

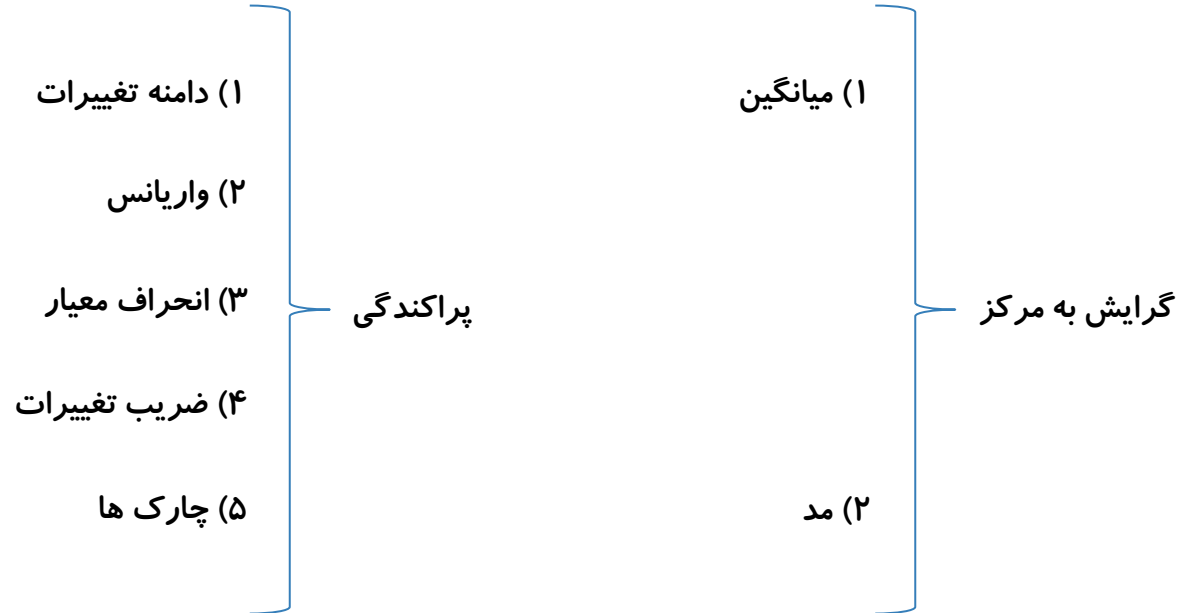
آمار توصیفی ریاضی ۲ تجربی

مدرس : محمد امین حسن آبادی



@Vipposhtiban

معیار های اندازه گیری:





معیار های گرایش به مرکز:

میانگین :

$$\bar{X} = \frac{\text{مجموع داده ها}}{\text{تعداد کل داده ها}} = \frac{\sum_{i=1}^n X_i}{N}$$

فرمول:

نکات :

اگر تمام داده ها را با a جمع یا تفریق کنیم ، میانگین نیز با a جمع یا تفریق می شود.

اگر تمام داده ها را در b ضرب یا تقسیم کنیم ، میانگین نیز در b ضرب یا تقسیم می شود.

اگر تمام داده ها با هم برابر باشند میانگین نیز با آنها برابر است.





معیار های گرایش به مرکز:

میانه

اگر داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم ، داده ی وسط را میانه گویند که :

اگر تعداد داده ها فرد باشد داده ی وسط میانه است.

اگر تعداد داده ها زوج باشد میانگین دو داده ی وسط میانه است.

نکات :

اگر تمام داده ها را با a جمع یا تفریق کنیم ، میانه نیز با a جمع یا تفریق می شود.

اگر تمام داده ها را در b ضرب یا تقسیم کنیم ، میانه نیز در b ضرب یا تقسیم می شود.

اگر تمام داده ها با هم برابر باشند میانه نیز با آنها برابر است.





دامنه ی تغییرات

فرمول: کوچکترین داده — بزرگترین داده = R

نکات :

اگر تمام داده ها را با a جمع یا تفریق کنیم ، دامنه ی تغییرات **تغییری نمی کند** (به شرط اینکه a بین بزرگترین و کوچکترین عدد باشد).

اگر تمام داده ها را در b ضرب یا تقسیم کنیم ، دامنه ی تغییرات نیز در b ضرب یا تقسیم می شود.

اگر تمام داده ها با هم برابر باشند دامنه ی تغییرات **صفر** است.





معیار های پراکندگی:

واریانس

میانگین مجذور اختلاف میانگین داده ها از میانگین آنها

فرمول:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + (x_3 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{N} = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{N} - \bar{X}^2$$

نکات:

اگر تمام داده ها را با a جمع یا تفریق کنیم ، واریانس تغییری نمی کند.

اگر تمام داده ها را در b ضرب یا تقسیم کنیم ، واریانس در b^2 ضرب یا تقسیم می شود.

اگر تمام داده ها با هم برابر باشند واریانس صفر است.



انحراف معیار

جذر واریانس را انحراف معیار گویند.

فرمول:

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{X})^2 + (x_2 - \bar{X})^2 + (x_3 - \bar{X})^2 + \dots + (x_n - \bar{X})^2}{N}} = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{N} - \bar{X}^2}$$

نکات:

اگر تمام داده ها را با a جمع یا تفریق کنیم ، انحراف معیار تغییری نمی کند.

اگر تمام داده ها را در b ضرب یا تقسیم کنیم ، انحراف معیار در $|a|$ ضرب یا تقسیم می شود.

اگر تمام داده ها با هم برابر باشند انحراف معیار صفر است.



معیار های پراکندگی:

ضریب تغییرات

نسبت انحراف معیار به میانگین را گویند

$$CV = \frac{\sigma}{X}$$

فرمول:

نکات:

اگر تمام داده ها را با a جمع یا تفریق کنیم، اگر فرض کنیم که a عددی مثبت باشد اگر جمع کنیم ضریب تغییرات بزرگ و اگر تفریق کنیم ضریب تغییرات کوچک می شود.

اگر تمام داده ها را در b ضرب یا تقسیم کنیم، ضریب تغییرات تغییری نمی کند.

اگر تمام داده ها با هم برابر باشند ضریب تغییرات صفر است.





معیار های پراکندگی:

چارک ها

چارک ها (Q_1, Q_2, Q_3) مقادیری هستند که اگر داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب کنیم چارک ها داده های اماری را تقریباً به چهار قسمت مساوی تقسیم میکنند.

Q_2 همان میانه است

Q_1 میانه ی بین کوچکترین داده و Q_2

Q_3 میانه ی بین Q_2 و بزرگترین داده

نکات : اگر تمام داده ها را با a جمع یا تفریق کنیم ، تمامی چارک ها نیز با a جمع یا تفریق می شوند.

اگر تمام داده ها را در b ضرب یا تقسیم کنیم ، چارک ها نیز در a ضرب یا تقسیم می شوند.

اگر تمام داده ها با هم برابر باشند تمامی چارک ها با هم برابرند.



تست ۱: در ۱۵۰ داده ی آماری با میانگین ۱۲ ، به دو برابر هر یک از داده ها ۳ واحد اضافه می کنیم تا داده های جدید حاصل شود ضریب تغییرات داده های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده های قبلی است؟

$$\frac{7}{9} \quad (۱)$$

$$\frac{5}{6} \quad (۲)$$

$$\frac{7}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{8}{9} \quad (۴)$$

(تجربی سال ۹۲)

میانگین جدید دو برابر شده و با ۳ جمع می شود

$$\begin{cases} \bar{X} = 2(12) + 3 = 27 \\ \sigma = |2| \times (12) = 24 \end{cases}$$

انحراف معیار نیز دو برابر می شود

$$\rightarrow CV = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$$



تست ۲: در ۳۰ داده ی آماری مجموع تمام داده ها برابر ۲۴۰ و مجموع مربعات آنها ۲۱۹۰ است . ضریب تغییرات کدام است؟

۰/۲۷۵ (۲)

۰/۲۲۵ (۱)

۰/۳۷۵ (۴)

۰/۳۲۵ (۳)

(تجربی خارج سال ۹۵)

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + \dots + x_n = 240 \rightarrow \bar{X} = \frac{240}{30} = 8 \\ x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2 = 2190 \rightarrow \sigma^2 = \frac{2190}{30} - 64 = 9 \rightarrow \sigma = 3 \end{cases}$$

$$CV = \frac{3}{8} = 0.375$$

تست ۳: در یک جامعه با اندازه ۱۲ و واریانس $۱۲/۶$ ، با جامعه دیگری با اندازه ی ۲۴ و واریانس $۷/۲$ ، تشکیل جامعه ی جدید داده اند . اگر میانگین این دو جامعه یکسان باشد ، انحراف معیار جامعه ی جدید چقدر است؟

۳ (۲)

۲/۹ (۱)

(ریاضی سال ۹۶)

۳/۲ (۴)

۳/۱ (۳)

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{12}}{12} = \bar{X} \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{12} = 12\bar{X} \\ \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{12}^2}{12} - \bar{X} = 12/6 \rightarrow x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{12}^2 = 12(\bar{X} + 12/6) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_{24}}{24} = \bar{X} \rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_{24} = 24\bar{X} \\ \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{24}^2}{24} - \bar{X} = 7/2 \rightarrow x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{24}^2 = 24(\bar{X} + 7/2) \end{array} \right.$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \bar{X}' = \frac{12\bar{X} + 24\bar{X}}{36} = \bar{X} \\ (\sigma')^2 = \frac{12(\bar{X}^2 + 12/6) + 24(\bar{X}^2 + 7/2)}{36} - \bar{X}^2 = \frac{324}{36} = 9 \end{array} \right. \rightarrow \sigma = 3$$

تست ۴: در ۲۵ داده ی آماری ، میانگین و انحراف معیار به ترتیب ۳۰ و ۸ می باشد .
 اگر داده های ناجور ۱۰ ، ۱۵ ، ۴۵ ، ۵۰ از بین آن ها حذف شود ، واریانس داده های
 باقی مانده کدام است؟

۱۴ / ۸۱ (۲)

۱۴ / ۷۲ (۱)

(تجربی سال ۹۳)

۱۶ / ۶۶ (۴)

۱۵ / ۳۳ (۳)

$$\bar{X}' = \frac{25 \times 30 - (10 + 15 + 45 + 50)}{25 - 4} = 30$$

چون میانگین تغییری نکرد پس برای محاسبه ی واریانس کفایت جملات مربوط به داده ی های ناچور را از واریانس حذف کنیم:

$$\sigma = 8 \rightarrow \sigma^2 = 64 \rightarrow (\sigma')^2 = \frac{25 \times 64 - [(10 - 30)^2 + (15 - 30)^2 + (45 - 30)^2 + (50 - 30)^2]}{25 - 4} = 16/66$$



تست ۵: داده های زیر مربوط به نمرات درس ریاضی است . اگر دامنه ی تغییرات داده های زیر 63 باشد ، اختلاف چارک اول و سوم کدام است ؟ (داده ها به ترتیب صعودی مرتب شده اند)

$a, b, 42, 54, 59, 61, c, 74, 78, 81, 89, d, 98$

(تجربی سال ۹۷)

۴۲ (۲)

۳۷ (۱)

۵۳ (۴)

۱۳ (۳)

a, b, ۴۲, ۵۴, ۵۹, ۶۱, c, ۷۴, ۷۸, ۸۱, ۸۹, d, ۹۸

↑
چارک اول = $\frac{۴۲+۵۴}{۲} = ۴۸$

↑
چارک دوم

↑
چارک سوم = $\frac{۸۱+۸۹}{۲} = ۸۵$

$$۸۵ - ۴۸ = \underline{۳۷}$$

نیازی به بدست آوردن a, b, c, d نبود!

