



دیرستان پسرانه غیر دولتی ابتکار علم - دوره دوم

نام و نام خانوادگی: کلاس: یازدهم تجربی موضوع امتحان: نوبت اول ریاضی ۲ نام دبیر: تقی زاده

(۱) جاهای خالی را تکمیل نمایید. (۱ نمره)

الف) هر نقطه که از دوزلع یک زاویه به یک فاصله باشد، روی نیم‌زاویه قرار دارد.

ب) شرط موازی بودن دو خط آن است که شیب یکسان داشته باشند

پ) در معادله درجه دوم $x^2 - 4x + 2 = 0$ ضرب دو ریشه برابر و مجموع دو ریشه برابر است.
 $p = \frac{c}{a} = 2$ $s = -\frac{b}{a} = 4$

(۲) معادله خطی را بنویسید که از نقطه $A(-1, 3)$ گذشته و بر خط $x - 2y = 5$ عمود باشد. (۱/۵ نمره)

استاندارد ↓

$$-2y = -x + 5$$

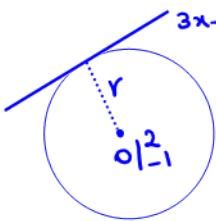
$$y = \frac{1}{2}x - \frac{5}{2} \rightarrow \text{شیب} = \frac{1}{2} \rightarrow m = -2$$

$$y - y_A = m(x - x_A)$$

$$y - 3 = -2(x + 1)$$

$$y = -2x + 1$$

(۳) خط $3x - 4y = 0$ بر دایره ای به مرکز $O(2, -1)$ مماس است. مساحت دایره را بیابید. (۱ نمره)



$$r = \frac{|3(2) - 4(-1)|}{\sqrt{3^2 + (-4)^2}} = \frac{10}{5} = 2$$

$$S = \pi r^2 = \pi(2^2) = 4\pi$$

(۴) هریک از معادلات زیر را حل نمایید. (۳/۵ نمره)

الف) $x^4 - 3x^2 + 2 = 0$ $x^2 = t$ $t^2 - 3t + 2 = 0$ $a+b+c=0$ $\begin{cases} t=1 \rightarrow x^2=1 \rightarrow x=+1 \text{ یا } -1 \\ t=\frac{c}{a}=2 \rightarrow x^2=2 \rightarrow x=+\sqrt{2} \text{ یا } -\sqrt{2} \end{cases}$

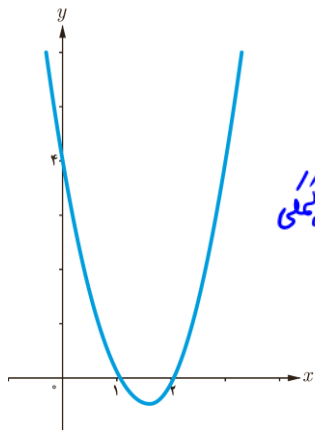
ب) $\frac{3}{x^2} - 12 = 0$ $\frac{3}{x^2} = 12$ $12x^2 = 3$ $x^2 = \frac{3}{12}$ $x^2 = \frac{1}{4}$ $x = +\frac{1}{2} \text{ یا } -\frac{1}{2}$

پ) $x + \sqrt{x} = 6$ $\sqrt{x} = 6 - x$ توان ۲ $x = 36 - 12x + x^2$ $0 = x^2 - 13x + 36$ $\Rightarrow (x-9)(x-4) = 0$

ع $x-9=0 \Rightarrow x=9 \xrightarrow{\text{کنترل}} 9+\sqrt{9}=6$
 ی $x-4=0 \Rightarrow x=4 \xrightarrow{\text{کنترل}} 4+\sqrt{4}=6 \checkmark$

حجاب {4}

۷) معادله سهمی نشان داده شده در شکل را بیابید. (۱/۵ نمره)



ریشه‌ها: ۱ و ۲

$$y = a(x-1)(x-2)$$

نقطه معلومی $\rightarrow 4 = a(-1)(-2)$

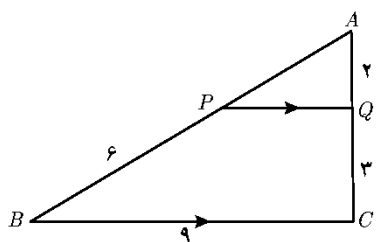
$$4 = 2a$$

$$2 = a$$

$$y = 2(x-1)(x-2)$$

$$y = 2x^2 - 6x + 4$$

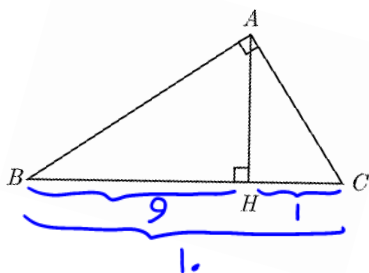
۸) در شکل مقابل PQ موازی BC است. طول پاره خط‌های AP و PQ را بدست آورید. (۲ نمره)



فردبرد $\rightarrow \frac{AP}{PB} = \frac{AQ}{QC} \Rightarrow \frac{AP}{6} = \frac{2}{3} \rightarrow AP = 4$

فردبرد $\rightarrow \frac{AP}{AB} = \frac{AQ}{AC} = \frac{PQ}{BC} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{PQ}{9} \Rightarrow 5PQ = 18 \Rightarrow PQ = \frac{18}{5}$

۹) در مثلث قائم الزاویه روبرو ($A = 90^\circ$) اگر $BH = 9$ و $BC = 10$ باشد، اندازه پاره خط AH و AC را به دست آورید. (AH ارتفاع وارد بر وتر است) (۲ نمره)

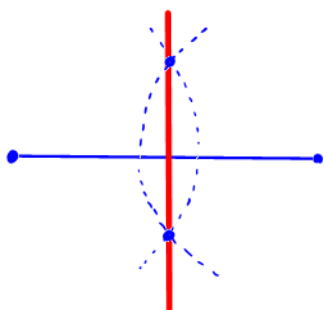


$$AH^2 = BH \times HC = 9 \times 1 = 9 \rightarrow AH = 3$$

$$AC^2 = CH \times BC = 1 \times 10 \rightarrow AC = \sqrt{10}$$

۱۰) روش رسم عمود منصف یک پاره خط به کمک پرگار را توضیح دهید. (۱ نمره)

پُرگار را با اندازه بیش از نصف طول پاره خط بازی کنیم و از دو طرف پاره خط کمان رسم می‌کنیم تا در ۲ نقطه هم‌دایر را قطع کند محل برخورد کمان‌ها را بهم وصل می‌کنیم.



(۱۱) نسبت $\frac{a}{b}$ را با توجه به تساوی زیر بیابید. (۱ نمره)

$$\frac{a}{10+a} = \frac{b}{8+b} \Rightarrow 8a + ab = 10b + ab$$

$$8a = 10b$$

$$\frac{a}{b} = \frac{10}{8} = \frac{5}{4}$$

(۱۲) بررسی کنید آیا دو تابع $f(x) = \frac{x^2-4}{x-2}$ و $g(x) = x+2$ با هم برابرند؟ (۱ نمره)

$$D_g = \mathbb{R}$$

$$D_f = \mathbb{R} - \{2\}$$

چون دامنه ۲ تابع برابر نیستند

پس ۲ تابع فرد برابر نیستند

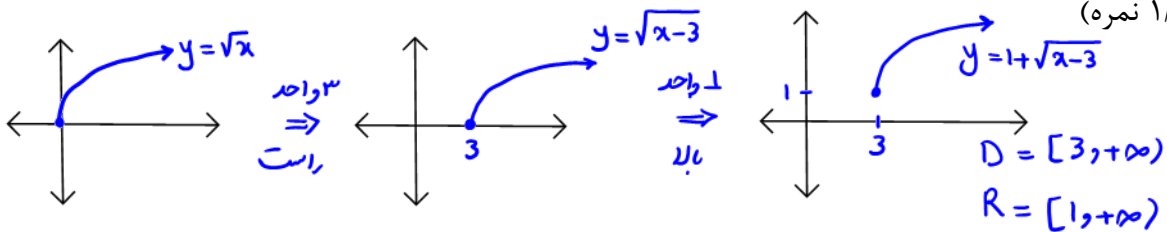
$x=2$ را حذف کردیم

(۱۳) الف) دامنه تابع $f(x) = \sqrt{8-x}$ را به دست آورید. (۰/۷۵ نمره)

$$8-x \geq 0 \Rightarrow 8 \geq x \Rightarrow x \leq 8 \Rightarrow D_f = (-\infty, 8]$$

ب) با استفاده از نمودار تابع $y = \sqrt{x}$ ، نمودار تابع $g(x) = 1 + \sqrt{x-3}$ را رسم نموده و دامنه و برد را

بیابید. (۱/۲۵ نمره)



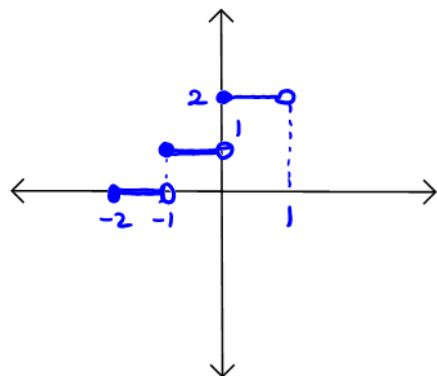
(۱۴) نمودار تابع جزء صحیح زیر را در بازه داده شده رسم کنید. (۱/۵ نمره)

$$f(x) = [x] + 2, \quad x \in [-2, 1)$$

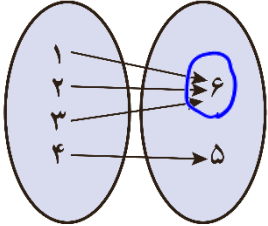
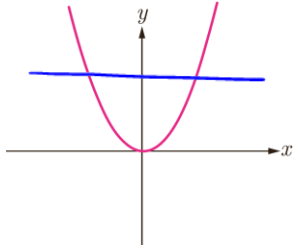
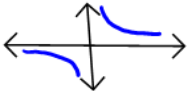
$$-2 < x < -1 \xrightarrow{[x] = -2} y = -2 + 2 = 0 \quad \begin{matrix} -1 \\ 0 \end{matrix} \quad \begin{matrix} -2 \\ 0 \end{matrix}$$

$$-1 < x < 0 \xrightarrow{[x] = -1} y = -1 + 2 = 1 \quad \begin{matrix} -1 \\ 1 \end{matrix} \quad \begin{matrix} -1 \\ 1 \end{matrix}$$

$$0 < x < 1 \xrightarrow{[x] = 0} y = 0 + 2 = 2 \quad \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix} \quad \begin{matrix} 0 \\ 2 \end{matrix}$$



۱۵) مشخص کدام تابع زیر یک به یک است و کدام یک به یک نیست؟ (۱ نمره)

<p style="text-align: center;">X</p> 	(الف)
<p style="text-align: center;">X</p> $f = \{(1, 2), (-2, 4), (2, -1), (-1, 2)\}$	(ب)
<p style="text-align: center;">X</p> 	(پ)
<p style="text-align: center;">X</p>  $f(x) = \frac{1}{x}$	(ت)

نمره ورقه به عدد:

نام و نام خانوادگی تجدید نظر کننده:

نام و نام خانوادگی مصحح:

نمره ورقه به حروف:

محل امضا

محل امضا