قانون کولن

تهیه و تنظیم: ژیلا رضایی

۱ـ نیروی الکتریکی بین دو جسم باردار می‌تواند جاذبه و یا دافعه باشد.

۲ـ به کمک قانون کولن می‌توان اندازه نیروی الکتریکی بین دو بار را اندازه‌گیری کرد.

۳- در ترازوی پیچشی ، نیروی مؤثر بین بارها از اندازه‌گیری زاویه چرخش تا رسیدن به حالت تعادل بدست می آید.

۴ - در ترازوی پیچشی هرچه اندازه بار الکتریکی دو گلوله بیشتر باشد, فاصله زاویه ای طی شده روی نوار بیشتر است.

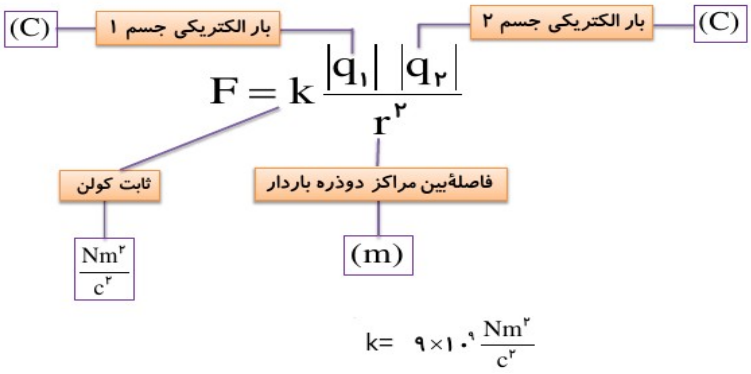
۵ - طبق قانون کولن ، اندازه نیروی الکتریکی بین دو بار با حاصلضرب قدر مطلق بارها رابطه مستقیم و با مجذور فاصله رابطه عکس دارد.یعنی اگر دو بار الکتریکی q_1, q_2 در فاصله r از هم قرار گیرند، خواهیم داشت:

$$F \propto |q_1|.|q_2|$$

$$F \propto \frac{1}{r^2}$$

$$\Rightarrow \quad F \propto \frac{|q_1|.|q_2|}{r^2}$$

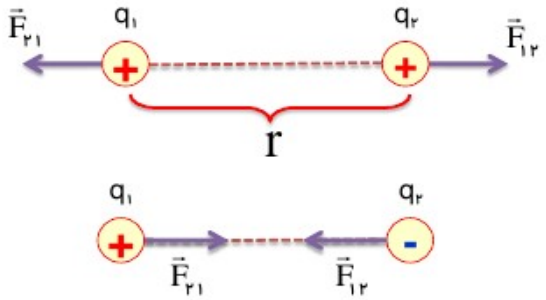
۶ - طبق قانون کولن ، اندازه نیروی الکتریکی بین دو بار برابر است با:



(علامت بارها را در قانون کولن جاگذاری نمیکنیم.)

(به کمک علامت بارها می‌توان به جاذبه یا دافعه بودن نیروی الکتریکی بین بارها پی برد.)

۷_ با توجه به قانون سوم نیوتن، اگر ذره باردار اول به ذره باردار دوم نیروی الکتریکی وارد کند، از طرف بار دوم هم نیرویی به همان اندازه و در همان راستا اما در خلاف جهت به بار اول وارد خواهد شد.



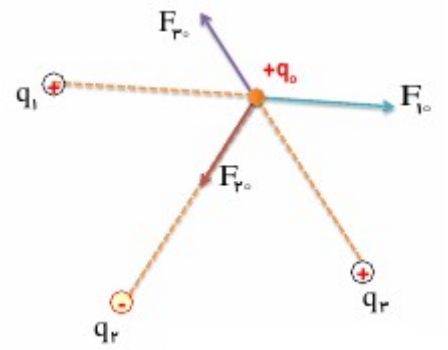
$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}$$

$\vec{F}_{12}$ به معنای نیرویی است که ذره اول به ذره دوم وارد می کند

$\vec{F}_{21}$ به معنای نیرویی است که ذره دوم به ذره اول وارد می کند

$$\Rightarrow \quad F_{12} = F_{21} = F = k \frac{|q_1|\ |q_2|}{r^2}$$

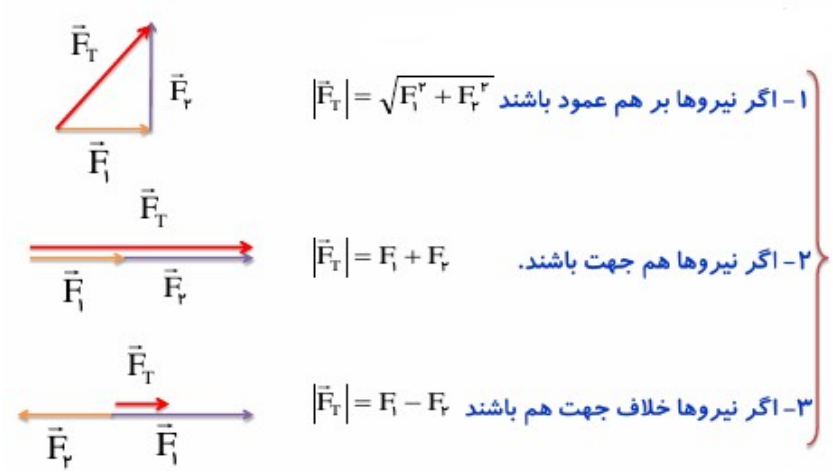
۸ـ طبق اصل برهمنهی الکتریکی، اگر در ناحیه ای از فضا تعدادی ذره بار دار داشته باشیم نیروی الکتریکی وارد بر هر ذره باردار ، برایند نیروهایی است که هر یک از ذره های دیگر در غیاب سایر ذره ها ، بر آن وارد می کنند.



-مثلا اگر مطابق شکل بخواهیم برآیند نیروهای وارد بر بار q_0 را حساب کنیم، باید جمع برداری نیروهایی که از طرف هریک از بارها بر این بار وارد می‌شود را بدست آوریم.

$$\vec{F}_{T_0} = \vec{F}_{۱۰} + \vec{F}_{۲۰} + \vec{F}_{۳۰} + \cdots$$

۹ ـ حالتهای خاص جمع برداری نیروها را می‌توان به صورت مقابل بیان کرد.
(همیشه جهت بردار برآیند متمایل به برداری است که اندازه آن بزرگ‌تر است.)

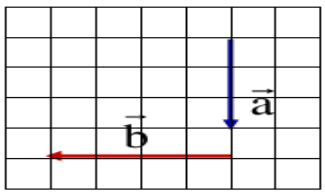


۱۰ـ در صورتی که یک بردار برا بر حسب بردار یکه خواستند، ابتدا با توجه به جهت، علامت + یا ـ را قرارداده و سپس اندازه‌ای که از قانون کولن بدست آورده‌ایم و در نهایت اگر روی محور X بود بردار یکه $\vec{i}$ ، اگر روی محور y بود بردار یکه $\vec{j}$ را می نویسیم.

مثلا:

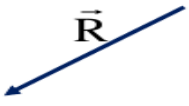
اندازه‌ی برآیند بردارهای روبه رو را به دست آورده، آن را رسم کنید

پاسخ:



$$\vec{a} = -۳\vec{j}$$
$$\vec{b} = -۴\vec{i}$$

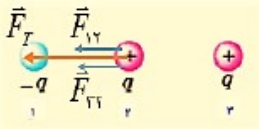
$$\vec{R} = \vec{a} + \vec{b} = -۳\vec{j} - ۴\vec{i} \Rightarrow |\vec{R}| = \sqrt{(-۳)^۲ + (-۴)^۲} = ۵$$



پرسش ۱ــ۲

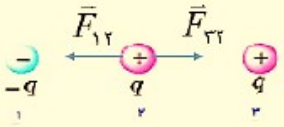
سه ذرّه باردار مانند شکل روبه‌رو، روی یک خط راست قرار دارند و فاصلهٔ بارهای سمت راست و چپ از بار میانی برابر است. الف) جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار الکتریکی میانی را تعیین کنید. ب) اگر ذرّهٔ سمت راست به جای q، بار $-q$ داشته باشد، جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار میانی چگونه خواهد بود؟

الف)



$F_{32} = F_{12} \Rightarrow F_T = 2F_{32}$

ب)



$F_{32} = F_{12} \Rightarrow F_T = 0$

تمرین :

هستهٔ آهن شعاعی درحدود $4\times10^{-15}m$ دارد وشامل ۲۶ پروتون است. بزرگی نیروی دافعهٔ بین دو پروتون که به فاصلهٔ $4\times10^{-15}m$ از هم قرار دارند چقدر است؟ازاین مسئله به چه نتیجه ای می رسید؟ (بارالکتریکی پروتون $1/6\times10^{-19}c$)

$k = 9\times10^{9}\ \frac{Nm^2}{c^2}$

پاسخ:

$$\begin{cases} q_p = 1/6\times10^{-19}c \\ r = 4\times10^{-15}m \\ F_E = ? \\ k = 9\times10^{9}\ \frac{Nm^2}{c^2} \end{cases}$$

$$F_E = k\frac{|q_p|^2}{r^2} \rightarrow F_E = \left|9\times10^{9}\times\frac{(1/6\times10^{-19})^2}{(4\times10^{-15})^2}\right|$$

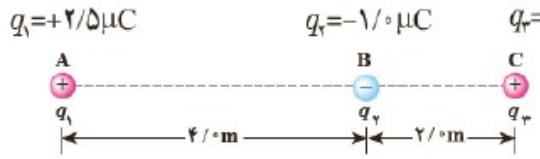
$F_E \approx 14N$ نیروی دافعه

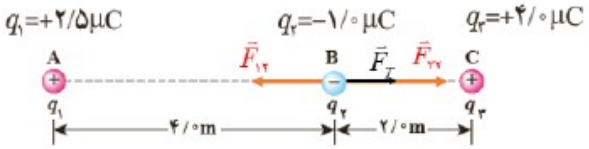
$F \approx 14N$

بایدنیروی دیگری وجودداشته باشدکه مانع فروپاشی هسته شود. به این نیرو،نیروی هسته ای گفته می شود

تمرین ۱ــ۲

در مثال ۱ــ۳، نیروی خالص وارد بر بار q_2 را به‌دست آورید.





$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2}$$

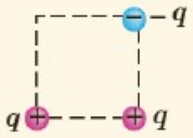
$$F_{12} = \frac{9\times10^{9}\times2/5\times1\times10^{-12}}{4^2} = 1/4\times10^{-3}N \rightarrow \vec{F}_{12} = -1/4\times10^{-3}\vec{i}$$

$$F_{32} = \frac{9\times10^{9}\times4\times1\times10^{-12}}{2^2} = 9\times10^{-3}N \rightarrow \vec{F}_{12} = 9\times10^{-3}\vec{i}$$

$$\vec{F}_T = 9\times10^{-3}\vec{i} - 1/4\times10^{-3}\vec{i} = 7/6\times10^{-3}\vec{i} \rightarrow F_T = 7/6\times10^{-3}N$$

پرسش ۱ــ ۳

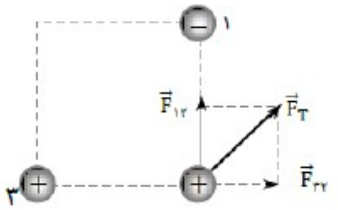
سه ذرهٔ باردار مطابق شکل روبه‌رو، در سه گوشهٔ یک مربع قرار دارند.



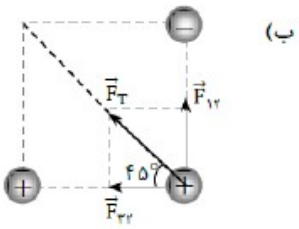
الف) جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار سمت راست پایینی را تعیین کنید.

ب) اگر ذرهٔ سمت چپ پایینی به جای q، بار $q-$ داشته باشد، جهت نیروی الکتریکی خالص وارد بر بار سمت راست پایینی چگونه خواهد بود؟

الف)



ب)



$$F_{۱۲} = F_{۲۳}$$

تمرین ۱ــ ۳

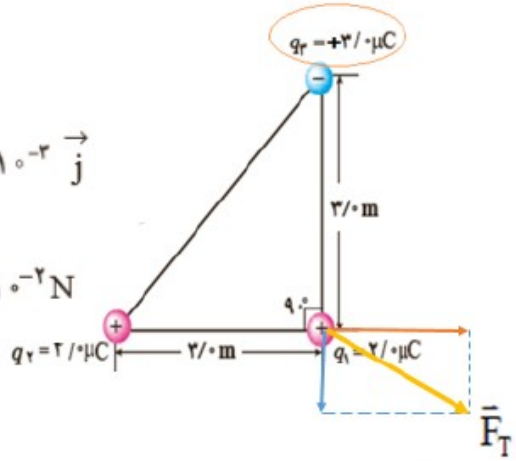
در مثال ۱ــ ۴ الف) اگر علامت بار $q_۲$ تغییر کند جهت نیروی برایند وارد بر بار $q_۱$ چگونه خواهد شد؟

ب) اگر علامت بار $q_۲$ تغییر کند، جهت نیروی برایند وارد بر بار $q_۱$ چگونه خواهد شد؟

پ) آیا اندازهٔ نیروی برایند وارد بر بار $q_۱$ در قسمت‌های الف و ب با مقدار به دست آمده در مثال ۱ــ ۴ متفاوت است؟

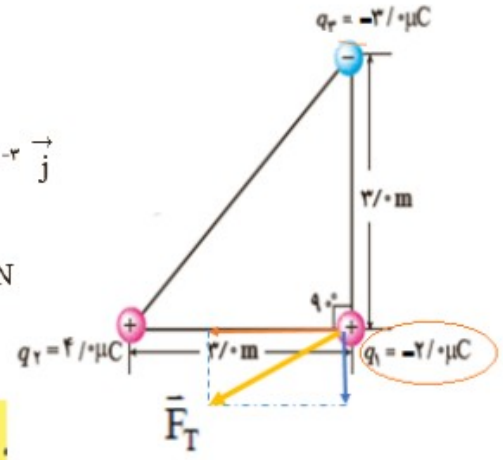
$$F_{۲۱} = ۸/۰\times۱۰^{-۳}\ \vec{i}$$
$$F_{۳۱} = -۶/۰\times۱۰^{-۳}\ \vec{j}$$
$$\Rightarrow \vec{F}_T = ۸/۰\times۱۰^{-۳}\ \vec{i} - ۶/۰\times۱۰^{-۳}\ \vec{j}$$

$$F_T = \sqrt{(۸/۰\times۱۰^{-۳}\,N)^۲ + (۶/۰\times۱۰^{-۳}\,N)^۲} = ۱/۰\times۱۰^{-۲}\,N$$



$$F_{۲۱} = -۸/۰\times۱۰^{-۳}\ \vec{i}$$
$$F_{۳۱} = -۶/۰\times۱۰^{-۳}\ \vec{j}$$
$$\Rightarrow \vec{F}_T = -۸/۰\times۱۰^{-۳}\ \vec{i} - ۶/۰\times۱۰^{-۳}\ \vec{j}$$

$$F_T = \sqrt{(۸/۰\times۱۰^{-۳}\,N)^۲ + (۶/۰\times۱۰^{-۳}\,N)^۲} = ۱/۰\times۱۰^{-۲}\,N$$



بزرگی نیروی برایند هم تغییر نمی‌کند.

تست:

. دو ذره با بارهای الکتریکی $q_1 = -3\mu C$ و $q_2 = 4\mu C$ در فاصلهٔ ۶ متری از یکدیگر ثابت شده‌اند بزرگی و نوع نیرویی که دو ذره به یکدیگر برحسب نیوتون وارد می‌کنند کدام است؟

۱) جاذبه – 3×10^{-3} ۲) دافعه – 3×10^{-3}

۳) جاذبه – 3×10^{-1} ۴) دافعه – 3×10^{-1}

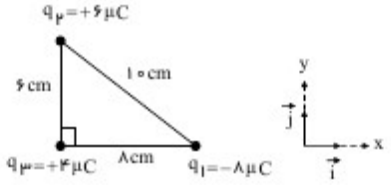
پاسخ:

.گزینه ۱ چون دو بار ناهم‌نام هستند یکدیگر را جذب می‌کنند. طبق رابطهٔ قانون کولن داریم:

$$F = k\frac{|q_1||q_2|}{r^2} \rightarrow F = 9\times10^{9}\frac{3\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{6^2} = 3\times10^{-3}N$$

تست:

مطابق شکل زیر سه ذرهٔ باردار در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای قرار دارند. نیروی خالص وارد بر بار q_3 برحسب بردارهای یکه در SI کدام است؟ $(k = 9\times10^{9}\frac{N\cdot m^2}{C^2})$



۱) $45\vec{i} - 60\vec{j}$

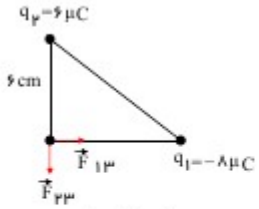
۲) $-45\vec{i} + 60\vec{j}$

۳) $360\vec{i} - 360\vec{j}$

۴) $-360\vec{i} + 360\vec{j}$

پاسخ:

.گزینه ۱

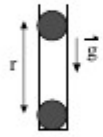


$$F_{13} = k\frac{|q_1||q_2|}{r_{13}^2} \rightarrow F_{13} = 9\times10^{9}\frac{8\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(8\times10^{-2})^2} = 45N$$

$$F_{23} = 9\times10^{9}\times\frac{6\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(6\times10^{-2})^2} = 60N \rightarrow \vec{F} = 45\vec{i} - 60\vec{j} \quad (N)$$

تست:

. مطابق شکل زیر، دو گلولهٔ کوچک مشابه با بارهای $q = +2\mu C$ و جرم $m = 20g$ در یک لولهٔ شیشه‌ای قائم با بدنهٔ نارسانا به صورت زیر در حال تعادل هستند. فاصلهٔ مراکز دو گلوله از هم در این حالت چند سانتی‌متر است؟



(از اصطکاک گلوله‌ها با بدنهٔ شیشه‌ای صرف‌نظر شود، $k = 9\times10^{9}\frac{N\cdot m^2}{C^2}$ ، $g = 10\frac{N}{kg}$ و $\sqrt{2} = 1/4$)

۱) ۲۸

۲) ۳۴

۳) ۴۲

۴) ۵۶

پاسخ:

گزینه ۳

می‌دانیم شرط تعادل صفر شدن برآیند نیروهاست. به گلولهٔ بالایی دو نیروی وزن و نیروی الکتریکی وارد می‌شود که باید مساوی و خلاف جهت باشند تا یکدیگر را خنثی کنند.

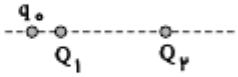
$$F = mg \qquad \frac{kqq}{r^2} = mg$$

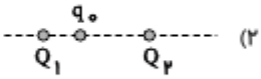
$$\frac{9\times10^{9}\times2\times10^{-6}\times2\times10^{-6}}{r^2} = 20\times10^{-3}\times10 \rightarrow r^2 = \frac{\frac{1}{9}\times10^{-3}}{\frac{20}{5}\times10^{-2}} = 1/8\times10^{-1} = 0/18$$

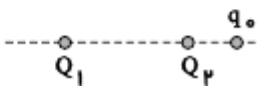
$$r = \sqrt{0/18} = 0/3\sqrt{2}\,m = 0/42m = 42cm$$

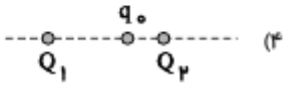
تست:

. بار ذره‌ای مثبت Q_1 و منفی Q_2 مقابل هم قرار دارند و $|Q_1| > |Q_2|$ است. می‌خواهیم بار q_0 را در نقطه‌ای قرار دهیم که برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر آن صفر باشد. کدام گزینه محل تقریبی این ذره را به‌درستی نشان می‌دهد؟

۱) 

۲) 

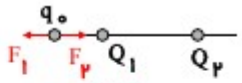
۳) 

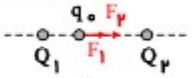
۴) 

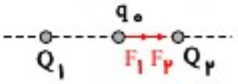
پاسخ:

گزینه ۳ اولاً همیشه برآیند نیروها در نزدیکی بار کوچک‌تر صفر می‌شود. از طرفی هم چون دو بار ناهم‌نام هستند پس نقطه‌ای که نیروی برآیند صفر می‌شود خارج از فاصلهٔ دو بار است بنابراین گزینهٔ (۳) درست است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

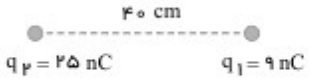
گزینهٔ (۱) $|F_1| > |F_2| \Rightarrow F_T \neq 0$ 

گزینهٔ (۲) F_1, F_2 هم‌جهت $\Rightarrow F_T \neq 0$ 

گزینهٔ (۴) F_1, F_2 هم‌جهت $\Rightarrow F_T \neq 0$ 

تست:

مطابق شکل، دو بار نقطه‌ای $q_1 = 9nC$ و $q_2 = 25nC$ در فاصلهٔ $40cm$ از یکدیگر قرار دارند. اگر این دو بار در محل خود ثابت باشند، بار q_3 را در فاصلهٔ چند سانتی‌متری از قرار دهیم تا در جای خود بی‌حرکت بماند؟



۱) ۵

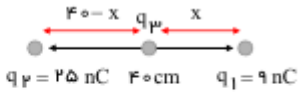
۲) ۱۰

۳) ۱۵

۴) ۲۵

پاسخ:

گزینه ۳ برای این‌که بار q_3 در سر جای خودش بی‌حرکت بماند باید برآیند نیروهای وارد برآن صفر باشد بنابراین باید جایی قرار گیرد که F_{13} و F_{23} یکدیگر را خنثی کنند که شرط آن این است که F_{23} و F_{13} مساوی و خلاف جهت هم باشند تنها در نقاط بین فضای دو بار q_1 و q_2 جهت نیروهای F_{23} و F_{13} می‌تواند خلاف باشد. حال اگر فاصلهٔ این نقطه را تا بار q_1، x فرض کنیم به کمک شرط تساوی نیروها داریم:



$$F_{13} = F_{23}$$

$$\frac{kq_1q_3}{x^2} = \frac{kq_2q_3}{(40-x)^2} \rightarrow \frac{q_1}{x^2} = \frac{q_2}{(40-x)^2}$$

$$\rightarrow \frac{9}{x^2} = \frac{25}{(40-x)^2} \xrightarrow{\text{طرفین } \sqrt{\ }} \frac{3}{x} = \frac{5}{40-x} \Rightarrow 5x = 120 - 3x \Rightarrow x = 15Cm$$

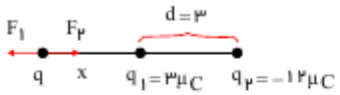
تست:

دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_1 = 3\mu C$ و $q_2 = -12\mu C$ در فاصلهٔ ۳ سانتی‌متری از یکدیگر قرار دارند. بار الکتریکی نقطه‌ای q را در چند سانتی‌متری بار q_2 قرار دهیم، تا نیروی خالص وارد بر آن صفر باشد؟

۱) ۲ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

پاسخ:

گزینه ۲ بار q را باید در نزدیکی بار کوچک‌تر و در خارج از فاصلهٔ بین دو بار قرار دهیم.



برای این‌که بار خالص وارد بر q صفر شود باید $F_1 = F_2$ باشد:

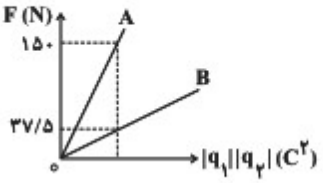
$$F_1 = F_2 \rightarrow k\frac{|q_1|\,|q|}{x^2} = k\frac{|q_1|\,|q|}{(d+x^2)}$$

$$\rightarrow \left(\frac{d+x}{x}\right)^2 = \frac{|q_2|}{|q_1|} = \frac{12}{3} = 4 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{d+x}{x} = 2$$

$$\xrightarrow{d=3cm} 3 + x = 2x \rightarrow x = 3 \rightarrow q_2 \text{ از } q \text{ فاصلهٔ} = 6cm$$

تست:

- نمودار اندازهٔ نیروی الکتریکی بین دو بار الکتریکی، برحسب حاصل‌ضرب اندازهٔ بارها برای دو حالت A و B رسم شده است. فاصلهٔ دو بار در حالت A نسبت به فاصلهٔ دو بار در حالت B چگونه است؟



۱) ۵۰ درصد کم‌تر

۲) ۵۰ درصد بیش‌تر

۳) ۲۵ درصد کم‌تر

۴) ۲۵ درصد بیش‌تر

پاسخ:

$$\frac{F_A}{F_B}=\frac{\frac{k|q_1||q_2|}{r_A^2}}{\frac{k|q_1||q_2|}{r_B^2}}=\frac{r_B^2}{r_A^2}$$

$$\frac{r_B^2}{r_A^2}=\frac{150}{37/5}=4\Rightarrow\frac{r_B}{r_A}=2\Rightarrow r_A=\frac{1}{2}r_B\Rightarrow$$ ۵۰ درصد کم‌تر

تست:

دو بار مساوی q در فاصلهٔ r یکدیگر را با نیروی F دفع می‌کنند. چند درصد از بار یکی را برداشته و به دیگری بیفزاییم تا از همان فاصلهٔ r یکدیگر را با نیروی $0/91F$ دفع کنند؟

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

پاسخ:

گزینه ۳ فرض کنیم مقدار x از بار q_1 برداشته و به دیگری (q_2) بدهیم، آنوقت داریم:

$$q_1=q\to q'_1=q-x$$
$$q_2=q\to q'_2=q+x$$

از طرفی هم طبق رابطهٔ $F=\frac{kq_1q_2}{r^2}$ برای مقایسهٔ نیروی دو حالت داریم:

$$\frac{F'}{F}=\frac{q'_1}{q_1}\times\frac{q'_2}{q_2}\times\left(\frac{r}{r'}\right)^2\xrightarrow{r\text{ ثابت}}\frac{0/91F}{F}=\frac{q-x}{q}\times\frac{q-x}{q}\Rightarrow 0/91=\frac{q^2-x^2}{q^2}$$
$$\to 0/91q^2=q^2-x^2\to 0/09q^2=x^2\to x=0/3q$$

یعنی باید $0/3$ بار را برداریم که $0/3$ برابر می‌شود با 30%:

$$\frac{3}{10}=\frac{?}{100}\Rightarrow ?=30\%$$

تست:

دو گلولهٔ کوچک فلزی مشابه A و B به‌ترتیب دارای بارهای الکتریکی $q_A=+3\mu C$ و $q_B=-8\mu C$ در فاصلهٔ $12cm$ از هم قرار دارند و به‌هم نیروی F را وارد می‌کنند. اگر گلوله‌ها را به‌هم تماس داده و در فاصلهٔ ۱۰ سانتی‌متری از هم قرار دهیم چه نیرویی بر یکدیگر وارد می‌کنند؟

۱) $\frac{3}{8}F$ ۲) $\frac{3}{2}F$ ۳) $\frac{8}{3}F$ ۴) $\frac{3}{32}F$

پاسخ:

گزینه ۱ با اتصال دو کرهٔ رسانا و مشابه، بار هر کره نصف بار کل و خالص آن‌ها می‌شود:

$$q'_1=q'_2=\frac{q_1+q_2}{2}=\frac{3-8}{2}=-\frac{5}{2}\mu c$$

$$\frac{F'}{F}=\frac{|q'_1|}{|q_1|}\times\frac{|q'_2|}{|q_1|}\times(\frac{r}{r'})^2\to\frac{F'}{F}=\frac{\frac{5}{2}}{3}\times\frac{\frac{5}{2}}{8}\times(\frac{12}{10})^2\to F'=\frac{3}{8}F$$

دقت کنید در حالت اول بار یکی از کره‌ها مثبت و دیگری منفی بود بنابراین همدیگر را جذب می‌کردند ولی در حالت دوم هر دو بار منفی دارند، بنابراین نیروی الکتریکی بین آن‌ها دافعه خواهد بود.