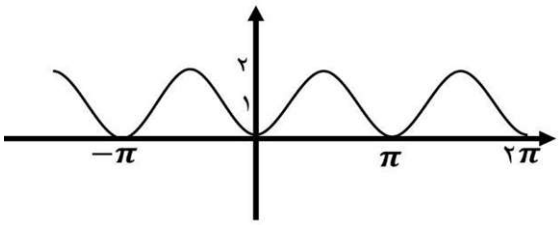
به نام خداوند جان و خرد

ساعت شروع: **۸ صبح**	تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/۰۲/۱۶**	تعداد صفحه: **۲**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
نام و نام خانوادگی:	رشته : **علوم تجربی**	سؤالات میان نوبت درس: **ریاضی ۳**	
دانش آموزان روزانه دوره دوم متوسطه **پایه دوازدهم** شهر تهران در **اردیبهشت ماه** سال **۱۴۰۲**		اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران	

ردیف	سـؤالات	بارم
۱	**درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.** الف) تابع $f(x)=-۱-x^۳$ در دامنه‌ی خود اکیداً نزولی است. ب) دامنه‌ی تابع $f(x)=-۲\tan(\frac{x}{۳})$ برابر $x\neq ۳k\pi+\frac{۲\pi}{۳}$ است. پ) نمودار $y=\sin ۲x$ از انبساط عمودی نمودار $y=\sin x$ در راستای محور yها بدست می‌آید.	۰/۷۵
۲	**جاهای خالی را با عبارات مناسب کامل کنید.** الف) با توجه به مثبت بودن r، معادله ی $x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ معادله‌ی یک دایره است اگر و تنها اگر رابطه‌ی..... برقرار باشد. ب) شکل حاصل از دوران یک مربع حول یک ضلع آن،.....نام دارد. پ) اگر صفحه p با مولد سطح مخروطی ..... و از رأس .....، شکل حاصل سهمی نام دارد. ت) هر نقطه‌ی اکسترمم نسبی تابع ، یک نقطه‌ی..... آن است.	۱/۲۵
۳	اگر $f(x)=\frac{۲}{x}, g(x)=\frac{x}{x-۳}$ ، دامنه‌ی $fog(x)$ را به دست آورید.	۱/۲۵
۴	وارون تابع زیر را به دست آورید. $f(x)=۱+\sqrt{x+۲}$	۱
۵	نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه ی $y=a\cos bx+c$ است. ضابطه‌ی تابع را مشخص کنید. 	۱/۵
۶	جواب‌های کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin x-\cos ۲x=۰$ را به دست آورید.	۱
۷	حدود زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید. الف) $\lim\limits_{x\to-\infty}\frac{۲-\frac{۱}{x^۲}}{x-۱}$ ب) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{۲}^-}\frac{۱}{\cos x}$ پ) $\lim\limits_{x\to\frac{۱}{۲}}\frac{۴x^۲-۴x+۱}{۲x^۲+x-۱}$	۱/۷۵
	ادامه سؤالات در صفحه دوم	

به نام خداوند جان و خرد

ساعت شروع: **۸ صبح**	تاریخ امتحان: **۱۴۰۲/۰۲/۱۶**	تعداد صفحه: **۲**	مدت امتحان: **۱۲۰ دقیقه**
نام و نام خانوادگی:	رشته : **علوم تجربی**	سؤالات میان نوبت درس: **ریاضی ۳**	
دانش آموزان روزانه دوره دوم متوسطه **پایه دوازدهم** شهر تهران در **اردیبهشت ماه** سال **۱۴۰۲**		اداره کل آموزش و پرورش شهر تهران	

ردیف	سـؤالات	بارم
۸	مشتق بگیرید. (ساده کردن الزامی نیست.) $f(x)=(\sqrt{x}-۱)^۲(\frac{۱}{x})$	۱
۹	تابع $f(x)=\begin{cases}۲x-۱ & x\prec ۰\\ x^۲-۱ & x\geq ۰\end{cases}$ را در نظر بگیرید. الف) نشان دهید $f'(۰)$ وجود ندارد. ب) ضابطه تابع مشتق را بنویسید. پ) نمودار f' را رسم کنید.	۲
۱۰	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t)=۲t^۲-t$ است. در چه زمانی سرعت لحظه‌ای با سرعت متوسط در بازه‌ی $[۰,۴]$ ، برابر است؟	۱
۱۱	اگر تابع $f(x)=ax^۲+bx$ در $x=-۱$ دارای مینیمم نسبی **۱-** باشد، مقادیر a,b را بیابید.	۱/۲۵
۱۲	مقدار ماکزیمم و مینیمم مطلق تابع $f(x)=\frac{۴}{۳}x^۳-x+۲$ را در بازه ی $[۰,۱]$ به دست آورید.	۱/۵
۱۳	نشان دهید در بین تمام مستطیل‌هایی با محیط ثابت ۲۴ سانتی‌متر، مستطیلی بیشترین مساحت را دارد که طول و عرض آن هم اندازه باشد.	۱/۵
۱۴	خروج از مرکز یک بیضی $\frac{۲}{۳}$ و طول قطر کانونی آن۱۲ است. طول قطر کوچک بیضی و فاصله کانونی را به دست آورید.	۱/۲۵
۱۵	دو دایره‌ی زیر نسبت به هم چه وضعی دارند؟ $x^۲+y^۲+۲x-۴y=۹$ ، $x^۲+y^۲-۲x+۴y=۴$	۲
	موفق باشید. جمع نمرات	**۲۰**

پاسخ تشریحی ریاضی ۳ تجربی - تهران ۱۴۰۲/۲/۱۶ احسان غنی زاده

سؤال ۱) الف) درست ب) نادرست پ) نادرست

سؤال ۲) الف) a^2+b^2-4c ب) استوانه پ) موازی - عمود نلند
ت) بحران

سؤال ۳)
$D_{f\circ g}=\{x \mid x\in D_g, g(x)\in D_f\}$
$D_g=\mathbb{R}-\{2\}$ $D_f=\mathbb{R}-\{0\}$
$\rightarrow D_{f\circ g}=\{x \mid x\in \mathbb{R}-\{2\}, \frac{x}{x-2}\neq 0\} \rightarrow D_{f\circ g}=\mathbb{R}-\{0,2\}$

سؤال ۴)
$f(x)=1+\sqrt{x+2}$ $x\geq -2$ $\rightarrow$ $y-1=\sqrt{x+2}$
$(y-1)^2=x+2 \rightarrow x=(y-1)^2-2 \rightarrow f^{-1}(x)=(x-1)^2-2$
$D_{f^{-1}}=[1,+\infty)$

سؤال ۵)
$max=2 \rightarrow |a|+c=2$
$min=0 \rightarrow -|a|+c=0$ $\longrightarrow$ $c=1, a=-1$
$T=\pi \rightarrow \frac{2\pi}{|b|}=\pi \rightarrow |b|=2$
$\rightarrow y=-\cos 2x+1$

سؤال ۶)
$\sin x-(1-2\sin^2 x)=0 \rightarrow 2\sin^2 x+\sin x-1=0$
$\rightarrow \sin x=t \Rightarrow 2t^2+t-1=0 \rightarrow t^2+t^2+t-1=0 \rightarrow t(t+1)+(t-1)(t+1)=0$
$\rightarrow (t+1)(t+t-1)=0 \rightarrow$
$t=-1 \rightarrow \sin x=-1 \rightarrow x=2k\pi+\frac{3\pi}{2}$
$t=\frac{1}{2} \rightarrow \sin x=\frac{1}{2} \rightarrow x=2k\pi+\frac{\pi}{6}$
$x=2k\pi+\frac{5\pi}{6}$

سؤال ۷)
الف) $\lim_{x\to-\infty}\frac{2-\frac{1}{x^2}}{x-1}=$ $\lim \frac{2x^2-1}{x^3-x^2} \rightarrow \frac{2x^2}{x^3}=0$

ب) $\lim_{x\to\frac{\pi}{2}^-}\frac{1}{\cos x}=\frac{1}{0^+}=+\infty$

ج) $\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{4x^2-2x+1}{2x^2+x-1} = \frac{0}{0}$ صورت و مخرج $\xrightarrow{\text{مشتق}}$ $\lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{(2x-1)^2}{2(x+1)(x+\frac{1}{2})}$ (از مسیر ۷)

$= \lim_{x\to\frac{1}{2}} \frac{4(x-\frac{1}{2})^2}{2(x+1)(x-\frac{1}{2})} = 0$

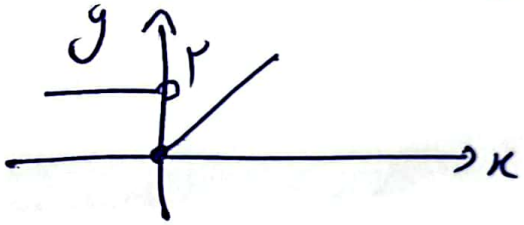
$f'(x) = 2(\sqrt{x}-1)(\frac{1}{x})(\frac{1}{2\sqrt{x}}) + (\frac{-1}{x^2})(\sqrt{x}-1)^2$ (مسیر ۱)

الف) $\lim_{x\to 0^-} f(x) = \lim_{x\to 0^+} f(x) = f(0) = -1$ (مسیر ۹)

$f'_+(0) = 0 \quad f'_-(0) = 2 \rightarrow f'_+(0) \neq f'_-(0)$ مشتق وجود ندارد

ب) $f'(x) = \begin{cases} 2 & x<0 \\ 2x & x\geq 0 \end{cases}$

ج)



$f'(t) = 4t-1 \qquad \bar{v} = \frac{f(4)-f(0)}{4-0} = \frac{28}{4} = 7$ (مسیر ۱۰)

$\rightarrow 4t-1=7 \rightarrow 4t=8 \rightarrow t=2$

$f(-1) = -1 \rightarrow a-b=-1 \longrightarrow a-2a=-1$ (مسیر ۱۱)

$f'(-1)=0 \rightarrow 2a(-1)+b=0 \rightarrow b=2a \rightarrow \boxed{a=1}$

$b=2$

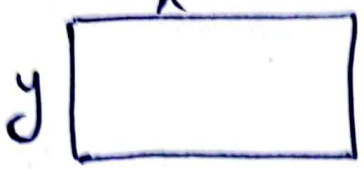
$f'(x) = 4x^3-1 = 0 \rightarrow x = \pm\frac{1}{2}$ (مسیر ۱۲)

$\rightarrow x=0 \rightarrow f(0)=2$

$x=1 \rightarrow f(1) = \frac{4}{3}-1+2 = \frac{7}{3} \rightarrow$ max مطلق

$x=\frac{1}{2} \rightarrow f(\frac{1}{2}) = \frac{1}{8}-\frac{1}{4}+2 = \frac{1-2+16}{8} = \frac{15}{8} = \frac{5}{3} \rightarrow$ min مطلق

CamScanner



$\rightarrow 2(x+y)=24 \rightarrow x+y=12$ (۱۳ سال)

$\rightarrow y=12-x$

$S_{max}=xy \xrightarrow{y=x} S=(12-x)^2$

$\rightarrow S'=2(12-x)(-1)=0 \rightarrow x=12$

$y=12$

$e=\frac{2}{3}$ $2a=12 \rightarrow a=6 \rightarrow e=\frac{c}{a}=\frac{2}{3}=\frac{c}{6}$ (۱۴ سال)

$2b=?$ $2c=?$ $\rightarrow c=4$

$a^2=b^2+c^2 \rightarrow 36=b^2+16 \rightarrow b^2=20 \rightarrow b=2\sqrt{5}$

$\rightarrow 2b=4\sqrt{5}$

$2c=8$

A دایره: $x^2+y^2+2x-4y-9=0 \rightarrow O_A=(-1,2), R_A=\sqrt{14}$ (۱۵ سال)

B دایره: $x^2+y^2-2x+4y-4=0 \rightarrow O_B=(+1,-2), R_B=3$

$O_AO_B=\sqrt{(1-(-1))^2+(-2-2)^2}=\sqrt{4+16}=2\sqrt{5}$

$|R_A-R_B|<2\sqrt{5}<R_A+R_B \rightarrow$ متقاطع‌اند