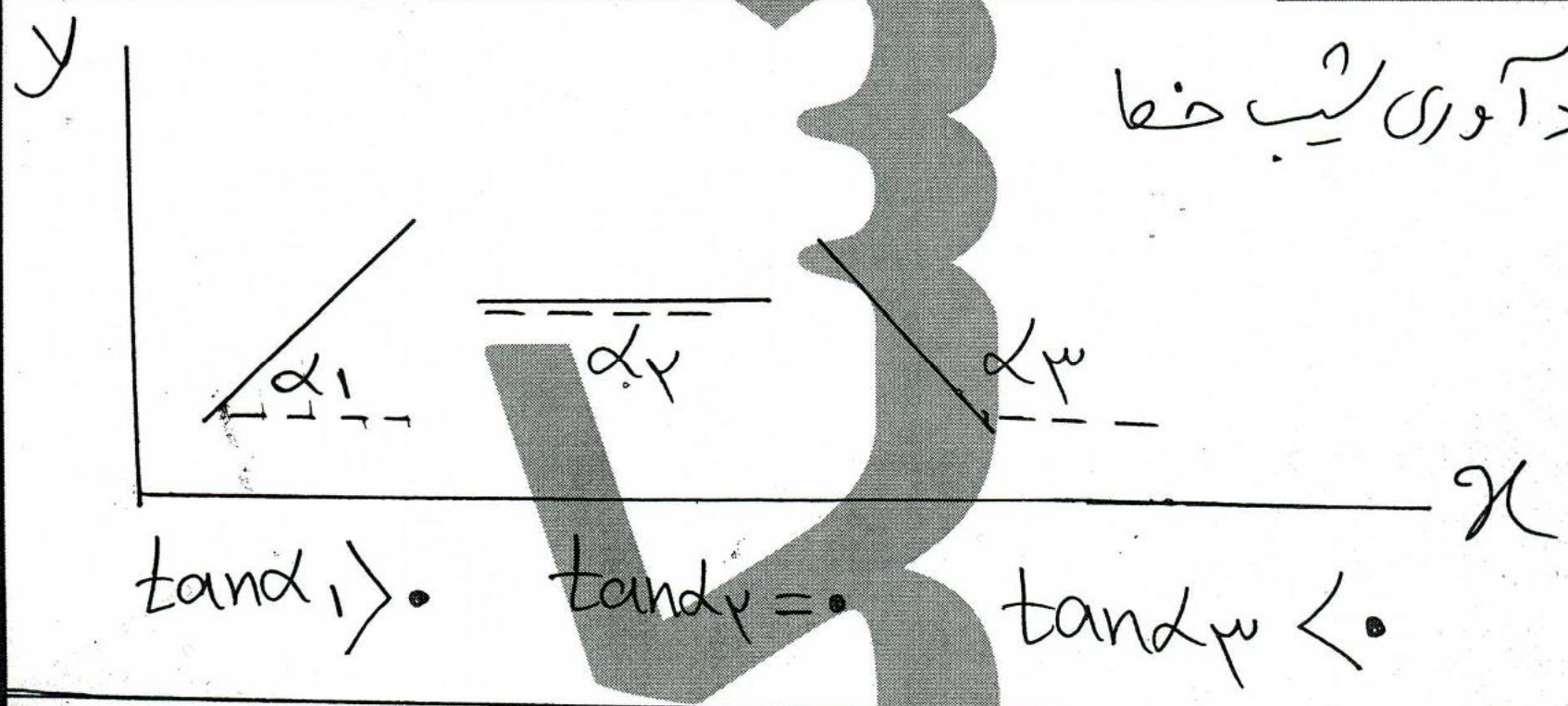
یادآوری

$v+$ (موافق محور x می‌رود)

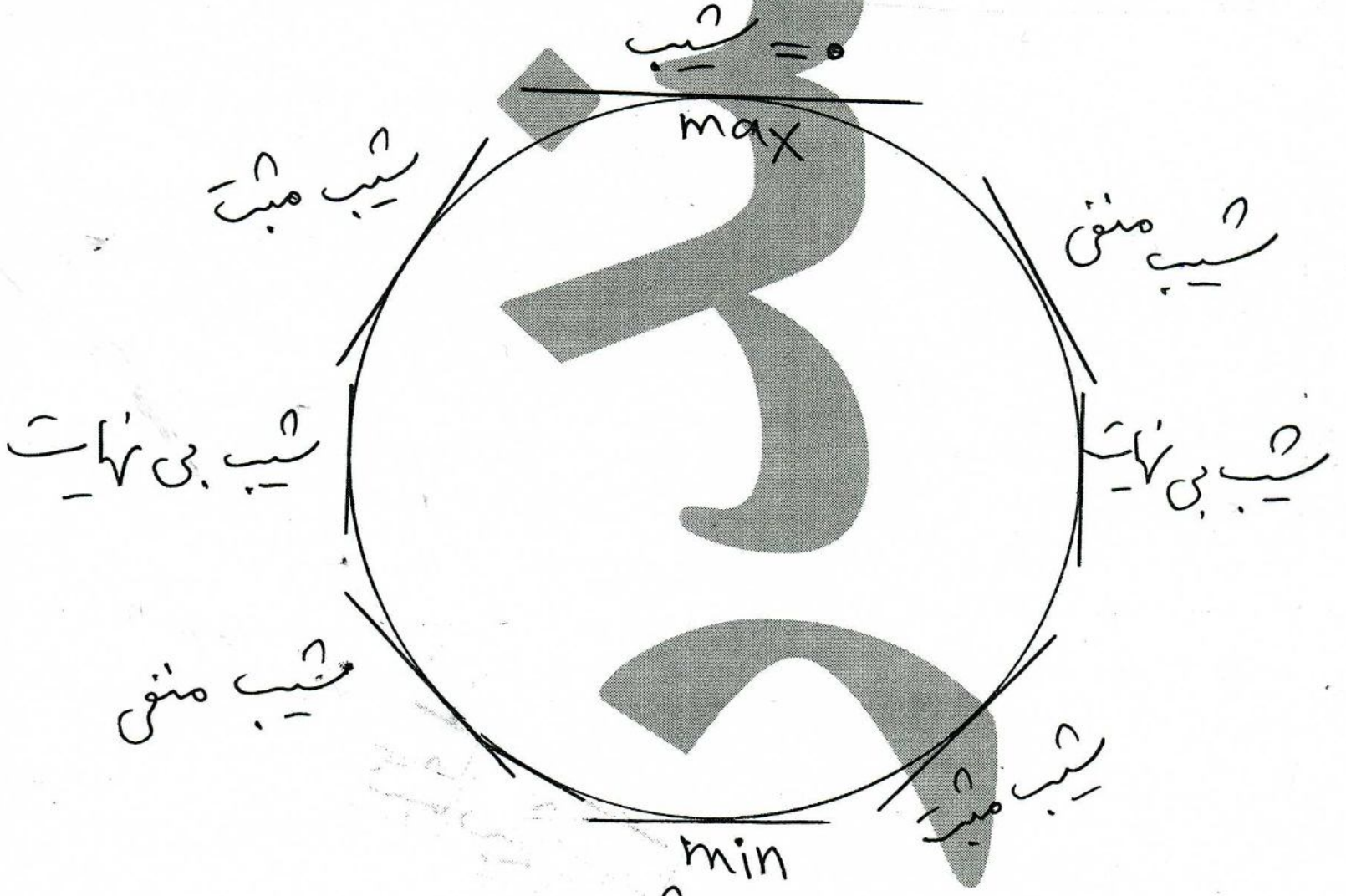
$v-$ (مخالف محور x می‌رود)

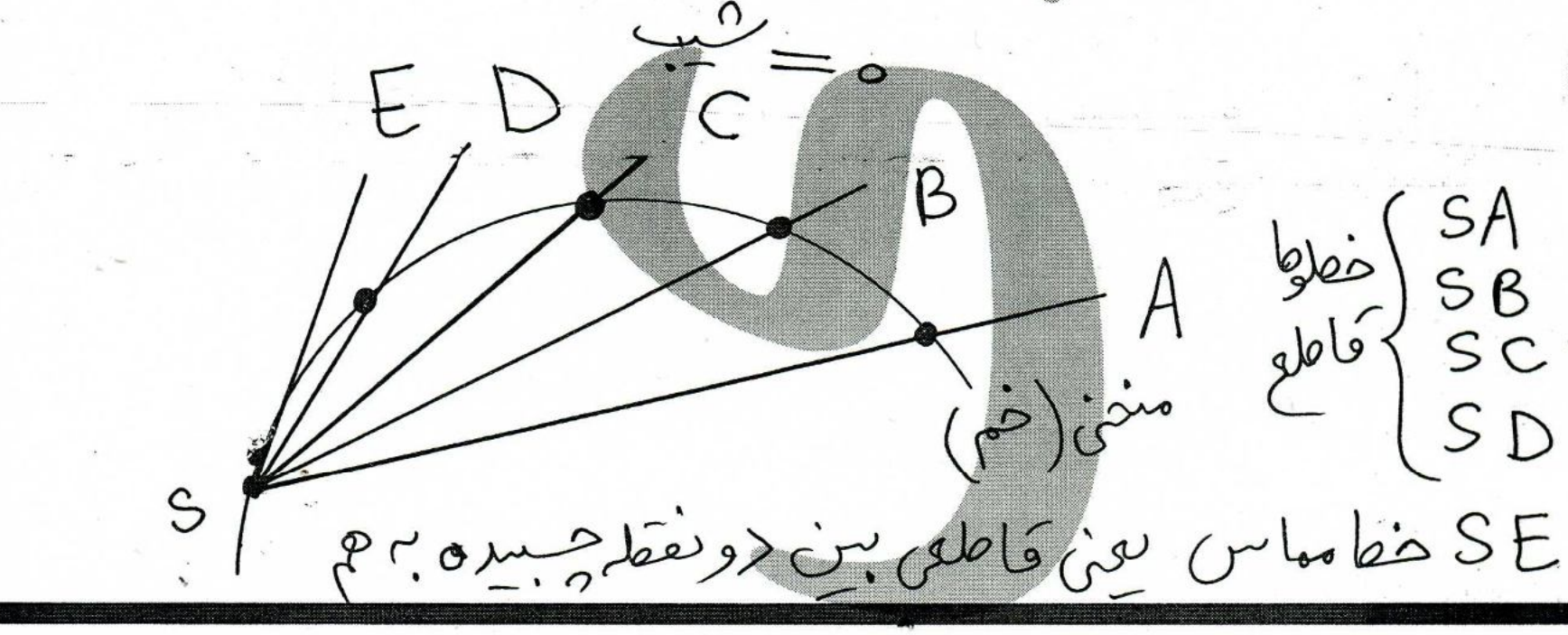


یادآوری شیب خط



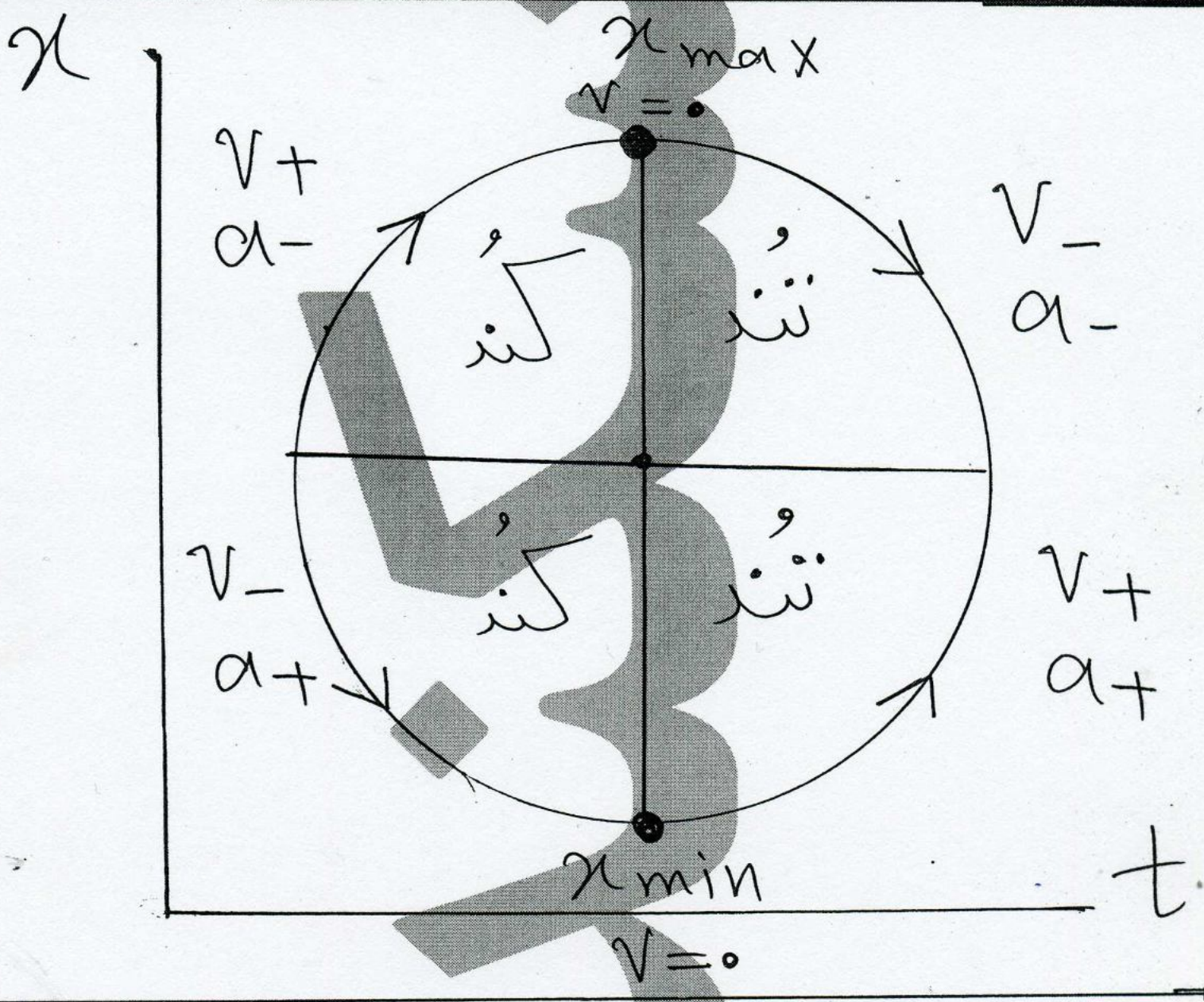
$\tan\alpha_1 > 0$ $\tan\alpha_2 = 0$ $\tan\alpha_3 < 0$

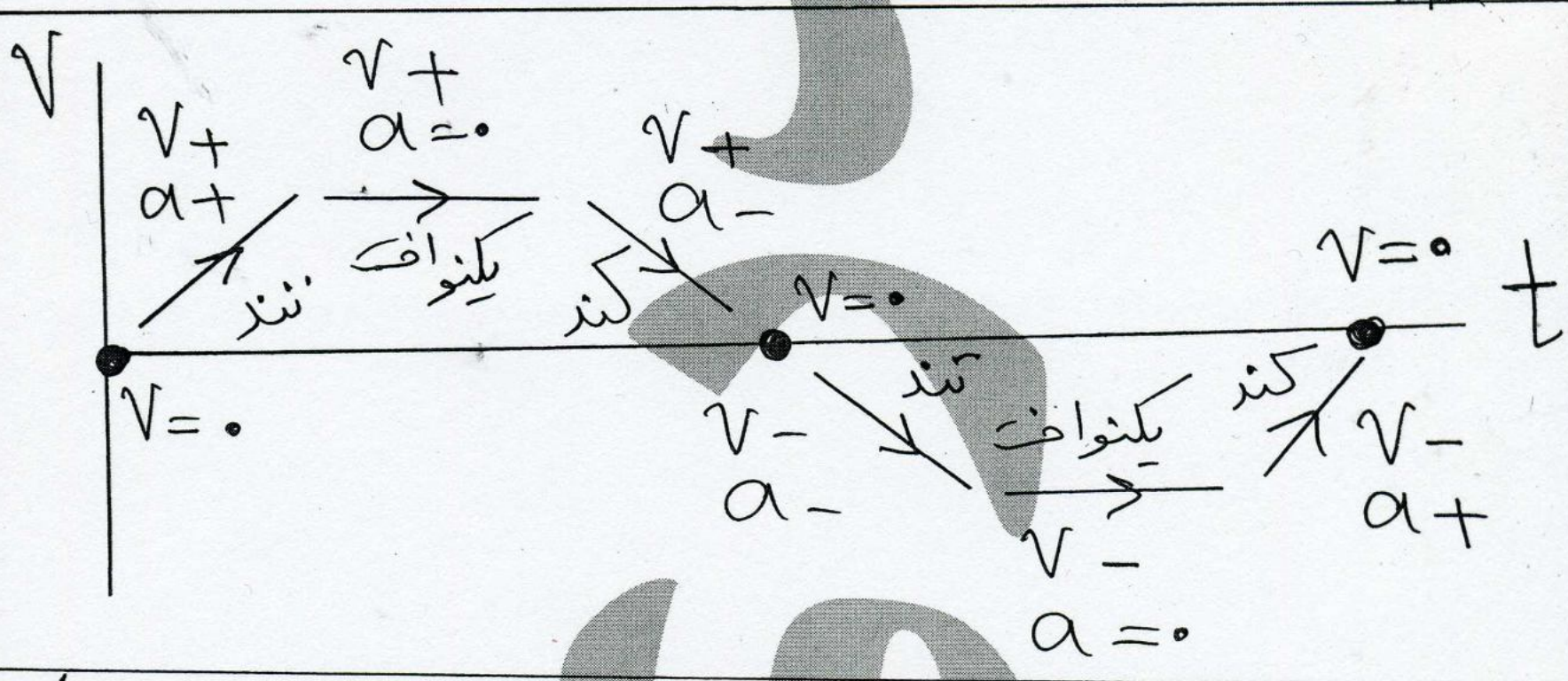


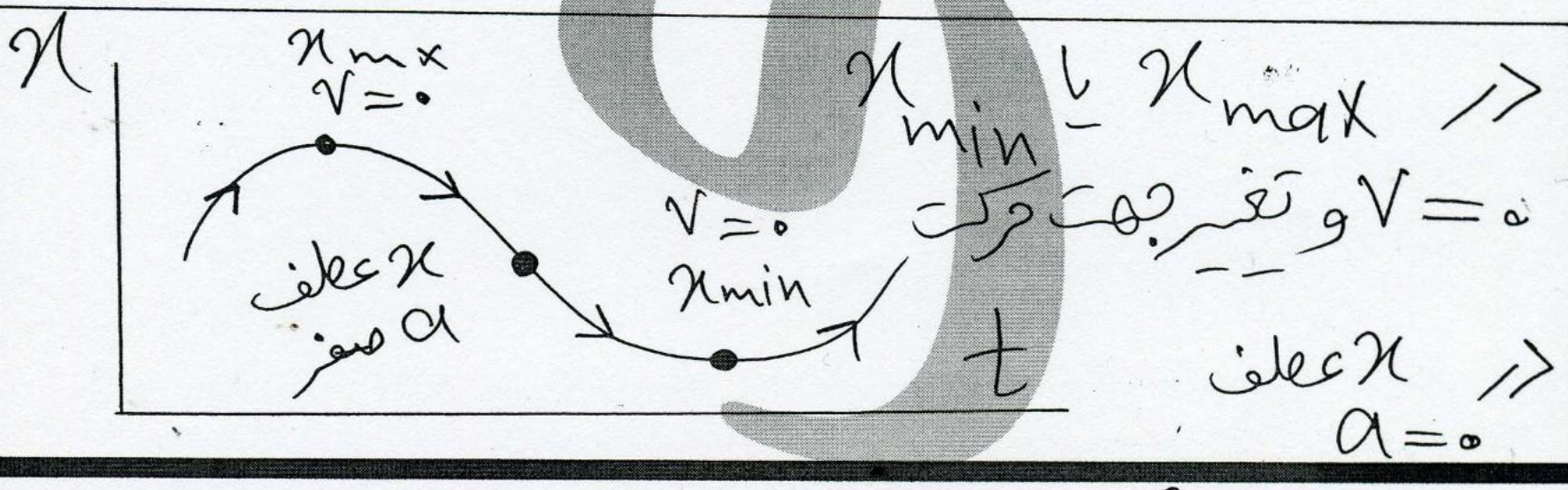


خطوط قاطع: SA, SB, SC, SD

SE خط مماس یعنی قاطعی بین دو نقطه چسبیده بهم

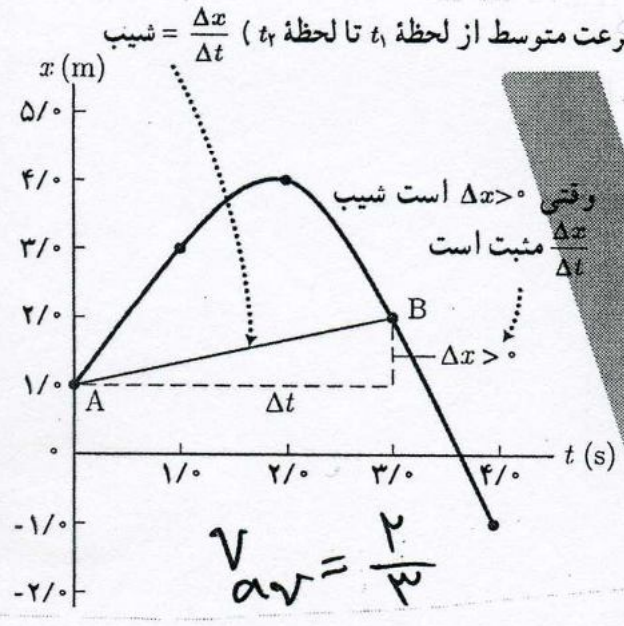


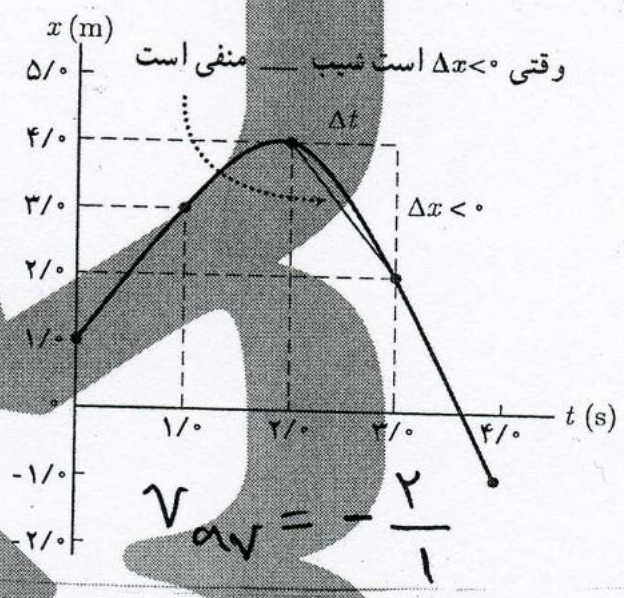




تغییر جهت شتاب و نیرو

سرعت متوسط: شیب پاره خط است که نقاط نظیر آن دو لحظه از نمودار مکان ـ زمان را به یکدیگر وصل می‌کند.





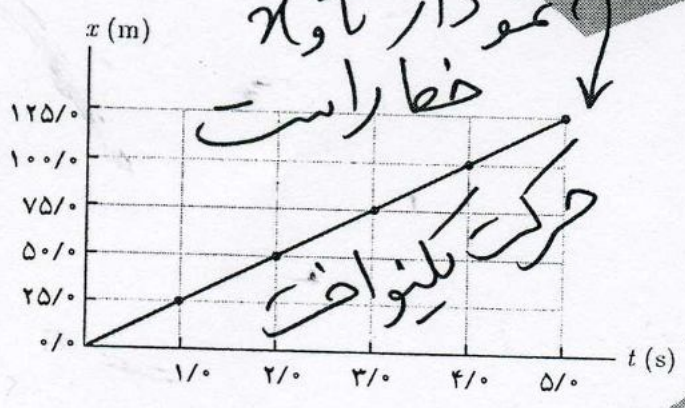
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

علامت Δx و علامت v_{av} الزاماً یکی است ($\Delta t > 0$)

$$x = -\frac{۳}{۴}t^۲ + ۳t + ۱$$

مثال ۱ـ۵

نمودار مکان ـ زمان موتورسواری که بر خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل روبه‌رو است. سرعت متوسط موتورسوار را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰s تا ۱/۰s، ۲/۰s تا ۴/۰s، ۱/۰s تا ۵/۰s محاسبه کنید. نتایج به‌دست آمده را با هم مقایسه و تفسیر کنید.



نمودار x و t خط راست حرکت یکنواخت

پاسخ: با توجه به داده‌های روی نمودار و بنا به رابطهٔ ۱ـ۴، سرعت متوسط موتورسوار، برای هر یک از بازه‌های زمانی خواسته شده، برابر است با:

بازهٔ زمانی ۰/۰ s تا ۱/۰s

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۵/۰\,\text{m} - ۰/۰\,\text{m}}{۱/۰\,\text{s} - ۰/۰\,\text{s}} = ۲۵\,\text{m/s}$$

بازهٔ زمانی ۲/۰s تا ۴/۰s

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۰۰/۰\,\text{m} - ۵۰/۰\,\text{m}}{۴/۰\,\text{s} - ۲/۰\,\text{s}} = ۲۵\,\text{m/s}$$

بازهٔ زمانی ۱/۰s تا ۵/۰s

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۲۵/۰\,\text{m} - ۲۵/۰\,\text{m}}{۵/۰\,\text{s} - ۱/۰\,\text{s}} = ۲۵\,\text{m/s}$$

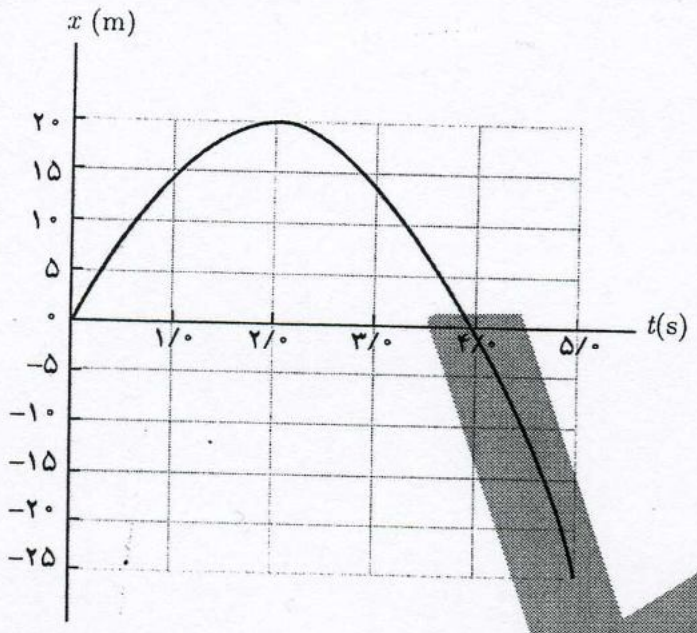
خیلی مهم

اگر در هر بازهٔ زمانی دلخواه دیگری نیز سرعت متوسط موتورسوار را حساب کنید، خواهید دید که همین مقدار برای آن به‌دست می‌آید. از آنجا که شیب نمودار مکان ـ زمان برای هر بازهٔ زمانی دلخواه برابر سرعت متوسط متحرک است، با توجه به ثابت بودن شیب نمودار مکان ـ زمان موتورسوار در طول حرکت، چنین انتظاری می‌رفت.

حرکت یکنواخت $\rightarrow a = ۰$

معادله این حرکت $x = ۲۵t + ۰$ $\rightarrow$ $v = ۲۵$ m/s, $x_۰ = ۰$ m

مثال ۱ــ۶



شکل روبه‌رو، نمودار مکان ــ زمان خودرویی را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کند.

الف) با استفاده از داده‌های روی شکل، سرعت متوسط خودرو را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰s تا ۲/۰s، ۰/۰s تا ۴/۰s، ۲/۰s تا ۴/۰s، ۲/۰s تا ۵/۰s، ۴/۰s تا ۵/۰s حساب کنید.

ب) در کدام یک از این بازه‌های زمانی، سرعت متوسط در جهت محور x و در کدام یک در خلاف جهت محور x است؟

پاسخ : الف) با توجه به داده‌های روی نمودار و بنا به رابطهٔ ۱ــ۳، سرعت متوسط خودرو برای هر یک از بازه‌های زمانی خواسته شده، برابر است با :

بازهٔ زمانی ۰/۰ s تا ۲/۰s

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۲۰\,\text{m}-۰\,\text{m}}{۲/۰\,\text{s}-۰/۰\,\text{s}}=۱۰\,\text{m/s}$$

بازهٔ زمانی ۰/۰ s تا ۴/۰s

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۰\,\text{m}-۰\,\text{m}}{۴/۰\,\text{s}-۰/۰\,\text{s}}=۰\,\text{m/s}$$

بازهٔ زمانی ۲/۰ s تا ۴/۰s

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۰\,\text{m}-۲۰\,\text{m}}{۴/۰\,\text{s}-۲/۰\,\text{s}}=-۱۰\,\text{m/s}$$

بازهٔ زمانی ۲/۰ s تا ۵/۰s

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۲۵\,\text{m}-۲۰\,\text{m}}{۵/۰\,\text{s}-۲/۰\,\text{s}}=-۱۵\,\text{m/s}$$

بازهٔ زمانی ۴/۰ s تا ۵/۰s

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-۲۵\,\text{m}-۰\,\text{m}}{۵/۰\,\text{s}-۴/۰\,\text{s}}=-۲۵\,\text{m/s}$$

هم علامت v_{av} و Δx

ب) در بازه‌های زمانی‌ای که سرعت متوسط خودرو مثبت است، سرعت متوسط خودرو در جهت محور x و در بازه‌های زمانی‌ای که سرعت متوسط منفی است، سرعت متوسط خودرو در خلاف جهت محور x است.

اگر معادله حرکت این جسم را بخواهند:

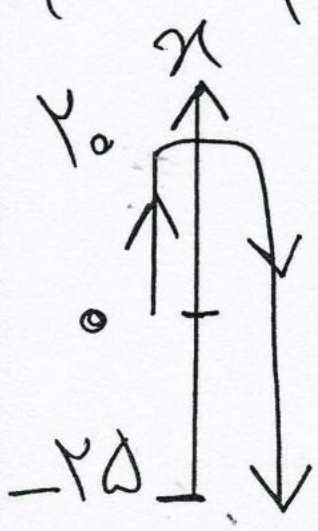
$x_0=0$

$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$

$\begin{cases}۲۰=\frac{1}{2}a(۲)^2+v_0(۲)+۰\\ ۰=\frac{1}{2}a(۴)^2+v_0(۴)+۰\end{cases}\xrightarrow{-۲}\begin{cases}۲a+۲v_0=۲۰\\ ۸a+۴v_0=۰\end{cases}$

$a=-۱۰ \text{ و } v_0=۲۰$

$x=-۵t^2+۲۰t$



مسیر مستقیم ✓

کل مسافت $=۲۰+۲۰+۲۵=۶۵$ m

کل جابه‌جایی $=-۲۵$ m

عقیل اسکندری

پرسش ۱ـ۳

با توجه به نمودار مکان ـ زمان شکل روبه‌رو به پرسش‌های زیر پاسخ دهید :

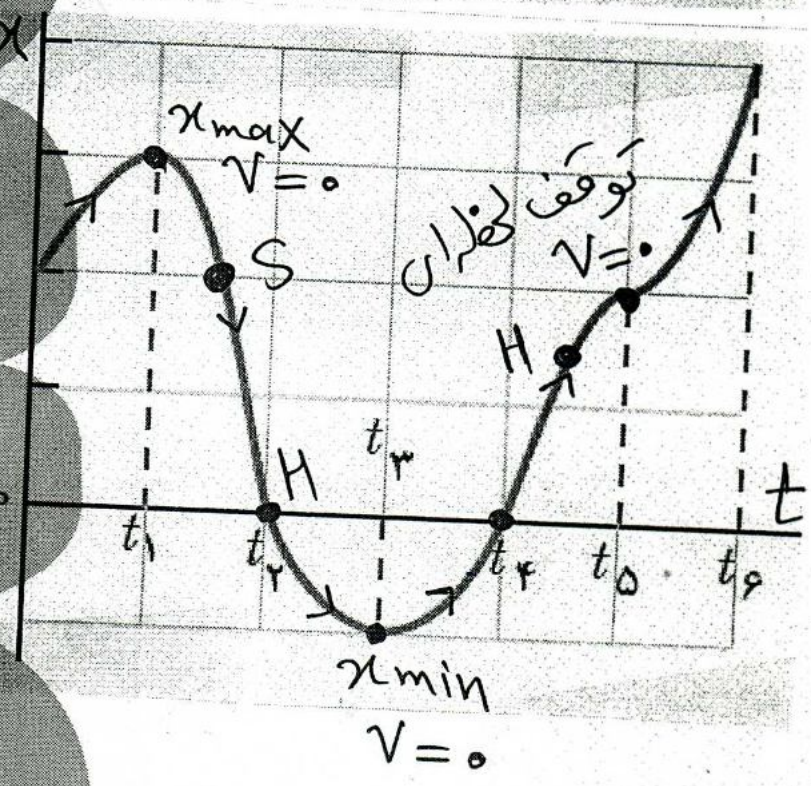
الف) متحرک چند بار از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

ب) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال دور شدن از مبدأ است؟

پ) در کدام بازه‌های زمانی متحرک در حال نزدیک شدن به مبدأ است؟

ث) جهت حرکت چند بار تغییر کرده است؟ در چه لحظه‌هایی؟

ج) جابه‌جایی کل در جهت محور x است یا خلاف آن؟



(الف) مبدأ مکان
$x=0$
$t=t_2$ و $t=t_4$

(ب)
t_1 تا ۰
t_3 تا t_2
t_5 تا t_4

(پ)
t_2 تا t_1
t_4 تا t_3

(ت) در t_1 و t_3
(دو بار)

(ث) $\Delta x_{کل} > 0$

چند نکته در مورد این پرسش

① از ۰ تا t_1 کند شونده $(a-$ و $v+)$
حرکت موافق محور x

② از t_1 تا نقطه S تند شونده $(a-$ و $v-)$
حرکت مخالف محور x

③ از نقطه S تا t_2 (اگر حظارت باشد)
حرکت یکنواخت و مخالف محور x
$a=0$ و $v-$

④ از t_2 تا t_3 تند شونده $(a+$ و $v-)$
مخالف محور x

⑤ از t_4 تا t_3
تند شونده $a+$ و $v+$
(موافق محور)

⑥ از t_4 تا H
یکنواخت $v+$ و $a=0$
موافق محور x

⑦ از H تا t_5
کند شونده $a-$ و $v+$
موافق محور x

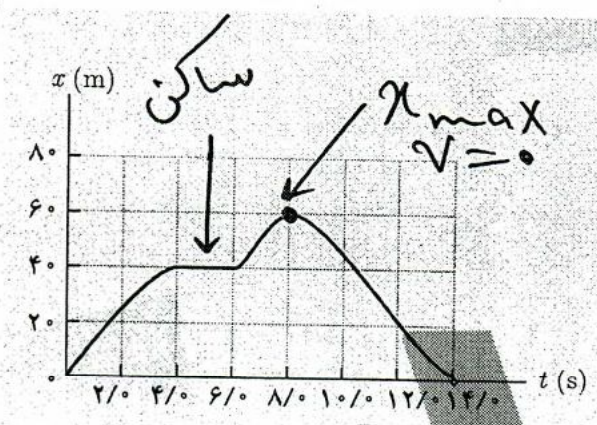
⑧ از t_5 تا t_6
تند شونده $v-$ و $a+$
موافق محور x

⑨ در لحظهٔ t_5 در یک زمان $a=0$ و $v=0$ شده و علامت a عوض شده

عقیل اسکندری

ص ۱۸ | ف ۱ | ک ۱۲

○ تمرین ۱ـ۲



شکل روبه‌رو نمودار مکان ــ زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم در حال حرکت است.

الف) در کدام لحظه، دوچرخه‌سوار بیشترین فاصله از مبدأ را دارد؟

ب) در کدام بازه‌های زمانی دوچرخه‌سوار در جهت محور x حرکت می‌کند؟

پ) در کدام بازهٔ زمانی دوچرخه‌سوار در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند؟

ت) در کدام بازهٔ زمانی، دوچرخه‌سوار ساکن است؟

ث) تندی متوسط و سرعت متوسط دوچرخه‌سوار را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰s تا ۲/۰s، ۴/۰s تا ۶/۰s، ۲/۰s تا ۵/۰s، ۸/۰s تا ۱۴/۰s، ۰/۰s تا ۱۴/۰s حساب کنید.

الف) در $t=8s \rightarrow x=60m$

ب) $v>0 \rightarrow t$ (۰ و ۴) و (۶ و ۸)

پ) $v<0 \rightarrow t$ (۸ و ۱۴)

ت) $v=0 \rightarrow t$ (۴ و ۶)

توجه: در $t=8$ در یک لحظه کوتاه ایستاده و بلافاصله تغییر جهت حرکت داده است

$\Delta t = 2-0=2$	$S_{av}=\frac{20}{2}=10$	$v_{av}=\frac{20}{2}=10$
$\Delta t = 6-4=2$	$S_{av}=\frac{0}{2}=0$	$v_{av}=\frac{0}{2}=0$
$\Delta t = 5-2=3$	$S_{av}=\frac{20}{3}$	$v_{av}=\frac{20}{3}$
$\Delta t = 14-8=6$	$S_{av}=\frac{60}{6}=\frac{20}{3}$	$v_{av}=-\frac{60}{6}=-\frac{20}{3}$
$\Delta t = 14-0=14$	$S_{av}=\frac{120}{14}$	$v_{av}=\frac{0}{14}=0$

$S_{av}=\frac{L}{\Delta t}$ (مسافت / تندی متوسط) ، $v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$

توجه شکل دقیق نیست

مثلاً در $t=2$ $x=20$ دقیق نیست

من با کمی چشم پوشی از این عدم دقت حل کرده‌ام

تندی لحظه‌ای : تندی متحرک در هر لحظه را تندی متوسط می نامیم . کمیتی نرده‌ای است (تندی نرده‌ای) وجهت ندارد (سرعت برداری)

شکل ۱ـ۶ عقربهٔ تندی‌سنج، تندی لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهد و هیچ گونه اطلاعی در خصوص جهت حرکت خودرو به ما گزارش نمی‌کند.

حتی هنگام دنده عقب

سرعت لحظه‌ای :

هرگاه درگزارش تندی حرکت به جهت حرکت هم اشاره کنیم ، آن گزارش سرعت لحظه‌ای است که کمیتی برداری می باشد

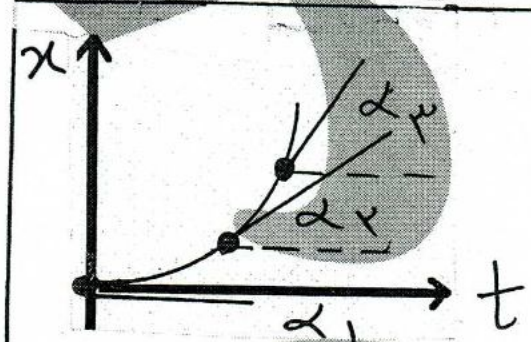
پرسش ۱ـ۴

از روی نمودار مکان ـ زمان توضیح دهید در چه صورت سرعت لحظه‌ای متحرک همواره با سرعت متوسط آن برابر است.

* = جواب

تفاوت کلمه (لحظه) در محاوره و فیزیک

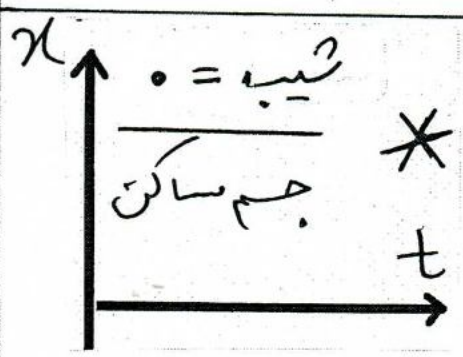
توجه : واژهٔ لحظه در فیزیک با کاربرد محاوره‌ای آن در زندگی روزمره متفاوت است. همهٔ ما ممکن است عبارت «لطفاً کمی صبر کن. تنها یک لحظه طول می‌کشد» را در موارد زیادی به کار ببریم که منظور یک بازهٔ زمانی کوتاه، مثلاً چند ثانیه یا چند دقیقه است. ولی در فیزیک یک لحظه به هیچ وجه طول نمی‌کشد؛ لحظه به یک تک‌مقدار از زمان اشاره دارد.



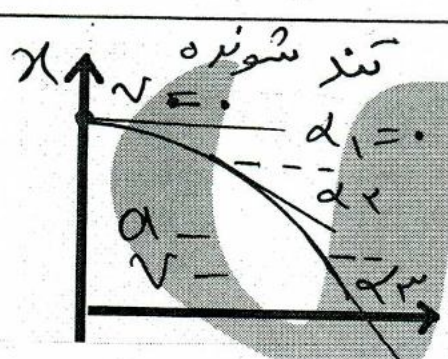
x_{min}
$V=0$

α ✓ در حال افزایش
✓ شیب خط زیاد می‌شود
حرکت تند شونده
a و V
$+$ $+$

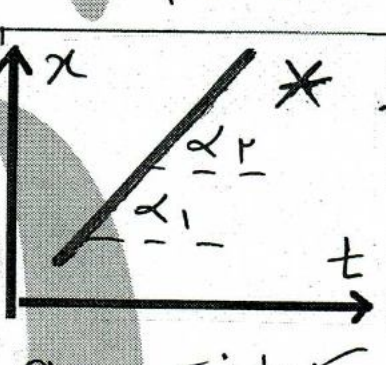
هم سرعت لحظه‌ای و هم سرعت متوسط زیاد می‌شوند ولی همیشه باهم برابر نیستند



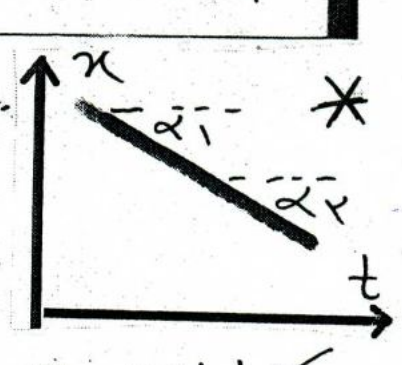
$V_{av} = V = 0$



شیب منفی و افزایش

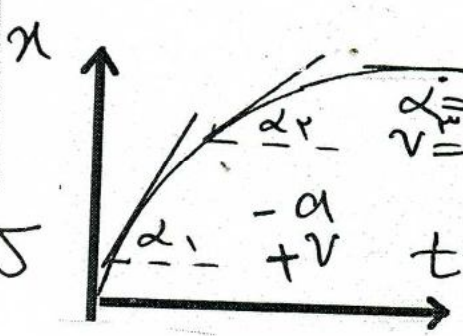


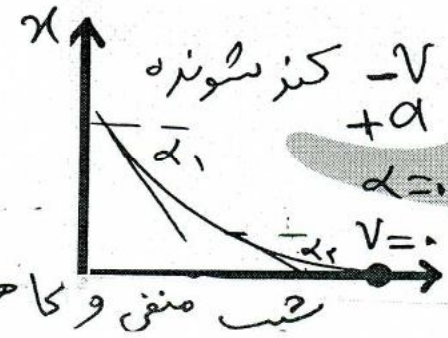
یکنواخت $a=0$
$V+$
شیب ثابت +
$V = V_{av}$



یکنواخت $a=0$
$V-$
شیب ثابت −
$V = V_{av}$

شیب کم شد
کند شونده





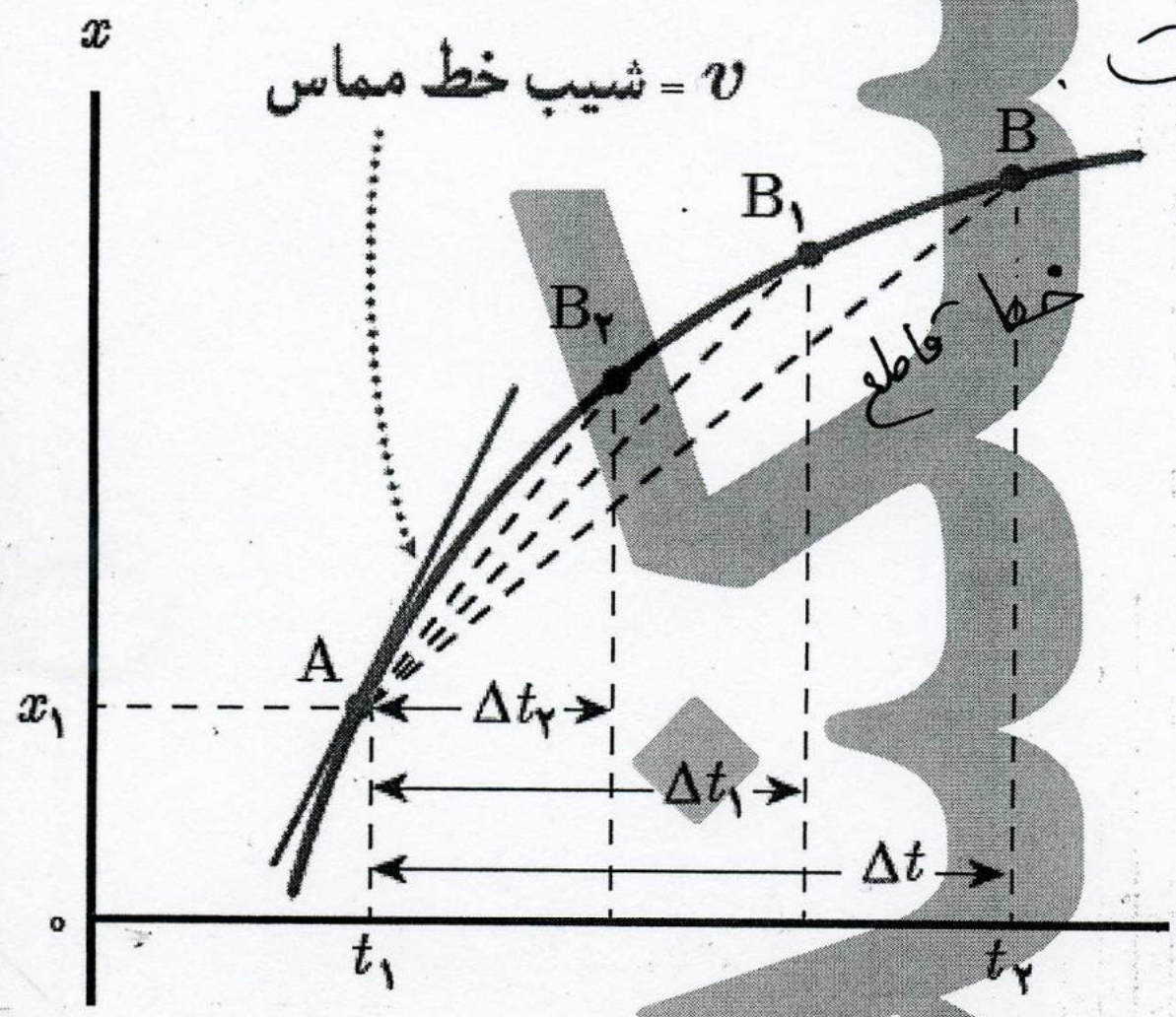
شیب منفی و کاهش

سرعت لحظه‌ای : شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان

در هر لحظه دلخواه است.

B و B_1 و B_2

سرعت متوسط = شیب خط قاطع



با کوچک شدن تدریجی Δt، نقطهٔ B به نقطهٔ A نزدیک می‌شود. در این صورت خط واصل بین این دو نقطه، در حالتی که بازهٔ زمانی Δt خیلی خیلی کوچک شود، به خط مماس بر منحنی در نقطهٔ A میل می‌کند. به این ترتیب شیب این خط، برابر با سرعت متحرک در لحظهٔ t_1 است.

خط مماس در واقع همان خط قاطع است

قاطع ← متوسط

مماس ← لحظه‌ای

(x, t) ← سرعت

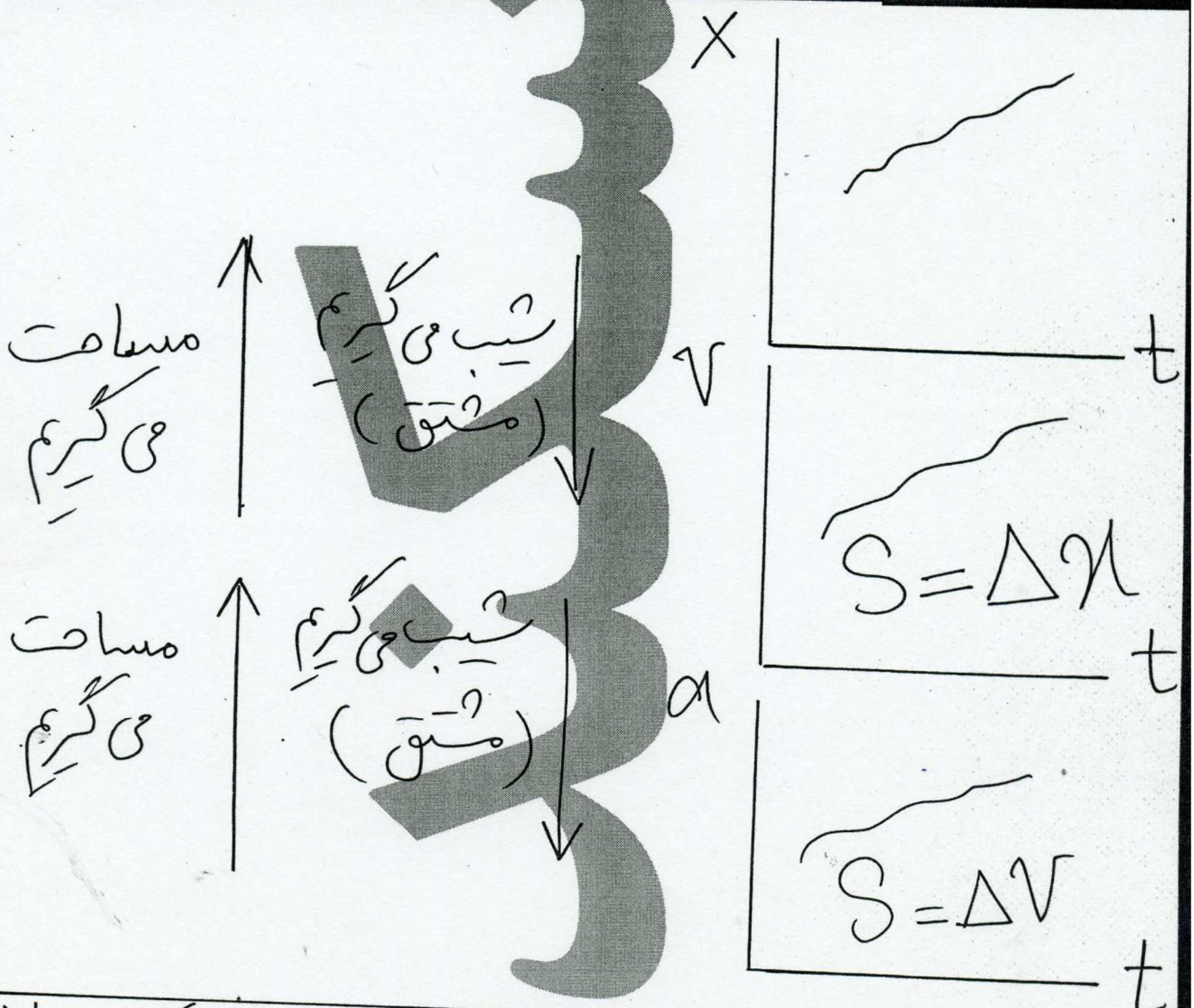
(v, t) ← شتاب

شتاب متوسط : نسبت تغییرات سرعت است به تغییرات زمان

$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

شتاب لحظه‌ای : شتاب هر لحظهٔ یک متحرک است.

شتاب متوسط و شتاب لحظه‌ای بردارهستند و اندازه و جهت و یکا دارند.



سرعت متوسط : شیب خط قاطع بر نمودار مکان زمان

سرعت لحظه‌ای : شیب خط مماس بر نمودار مکان زمان

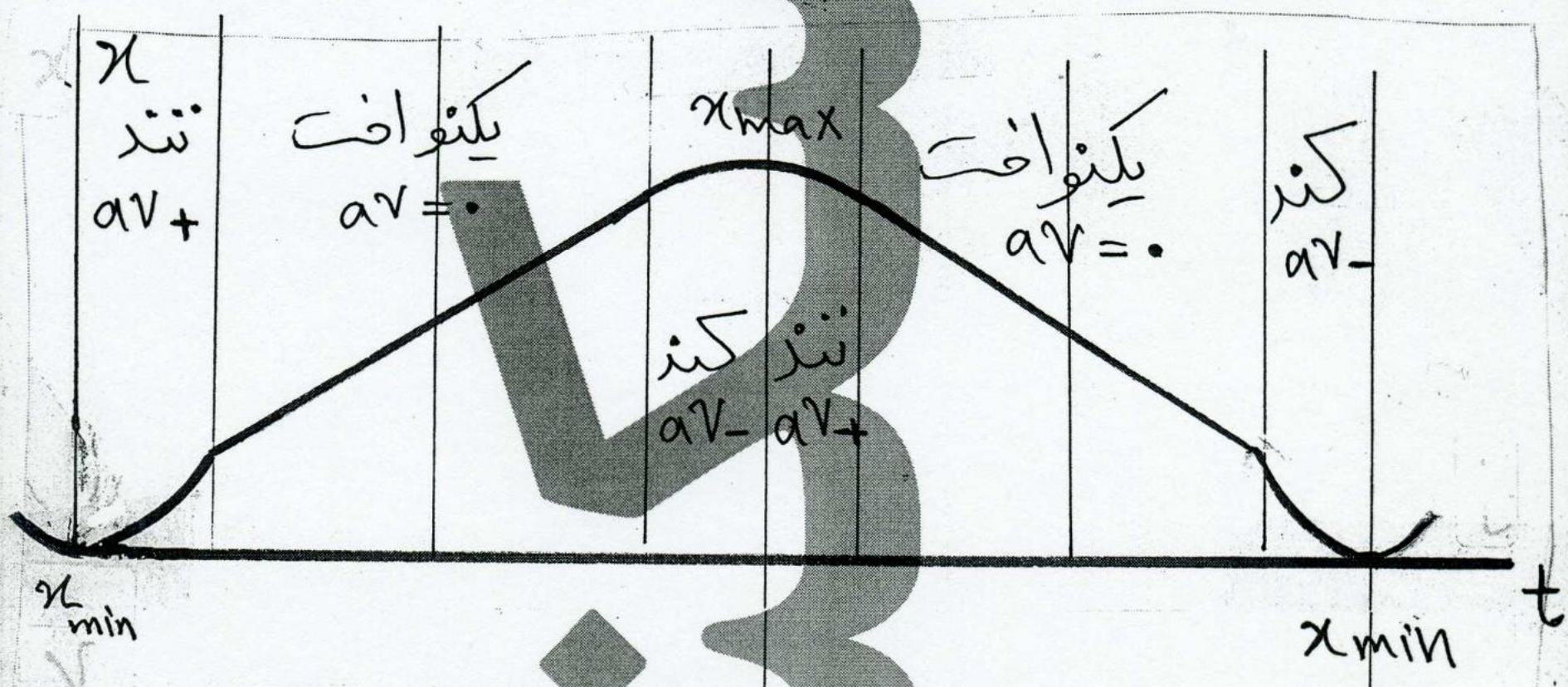
شتاب متوسط : شیب خط قاطع بر نمودار سرعت زمان

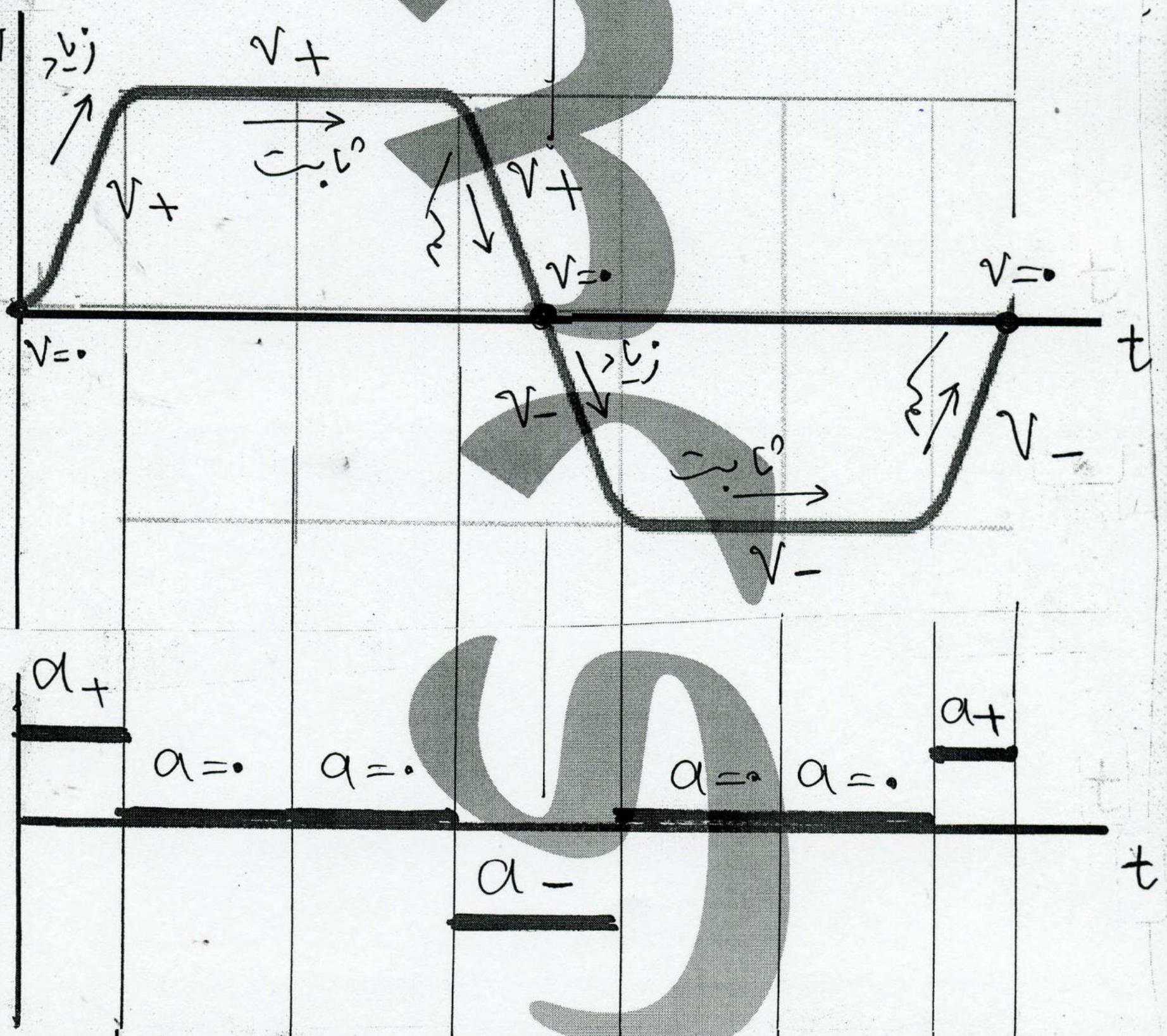
شتاب لحظه‌ای : شیب خط مماس بر نمودار سرعت زمان

توجه (قاطع ← متوسط) (مماس ← لحظه‌ای)

$\left(\frac{\Delta}{\Delta t} = \text{آهنگ تغییر}\right)$ $\left(a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}\right)$ $\left(v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\right)$

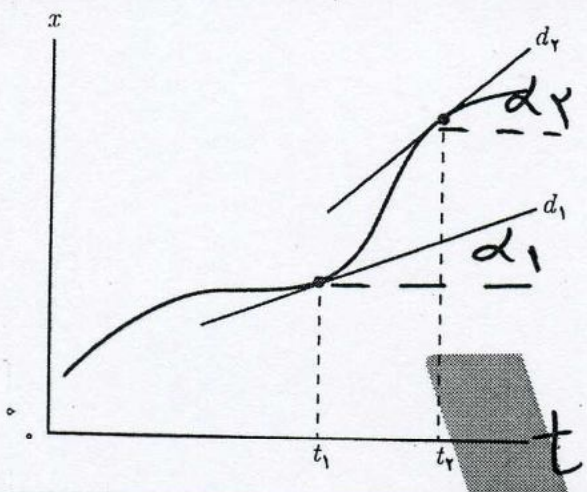
نمودارهای حرکت با شتاب ثابت





مثال ۱ـ۷

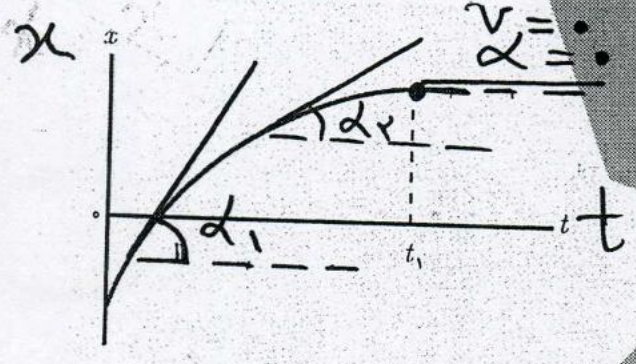
شکل روبه‌رو نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. d_1 و d_2 خط‌های مماس بر منحنی را در دو لحظهٔ متفاوت نشان می‌دهند. در کدام لحظه سرعت متحرک بیشتر است؟



پاسخ: با توجه به شکل، شیب خط d_2 بیشتر از شیب خط d_1 است. بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ t_2 بیشتر از سرعت آن در لحظهٔ t_1 است ($v_2 > v_1$). توجه کنید که شیب هر دو خط مثبت است و بنابراین سرعت نیز در هر دو لحظه مثبت، یعنی در جهت محور x است.

پرسش ۱ـ۵

شکل روبه‌رو نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است.



الف) از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ t_1 سرعت متحرک رو به افزایش است یا کاهش؟

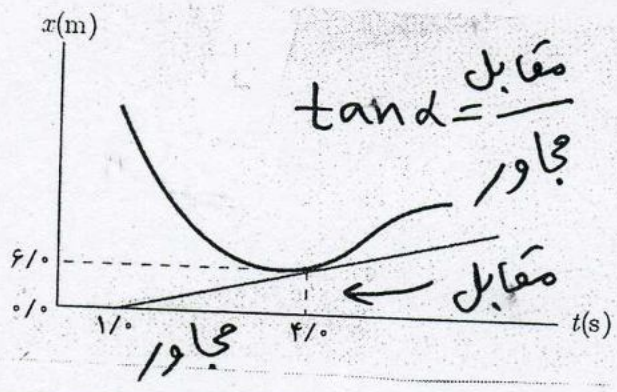
ب) اگر در لحظهٔ t_1 خط مماس بر منحنی موازی محور زمان باشد، سرعت متحرک در این لحظه چقدر است؟

الف) α درحال کاهش و $\tan\alpha$ درحال کاهش
سرعت درحال کاهش (کندشونده $+v$ و $-a$)

ب) در t_1 خط‌مماس موازی محور t و $\alpha = 0$ و $v = 0$

تمرین ۱ـ۳

شکل روبه‌رو نمودار مکان ـ زمان متحرکی را نشان می‌دهد. خط مماس بر منحنی در لحظهٔ $t = 4/0\,s$، رسم شده است. سرعت متحرک را در این لحظه پیدا کنید.



$\tan\alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}}$

$v = \text{شیب خط مماس} = \tan\alpha = \frac{6}{3} = 2\,m/s$

یادآوری: کمیت نرده‌ای فقط اندازه و یکا دارد (تندی و طول و زمان و حجم و چگالی و کار و فشار...)

یادآوری: کمیت برداری یکا و اندازه و جهت دارد (سرعت و نیرو و وزن و میدان الکتریکی و میدان گرانش و میدان مغناطیسی و تکانه و جابه‌جایی و شتاب و.....)

سرعت کمیتی برداری است و اگر تغییر کند شتاب ایجاد می‌شود.

$\vec{V} =$ ۵ m/s ↓ یکا — به شمال ← جهت — اندازه

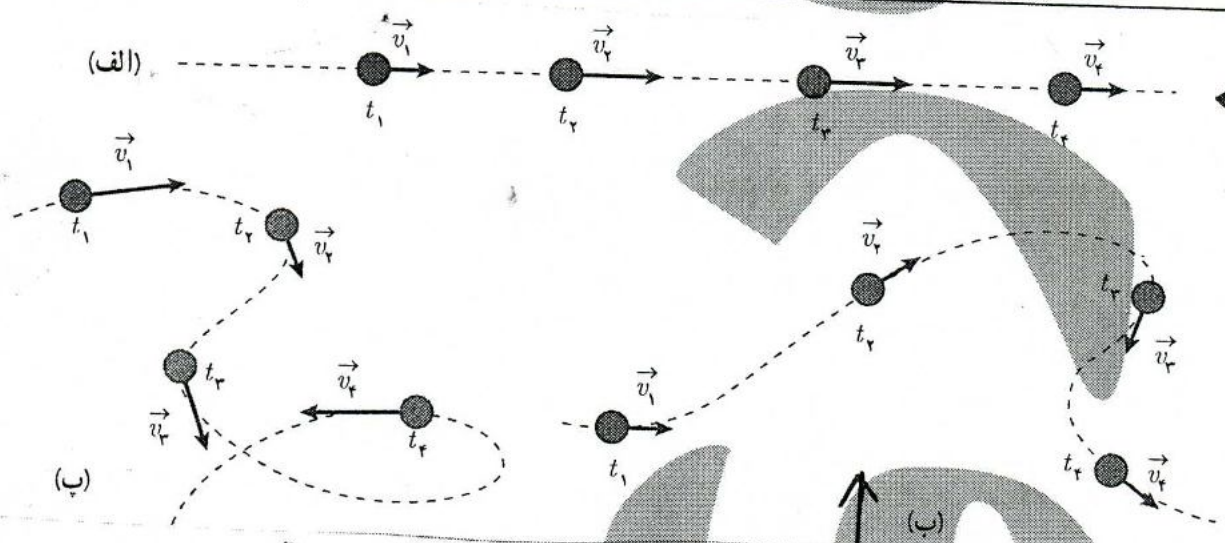
برای ایجاد شتاب (یعنی تغییر سرعت) سه روش وجود دارد

یا اندازه سرعت یا جهت و یا اندازه و جهت سرعت تغییر کند

توجه: اندازه سرعت = شیب خط مماس بر نمودار مکان زمان است

توجه: بردار سرعت همواره مماس بر مسیر حرکت در هر نقطه

۱ــ توجه کنید که مماس بودن بردار سرعت بر مسیر حرکت متفاوت با برابری سرعت با شیب خط مماس بر نمودار مکان ــ زمان است که پیش از این دیدیم.



جسم روی مسیر ⟷ مستقیم حرکت می‌کند جهت $\vec{V}$ ثابت ولی اندازه سرعت تغییر می‌کند پس شتاب دارد

مسیر مستقیم است ولی اندازه $\vec{V}$ ثابت نیست پس شتاب دارد

مسیر مستقیم است و اندازه $\vec{V}$ ثابت نیست شتاب دارد

توجه:

$+\vec{V}$ (جسم موافق محور حرکت دارد)

$-\vec{V}$ (جسم مخالف محور حرکت دارد)

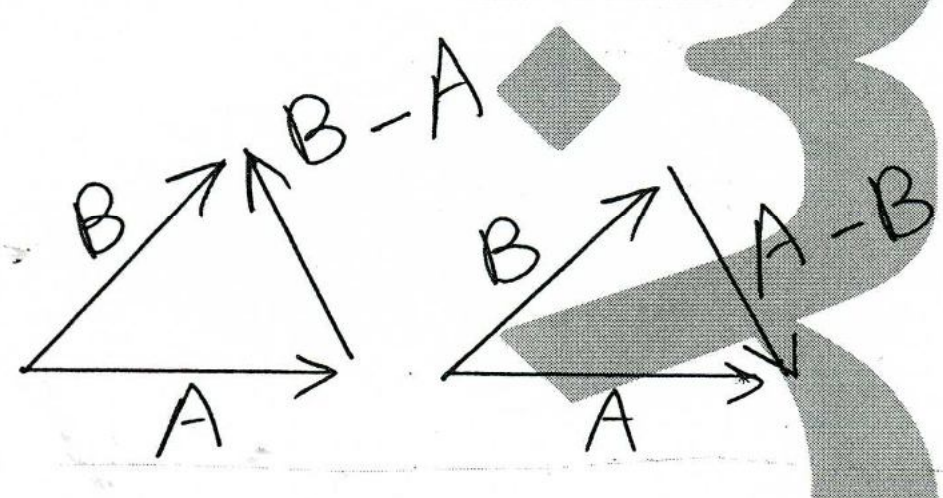
شتاب متوسط: تغییر سرعت به تغییر زمان

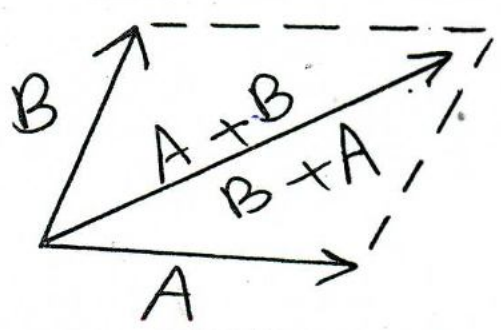
$$\vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \left(\frac{m}{s^2}\right)$$

شتاب متوسط بردار است پس جهت و اندازه و یکا دارد

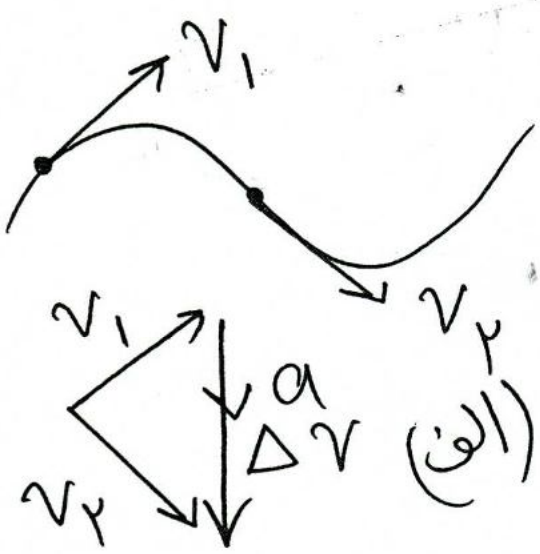
و چون Δt الزاماً عددی مثبت است پس شتاب متوسط الزاماً با تغییر سرعت هم جهت است

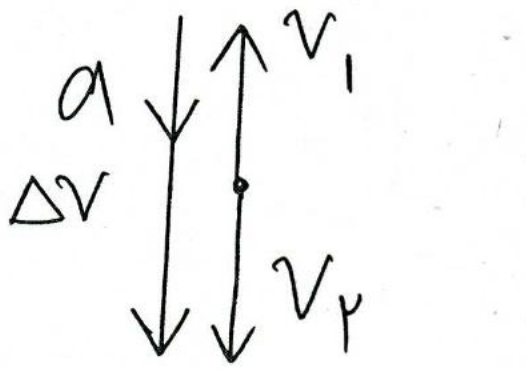
دو نکته برداری

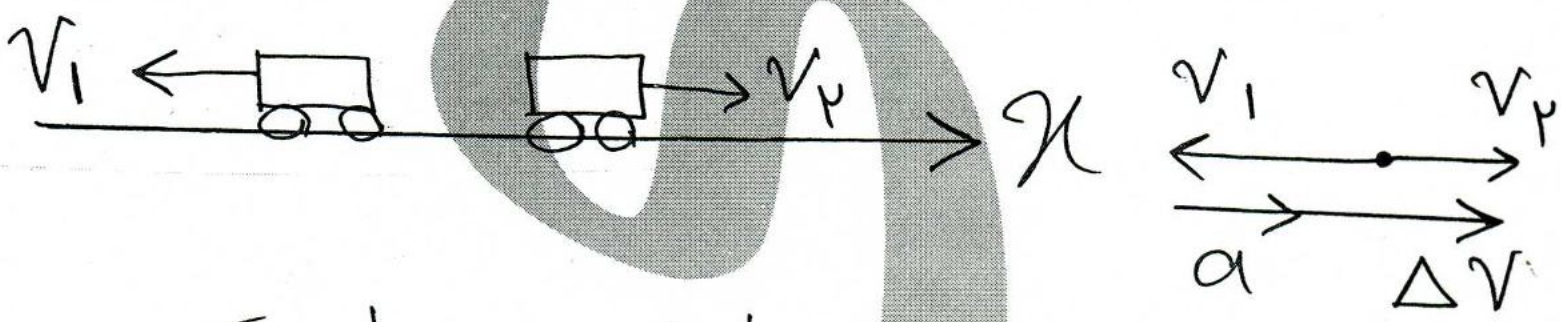




در این مثال ها $a = a_{av}$ فرض شود







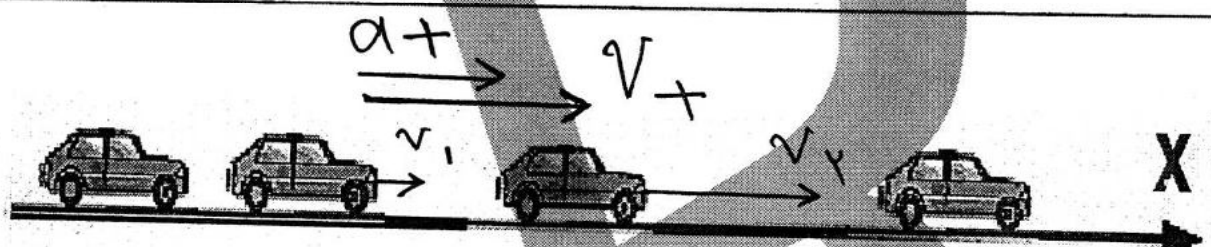
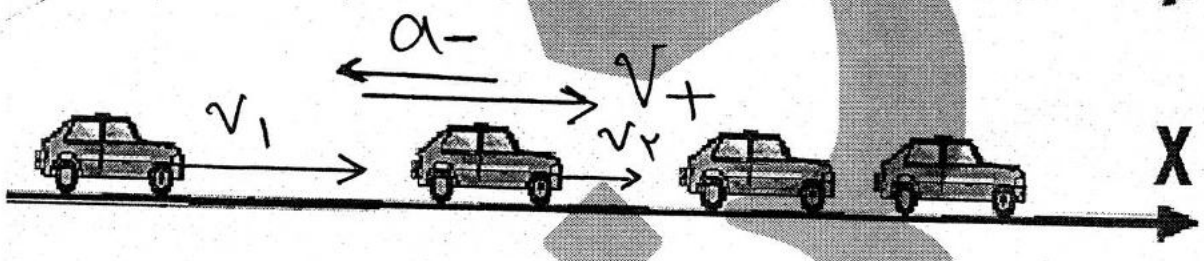
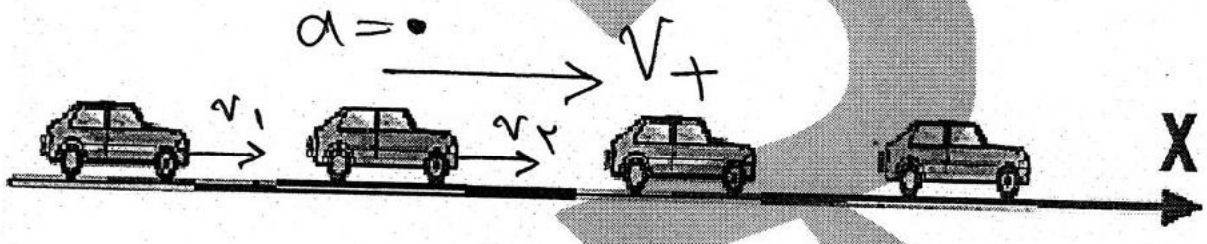
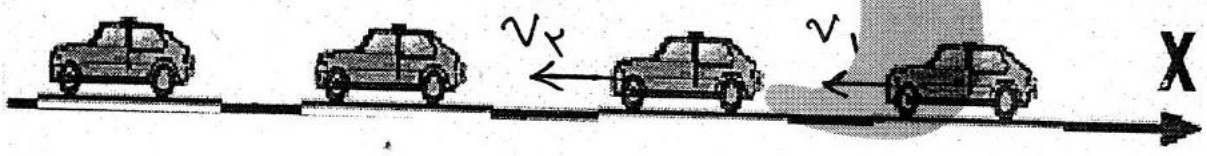
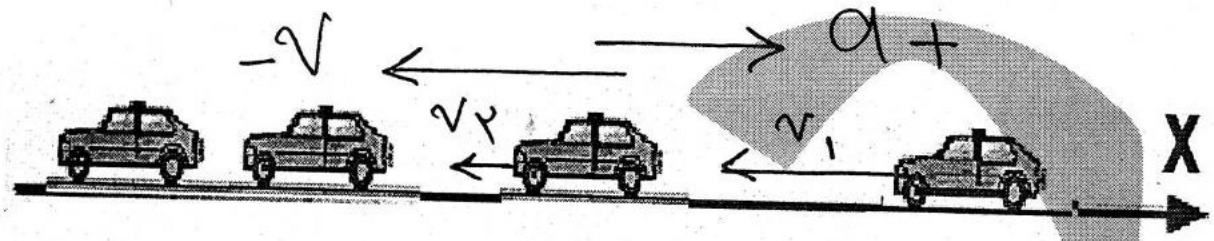
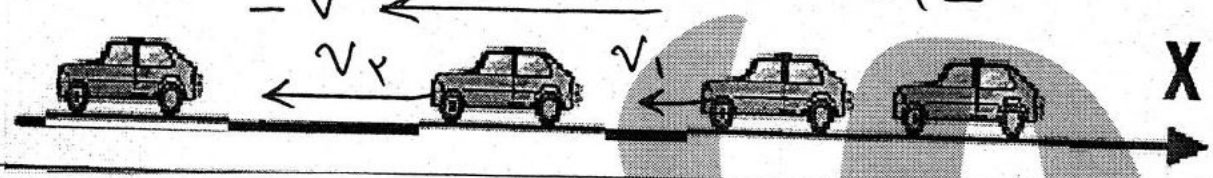
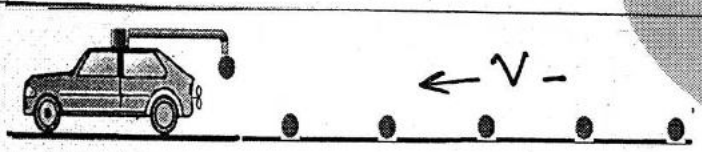
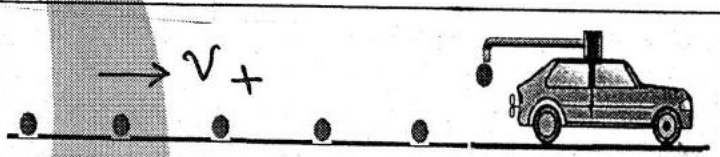
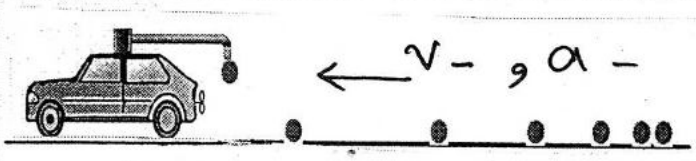
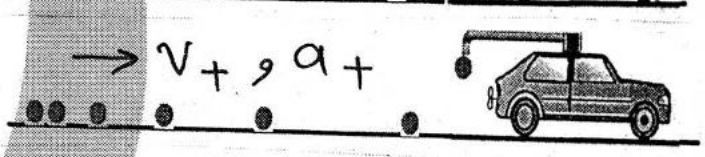
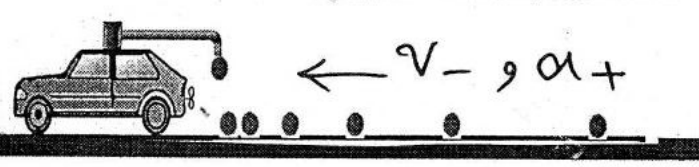
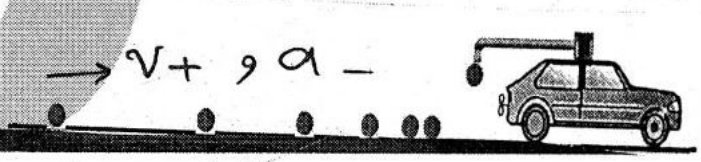
یادآوری: بردار سرعت مماس بر مسیر است

یادآوری: شتاب متوسط و تغییر سرعت هم جهت هستند

حرکت با سرعت ثابت (یکنواخت) : شتاب = صفر

حرکت تند شونده : سرعت در حال افزایش (a و v هم جهت)

حرکت کند شونده : سرعت در حال کاهش (a و v خلاف جهت)

نوع حرکت	
تند شونده	
کند شونده	
یکنواخت	
یکنواخت	
کند شونده	
تند شونده	
یکنواخت a=0	 
تند شونده	 
کند شونده	 

(ماشین رنگ ریز)

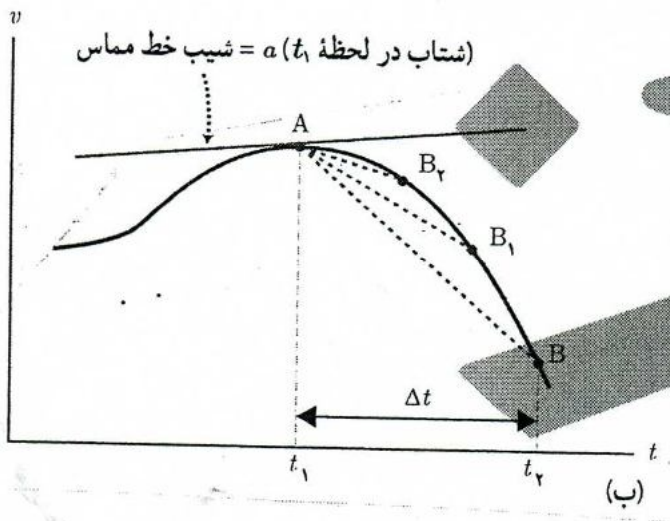
مثال ۱ـ۸

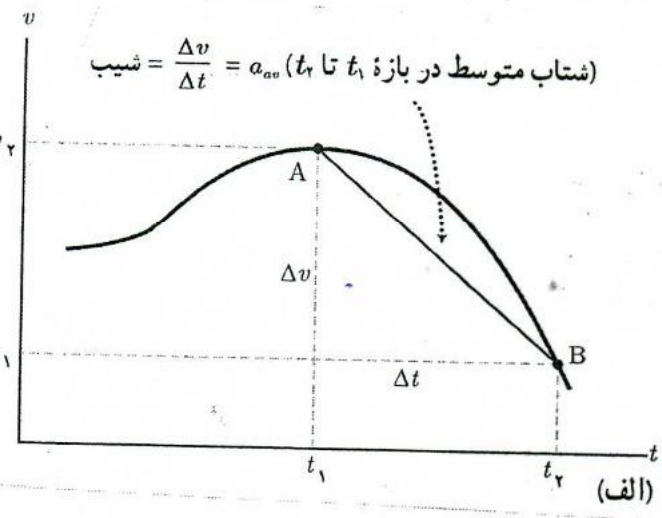
خودرویی از حال سکون در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند. پس از ۱۲s، سرعت خودرو به ۲۴m/s در جهت محور x می‌رسد. شتاب متوسط خودرو را در این بازهٔ زمانی به‌دست آورید.

پاسخ: از رابطهٔ ۱ـ۵، داریم:

$$\vec{a}_{av} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1} = \frac{(24\ \text{m/s})\,\vec{i} - 0\ \text{m/s}}{12\ \text{s} - 0\ \text{s}} = (2\ \text{m/s}^2)\,\vec{i}$$

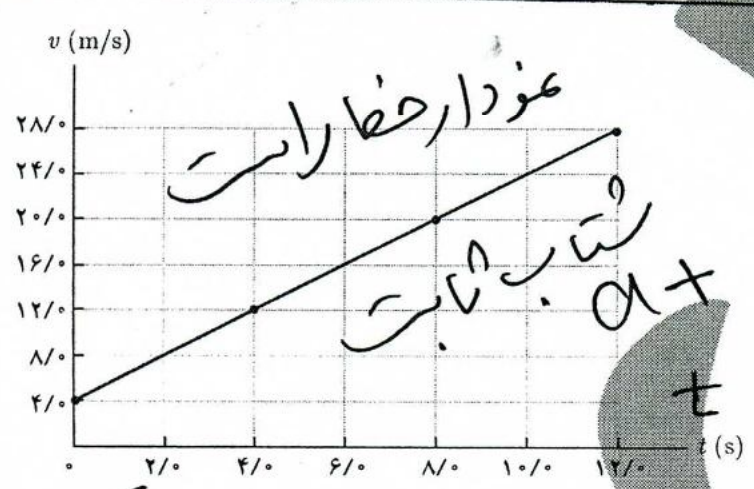
همان‌طور که دیده می‌شود، اندازهٔ شتاب متوسط خودرو $2/0\ \text{m/s}^2$ و شتاب در جهت محور x است.





مثال ۱ـ۹

نمودار سرعت ـ زمان موتورسواری که در امتداد محور x حرکت می‌کند در بازهٔ زمانی ۰/۰s تا ۱۲/۰s، مطابق شکل روبه‌رو است. شتاب متوسط موتورسوار و جهت آن را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰s تا ۲/۰s، ۴/۰s تا ۸/۰s، ۱۰/۰s تا ۱۲/۰s بیابید.



پاسخ: با توجه به داده‌های روی نمودار و بنا به رابطهٔ ۱ـ۶، شتاب متوسط موتورسوار، برای هر یک از بازه‌های زمانی خواسته شده، برابر است با:

بازهٔ زمانی ۰/۰ s تا ۲/۰s

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{8/0\ \text{m/s} - 4/0\ \text{m/s}}{2/0\ \text{s} - 0/0\ \text{s}} = 2/0\ \text{m/s}^2$$

بازهٔ زمانی ۴/۰ s تا ۸/۰s

$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{20/0\ \text{m/s} - 12/0\ \text{m/s}}{8/0\ \text{s} - 4/0\ \text{s}} = 2/0\ \text{m/s}^2$$

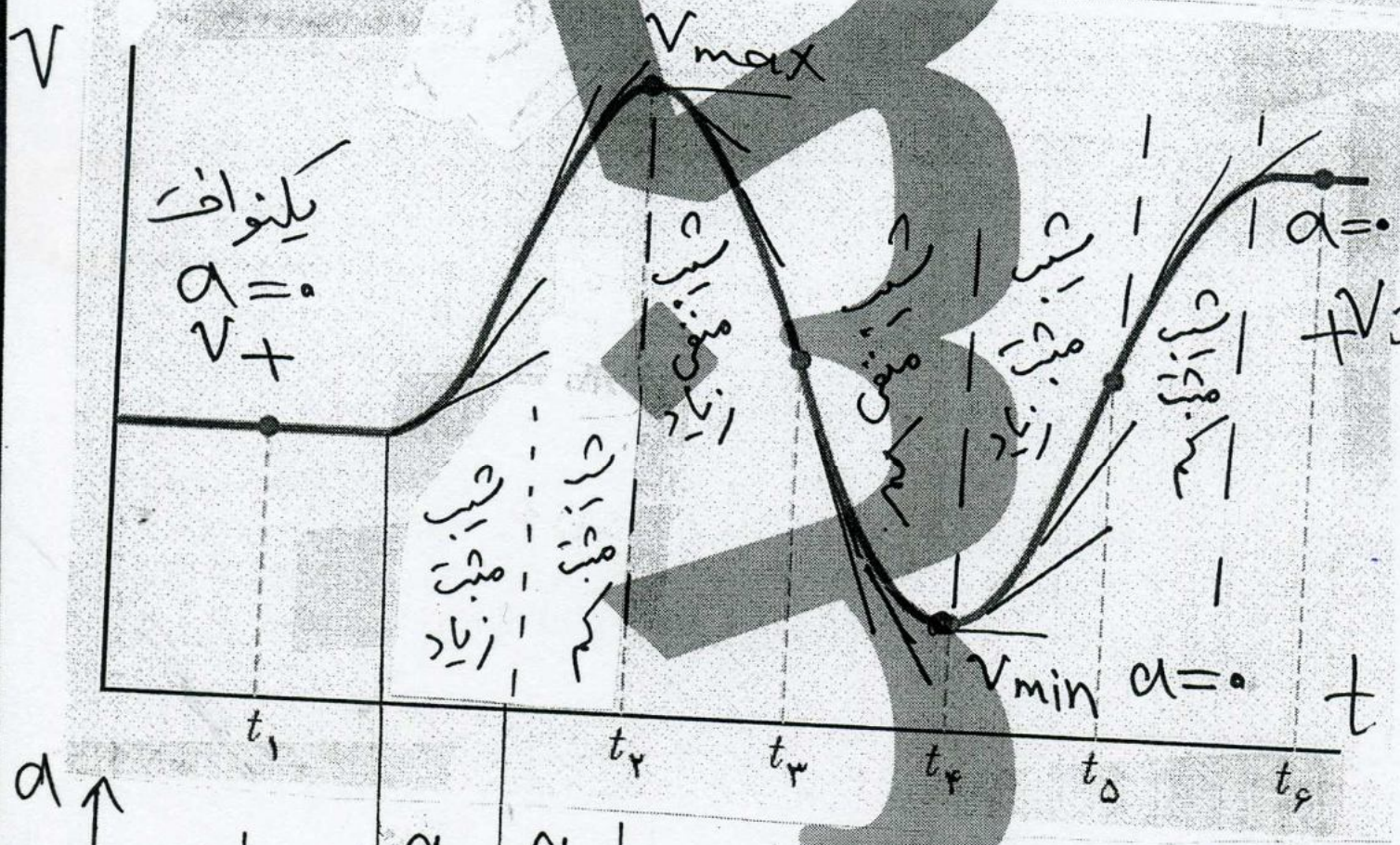
بازهٔ زمانی ۱۰/۰ s تا ۱۲/۰s

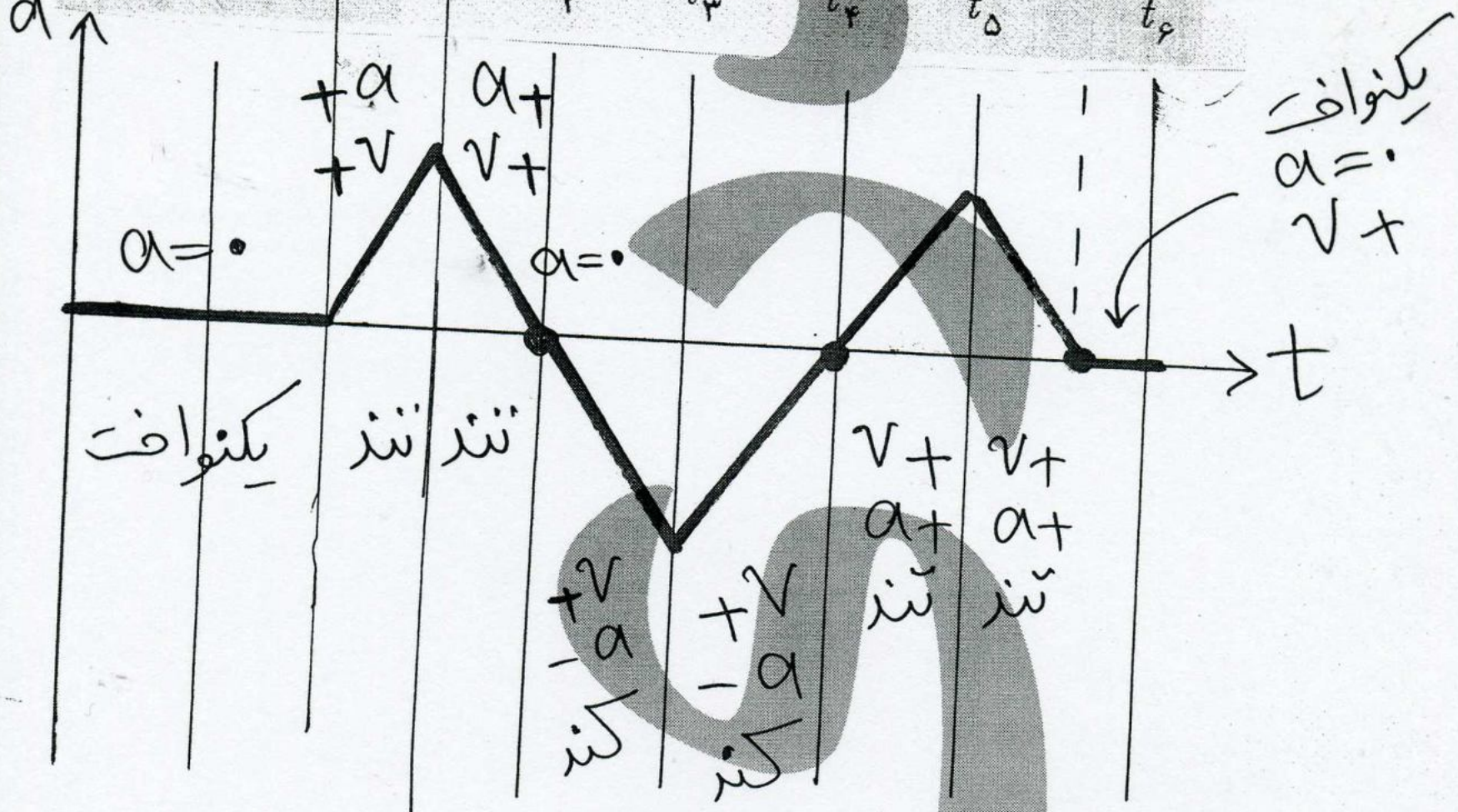
$$a_{av} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{28/0\ \text{m/s} - 24/0\ \text{m/s}}{12/0\ \text{s} - 10/0\ \text{s}} = 2/0\ \text{m/s}^2$$

پرسش ۱ـ۶

شکل روبه‌رو نمودار سرعت ـ زمان دوچرخه‌سواری را نشان می‌دهد که در امتداد محور x در حرکت است. جهت شتاب دوچرخه‌سوار را در هر یک از لحظه‌های t_1، t_2، ... و t_6 تعیین کنید.

توجه: هرجا نمودار v,t منفی شد یعنی شتاب متغیر است.





توجه: در کل این مثال (+v) است (بالای محور t)

عقیل اسکندری

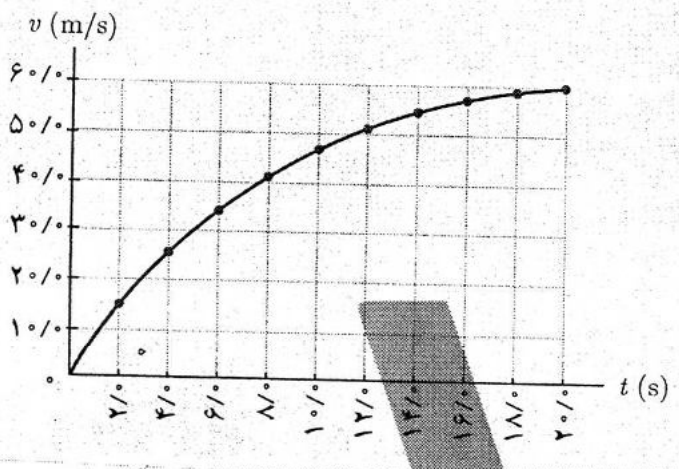
ص ۲۹ | ف ۱ | ک ۱۲

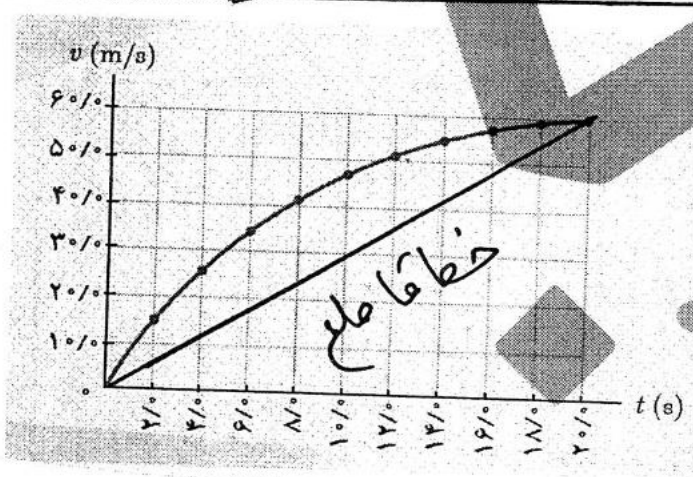
○ تمرین ۱ـ۴

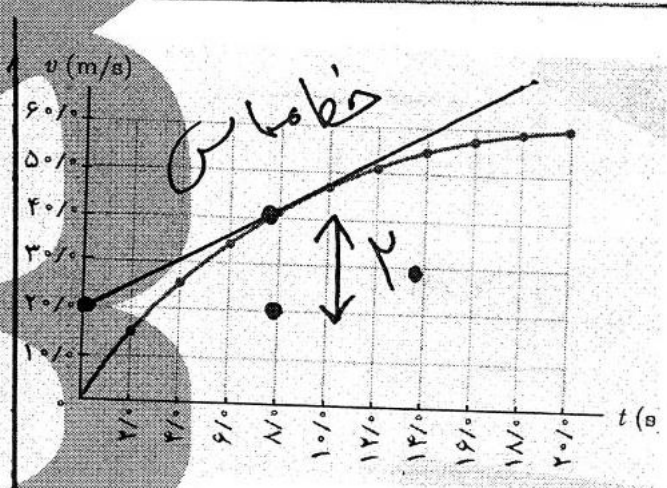
نمودار سرعت ـ زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازهٔ زمانی $0/0\,s$ تا $20/0\,s$ مطابق شکل روبه‌رو است.

الف) شتاب متوسط خودرو در این بازهٔ زمانی چقدر است؟

ب) شتاب خودرو را در لحظهٔ $t = 8/0\,s$ به‌دست آورید.







$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{60}{20} = 3\ m/s^2$$

شتاب متوسط = شیب خط قاطع

$$a = \frac{20}{8} = 2/5\ m/s^2$$

شتاب لحظه‌ای = شیب خط مماس

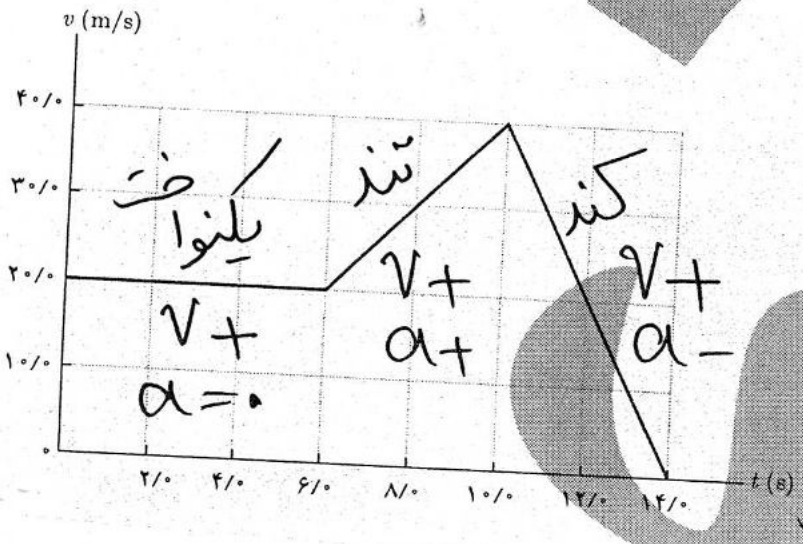
توجه: در این مثال شیب مثبت و در حال کاهش است

○ تمرین ۱ـ۵

نمودار سرعت ـ زمان خودرویی که در راستای محور x حرکت می‌کند در بازهٔ زمانی صفر تا $14/0\,s$ مطابق شکل روبه‌رو است.

الف) شتاب متوسط خودرو در این بازهٔ زمانی چقدر است؟

ب) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t = 2/0\,s$، $t = 8/0\,s$ و $t = 11/0\,s$ به‌دست آورید.



در هر بازه شتاب ثابت است

الف) $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0 - 20}{14 - 0} = -\frac{10}{7}\ m/s^2$ $\quad a = a_{av}$

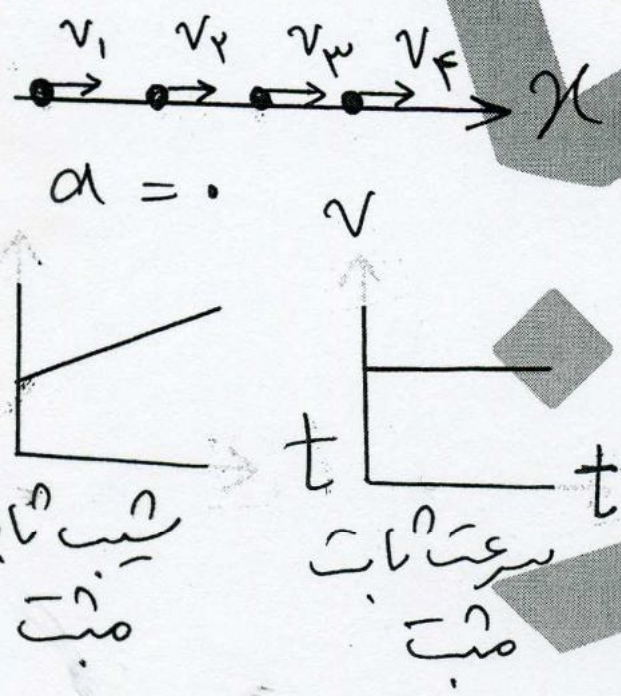
ب) $t = 2 \rightarrow a = 0$

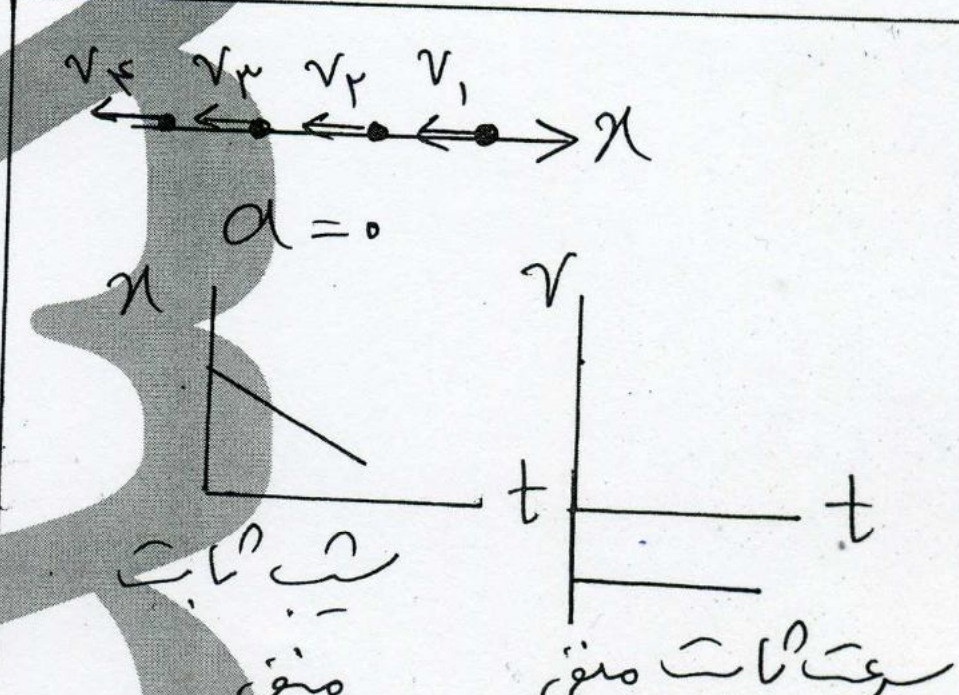
$t = 8 \rightarrow a = \frac{40 - 20}{10 - 6} = 5$

$t = 11 \rightarrow a = \frac{0 - 40}{14 - 10} = -10\ m/s^2$

حرکت با سرعت ثابت

① ساده ترین نوع حرکت است ② اندازه و جهت سرعت در طول مسیر ثابت است. ③ شتاب صفر است. ④ نمودار مکان زمان شیب ثابت دارد ⑤ سرعت متوسط و لحظه‌ای برابر





معادله‌ٔ حرکت با سرعت ثابت را اثبات کنید.

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{v = v_{av}} \Delta x = v\,\Delta t$$

$$\Delta x = x_2 - x_1 \qquad x - x_0 = v\,(t - 0)$$

$$\Delta t = t_2 - t_1 \xrightarrow{\text{با فرض } t_1 = \text{مبدأ زمان } (t=0)}$$

$$\boxed{x = v\,t + x_0}$$

معادله‌ٔ حرکتی به صورت $x = -2t + 6$ است در چه لحظه‌ای به مبدأ مکان می‌رسد $x = 0 \longrightarrow -2t + 6 = 0 \rightarrow t = 3$

و سرعت چند است؟ $v = -2$ (عدد ثابت)

○ مثال ۱ـ۱۰

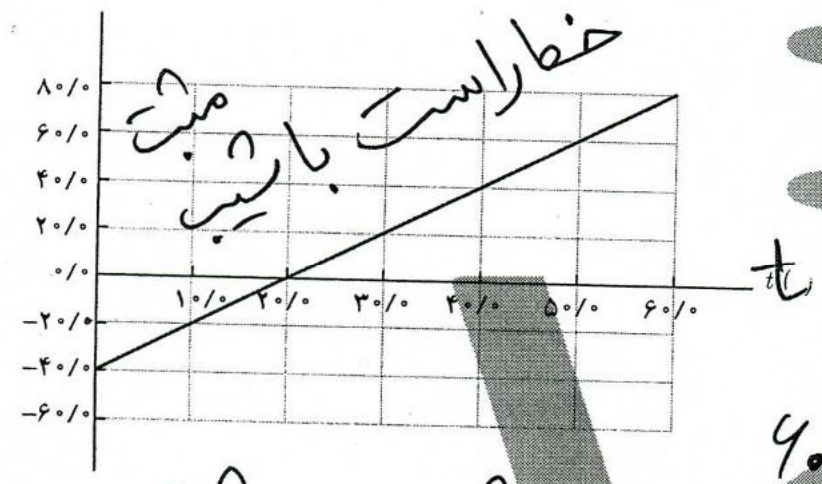
شکل روبه‌رو بخشی از نمودار مکان ـ زمان شخصی را نشان می‌دهد که با سرعت ثابت حرکت می‌کند.

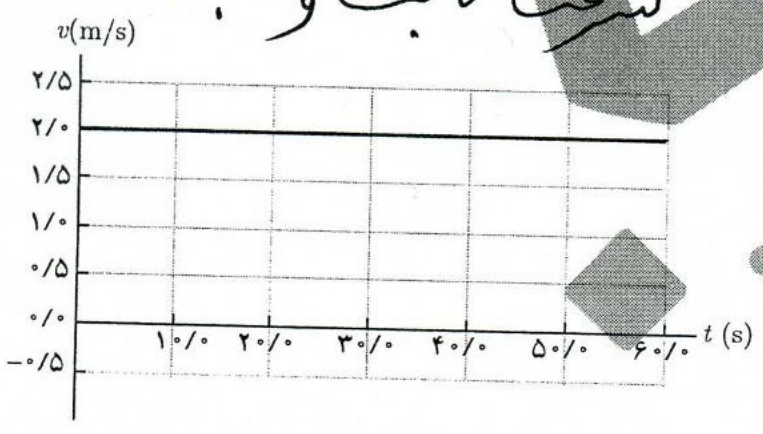
الف) شخص در مبدأ زمان ($t=۰/۰\,s$) در چه مکانی قرار دارد؟

ب) سرعت حرکت این شخص را به‌دست آورید و نمودار سرعت ـ زمان آن را رسم کنید.

پ) در چه لحظه یا لحظه‌هایی شخص در فاصلهٔ ۲۰/۰ متری از مبدأ محور قرار دارد؟

ت) اگر شخص به مدت $۵/۰۰\,min$ به همین صورت حرکت کند، جابه‌جایی وی را در این مدت به‌دست آورید.





پاسخ : الف) با توجه به نمودار مکان ـ زمان، در $t=۰/۰\,s$ شخص در مکان اولیهٔ $x_۰=-۴۰/۰\,m$ قرار دارد.

ب) با توجه به داده‌های روی نمودار و قرار دادن داده‌های یک لحظهٔ دلخواه (برای مثال $t=۳۰/۰\,s$ و $x=۲۰/۰\,m$) در رابطهٔ ۱ـ۷، داریم :

$$x=vt+x_۰ \Rightarrow ۲۰\,m=v(۳۰\,s)+(-۴۰\,m)$$

در نتیجه $v=+۲/۰\,m/s$ به‌دست می‌آید. علامت مثبت نشان می‌دهد که شخص در جهت محور x حرکت می‌کند. نمودار سرعت ـ زمان مطابق شکل بالا است.

پ) در لحظه‌های $t=۱۰/۰\,s$ و $t=۳۰/۰\,s$. توجه کنید که فاصله از مبدأ مکان، $|x|$ است و نه خودِ x.

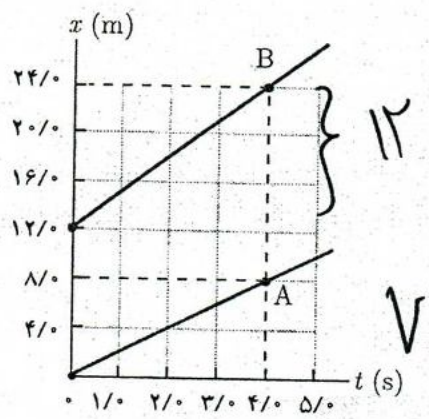
ت) با قرار دادن $t=۵/۰۰\,min=۳۰۰\,s$ در رابطهٔ $\Delta x=v\Delta t$ داریم :

$$\Delta x=v\Delta t \Rightarrow \Delta x=(۲/۰\,m/s)(۳۰۰\,s)=۶۰۰\,m$$

○ تمرین ۱ـ۶

شکل مقابل نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد که در راستای محور x حرکت می‌کنند.

سرعت هر متحرک را پیدا کنید و معادلهٔ مکان ـ زمان آنها را بنویسید.

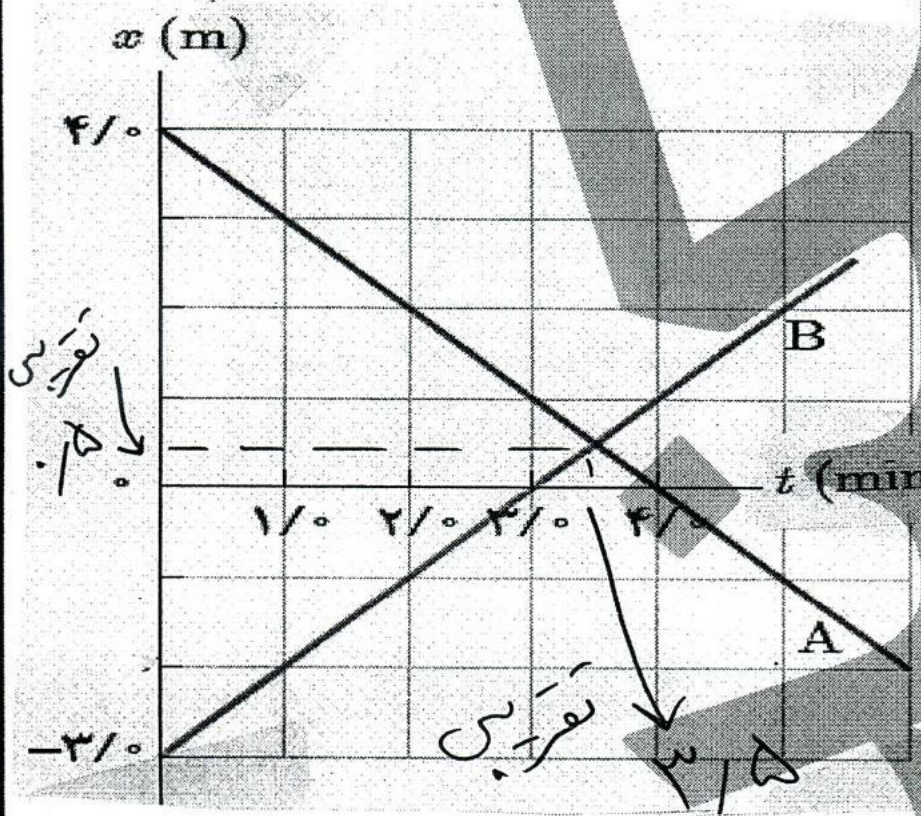


○ تمرین ۱ـ۷

شکل الف، مکان دو کفش‌دوزک A و B را که در راستای محور x حرکت می‌کنند در لحظهٔ $t = 0\,s$ نشان می‌دهد. نمودار مکان ـ زمان این کفش‌دوزک‌ها در شکل ب رسم شده است.

الف) از روی نمودار به‌طور تقریبی تعیین کنید کفش‌دوزک‌ها در چه لحظه و در چه مکانی به یکدیگر می‌رسند.

ب) با استفاده از معادلهٔ مکان ـ زمان، زمان و مکان هم‌رسی کفش‌دوزک‌ها را پیدا کنید.



$$x = Vt + x_0$$

$$V_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۴}{۴}$$

$$V_A = -1 \ \frac{m}{min}$$

$$V_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۳}{۳}$$

$$V_B = +1 \ \frac{m}{min}$$

$$x_A = -1t + ۴$$

$$x_B = +1t - ۳$$

شرط برخورد: $x_A = x_B$

$$-1t + ۴ = 1t - ۳$$

$$-۲t = -۷$$

$$t = ۳/۵ \ min$$

$$\begin{cases} x_A = (-1)(۳/۵) + ۴ = ۰/۵ \ m \\ x_B = (1)(۳/۵) - ۳ = ۰/۵ \ m \end{cases}$$

این دو متحرک چه موقع به مبدأ مکان می‌رسند؟

$x_A = 0 \longrightarrow t = ۴ \ min$

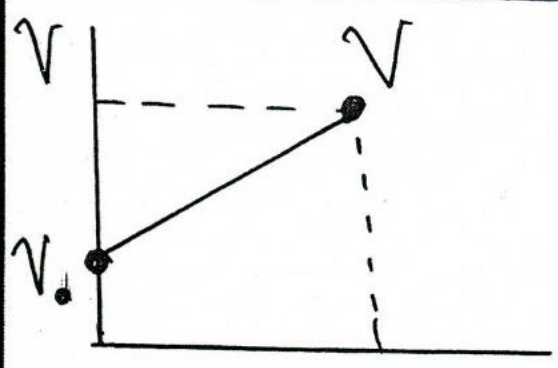
$x_B = 0 \longrightarrow t = ۳ \ min$

حرکت با شتاب ثابت: ① نمودار (v و t) خط راست
با شیب ثابت است ② مقدار و جهت شتاب در هر بازه
زمانی ثابت است ③ سرعت و زمان رابطه خطی دارند
④ شتاب لحظه‌ای و شتاب متوسط برابرند.
⑤ حرکت روی سطح شیبدار هوا یا سقوط آزاد
⑥ سرعت گرِ هواپیما روی باند ⑦ فشردن پدال گاز خودرو
با آهنگ ثابت

اثبات معادلهٔ سرعت - زمان در حرکت شتاب ثابت

$$a = a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - 0}$$

طرفین وسطین: $v - v_0 = at$ $(t_0 = 0)$ $\rightarrow v = at + v_0$

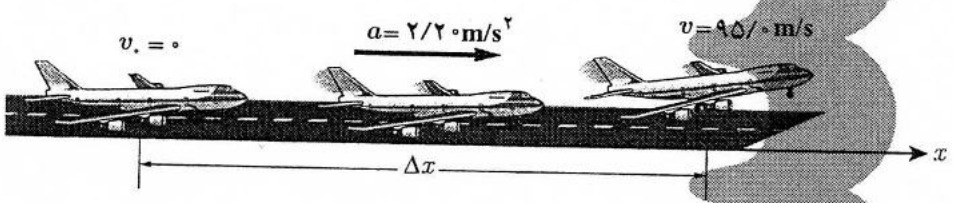


رابطه‌ای برای سرعت متوسط مستقل از
زمان و مستقل از مکان در شتاب ثابت
بدست آورید.

شتاب ثابت ← نمودار v و t ← خطی راست ← میانگین = سرعت متوسط

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{2}$$

مثال ۱ــ۱۱



شکل روبه‌رو هواپیمایی را نشان می‌دهد که از حال سکون و با شتاب ثابت روی باند پرواز و در امتداد محور x شروع به حرکت می‌کند.

الف) چه مدت طول می‌کشد تا هواپیما به شرایط برخاستن برسد؟

ب) سرعت متوسط هواپیما در این بازهٔ زمانی چقدر است؟

پ) جابه‌جایی هواپیما در این مدت چقدر است؟

پاسخ : الف) با توجه به ثابت بودن شتاب حرکت هواپیما روی باند پرواز، داده‌های روی شکل را می‌توان در معادلهٔ ۱ــ۸ جای‌گذاری کرد. به این ترتیب داریم :

$$v = at + v_0 \Rightarrow ۹۵/۰ \text{m/s} = (۲/۲۰ \text{m/s}^۲)t + ۰/۰ \text{m/s} \Rightarrow t = ۴۳/۲ \text{ s}$$

در اولین فرصتی که سوار هواپیما شدید، نتیجهٔ به‌دست آمده را وارسی کنید!

ب)

$$v_{av} = \frac{v_0 + v}{۲} = \frac{۰/۰ \text{m/s} + ۹۵/۰ \text{m/s}}{۲} = ۴۷/۵ \text{ m/s}$$

پ) از رابطهٔ ۱ــ۴ داریم :

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = v_{av}\Delta t = (۴۷/۵ \text{ m/s})(۴۳/۲ \text{s}) = ۲/۰۵ \times ۱۰^۳ \text{ m}$$

اینک پاسخ دهید : ① حداقل سرعت برخاستن این هواپیما چند $\frac{km}{h}$ است؟

$\frac{km}{h} \xrightarrow{\times \frac{۱۰}{۳۶}} \frac{m}{s} \xrightarrow{\times \frac{۳۶}{۱۰}} \frac{km}{h}$

$v = ۹۵ \times \frac{۳۶}{۱۰} = ۳۴۲ \text{ km/h}$

② حداقل طول باند تقریباً چند km است؟

$\Delta x = ۲ \times ۱۰^۳ \text{ m} = ۲ \text{ km}$

تمرین ۱ــ۸

معادلهٔ سرعت ــ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $v = -۱/۸t + ۲/۲$ است.

الف) سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۴/۰ \text{s}$ چقدر است؟ ب) سرعت متوسط متحرک و جابه‌جایی آن در بازهٔ زمانی صفر تا $t = ۴/۰ \text{s}$ چقدر است؟ پ) نمودار سرعت ــ زمان این متحرک را رسم کنید.

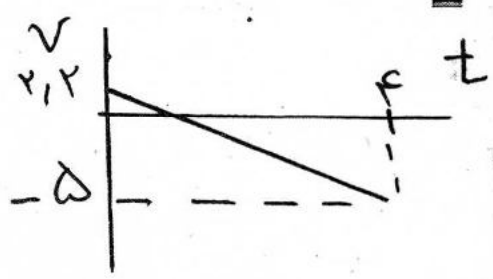
$v = -۱/۸t + ۲/۲$ (a ↙ ، v_0 ↘)

الف) $t = ۴ \rightarrow v = -۷/۲ + ۲/۲ =$
$v = -۵ \text{ m/s}$

ب) $v_{av} = \frac{v_0 + v}{۲} = \frac{۲/۲ - ۵}{۲} = -۱/۴ \text{ m/s}$

$v_{av} = \Delta x / \Delta t$

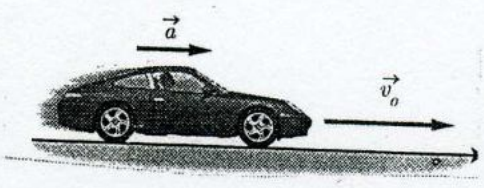
$-۱/۴ = \Delta x / ۴ \rightarrow \Delta x = -۵/۶ \text{ m}$

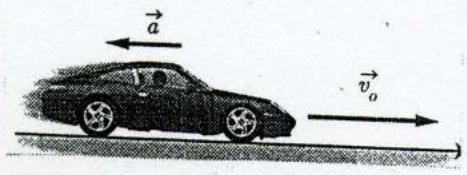


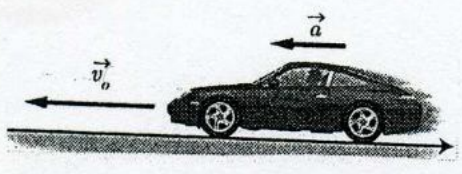
عقیل اسکندری

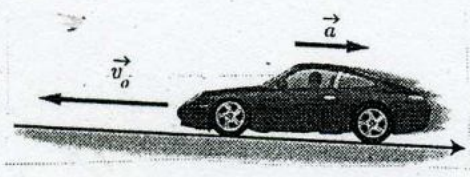
فعالیت ۱ـ۲

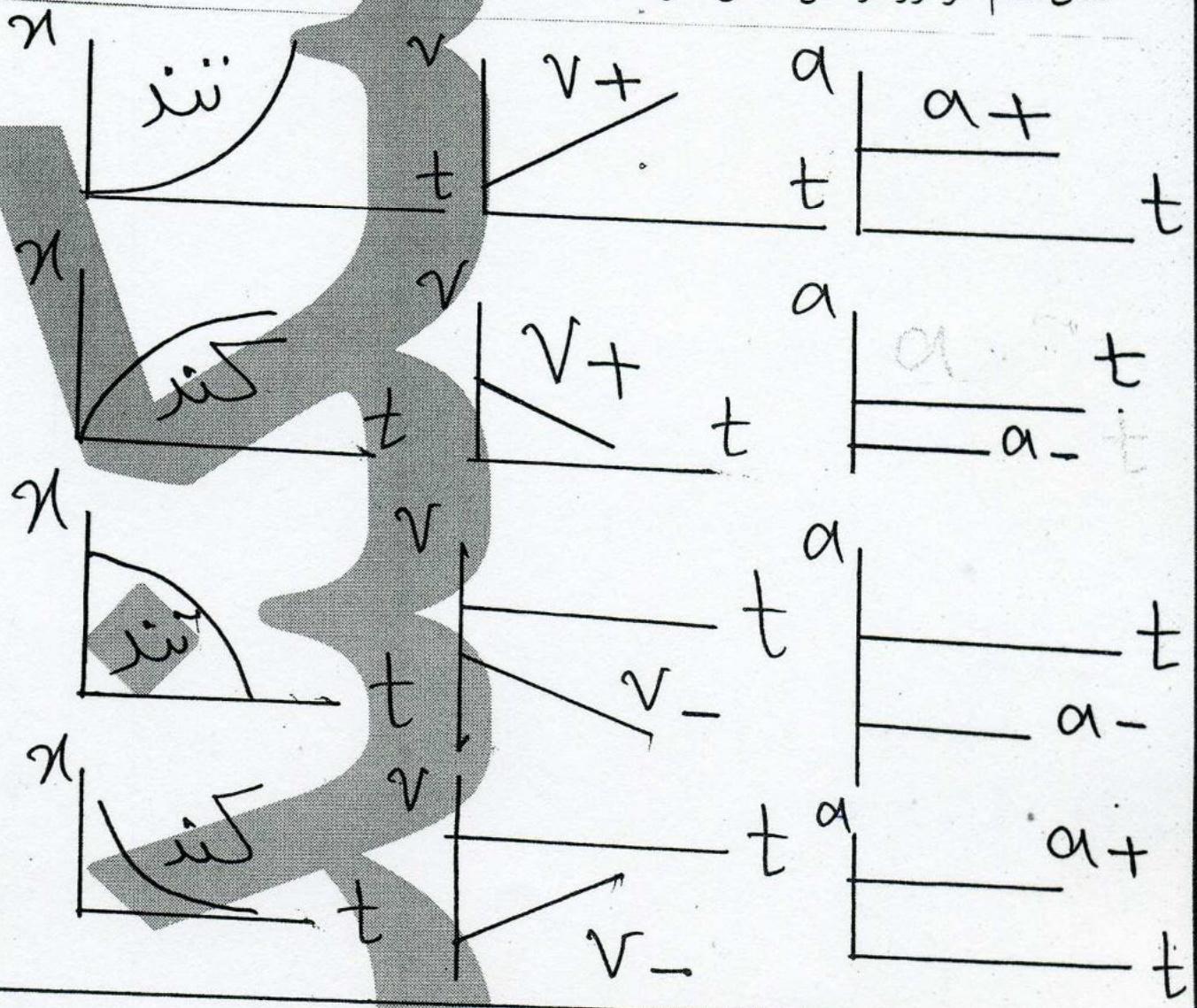
در تمامی حالت‌های شکل زیر، خودروها در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت‌اند. حرکت هر یک از خودروها، توسط کدام‌یک از نمودارهای $v-t$ توصیف می‌شود؟ همچنین توضیح دهید تندی کدام خودرو در حال افزایش (حرکت تندشونده) و تندی کدام خودرو در حال کاهش (حرکت کُندشونده) است.











اثبات معادله‌ی حرکت شتاب ثابت
(مکان زمان)

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$\frac{v+v_0}{2}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\longrightarrow \boxed{\Delta x=\left(\frac{v+v_0}{2}\right)\Delta t}$$

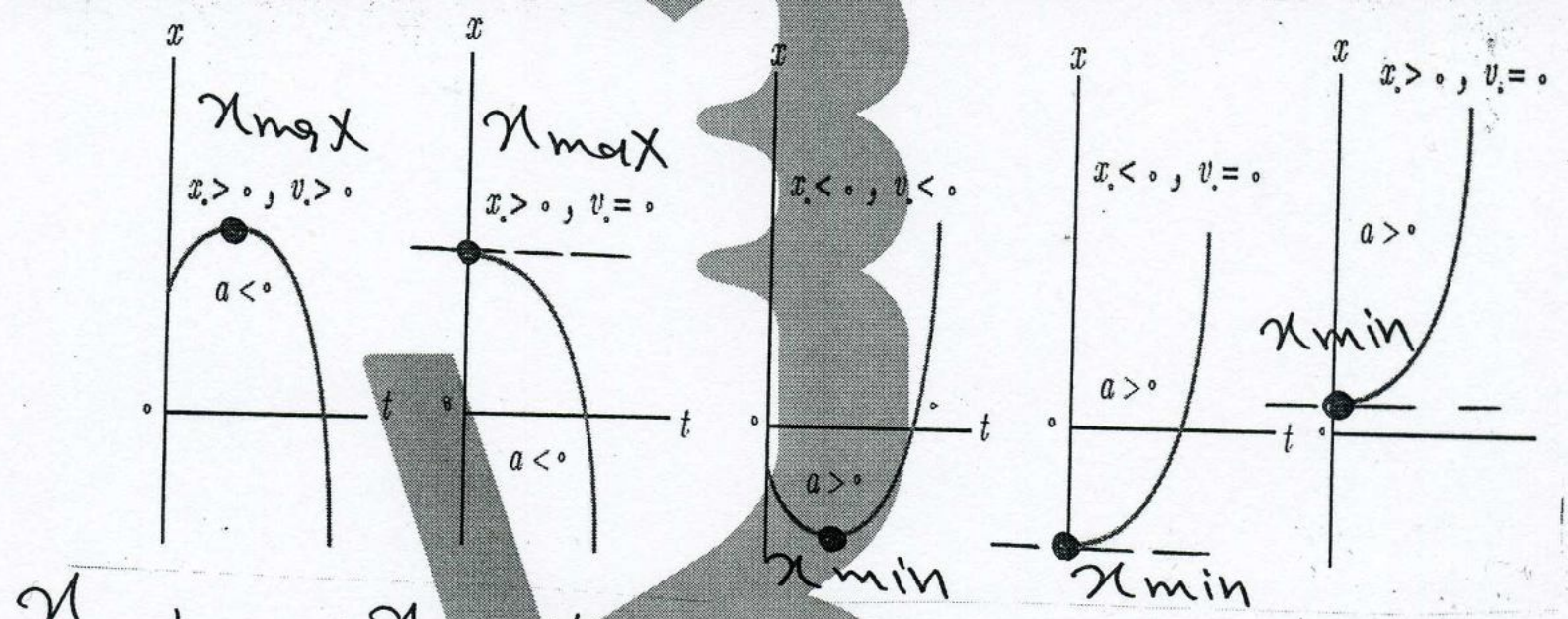
$$x-x_0=\left(\frac{at+v_0+v_0}{2}\right)(t-t_0)$$

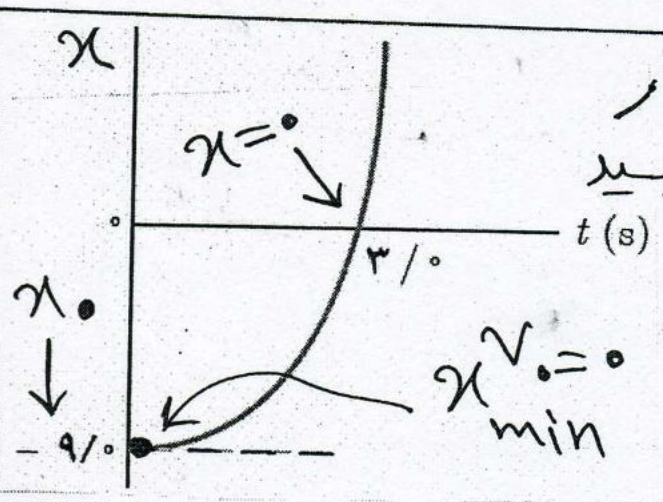
(v روی $at+v_0$؛ t_0 صفر)

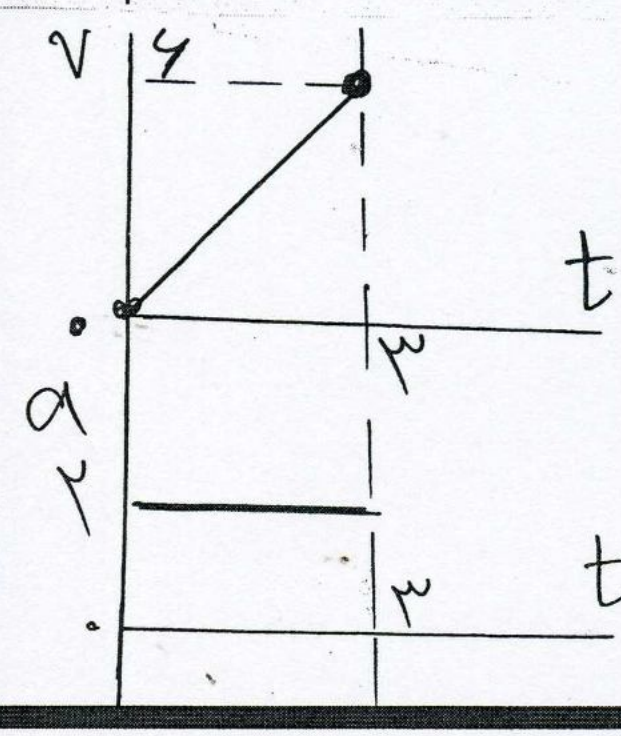
$$\boxed{x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0}$$

این معادله مستقل از شتاب است

مکان - زمان







(مثال ۱ـ۱۲) (الف) معادله حرکت این نمودار را بنویسید (ب) معادله سرعت آن را بنویسید پ) نمودارهای سرعت و شتاب رسم شود ت) سرعت متوسط تا ۳s محاسبه شود.

الف) $x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$

$0=\frac{1}{2}a(3)^2+0+(-9)$

$a=2 \rightarrow x=t^2-9$

ب) $v=at+v_0=2t+0$

ت) $v=(2)(3)+0=6$

$v_{av}=\frac{v+v_0}{2}=\frac{6+0}{2}=3$ روش اول

$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t=t^2$ روش دوم

روش سوم $\Delta x=S_{سرعت}=$ مثلث $=\frac{3\times6}{2}=9$

$t=3 \rightarrow \Delta x=9$

$v_{av}=\Delta x/\Delta t \rightarrow v_{av}=\frac{9}{3}=3$

اثبات معادلهٔ سرعت ـ شتاب (مستقل از زمان)

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \longrightarrow \frac{v+v_0}{2} = \frac{\Delta x}{t-0}$$

$$\left(\frac{v+v_0}{2}\right)t = \Delta x$$

$$v = at + v_0 \quad \leftarrow \quad t = \frac{v-v_0}{a}$$

$$\left(\frac{v+v_0}{2}\right)\left(\frac{v-v_0}{a}\right) = \Delta x$$

اتحاد مزدوج $v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

○ تمرین ۱ـ۹

خودرویی با سرعت ۱۸/۰km/h در امتداد مسیری مستقیم از چهارراهی می‌گذرد تندی آن با شتاب ۱/۰m/s² افزایش می‌یابد. سرعت خودرو پس از ۳۰۰m جابه‌جایی چقدر است؟

$\Delta x = 300\,m$

$v_0 = 18 \times \frac{10}{36} = 5\ m/s$

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

$v^2 - 25 = 2(1)(300)$

$v^2 = 625$

$v = 25\ m/s$

اگر زمان می خواست

$v = at + v_0$

$25 = (1)(t) + 5 \longrightarrow t = 20\ s$

مثال)

حداقل مسافتی که برای توقف با تندی ۷۲ km/h و شتاب ترمز ۴ m/s² لازم است چند متر است؟

$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x$

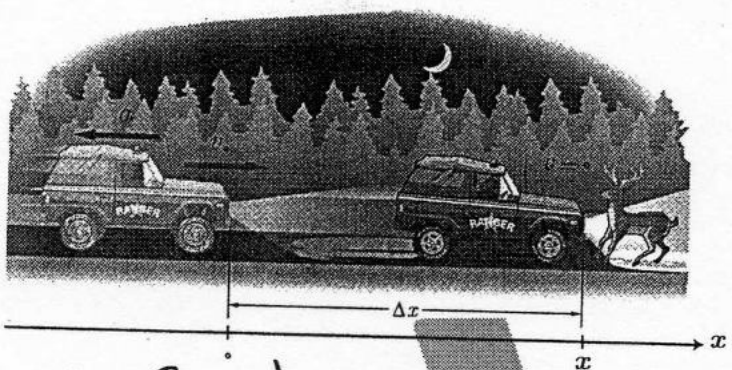
$0 - 20^2 = 2(-4)\Delta x \longrightarrow \Delta x = 50\,m$ (ترمز) — توقف

مثال ۱ـ ۱۳

محیط‌بان یک پارک حفاظت شده هنگام گشت شبانه، با تندی ۴۰/۰km/h در جاده‌ای مستقیم در حرکت است که ناگهان گوزنِ بدون حرکتی را در جلوی خود می‌بیند و ترمز می‌گیرد (شکل روبه‌رو). حرکت خودرو با شتابی به اندازهٔ ۳/۸۰m/s² کُند می‌شود تا سرانجام متوقف شود. اگر لحظه‌ای که محیط‌بان ترمز می‌گیرد، گوزن در فاصلهٔ ۲۲/۰ متری از خودرو باشد،

الف) خودرو در چه فاصله‌ای از گوزن متوقف می‌شود؟

ب) چه مدت طول می‌کشد تا خودرو متوقف شود؟



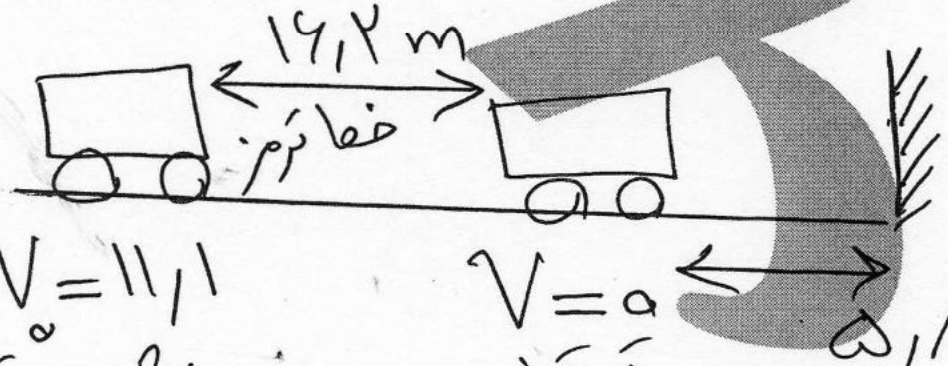
$V_0 = 40 \times \frac{10}{36} = 11/1 \frac{m}{s}$ حرکت

$V = 0$ توقف

شتاب کُند شدن ← ترمز ← $a = -3/8$

$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x$

$(0)^2 - (11/1)^2 = 2(-3/8)\Delta x \rightarrow \Delta x = 16/2$



ب) $V = at + V_0 \rightarrow t = \frac{0 - 11/1}{-3/8} = 2/92\,s$

مثال) یوزپلنگ در ۳s تندی خود را به ۹۷/۲ $\frac{km}{h}$ می‌رساند (شتاب ثابت)

الف) شتاب

ب) جابه‌جایی

الف) $V_0 = 0$

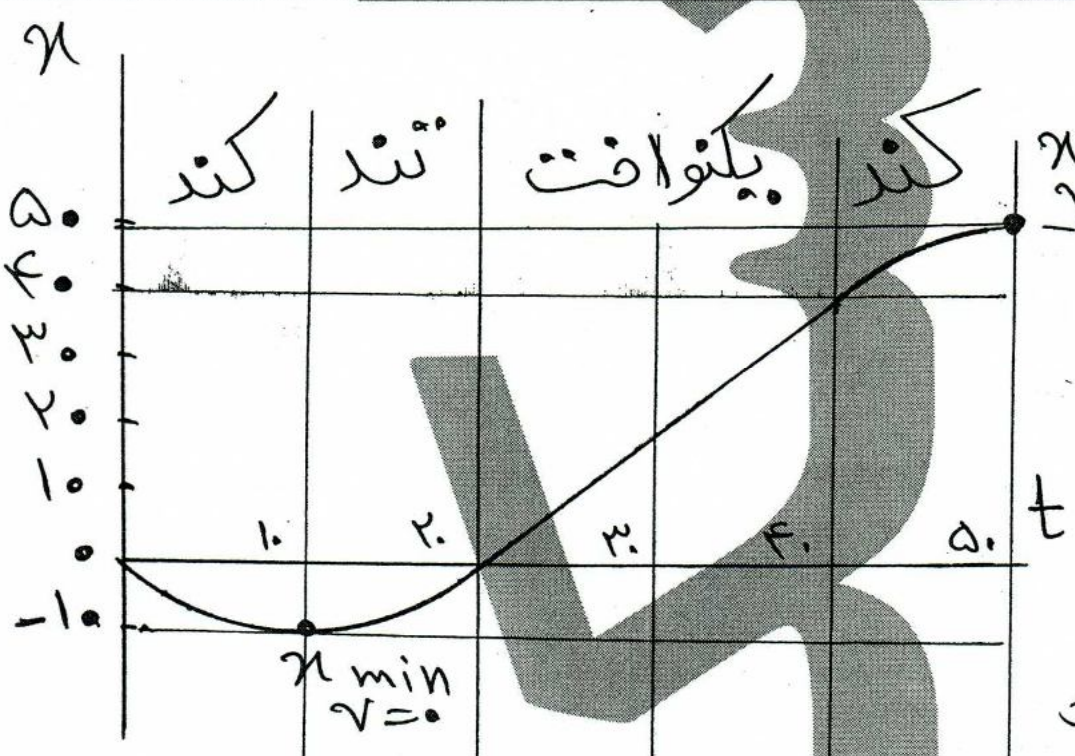
$V = 97/2 \times 10/36 = 27\,m/s$

$V = at + V_0 \rightarrow a = \frac{27 - 0}{3} = 9\,m/s^2$

ب) $\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t$

$\Delta x = \frac{1}{2}(9)(3)^2 + (0)(3) = 40/5\,m$

(مثال ۱ - ۱۴)



$x_0 = 0$

AB : کند شونده

جهت حرکت (-v)

مخالف محور x

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2}{10}$

B : $v = 0$ جهت حرکت عوض شد

BC : تند شونده

موافق محور x (+v)

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{2}{10}$

CD : سرعت ثابت

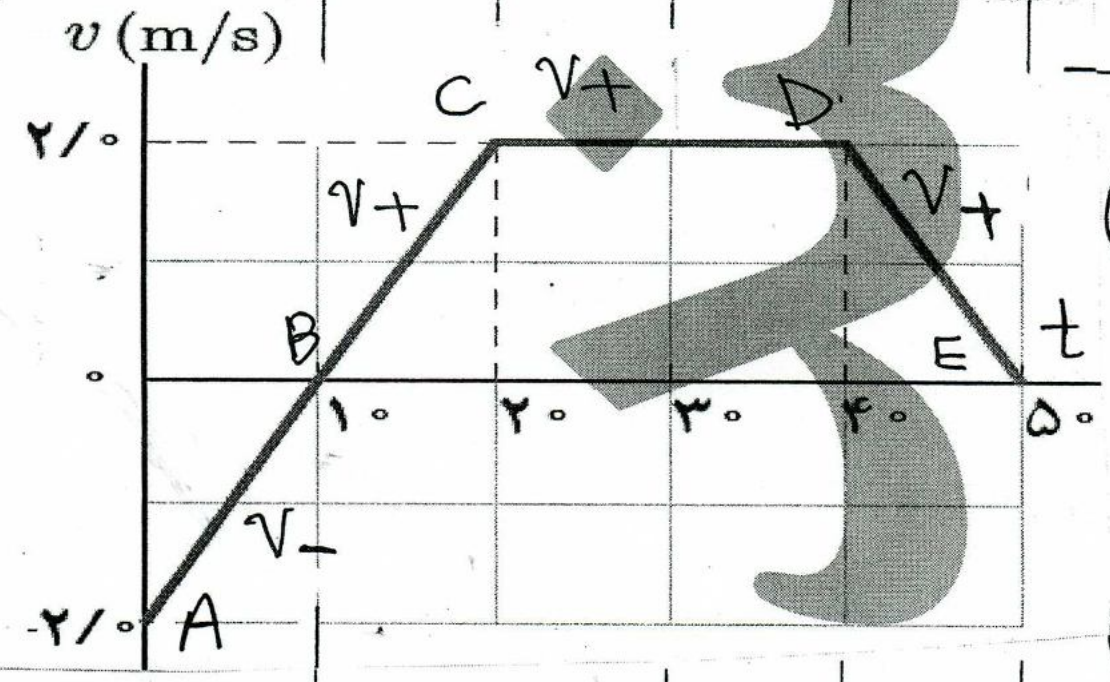
$a = 0$ و $v+$

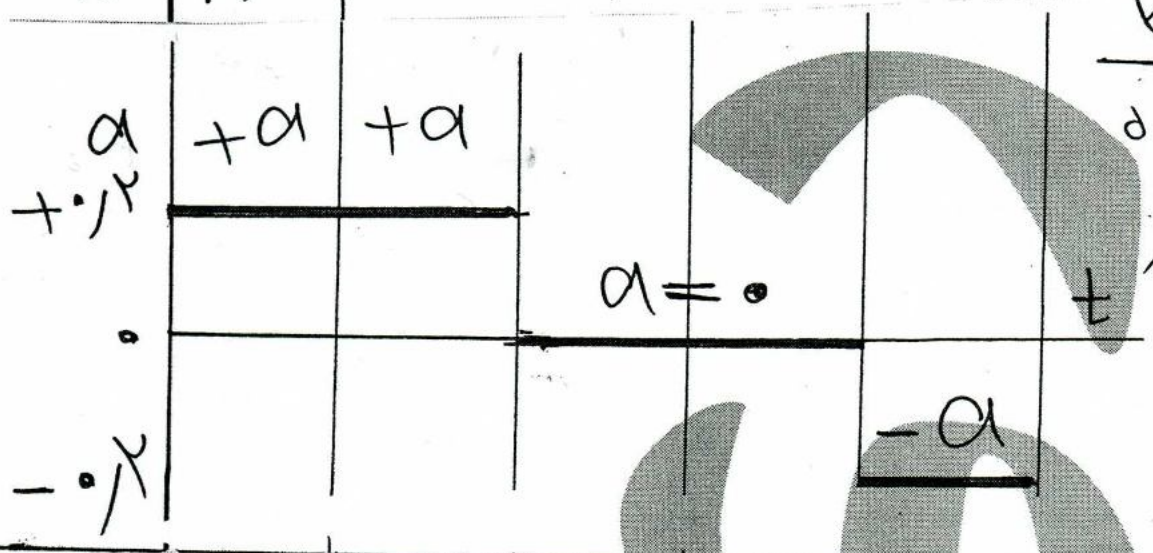
(موافق محور)

DE : کند شونده

موافق محور (v+)

$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-2}{10}$





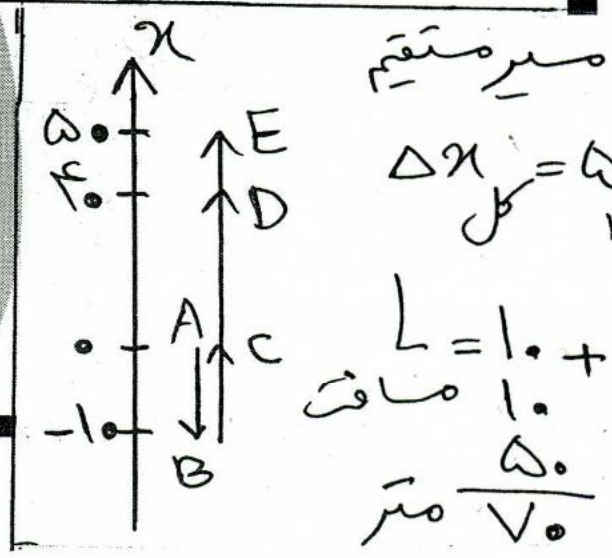
$x_0 = 0$

$S_{AB} = \text{مثلث} = \Delta x = \frac{(-2)(10)}{2} = -10$

$S_{BC} = \text{مثلث} = \Delta x = \frac{(2)(10)}{2} = 10$

$S_{CD} = \text{مستطیل} = \Delta x = 2 \times 20 = 40$

$S_{DE} = \text{مثلث} = \Delta x = \frac{2 \times 10}{2} = 10$



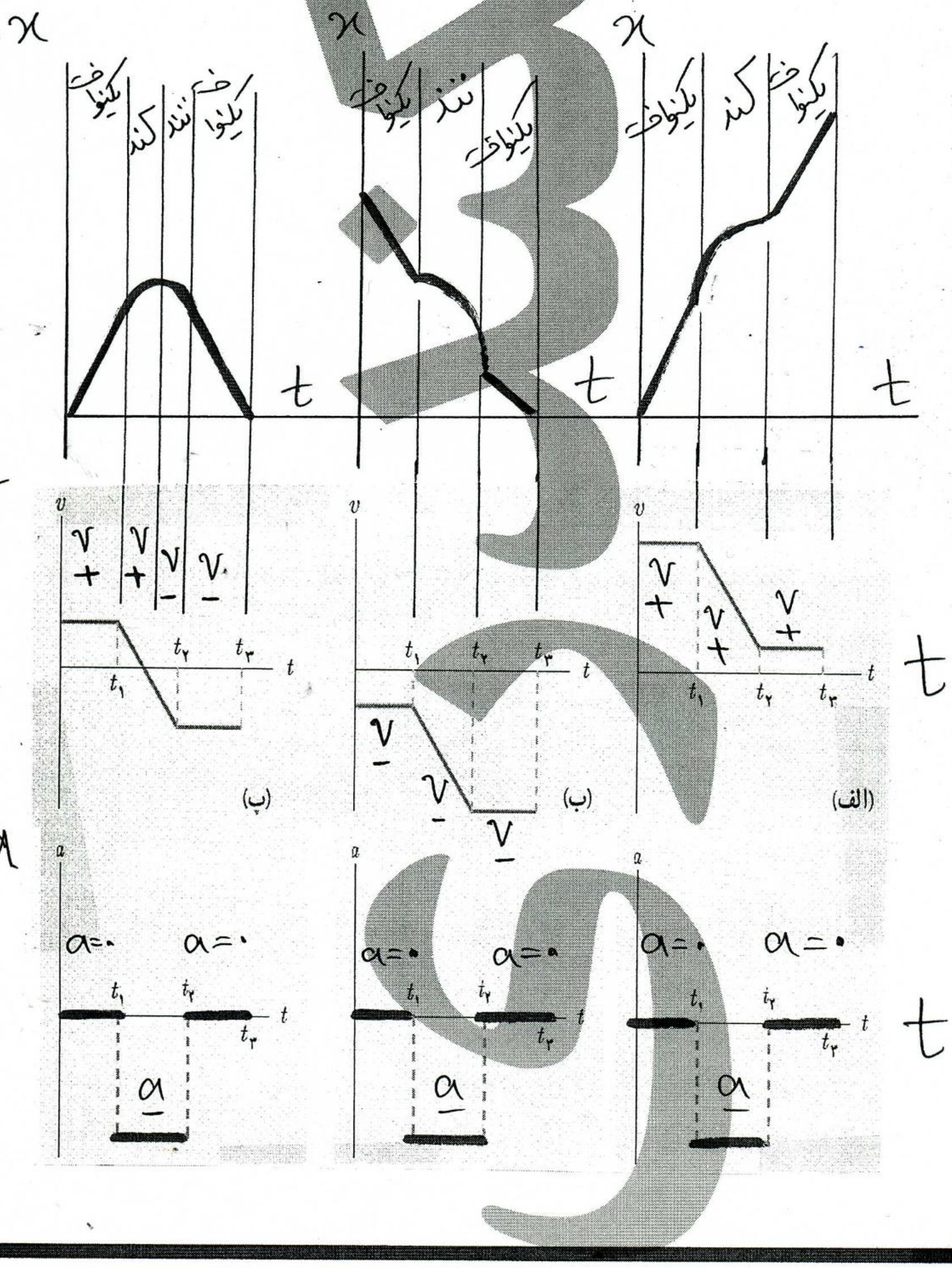
مسیر مستقیم

$\Delta x_{\text{کل}} = 50$ m

$L = 10 + 10 + 50 = 70$ متر

پرسش ۱ـ۷

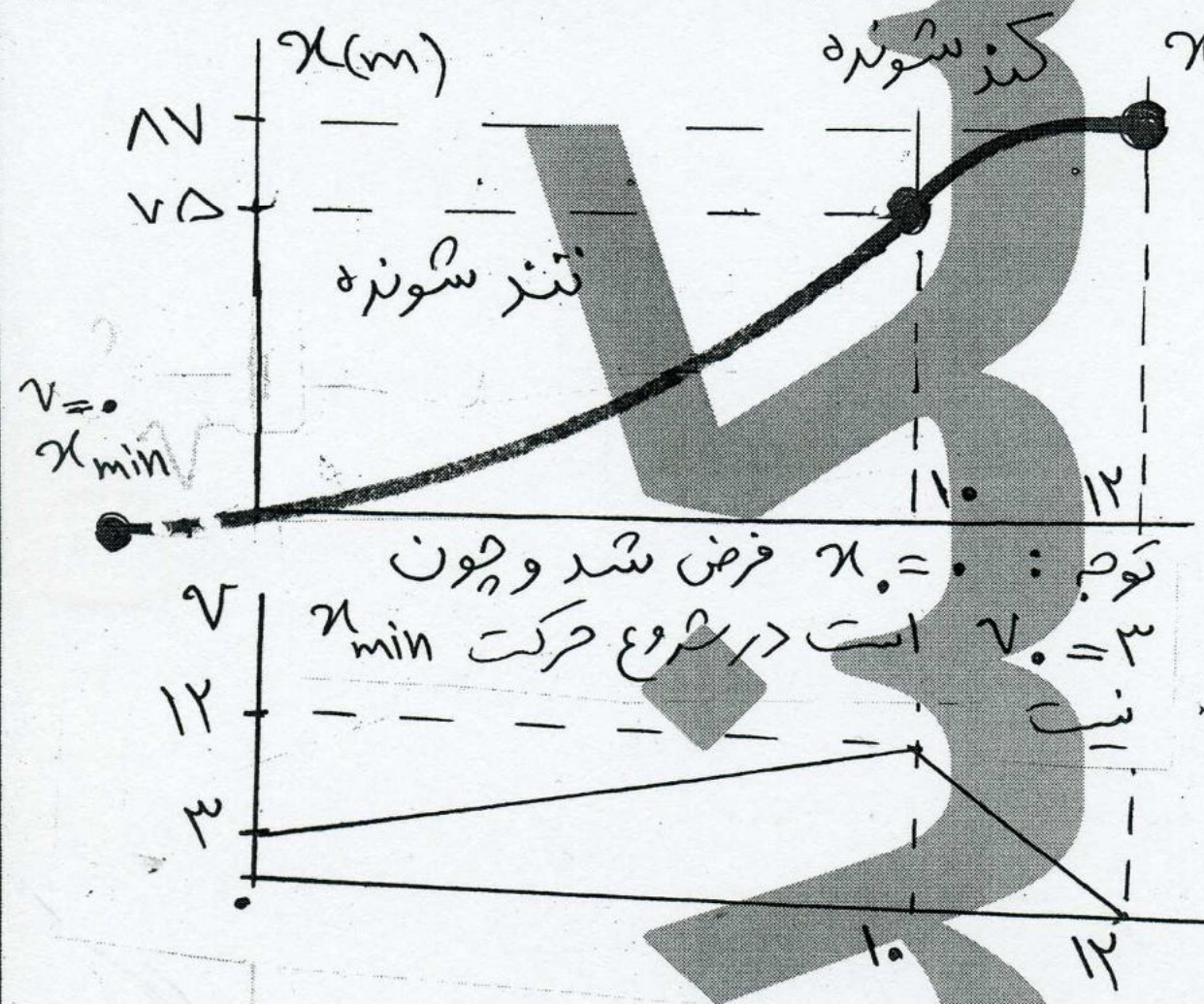
نمودار شتاب ـ زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. توضیح دهید چگونه هر یک از نمودارهای سرعت ـ زمان شکل‌های الف، ب و پ می‌تواند متناظر با این نمودار شتاب ـ زمان باشد.



○ تمرین ۱ـ۱۰

آهویی در مسیری مستقیم در امتداد محور x می‌دود. نمودار سرعت ـ زمان آهو در بازهٔ زمانی صفر تا ۱۲/۰s مطابق شکل است. در این بازهٔ زمانی

الف) مسافت کل پیموده شده توسط آهو را به‌دست آورید.
ب) جابه‌جایی آهو را پیدا کنید.
پ) نمودار شتاب ـ زمان آهو را رسم کنید.



توجه: $x_0=0$ فرض شد و چون x_{min} است در شروع حرکت $v_0=3$ است

مساحت = سرعت ـ زمان

دوزنقه $\Delta x =$

$\Delta x_1 = \left(\frac{3+12}{2}\right)(10)$

$\Delta x_1 = 75\,m$

مثلث $\Delta x =$

$\Delta x_2 = \frac{12\times 2}{2}$

$\Delta x_2 = 12$

مسیر حفارات

$87\,m$

$75\,m$

الف) مسافت $= 12+75 = 87$ متر

ب) جابه‌جایی = مسافت $= 87$ متر (زیرا جهت حرکت عوض نشده است)

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{12-3}{10} = \frac{9}{10}\ m/s^2 & \text{(ب)} \\ a_2 = \frac{0-12}{2} = -6\ m/s^2 \end{cases}$$

تمرین ۱ـ۱۱

شکل مقابل نمودار شتاب ـ زمان یک ماشین اسباب بازی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند. با فرض $x_0 = 0$ و $v_0 = 0$، در بازهٔ زمانی صفر تا ۲۵/۰ s،

الف) نمودارهای سرعت ـ زمان و مکان ـ زمان این ماشین را رسم کنید.

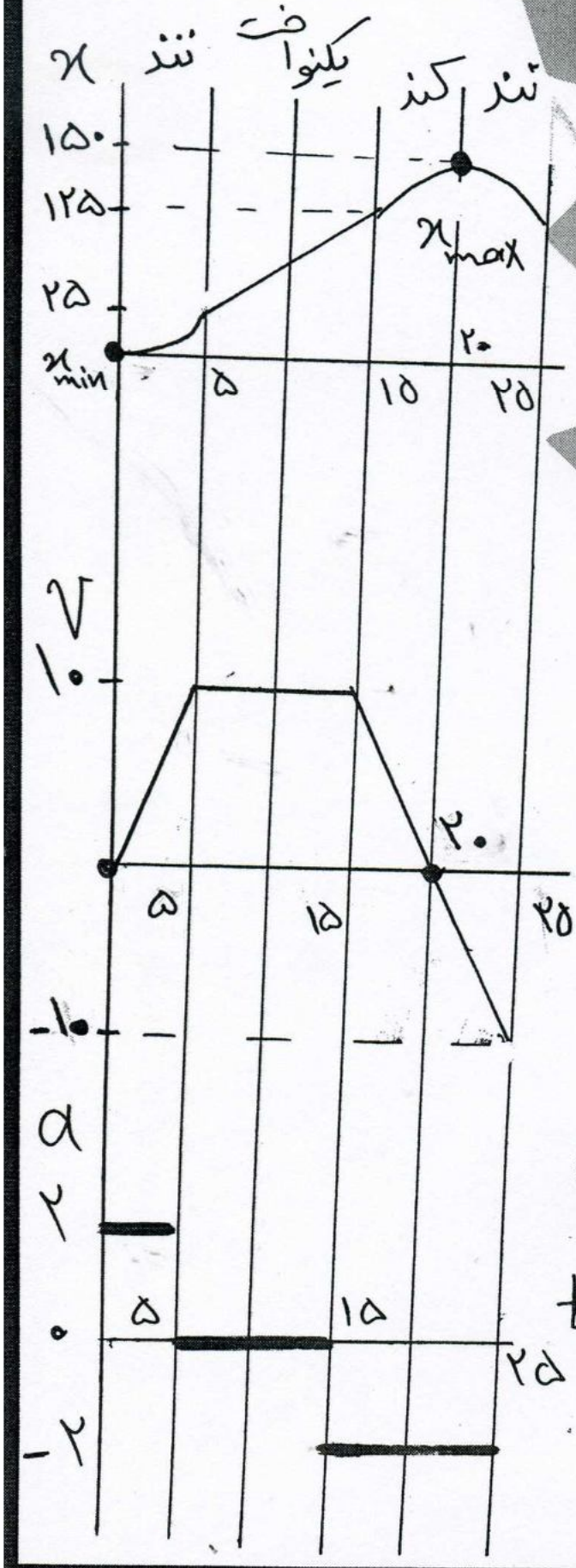
ب) با توجه به نمودار سرعت ـ زمان، مشخص کنید در کدام یک از بازه‌های زمانی، حرکت ماشین تندشونده، کُندشونده یا با سرعت ثابت است.

پ) شتاب متوسط ماشین را پیدا کنید.

ت) جابه‌جایی ماشین را پیدا کنید.

توجه: مسیر مستقیم است و در $t = 20$ s جهت حرکت عوض شده

۱۵۰ ۱۵۰
۱۲۵ ۱۲۵
۰



مساحت شتاب ـ زمان = ΔV

$\Delta V_1 = 2 \times 5 = 10$ m/s

$\Delta V_2 = 10 \times 0 = 0$

$\Delta V_3 = -2 \times 10 = -20$ m/s

مساحت سرعت ـ زمان = Δx

$\Delta x_1 = \frac{10 \times 5}{2} = 25$ m

$\Delta x_2 = 10 \times 10 = 100$ m

$\Delta x_3 = \frac{10 \times 5}{2} = 25$ m

$\Delta x_4 = \frac{-10 \times 5}{2} = -25$ m

(ب) (کل) $a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{-10 - (10)}{25}$

$a_{av} = \frac{-20}{25} = -\frac{4}{5}$ m/s²

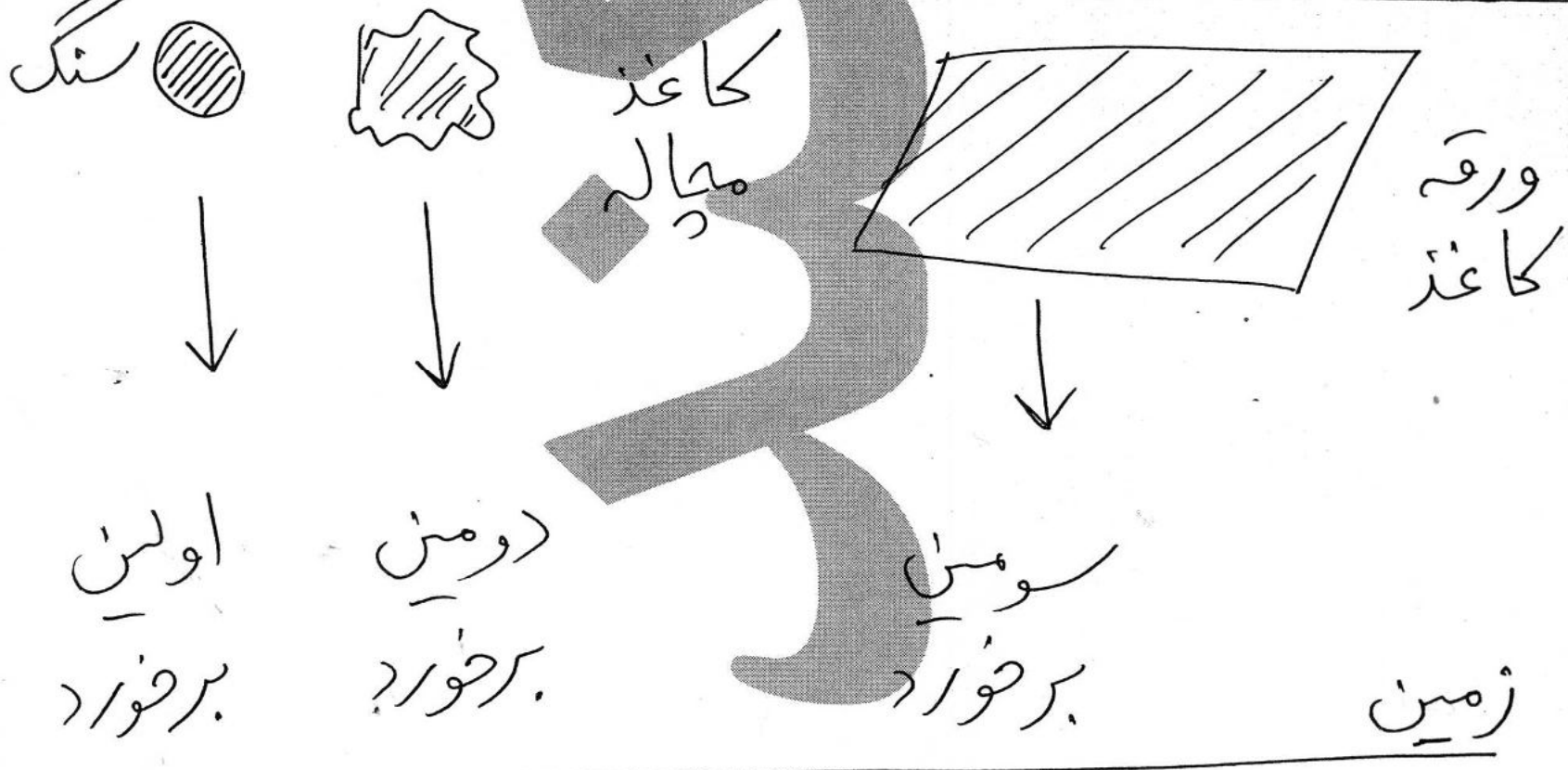
(ت) $\Delta x = 25 + 100 + 25 - 25 = 125$ m

(توجه) مسافت $= 25 + 100 + 25 + 25 = 175$ m

سقوط آزاد : حرکت جسم است در نزدیکی سطح زمین که فقط تحت تأثیر نیروی گرانش زمین (وزن جسم) حرکت می کند

① این حرکت آرمانی است (مقاومت هوا نادیده گرفته می شود)

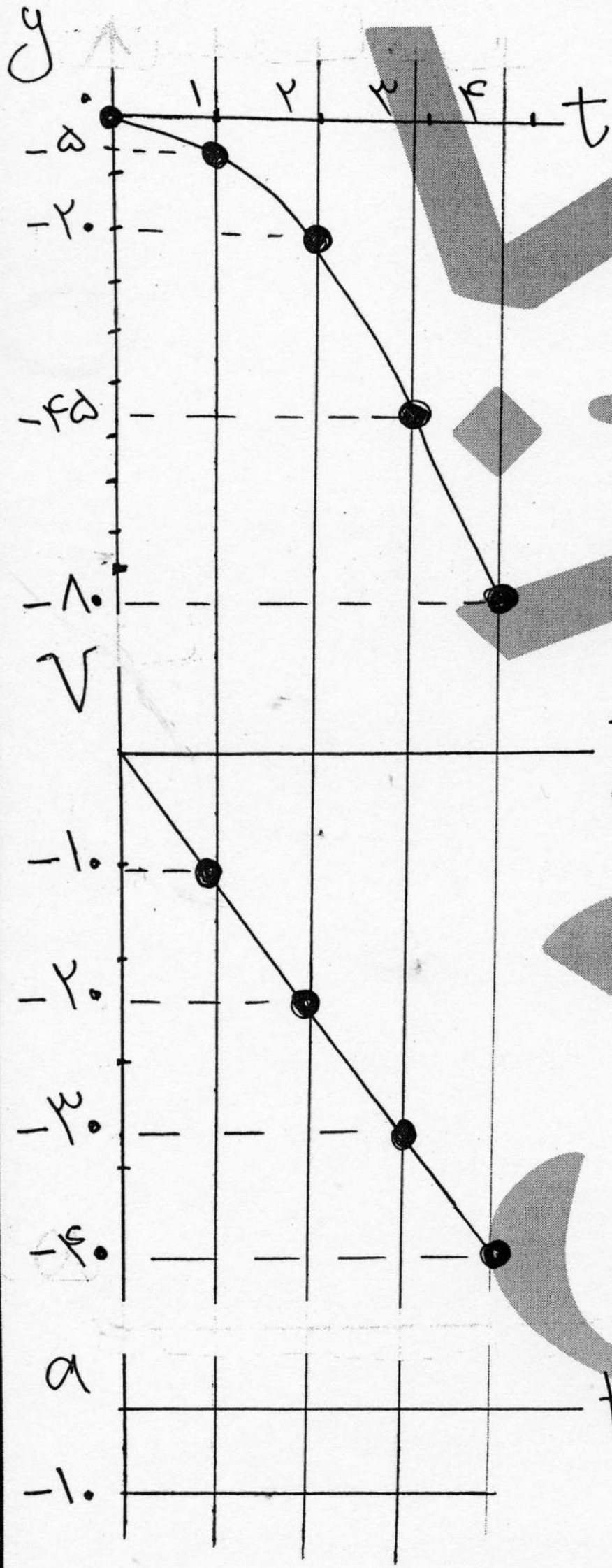
② شتاب حرکت ثابت است

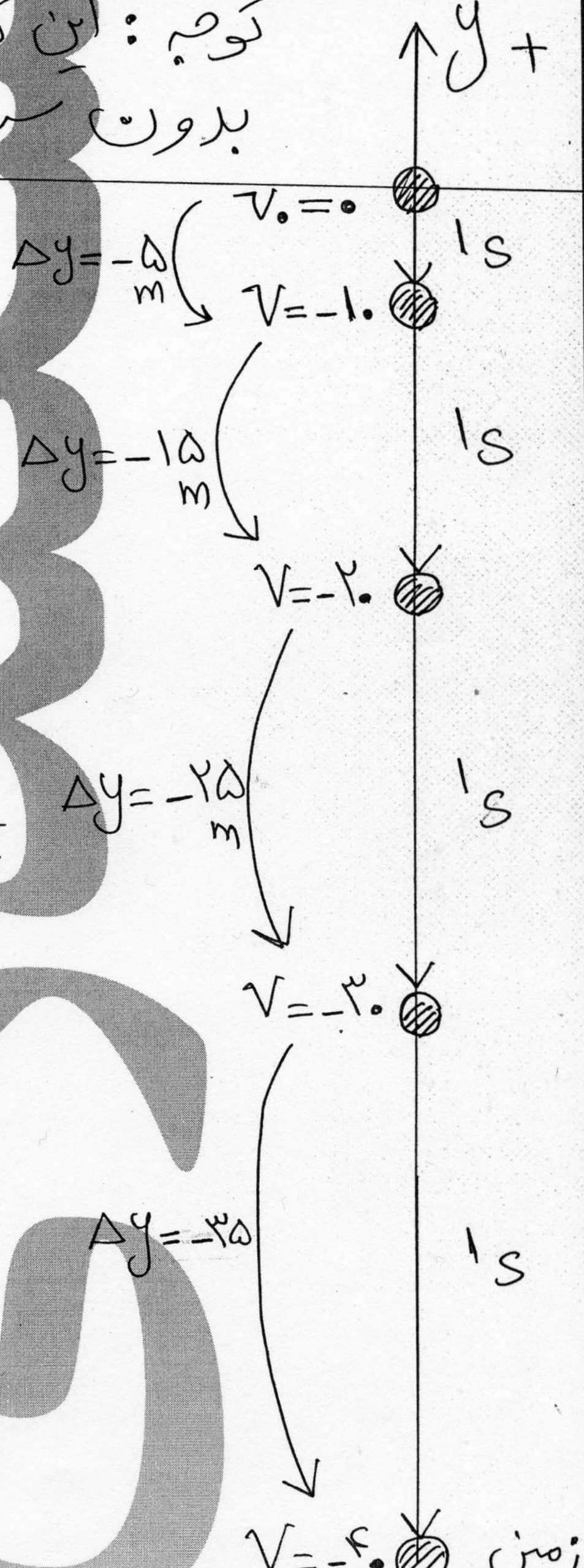


حال اگر شرایط خلأ بود ، مثلاً در یک اتاق پیشرفته علمی که هوا تخلیه شده همین آزمایش را انجام دهیم هر سه جسم در یک زمان به زمین می رسند ، یعنی در این حالت جرم جسم در زمان سقوط تأثیری ندارد

توجه : نباید اشتباه کنیم و خلأ را به کاهش نیروی وزن ربط دهیم در همین مکانی که زندگی می کنیم می توانیم هوا را از یک مکان تخلیه کنیم و به خلأ نزدیک شویم ولی وزن جسم تغییری نمی کند

توجه: این کتاب فقط حالت سقوط بدون سرعت اولیه را بررسی می کند.





توجه : برای تبدیل فرمول‌های حرکت افقی (x) به حرکت عمودی (y) کافی است

$a \longrightarrow -g$

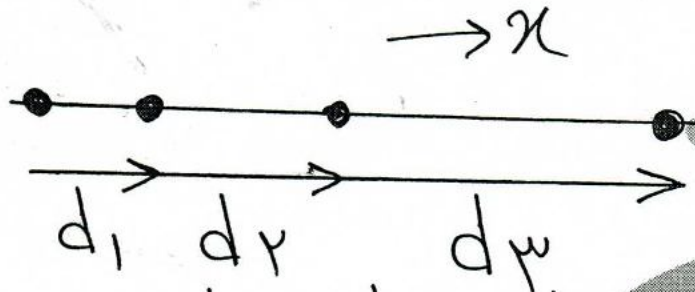
$x \longrightarrow y$

$V = V_0 + at \longrightarrow V = V_0 - gt$

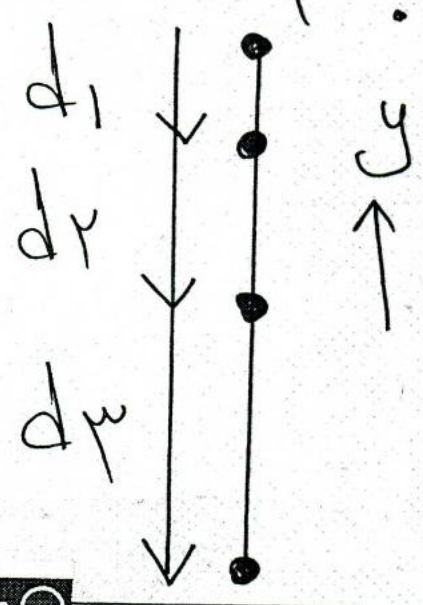
$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + V_0 t \longrightarrow \Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t$

$V^2 - V_0^2 = 2a\Delta x \longrightarrow V^2 - V_0^2 = -2g\Delta y$

توجه : هرگاه شتاب ثابت باشد بین جابه جائی های متوالی جسم تصاعد حسابی (عددی) وجود دارد:



$d_2 = \frac{d_1 + d_3}{2}$ (اثبات هردو صدق می‌کند)

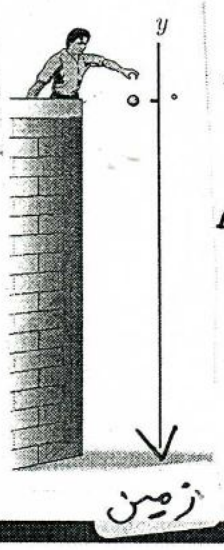


مثال ۱ـ ۱۵

شکل مقابل شخصی را نشان می‌دهد که از بالای دیواری بلند، گلوله‌ای را رها می‌کند.

الف) پس از ۱/۰s گلوله چه مسافتی را طی می‌کند و سرعت آن به چقدر می‌رسد؟

ب) اگر ارتفاع دیوار ۱۰/۰m باشد سرعت برخورد گلوله به سطح زمین و مدت زمان کل حرکت آن را پیدا کنید. $g = 9/8$



$V_0 = 0$

$\Delta y = -10\ m$

الف) $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 = -\frac{1}{2}(9/8)(1)^2 = -4/9\ m$

مسافت $= 4/9\ m$

ب) $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \longrightarrow -10 = -4/9t^2 \longrightarrow t = 10/7\ s$

$V = V_0 - gt = 0 - (9/8)(\frac{10}{7}) = -\frac{98}{7} = -14\ m/s$

مثال ۱ـ ۱۶

سنگی از صخره‌ای به ارتفاع ۱۲۲/۵m نسبت به سطح زمین آزادانه سقوط می‌کند.

الف) زمان سقوط آزاد سنگ را به‌دست آورید.

ب) سرعت متوسط سنگ را در حین سقوط آزاد پیدا کنید.

پ) جابه‌جایی سنگ را بین دو لحظهٔ $t_1=3/0\,s$ و $t_2=4/0\,s$ به‌دست آورید.

ت) نمودارهای مکان ـ زمان، سرعت ـ زمان و شتاب ـ زمان سنگ را رسم کنید.

الف) $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t \longrightarrow -122/5 = -4/9t^2$ (صفر)

$t = 5\,s$

$v_{av} = \frac{\Delta y}{\Delta t} = \frac{-122/5}{5} = -24\ m/s$

$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2$

$t = 3 \longrightarrow \Delta y = (-4/9)(9) = -44\ m$

$t = 4 \longrightarrow \Delta y = (-4/9)(64) = -78\ m$

$v_0 = 0$

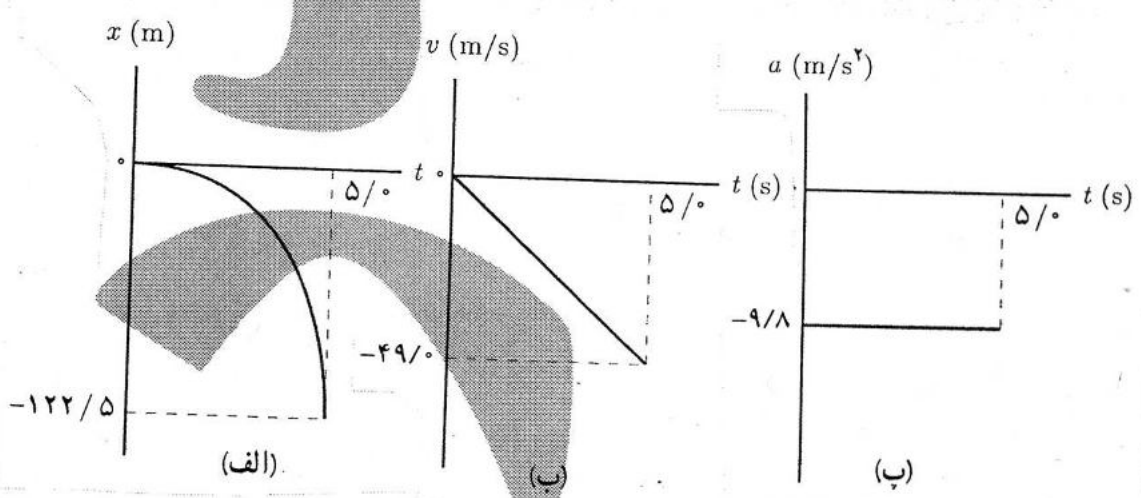
شروع حرکت

$-44\ m$ (3s)

$-78\ m$ (4s)

$\Delta y = -34$

زمین (ارتفاع کل ۱۲۲/۵ متر)



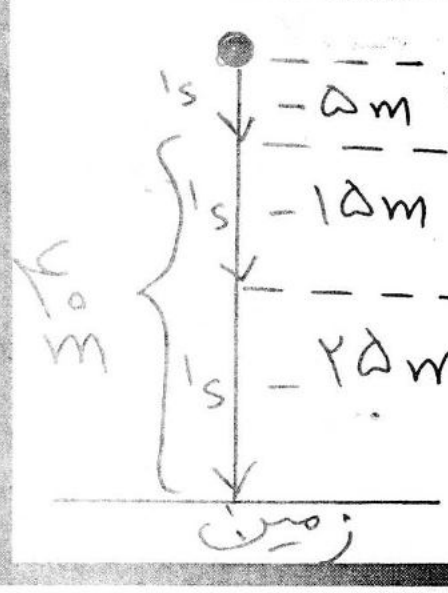
(مثال)

جسمی در شرایط خلأ سقوط می‌کند و در ۲s آخر حرکت ۴۰m طی می‌کند

الف) کل جابه‌جایی $\Delta y = -45\,m$

ب) کل زمان $t = 3\,s$

پ) سرعت در لحظهٔ برخورد به زمین



○ تمرین ۱ـ۱۲

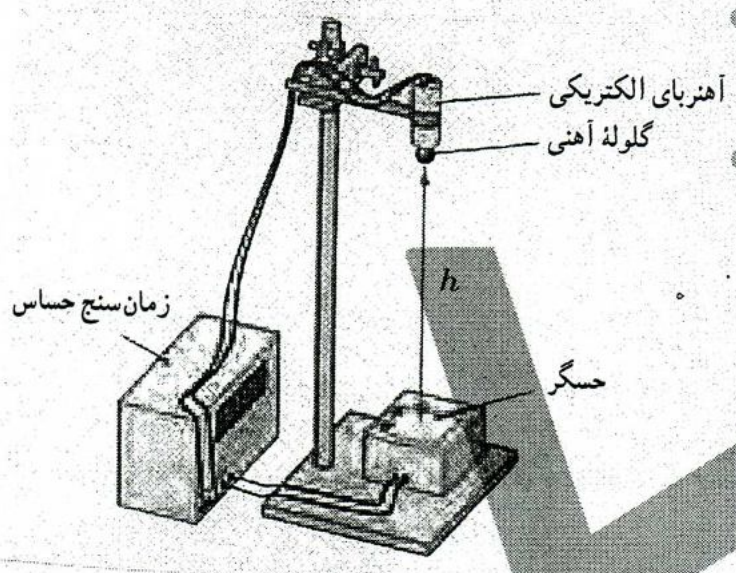
شکل مقابل اسباب انجام آزمایش ساده‌ای را نشان می‌دهد که به کمک آن می‌توان شتاب گرانش را در محل آزمایش اندازه گرفت.

الف) به نظر شما این وسیلهٔ آزمایش چگونه کار می‌کند؟

ب) در یک آزمایش نوعی، داده‌های زیر به‌دست آمده است:

$t = ۰/۲۳۰\text{s}$ و $h = ۰/۲۷\text{m}$

با توجه به این داده‌ها، اندازهٔ شتاب گرانش در محل آزمایش چقدر به‌دست می‌آید؟ (اشاره: اگر وسایل مشابهی در آزمایشگاه مدرسه دارید، شتاب گرانش محل خود را به کمک آن اندازه‌گیری کنید.)

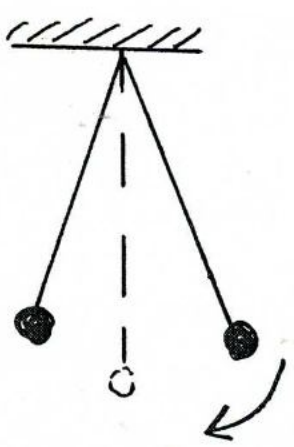


الف) این زمان سنج به گونه‌ای تنظیم شده که وقتی کلید شروع را می‌زنیم مداری که به آهنربای الکتریکی متصل است، قطع می‌شود و چون گلوله از آهن خالص (فرومغناطیس نرم) است خاصیت مغناطیسی خود را از دست می‌دهد و تحت نیروی وزن سقوط می‌کند و به حسگر پائینی برخورد می‌کند و زمان سنج می‌ایستد:

$\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 \longrightarrow -۰/۲۷ = -\frac{1}{2}g(۰/۲۳)^2$

$g = \frac{۲ \times ۰/۲۷}{(۰/۲۳)^2} = ۱۰/۲ \ \text{m/s}^2$ (که کمی خطا دارد و طبیعی است)

توجه: به روش دیگری هم می‌توان شتاب گرانش زمین را اندازه گرفت که در مبحث نوسان به آن می‌رسیم:



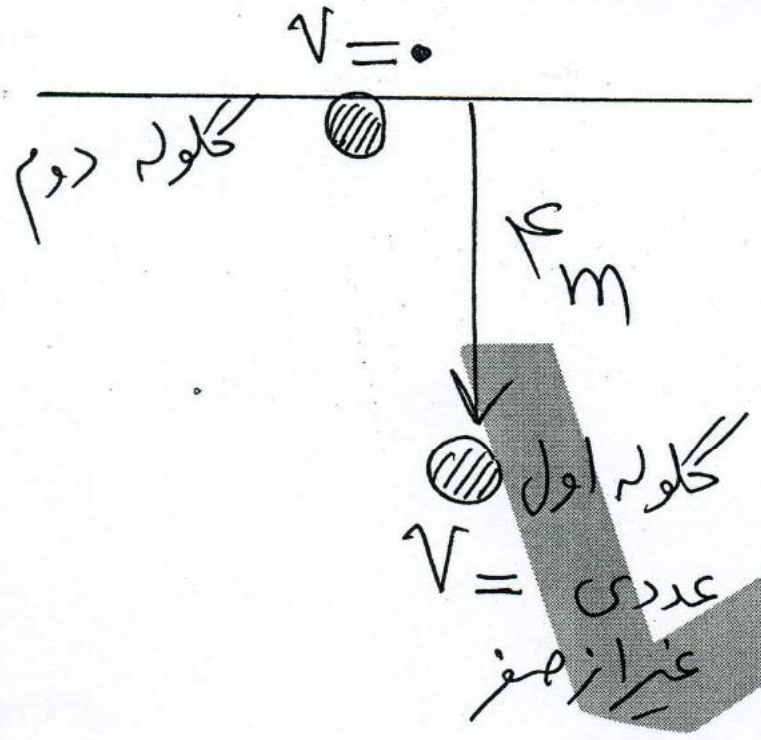
یک آونگ با طول معین می‌سازیم و گلوله را اندکی از وضع تعادل (کمتر از ۶ درجه) منحرف می‌کنیم و رها می‌نمائیم اگر زمان یک رفت و برگشت را بدست آوریم (T)

بدست می‌آید g $\longrightarrow$ L و T معلوم $\longrightarrow T = ۲\pi\sqrt{L/g}$

○ تمرین ۱ـ۱۳

شکل مقابل شخصی را نشان می‌دهد که ابتدا سنگی را از بالای پلی به داخل رودخانه‌ای رها کرده است. وقتی سنگ مسافت ۴/۰m را طی می‌کند سنگ دیگری دوباره از همان ارتفاع توسط شخص رها می‌شود. توضیح دهید آیا با گذشت زمان و تا قبل از برخورد سنگ اول به سطح آب رودخانه، فاصلهٔ بین دو سنگ کاهش یا افزایش می‌یابد یا تغییری نمی‌کند.

$g = 10\ m/s^2$ فرض



فرض کنید $1s$ بعد وضعیت هر دو گلوله را بررسی می‌کنیم

گلوله اول در این لحظه سرعت اولیه دارد

$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \rightarrow v^2 - 0 = -2(10)(-4)$

$v = \sqrt{80}\ m/s$ (گلوله اول در پایان مسافت ۴m)

$v \approx -9\ m/s$

$1s$ بعد $\Delta y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0 t$

گلوله اول $\Delta y = -5(1)^2 - 9(1) = -14\ m$

گلوله دوم $\Delta y = -5(1)^2 + 0 = -5\ m$

گلوله اول: مکان اولیه $= 4\ m \rightarrow$ مکان جدید $= 4 + 14 = 18\ m$

گلوله دوم: مکان اولیه $= 0\ m \rightarrow$ مکان جدید $= 0 + 5 = 5\ m$

پس فاصله آنها که قبلاً 4m بود الان 13m شد و افزایش پیدا نمود.

تمرین ۱ ۱ ۱۲

عقیل اسکندری

ص ۴۹	ف ۱	ک ۱۲

پرسش‌ها و مسئله‌های فصل ۱

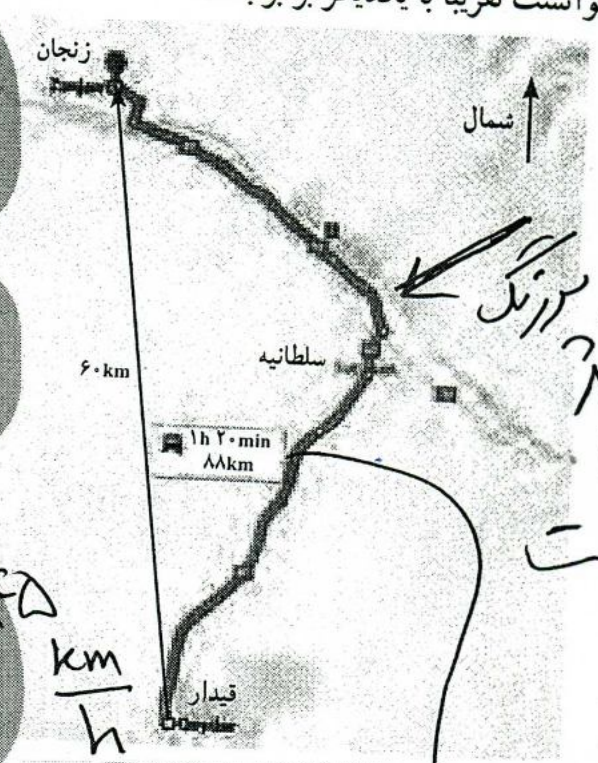
۱ـ۱ شناخت حرکت

۱. با توجه به داده‌های نقشهٔ شکل زیر،

الف) تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط خودرو را پیدا کنید.

ب) مفهوم فیزیکی این دو کمیت چه تفاوتی با یکدیگر دارد؟

پ) در چه صورت تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط می‌توانست تقریباً با یکدیگر برابر باشد؟



این فاصله ۸۸ km است

توجه: $1h + 20min = 1h + \frac{1}{3}h = \frac{4}{3}h$ (ساعت، دقیقه)

الف)

$$\text{تندی متوسط} = \frac{\text{مسافت}}{\text{مقدار زمان}}$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t}$$

$$S_{av} = \frac{88}{\frac{4}{3}} = \frac{264}{4} = 66 \frac{km}{h}$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{\text{جابه‌جائی}}{\text{مقدار زمان}}$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{60}{\frac{4}{3}} = \frac{180}{4} = 45 \frac{km}{h}$$

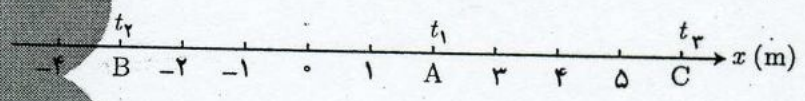
توجه: $66 \times \frac{10}{36} = 18/3 \ m/s$ $\quad$ $45 \times \frac{10}{36} = 12/5 \ m/s$

ب) وقتی تندی متوسط $18/3 \ m/s$ است یعنی این ماشین واقعاً در هر ثانیه ۱۸/۳ متر حرکت کرده ولی گاهی جلوتر گاهی به عقب و گاهی به راست منحرف شده پس مسافت طی شده روی یک مسیر مستقیم نیست ولی وقتی سرعت متوسط $12/5 \ m/s$ است یعنی پیشروی این ماشین روی خط راست در هر ثانیه ۱۲/۵ می باشد.

پ) وقتی مسیر خط راست باشد (مثل ریل آهن) مسافت و جابه‌جائی هم اندازه می شوند

عقیل اسکندری

۲. متحرکی مطابق شکل در لحظهٔ t_1 در نقطهٔ A، در لحظهٔ t_2 در نقطهٔ B و در لحظهٔ t_3 در نقطهٔ C قرار دارد.



الف) بردارهای مکان متحرک را در هر یک از این لحظه‌ها روی محور x رسم کنید و برحسب بردار یکه بنویسید.

ب) بردار جابه‌جایی متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی t_1 تا t_2، t_2 تا t_3 و t_1 تا t_3 به‌دست آورید.

$B(t_2)$ O مبدأ $A(t_1)$ $C(t_3)$ x

-3 0 2 6

$\vec{d}_A = 2\vec{i}$

$\vec{d}_B = -3\vec{i}$ $\vec{d}_C = 6\vec{i}$

(الف)

$\vec{d}_{AB} = -5\vec{i}$

$\vec{d}_{BC} = +9\vec{i}$

$\vec{d}_{AC} = +4\vec{i}$

(ب)

(مسیر) $5\,m$ $9\,m$ (۱۴ m)

اگر از ما مسافت کل را می‌خواست

حالا فرض می‌کنیم $t_1 = 30\,s$ و $t_2 = 34\,s$، $t_3 = 42\,s$ است

سرعت متوسط هر مرحله و تندی متوسط کل را بدست می‌آوریم:

$\Delta t_{12} = 4$ $\Delta t_{13} = 12$

$\Delta t_{23} = 8$ $\Delta t_{\text{کل}}$

$$S_{av\,\text{کل}} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{14}{4+8} = \frac{14}{12}\ m/s$$

$$v_{av(AB)} = \frac{-5}{4} \qquad v_{av(BC)} = \frac{9}{8} \qquad v_{av(AC)} = \frac{4}{12}$$

تمرین ۳ ۱ ۱۲

ک ۱۲	ف ۱	ص ۵۱

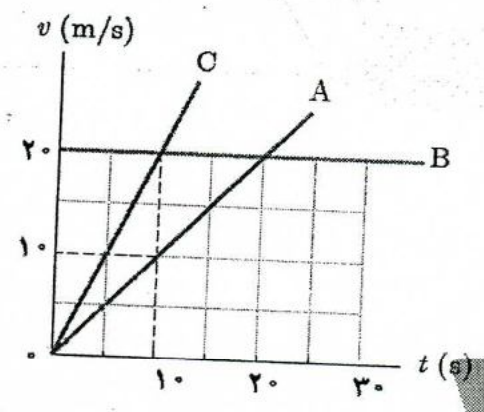
عقیل اسکندری

۳. در شکل زیر نمودار سرعت ـ زمان سه متحرک نشان داده شده است.

الف) شتاب سه متحرک را به طور کیفی با یکدیگر مقایسه کنید.

ب) شتاب هر متحرک را بدست آورید

پ) در بازهٔ زمانی ۰s تا ۱۰s جابه‌جایی این سه متحرک را پیدا کنید.



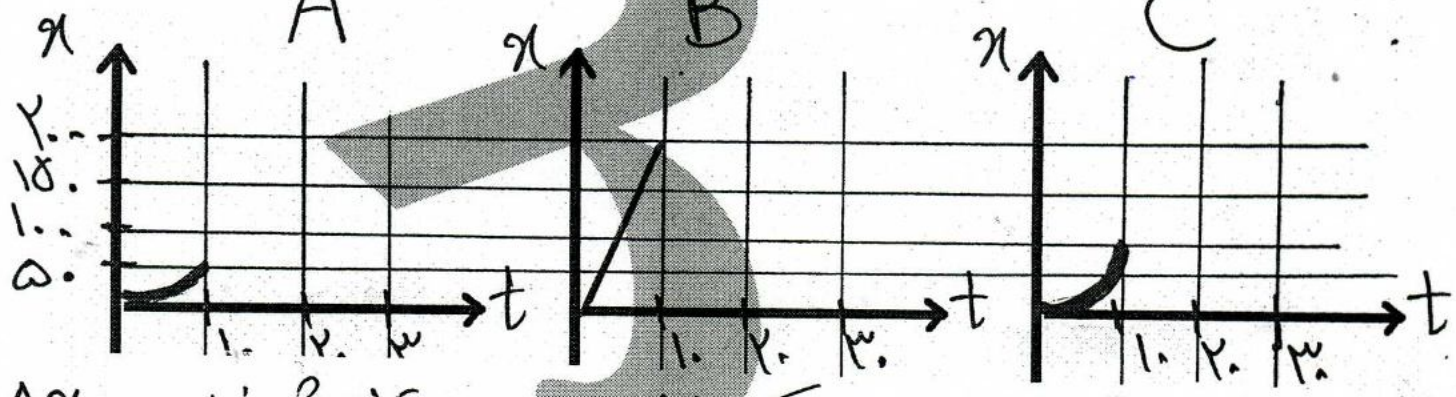
الف) شیب نمودار $(v-t)$ با شتاب برابر است.

شیب نمودار B $= 0 \rightarrow a_B = 0$

شیب نمودار C > شیب نمودار A $\rightarrow a_C > a_A$

$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ $\quad a_A = \frac{20}{20} = 1$ $\quad a_B = \frac{20-20}{30} = 0$ $\quad a_B = \frac{20}{10} = 2$ ب)

با فرض $x_0 = 0$



مساحت محصور زیر v,t $= \Delta x$ (۰ تا ۱۰ ثانیه)

تند شونده a v $+$ $+$

یکنواخت $a=0$ v $+$

تند شونده a v $+$ $+$

A: مثلث

$\Delta x = \frac{10 \times 10}{2}$

$\Delta x = 50$

B: مستطیل

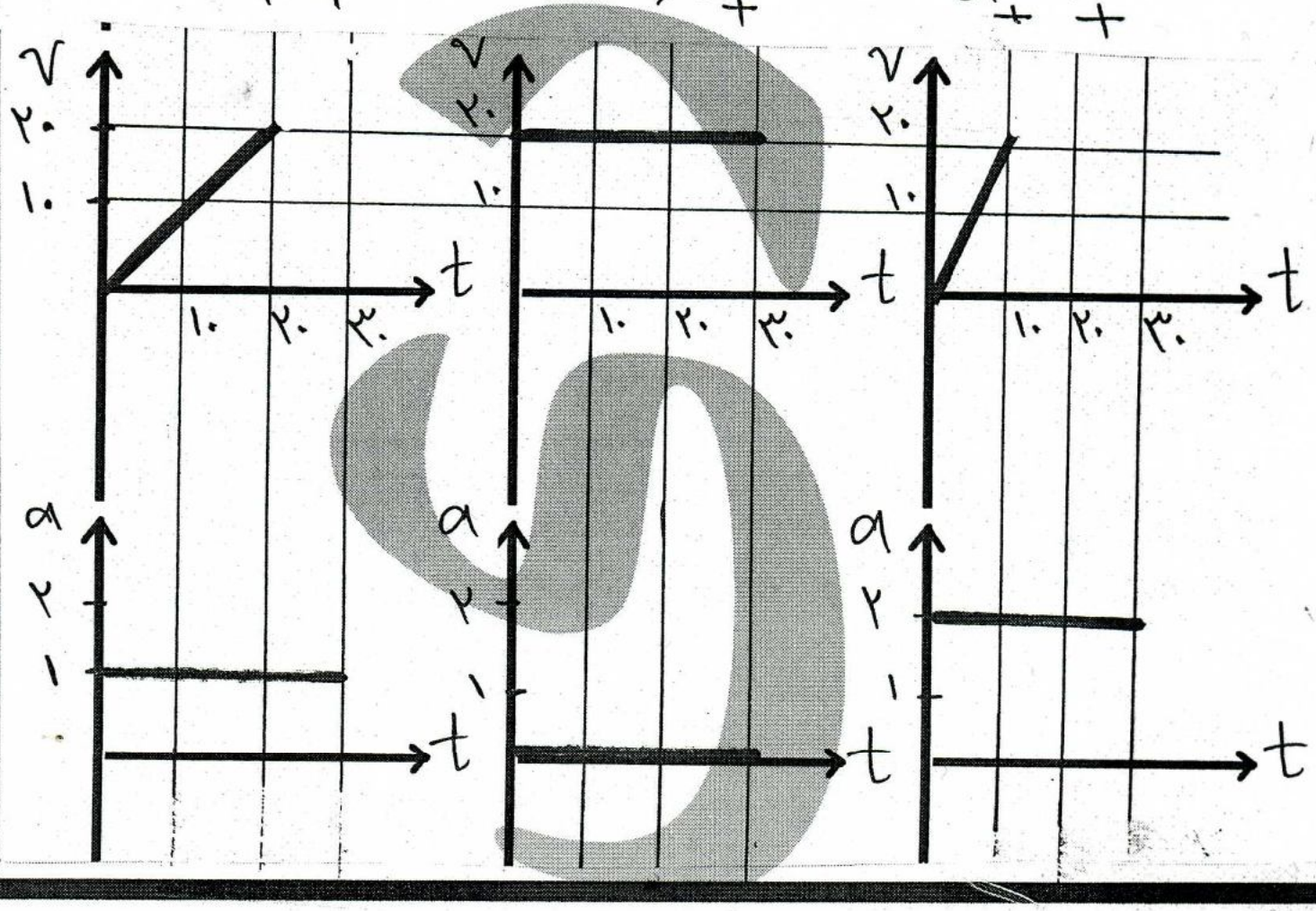
$\Delta x = 10 \times 20$

$\Delta x = 200$

C: مثلث

$\Delta x = \frac{10 \times 20}{2}$

$\Delta x = 100$



۴ تمرین ۱ ۱۲

عقیل اسکندری

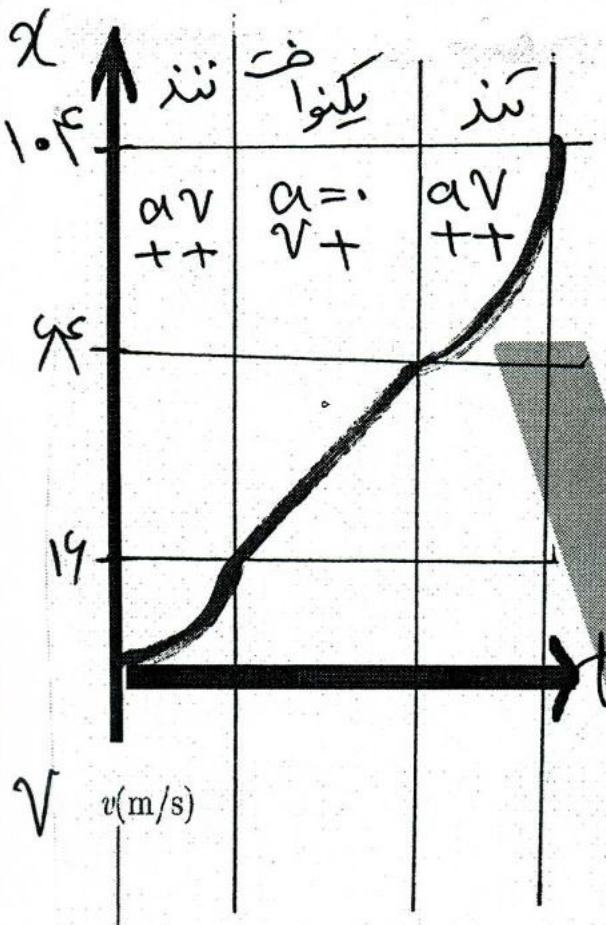
ص ۵۲	ف ۱	ک ۱۲

۴. شکل زیر نمودار سرعت ــ زمان متحرکی را که در امتداد محور x حرکت می‌کند در مدت ۲۸ ثانیه نشان می‌دهد.

الف) شتاب در هر یک از مرحله‌های AB، BC و CD چقدر است؟

ب) شتاب متوسط در بازهٔ زمانی صفر تا ۲۸ ثانیه چقدر است؟

پ) جابه‌جایی متحرک را در این بازهٔ زمانی پیدا کنید. $(x_0=0)$



الف)

$$a_{av}=\frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$a_{AB}=\frac{4}{8}=0.5 \quad m/s^2$$

$$a_{BC}=\frac{4-4}{12}=0 \quad m/s^2$$

$$a_{CD}=\frac{2}{8}=0.25 \quad m/s^2$$

ب)

$$a_{av(کل)}=\frac{\Delta V}{\Delta t}$$

$$a_{av}=\frac{6}{28}=\frac{3}{14}\ \frac{m}{s^2}$$

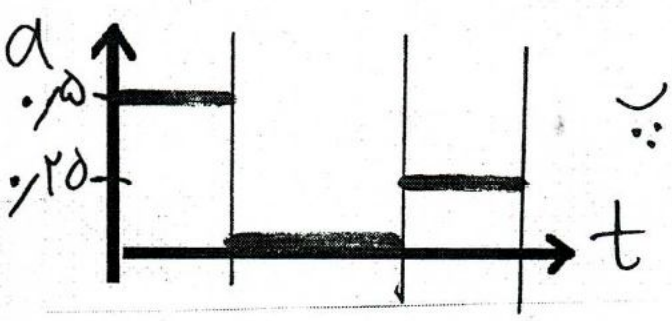
پ)

$$S_{(مساحت\ a,v)}=\Delta x$$

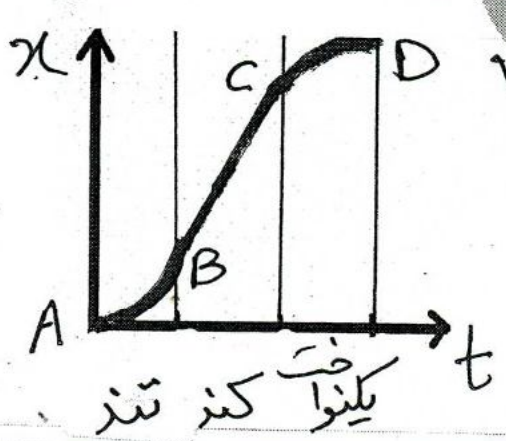
$$\Delta x_1=\frac{8\times 4}{2}=16$$

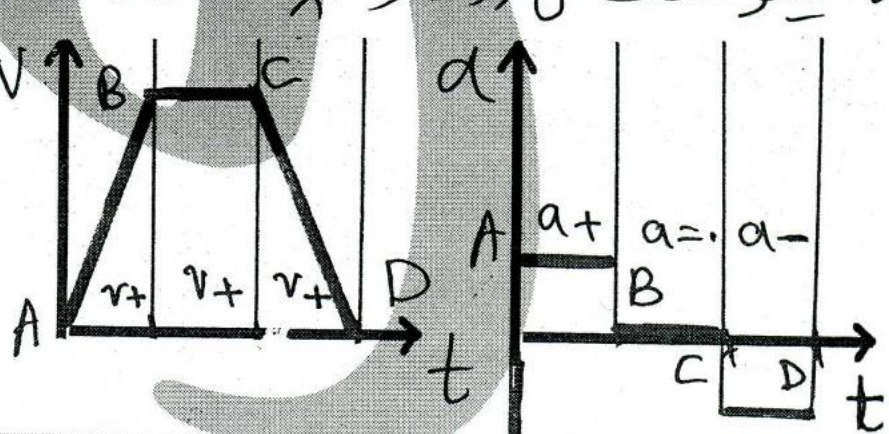
$$\Delta x_2=12\times 4=48$$

$$\Delta x_3=\frac{(4+6)(8)}{2}=40$$



مثال) اتوبوس از ایستگاه A شروع به حرکت می‌کند بعد از مدتی به B می‌رسد از B تا یکنواخت می‌رود و سپس در D می‌ایستد. رسم کیفی نمودارها



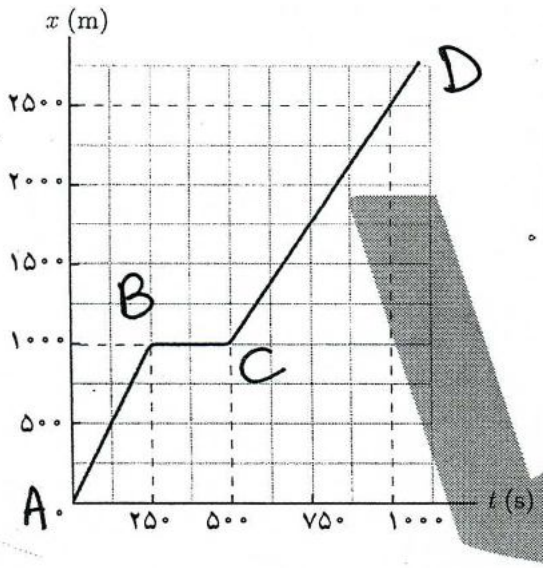


تمرین ۵ ۱ ۱۲

ک ۱۲ | ف ۱ | ص ۵۳

عقیل اسکندری

۴. شکل زیر نمودار مکان ـ زمان حرکت یک دوندهٔ دوی نیمه‌استقامت را در امتداد یک خط راست نشان می‌دهد.



الف) در کدام بازهٔ زمانی دونده سریع‌تر دویده است؟

ب) در کدام بازهٔ زمانی، دونده ایستاده است؟

پ) سرعت دونده را در بازهٔ زمانی ۰s تا ۲۵۰s حساب کنید.

ت) سرعت دونده را در بازهٔ زمانی ۵۰۰s تا ۱۰۰۰s حساب کنید

ث) سرعت متوسط دونده را در بازهٔ زمانی ۰s تا ۱۰۰۰s حساب کنید.

الف) $v_{AB}=\frac{\Delta x}{\Delta t}$ $v_{AB}=\frac{۱۰۰۰}{۲۵۰}=۴\ m/s$

$v_{BC}=\frac{۱۰۰۰-۱۰۰۰}{۲۵۰}=۰$

$v_{CD}=\frac{۲۵۰۰-۱۰۰۰}{۵۰۰}=۳\ m/s$

$v_{AB}>v_{CD}>v_{BC}=۰$

ب) AB و BC و CD یکنواخت یکنواخت ساکن

پ) $v_{AB}=۴\ m/s$

ت) $v_{CD}=۳\ m/s$

ث) $v_{AD}=\frac{۲۵۰۰-۰}{۱۰۰۰-۰}=۲,۵\ m/s$

ج) سرعت متوسط وقتی حرکت می‌کرد؟

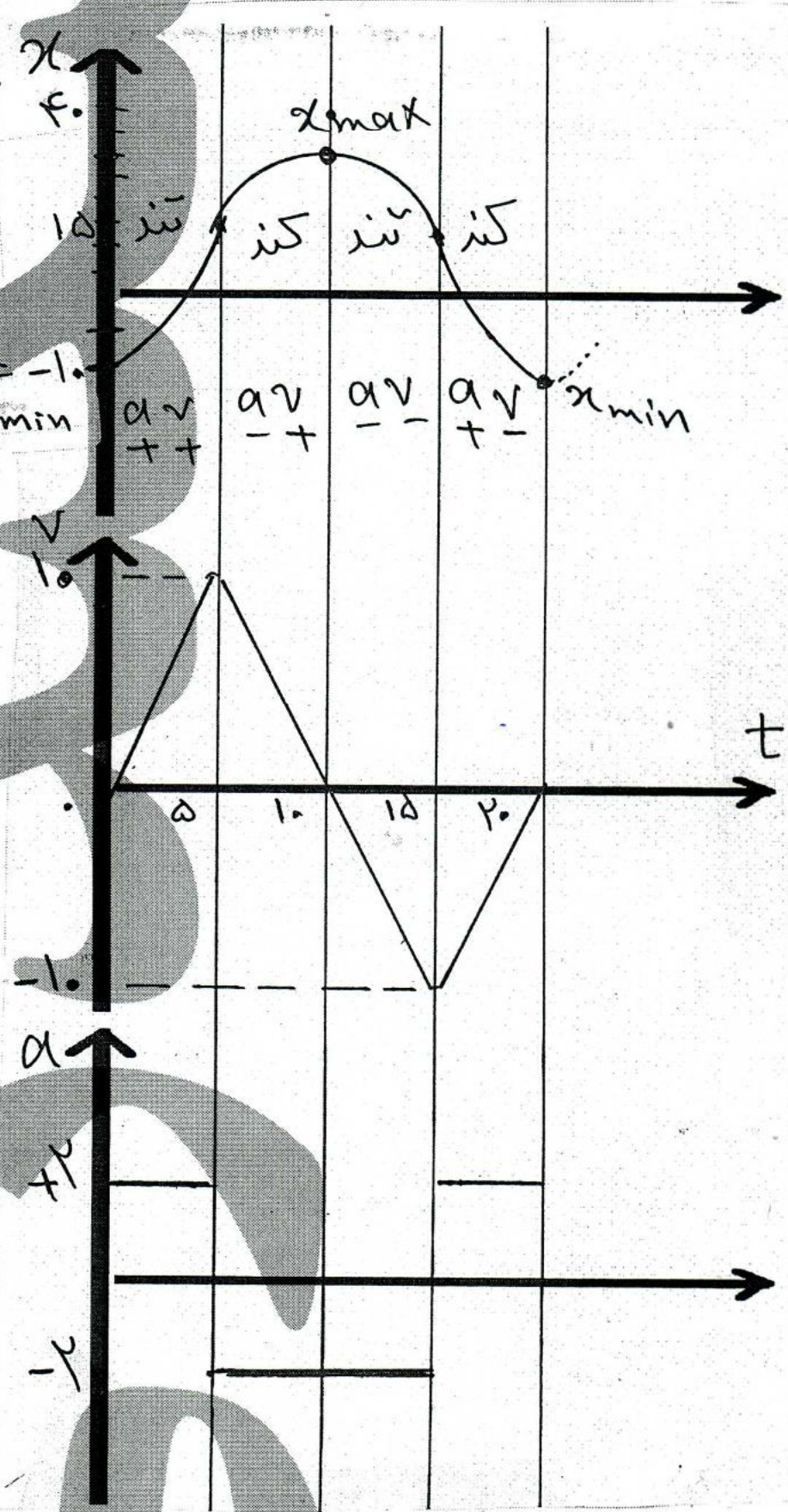
$v_{AD}=\frac{۲۵۰۰}{۷۵۰}=۳,۳\ m/s$

۲۵۰s توقف داشت

۵. نمودار سرعت ـ زمان متحرکی مطابق شکل زیر است.

الف) نمودار شتاب ـ زمان این متحرک را رسم کنید.

ب) اگر $x_0=-۱۰m$ باشد نمودار مکان ـ زمان متحرک را رسم کنید.



$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ $a_1=\frac{۱۰}{۵}=۲$ $a=\frac{-۱۰}{۲۵}=-۲$

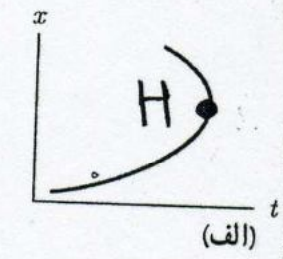
مساحت

$\Delta x=$ مثلث $=\frac{۵\times۱۰}{۲}=۲۵$

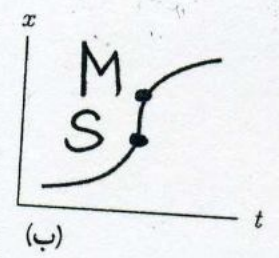
x	-۱۰	۱۵	۴۰	۱۵	-۱۰
t	۰	۵	۱۰	۱۵	۲۰

$+\Delta x$ $+\Delta x$ Δx Δx

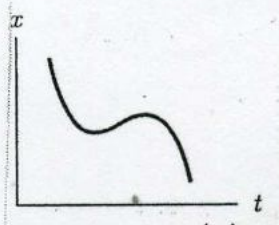
۷. توضیح دهید کدام یک از نمودارهای مکان ــ زمان شکل زیر می‌تواند نشان‌دهندهٔ نمودار $x-t$ یک متحرک باشد.



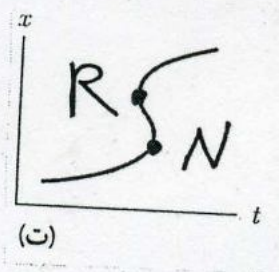
ع بعد از نقطه H زمان برگشته به عقب $t<0$



ع در SM زمان متوقف می‌شود



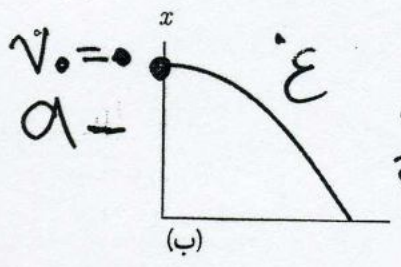
ع امکان رخ دادن دارد و دو بار جهت حرکت عوض شد



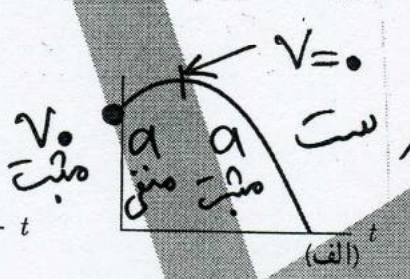
ع NR زمان به عقب برگشته $t<0$

۹. توضیح دهید کدام یک از نمودارهای مکان ــ زمان نشان داده شده، حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که سرعت اولیهٔ آن در جهت محور x و شتاب آن بر خلاف جهت محور x است.

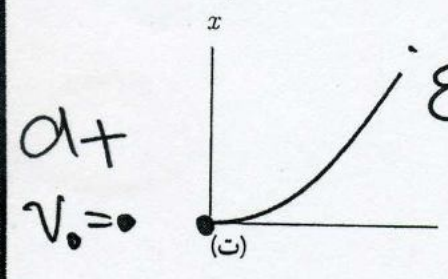
می‌پرسد $(+v_0)$ و $(-a)$



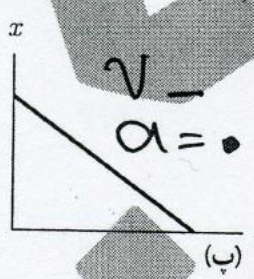
$v_0=+$ ع $a-$



$v=+$ ع درست v_0 مثبت a مثبت منفی

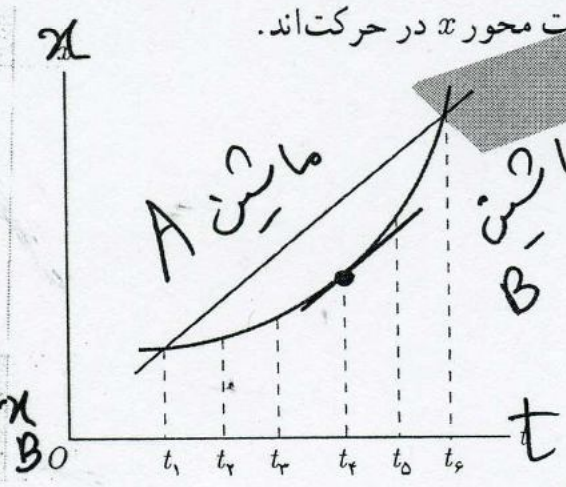


ع $a+$ $v_0=+$



ع $v-$ $a=+$

۱۰. شکل زیر نمودار مکان ــ زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که در جهت محور x در حرکت‌اند.



توجه اگر این نمودار $v-t$ بود $\Delta x_A > \Delta x_B$ $v_A > v_B$

الف) در چه لحظه‌هایی دو خودرو از کنار یکدیگر می‌گذرند؟

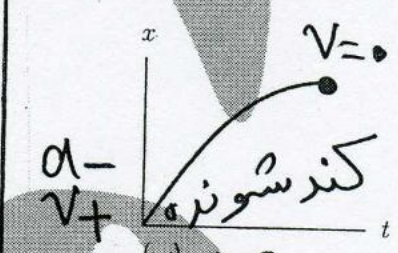
ب) در چه لحظه‌ای تندی دو خودرو تقریباً یکسان است؟

پ) سرعت متوسط دو خودرو را در بازهٔ زمانی t_1 تا t_4 با هم مقایسه کنید.

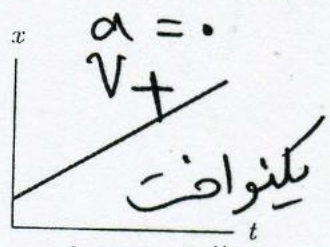
الف) در t_1 و t_6 در یک مکان

ب) باید شیب خط برابر داشته باشند ماشین A سرعت ثابت دارد و ماشین B حرکت تند شونده دارد در t_4 خط مماس بر منحنی با نمودار ماشین A موازی می‌شود $v_A = v_4$

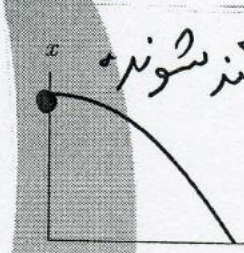
۸. توضیح دهید از نمودارهای مکان ــ زمان شکل زیر کدام موارد حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که از حال سکون شروع به حرکت کرده و به‌تدریج بر تندی آن افزوده شده است.



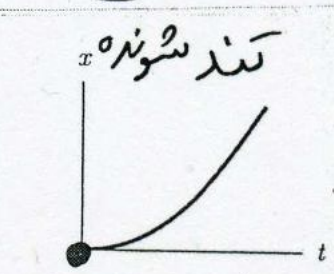
$v=+$ $a-$ کند شونده ع



$a=+$ $v+$ یکنواخت ع



$v_0=+$ کند شونده



$v_0=+$ تند شونده

(۲) $v-$ $a-$

(۲) $v+$ $a+$

مساوی Δx مساوی Δt $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow v_{avA} = v_{avB}$ (پ

تمرین ۷ ۱ ۱۲

عقیل اسکندری

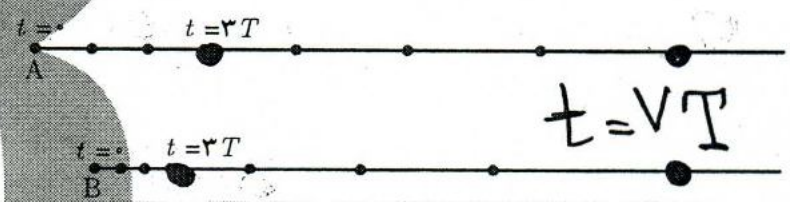
ص ۵۵ | ف ۱ | ک ۱۲

۱۱. هر یک از شکل‌های زیر مکان یک خودرو را در لحظه‌های $t=0$، $t=T$، $t=2T$، ... و $t=7T$ نشان می‌دهد. هر دو خودرو در لحظهٔ $t=3T$ شتاب می‌گیرند. توضیح دهید،

الف) سرعت اولیهٔ کدام خودرو بیشتر است.

ب) سرعت نهایی کدام خودرو بیشتر است.

پ) کدام خودرو شتاب بیشتری دارد.



الف) از ۰ تا $3T$ هر دو یکنواخت حرکت هستند ولی $\Delta x_B < \Delta x_A$

$V_B = V_{0B} < V_A = V_{0A}$ پس

ب) $\Delta x = \frac{(V_1 + V_2)}{2} \cdot \Delta t$

از ۰ تا $3T$ مساوی Δt ← از $3T$ تا $7T$

$\Delta x_B > \Delta x_A$

$(V_1+V_2)_B > (V_1+V_2)_A$

$V_{1B} < V_{1A} \rightarrow V_{2B} > V_{2A}$

پ) $\Delta x = \frac{1}{2} a t^2 + V_0 t$

$V_{0B} t < V_{0A} t$ ، $\Delta x_B > \Delta x_A$

$\frac{1}{2} a_B t^2 > \frac{1}{2} a_A t^2 \rightarrow a_B > a_A$

۱۲. معادلهٔ حرکت جسمی در SI به‌صورت $x = t^3 - 3t^2 + 4$ است.

الف) مکان متحرک را در $t = 0s$ و $t = 2s$ به‌دست آورید.

ب) سرعت متوسط جسم را در بازهٔ زمانی صفر تا ۲ ثانیه پیدا کنید.

$x = t^3 - 3t^2 + 4$

الف) $t=0 \rightarrow x = 4$

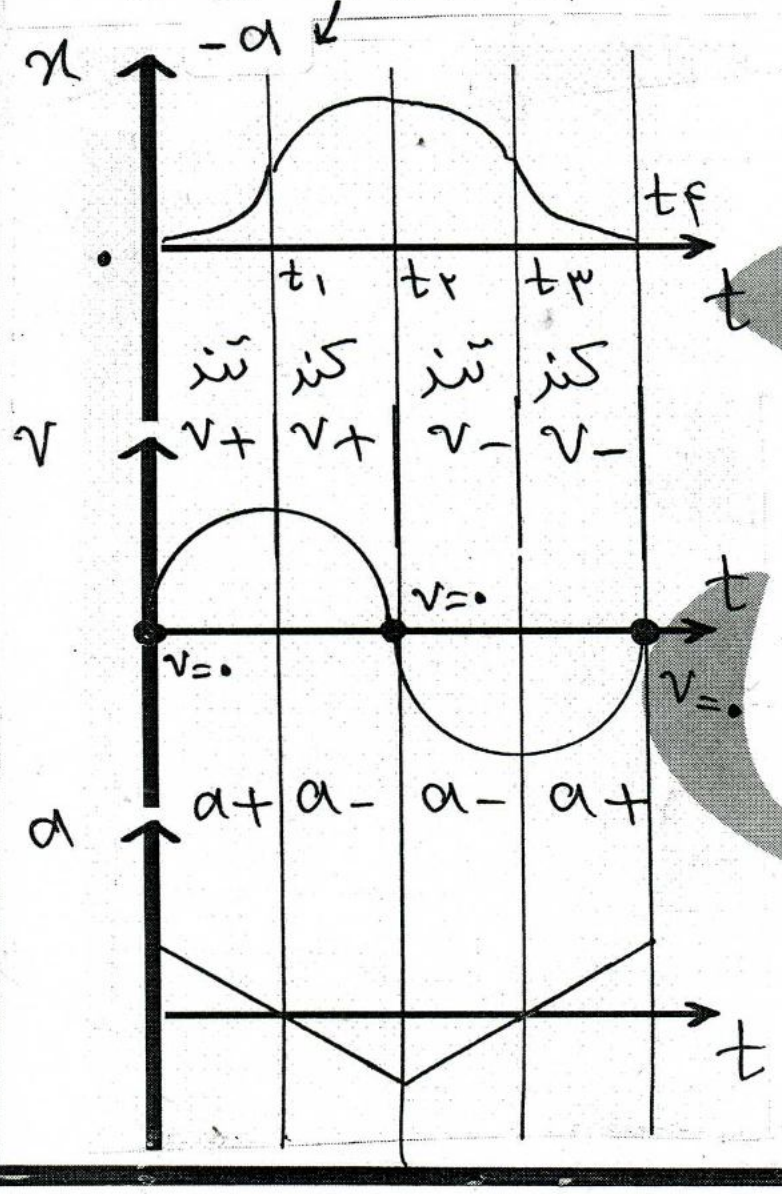
$t=2 \rightarrow x = 8 - 12 + 4$

$x = 0$

ب) $V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{0-4}{2-0}$

$V_{av} = -2\ m/s$

۱۳. نمودار سرعت ــ زمان متحرکی در شکل زیر نشان داده شده است. تعیین کنید در کدام بازه‌های زمانی بردار شتاب در جهت محور x و در کدام بازه‌های زمانی در خلاف جهت محور x است.



$a+ \leftarrow (0,1)$ و $(3,4)$ $\quad a- \leftarrow (1,3)$

عقیل اسکندری | ص ۵۶ | ف ۱ | ک ۱۲

مثال) معادله حرکتی در SI به صورت $x=-3t+8$ است. چه نتیجه‌ای می‌گیریم؟

$x=vt+x_0$

$v=-3\ m/s$ (سرعت ثابت و حرکت یکنواخت در جهت مخالف محور x)

$x_0=8\ m$ (مکان اولیه روی محور x)

مثال) معادله حرکتی در SI به صورت $x=\frac{4}{5}t^2+2t-1$ است چه نتیجه‌ای می‌گیریم؟

$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$

$\frac{1}{2}a=\frac{4}{5}\rightarrow a=\frac{8}{5}\ m/s^2$ (شتاب مقداری ثابت دارد)

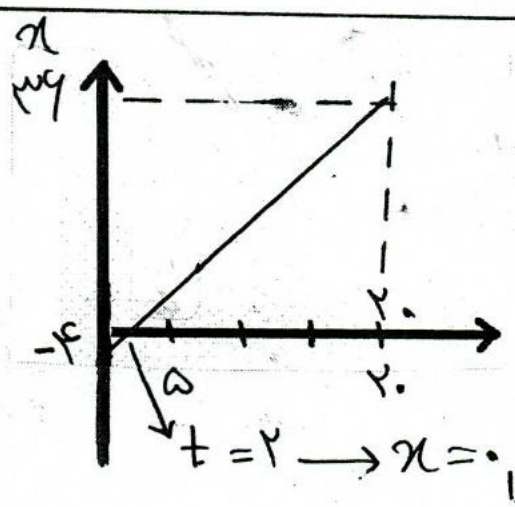
$v_0=2\ m/s$ (سرعت اولیه) و $x_0=1\ m$ (مکان اولیه)

---

۱۱۴. جسمی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر جسم در لحظهٔ $t_1=5/0\,s$ در مکان $x_1=6/0\,m$ و در لحظهٔ $t_2=20/0\,s$ در مکان $x_2=36/0\,m$ باشد،

الف) معادلهٔ مکان ــ زمان جسم را بنویسید.

ب) نمودار مکان ــ زمان جسم را رسم کنید.



الف) سرعت ثابت ← یکنواخت

سرعت لحظه‌ای و متوسط برابرند

$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{36-6}{20-5}=2\ m/s$

عدد گذاری $t=5$ $x=6$

$x=vt+x_0$

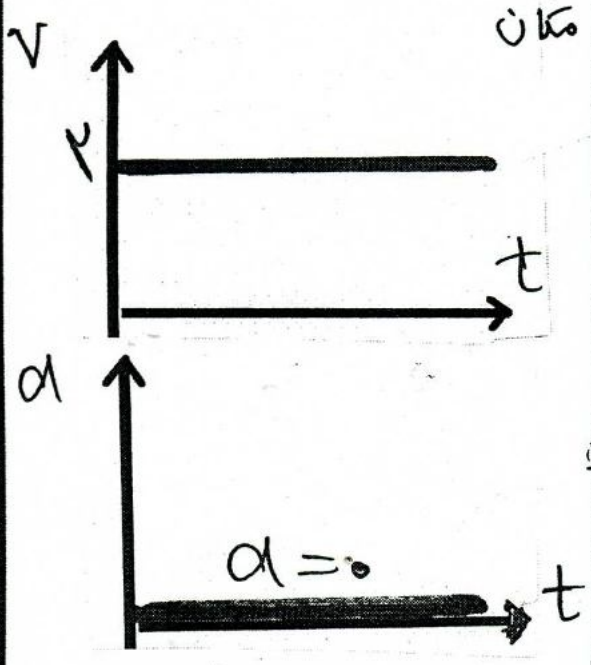
$6=2(5)+x_0$

$x_0=-4\ m$

معادله مورد نظر $\rightarrow x=2t-4$

زمان رسیدن به مبدأ مکان $x=0$

$0=2t-4\rightarrow t=2$



تمرین ۹ ۱ ۱۲

ص ۵۷ | ف ۱ | ک ۱۲

عقیل اسکندری

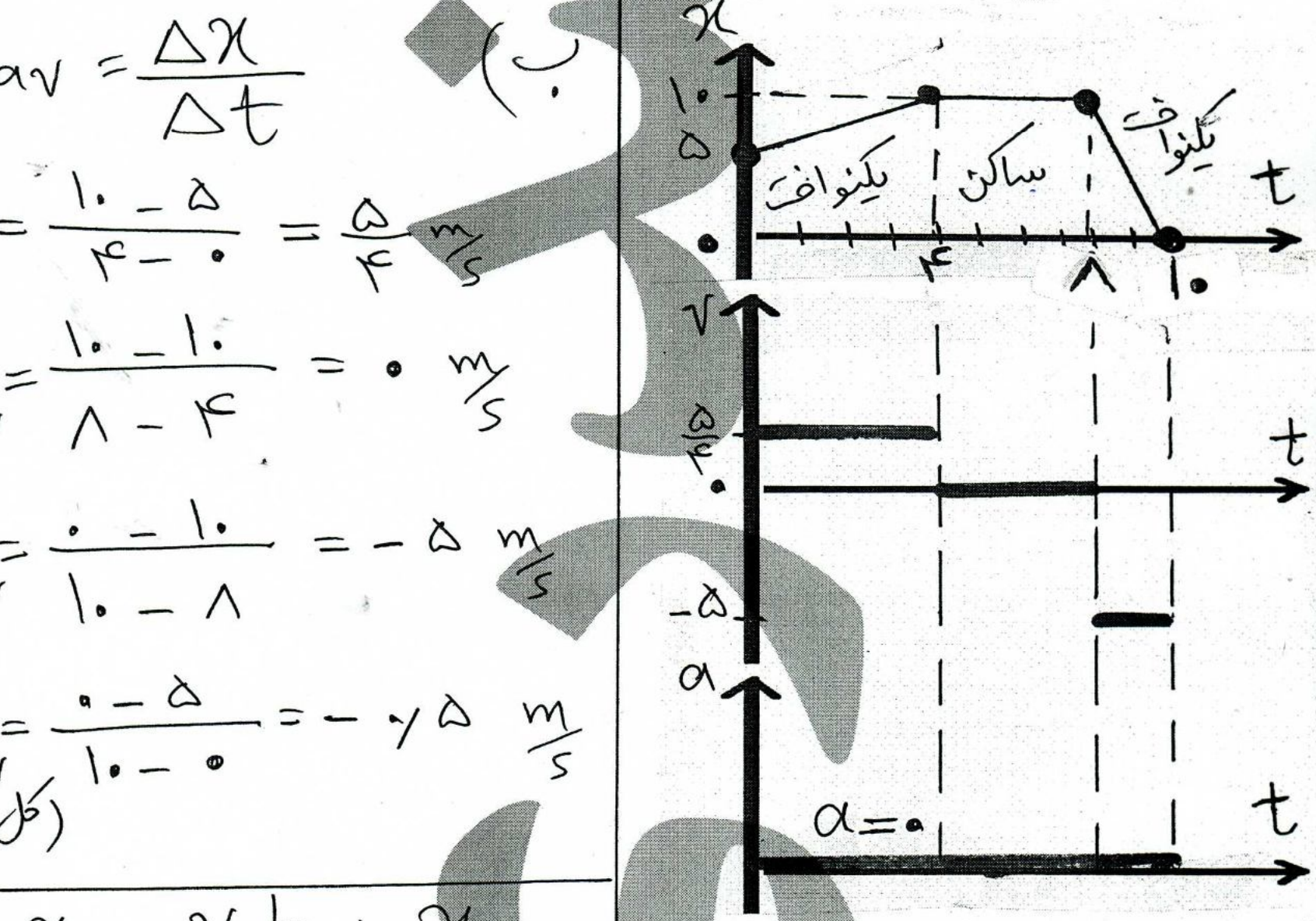
۱۵. شکل زیر نمودار مکان ــ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x حرکت می‌کند.

الف) جابه‌جایی و مسافت پیموده شده توسط متحرک در کل زمان حرکت چقدر است؟

ب) سرعت متوسط متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰s تا ۴/۰s، ۴/۰s تا ۸/۰s، ۸/۰s تا ۱۰/۰s و همچنین در کل زمان حرکت به‌دست آورید.

پ) معادلهٔ حرکت متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی ۰/۰s تا ۴/۰s، ۴/۰s تا ۸/۰s، و ۸/۰s تا ۱۰/۰s بنویسید.

ت) نمودار سرعت ــ زمان متحرک را رسم کنید.



$$\Delta x = 0 - 5 = -5 \text{ m}$$

$$\text{مسافت} = 5 + 10 = 15 \text{ m}$$

۱۰ m
۵ m
۱۰ m
۰ m

(الف)

(ب)

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$$

$$v_{av} = \frac{10 - 5}{4 - 0} = \frac{5}{4} \text{ m/s}$$

$$v_{av} = \frac{10 - 10}{8 - 4} = 0 \text{ m/s}$$

$$v_{av} = \frac{0 - 10}{10 - 8} = -5 \text{ m/s}$$

$$v_{av} = \frac{0 - 5}{10 - 0} = -0.5 \text{ m/s}$$

(پ)

$$x = vt + x_0$$

$t(0, 4) \rightarrow x_1 = \frac{5}{4}t + 5$

$t(4, 8) \rightarrow x_2 = 0t + 10$

$t(8, 10) \rightarrow x_3 = -5t + 50$

برای x_0 خط سوم

$x = vt + x_0$

$0 = -5(10) + x_0$

$x_0 = +50$

۱۰ تمرین ۱۲ ۱

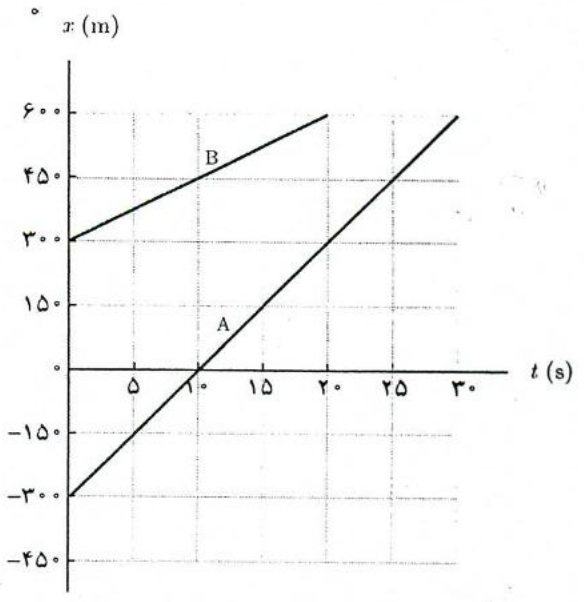
عقیل اسکندری

ص ۵۸	ف ۱	ک ۱۲

۱۴. شکل زیر نمودار مکان ــ زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کنند.

الف) معادلهٔ حرکت هر یک از آنها را بنویسید.

ب) اگر خودروها با همین سرعت حرکت کنند، در چه زمان و مکانی به هم می‌رسند؟



هر دو حرکت یکنواخت است

الف)

$x = v t + x_0$

$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۹۰۰}{۳۰} = ۳۰ \ m/s$

$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۳۰۰}{۲۰} = ۱۵ \ m/s$

$x_A = ۳۰t - ۳۰۰$

$x_B = ۲۰t + ۳۰۰$

ب) شرط تصادف $x_A = x_B$

$۳۰t - ۳۰۰ = ۲۰t + ۳۰۰ \rightarrow ۱۰t = ۶۰۰ \rightarrow t = ۶۰$

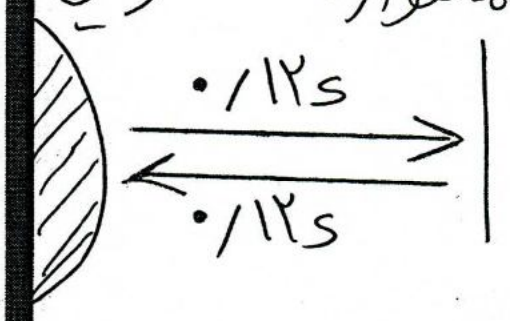
$t = ۶۰ \rightarrow x_A = ۱۸۰۰ - ۳۰۰ = ۱۵۰۰ \ m$ مکان

$x_B = ۱۲۰۰ + ۳۰۰ = ۱۵۰۰ \ m$ زمان

---

۱۷. دانستن محل قرارگیری یک ماهواره در مأموریت‌های فضایی و اطمینان از اینکه ماهواره در مدار پیش‌بینی شده قرار گرفته، یکی از مأموریت‌های کارشناسان فضایی است. بدین منظور تَپ‌های الکترومغناطیسی را که با سرعت نور در فضا حرکت می‌کنند، به طرف ماهوارهٔ موردنظر می‌فرستند و بازتاب آن توسط ایستگاه زمینی دریافت می‌شود. اگر زمان رفت و برگشت یک تپ ۰/۲۴ ثانیه باشد، فاصلهٔ ماهواره از ایستگاه زمینی، تقریباً چقدر است؟

نور و صوت حرکت یکنواخت دارند



$\Delta x = v t$

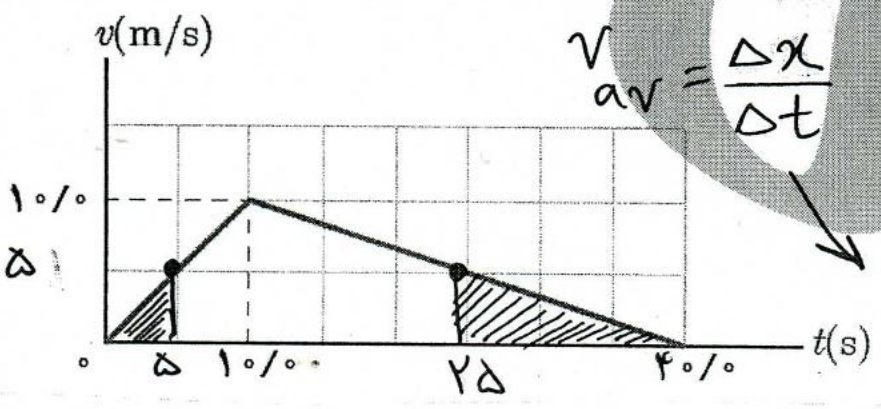
$\Delta x = ۰/۳۶ \times ۱۰^{۸}$

$\Delta x = ۳۶ \times ۱۰^{۶} \ m$

$v = c = ۳ \times ۱۰^{۸} \ m/s$

---

۱۸. نمودار $v-t$ متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی ۰/۰s تا ۵/۰s چند برابر سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی ۲۵/۰s تا ۴۰/۰s است؟



$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$

مساحت $S = \Delta x$

$\Delta x_1 = \frac{۵ \times ۵}{۲} = ۱۲/۵$

$\Delta x_2 = \frac{۵ \times ۱۵}{۲} = ۳۷/۵$

$\frac{v_{av1}}{v_{av2}} = \frac{\frac{۱۲/۵}{۵}}{\frac{۳۷/۵}{۱۵}} = ۱$

۱۱ عمرین ۱۲ ۱

ص ۵۹	ف ۱	ک ۱۲

عقیل اسکندری

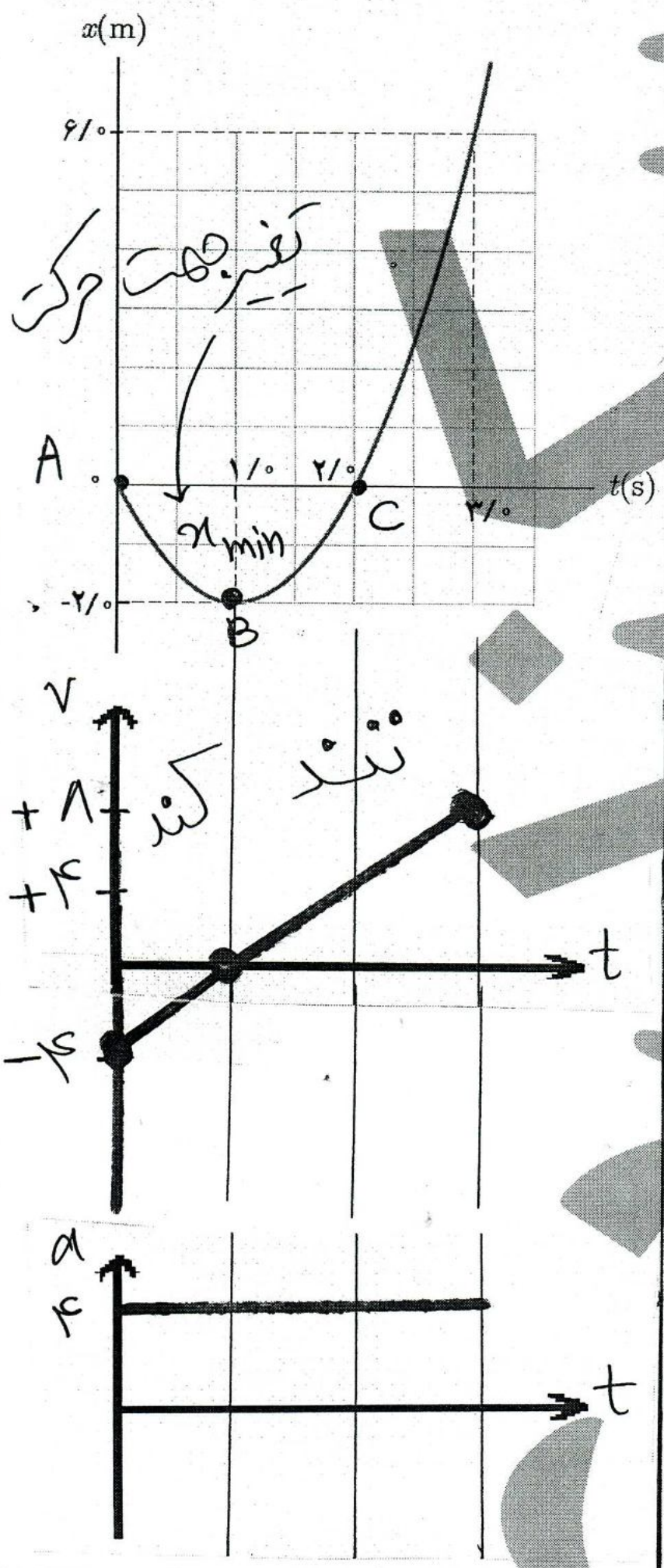
۱۹. شکل زیر نمودار مکان ــ زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است.

الف) سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا ۳/۰ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟

ب) معادلهٔ مکان ــ زمان متحرک را بنویسید.

پ) سرعت متحرک را در لحظهٔ $t=3/0\,s$ پیدا کنید.

پ) نمودار سرعت ــ زمان متحرک را رسم کنید.



الف) $v_{av}=\dfrac{\Delta x}{\Delta t}$

$v_{av}=\dfrac{6-0}{3-0}=2\ m/s$

$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$

$0=\frac{1}{2}a(0)+v_0(0)+x_0$

$x_0=0$ (A)

$0=\frac{1}{2}a(4)+v_0(2)+0$

$2a+2v_0=0$ (C)

$-2=\frac{1}{2}a(1)+v_0(1)$

$a+2v_0=-4$ (B)

$$\begin{cases} 2a+2v_0=0 \\ -\left[a+2v_0=-4\right] \end{cases}$$

$a=4 \rightarrow v_0=-4$

$x=\frac{1}{2}(4)t^2+(-4)t+(0)$

$x=2t^2-4t$

ب) $v=at+v_0$

$v=4t-4$

$t=3 \rightarrow v=12-4=8\ m/s$

۱۲ تمرین

عقیل اسکندری

ص ۶۰	ف ۱	ک ۱۲

۲۰. متحرکی در امتداد محور x و با شتاب ثابت در حرکت است. در مکان $x=+10m$ سرعت متحرک $+4m/s$ و در مکان $x=+19m$ سرعت متحرک $+18km/h$ است.

الف) شتاب حرکت آن چقدر است؟

ب) پس از چه مدتی سرعت متحرک از $+4m/s$ به سرعت $+18km/h$ می‌رسد؟

$x=10_m \longrightarrow V=4\ m/s$

$x=19_m \longrightarrow V=5\ m/s$

الف

$V=18\times\frac{10}{36}=5\ m/s$

$V^2-V_0^2=2a\Delta x$

$25-16=2a(9) \longrightarrow 9=18a \longrightarrow a=\frac{1}{2}\ m/s^2$

ب $V=at+V_0$

$5=\frac{1}{2}t+4 \longrightarrow 1=\frac{1}{2}t \longrightarrow t=2s$

۲۱. خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب $2m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند. در همین لحظه، کامیونی با سرعت ثابت $36km/h$ از آن سبقت می‌گیرد.

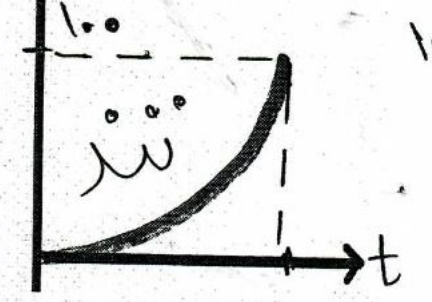
الف) در چه لحظه و در چه مکانی خودرو به کامیون می‌رسد؟

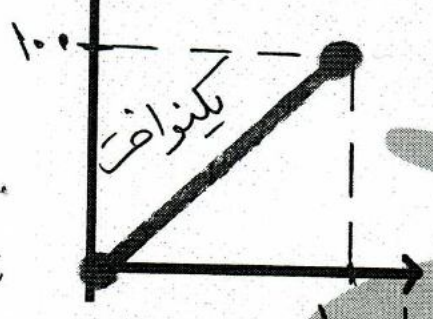
ب) نمودار مکان ـ زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

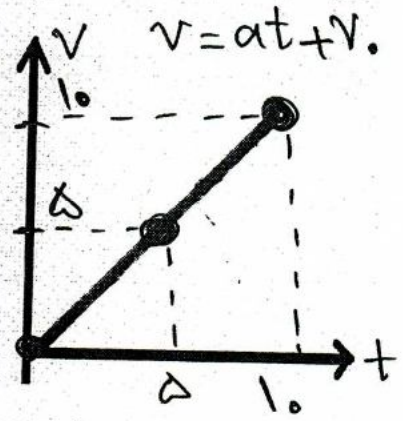
پ) نمودار سرعت ـ زمان را برای خودرو و کامیون در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

خودرو A — کامیون B

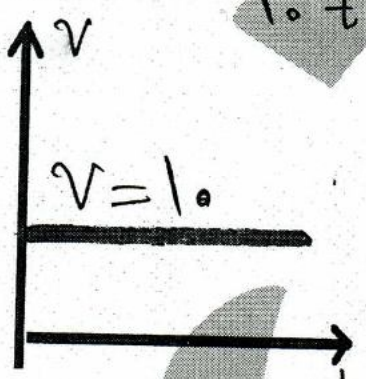
$\frac{36\times10}{36}=10\ m/s$ — $a=0$

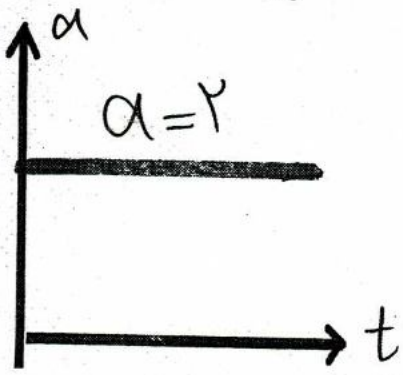


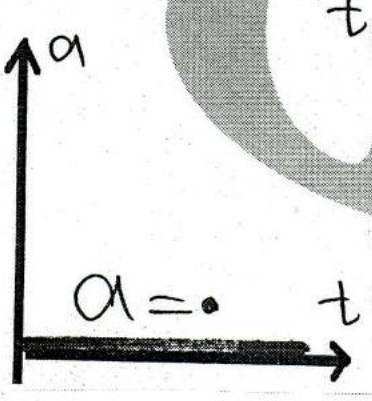


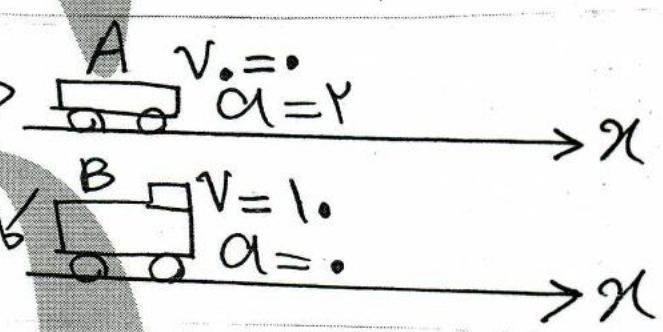


$v=at+v_0$









$x_A=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0$

$x_A=t^2$

$x_B=vt+x_0$

$x_B=10t$

شرط برخورد: $x_A=x_B$

$t^2=10t \longrightarrow t=0$ و $t=10 \longrightarrow x_A=x_B=100$

۱۳ عمرین ۱۲ ۱

ص ۶۱ | ف ۱ | ک ۱۲

عقیل اسکندری

۲۲. شکل نشان داده شده نمودار سرعت ــ زمان خودرویی را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند.

الف) شتاب خودرو را در هر یک از لحظه‌های $t=۳s$ ، $t=۸s$ ، $t=۱۱s$ و $t=۱۵s$ به‌دست آورید.

ب) شتاب متوسط در بازهٔ زمانی $t_۱=۰s$ تا $t_۲=۲۰s$ را به‌دست آورید.

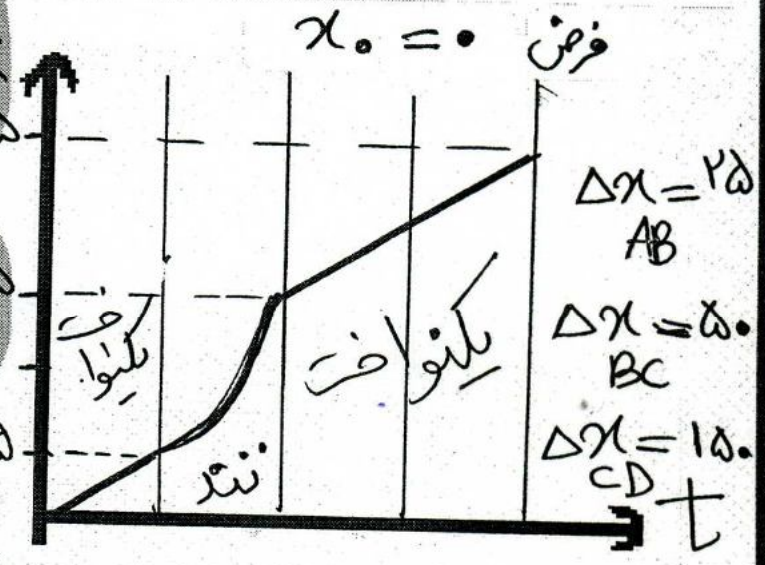
پ) در هر یک از بازه‌های زمانی $t_۱=۵s$ تا $t_۲=۱۱s$ و $t_۳=۱۱s$ تا $t_۴=۲۰s$ خودرو چقدر جابه‌جا شده است؟

ت) سرعت متوسط خودرو در بازه‌های $t_۱=۵s$ تا $t_۲=۱۱s$ و $t_۳=۱۱s$ تا $t_۴=۲۰s$ را به‌دست آورید.

$a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t}$ ←

Δx ←

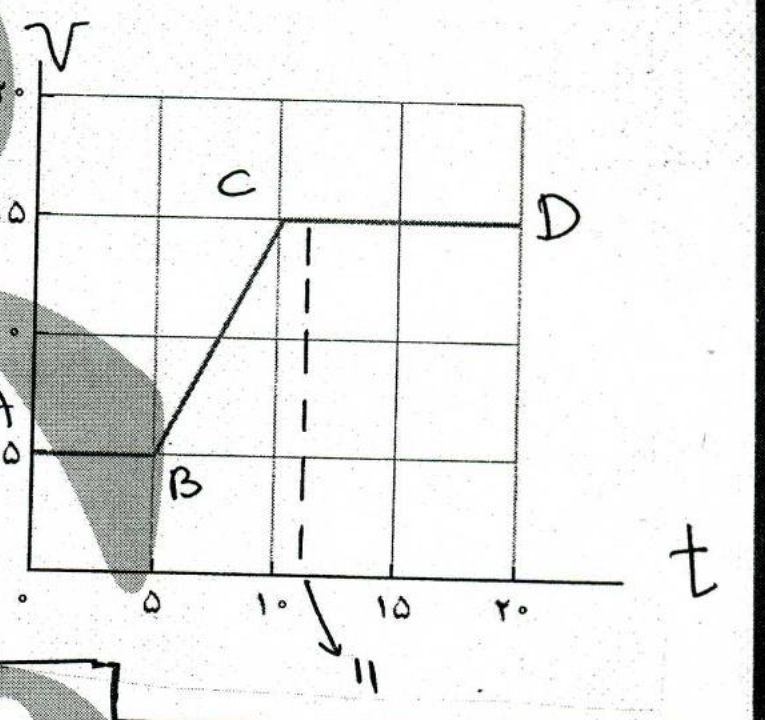
V_{av} ←



$a_{AB} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{۵-۵}{۵} = ۰$

$a_{BC} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{۱۵-۵}{۵} = ۲$

$a_{CD} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{۱۵-۱۵}{۱۰} = ۰$



(الف)

$t=۳ \rightarrow a=a_{AB}=۰$

$t=۸ \rightarrow a=a_{BC}=۲$

$t=۱۱$ و $t=۱۵ \rightarrow a=a_{CD}=۰$

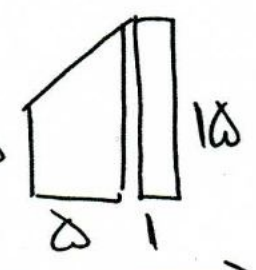
(ب)

$a_{av} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{۱۵-۵}{۲۰} = \frac{۱}{۲}$

(پ)

$\Delta x =$ مساحت $(۲,t)$

$t(۵,۱۱)$



$\Delta x_۱ = \frac{(۵+۱۵)(۵)}{۲} = ۵۰$

$\Delta x_۲ = ۱ \times ۱۵ = ۱۵$

$\Delta x = ۵۰ + ۱۵ = ۶۵$

(ت)

$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ $t(۵,۱۱)$

$V_۱ = \frac{۶۵}{۶} = ۱۰/۸$

$t(۱۱,۲۰) \rightarrow$ ۹ | ۱۵ $\Delta x = ۹ \times ۱۵ = ۱۳۵$

$V = \frac{۱۳۵}{۹} = ۱۵$ $t(۱۱,۲۰)$

۴ عمرین ۱۲ ۱

ص ۶۲	ف ۱	ک ۱۲

عقیل اسکندری

۳۳. گلوله‌ای را باید از چه ارتفاعی رها کنیم تا پس از ۴/۰ ثانیه به زمین برسد؟ سرعت گلوله در نیمهٔ راه و همچنین در لحظهٔ برخورد به زمین چقدر است؟ مقاومت هوا را نادیده بگیرید.

$v_0 = 0$

الف) $\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t$

$\Delta y = -5(4)^2 + 0 = -80\ m$

(از ارتفاع ۸۰ متر رها می‌کنیم)

زمین

$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \rightarrow v^2 - 0 = -2(10)(-40)$ به پایین

$v = \sqrt{800} = -20\sqrt{2}\ m/s$ نیمه راه ↓

$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \rightarrow v^2 - 0 = -2(10)(-80)$

$v = \sqrt{1600} = -40\ m/s$ در لحظه رسیدن به زمین ↓

۳۴. الف) گلولهٔ A را در شرایط خلأ از ارتفاع h و بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. سه ثانیه بعد گلولهٔ B را از ارتفاع $h/4$ و بدون سرعت اولیه رها می‌کنیم. نسبت سرعت گلولهٔ A به سرعت گلولهٔ B در لحظهٔ رسیدن به زمین چقدر است؟

ب) اگر دو گلوله همزمان به زمین برسند، مدت زمان سقوط هر گلوله و ارتفاع h را پیدا کنید.

A: $v_0 = 0$, $\Delta y = -h$

B: $v_0 = 0$, $\Delta y = -h/4$

زمین

$v^2 - v_0^2 = -2g\Delta y \rightarrow \frac{v_A^2}{v_B^2} = \frac{-2g(-h)}{-2g(-h/4)} = 4 \rightarrow \frac{v_A}{v_B} = 2$

$\Delta y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t \rightarrow \begin{cases} -h = -5t^2 & : A \\ -\frac{h}{4} = -5(t-3)^2 & : B \end{cases}$

$-5t^2 = -20t^2 + 120t - 180 \rightarrow 3t^2 - 24t + 36 = 0$

$t = \frac{+24 \pm \sqrt{576 - 432}}{6} = \frac{+24 \pm 12}{6}$ برای A

$t_1 = 2 \rightarrow t_B = -1$ غ‌ق‌ق

$t_2 = 6 \rightarrow t_B = 3$ ق‌ق $\rightarrow h = 180$

۳۵. سنگی از بام ساختمانی بدون سرعت اولیه و در شرایط خلأ به طرف زمین رها می‌شود.

الف) اگر سنگ در ۲ ثانیهٔ آخر حرکت خود ۶۰ متر را طی کند، ارتفاع ساختمان چند متر است؟

ب) سرعت سنگ درست پیش از برخورد به زمین چقدر است؟

Δy : ۵ و ۱۵ و ۲۵ و ۳۵ | $t_{کل} = 4s$

$v = v_0 - gt = 0 - 10(4) = -40$ | $h = 80\ m$