



امتحانات نهایی

درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.

- تساوی $2! = \frac{6!}{3!}$ همواره برقرار است. (خرداد ۱۳۹۹)

$$\frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3!} = 120$$

نادرست

صفحه ۵ کتاب درسی

- برای اعداد صفر و یک، فاکتوریل را به صورت $0! = 1$ و $1! = 1$ تعریف می کنیم. (شهریور ۱۳۹۹)

صفحه ۵ کتاب درسی

درست



امتحانات نهایی

در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.

• برای عدد صفر، فاکتوریل را به صورت $0! = \dots$ تعریف می کنیم. (خرداد ۱۴۰۰)

صفحه ۵ کتاب درسی

• مقدار $\frac{0!}{1!}$ برابر یک ... است. (شهریور ۱۴۰۰)

صفحه ۵ کتاب درسی

• اگر عملی طی دو مرحله اول و دوم انجام شود، به طوری که در مرحله اول به m طریق و در مرحله دوم هر m طریق به n روش انجام پذیر باشند، در کل آن عمل به $m \times n$ طریق انجام پذیر است. (خرداد ۱۴۰۰)

صفحه ۳ کتاب درسی

• هر حالت از کنار هم قرار گرفتن ۵ شیء متمایز را یک **جایگشت** ... از آن ۵ شیء می نامیم. (شهریور ۱۴۰۰)

صفحه ۵ کتاب درسی

• تعداد جایگشت های n شیء متمایز برابر $n!$ می باشد.

(دی ماه ۱۳۹۹ - شهریور ۱۳۹۸ - خرداد ۱۳۹۹) خارج از کشور (صبح) - خرداد ۱۴۰۰

فعالیت ۳ صفحه ۶ کتاب درسی

• در **ترکیب** ... انتخاب r شیء از n شیء، جابه جایی اشیاء اهمیت ندارد. (شهریور ۱۴۰۰)

صفحه ۹ کتاب درسی



امتحانات نهایی

در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.

- حاصل عبارت $\binom{9}{6}$ برابر ۸۴ ... می باشد. (شهریور ۱۳۹۸)

$$\binom{9}{6} = \frac{9!}{6!(9-6)!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{6! \times 3!} = 84$$

- به ۶۰ ... طریق می توانیم ۳ کتاب را از بین ۵ کتاب انتخاب و در یک قفسه بچینیم. (خرداد ۱۳۹۹ خارج از کشور (عصر))

$$\text{جایگشت ۳ شی از ۵ شی متمایز} \rightarrow P(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$

فعالیت ۲ صفحه ۷ کتاب درسی

- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ دارای ۲۰ ... زیرمجموعه سه عضوی است. (خرداد ۱۳۹۹ خارج از کشور (عصر))

$$\text{ترکیب ۳ شی از ۶ شی متمایز} \rightarrow \binom{6}{3} = \frac{6!}{3!(6-3)!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3!}{3! \times 3!} = 20$$

مشابه تمرین ۶ صفحه ۱۱ کتاب درسی



امتحان نهایی دی ماه ۱۴۰۰

در جای خالی عبارت مناسب بنویسید.

- هر حالت از کنار هم قرار گرفتن ۷ شی متمایز را یک جایگشت **۷ تایی** .. از آن ۷ شی می نامیم.

صفحه ۸ کتاب درسی



امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۰

گزینه صحیح را انتخاب کنید.

صفحه ۵ کتاب درسی

(۱) حاصل $\frac{6!}{3!}$ کدام است؟

۳۵ (۴)

۱۲۰ (۳)

۳۰ (۲)

۲۰ (۱)

گزینه ۳

$$\frac{6!}{3!} = \frac{6 \times 5 \times 4 \times \cancel{3!}}{\cancel{3!}} = 120$$

مشابه تمرین ۷ صفحه ۱۱ کتاب درسی

(۲) با ۸ نقطه متمایز واقع بر محیط دایره چند مثلث می توان تشکیل داد؟

۵۶ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۴۲ (۱)

گزینه ۴

ترکیب ۳ شی از ۸ شی متمایز $\rightarrow \binom{8}{3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5!}}{\cancel{3!} \times \cancel{5!}} = 56$

صفحه ۸ کتاب درسی

(۳) حاصل عبارت $p(2, 2)$ کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

صفر (۲)

۱ (۱)

گزینه ۳

$$P(2, 2) = \frac{2!}{(2-2)!} = \frac{2!}{0!} = \frac{2}{1} = 2$$



امتحان نهایی شهریور ۱۳۹۹

می خواهیم از بین ۱۰ خودروی سواری، ۱۲ خودروی وانت و ۶ خودروی کامیون، یک خودرو انتخاب کنیم. به چند طریق می توانیم این خودرو را انتخاب کنیم؟

این مسئله اصل جمع است زیرا نهایتاً قرار است عمل مورد نظر فقط با یکی از روش ها انجام شود.

$$\text{تعداد انتخاب ها} = ۱۰ + ۱۲ + ۶ = ۲۸$$

مشابه تمرین ۱ صفحه ۱۱ کتاب درسی



امتحان نهایی تیر ماه ۱۳۹۸

در منوی یک رستوران ۳ نوع غذا و ۵ نوع دسر وجود دارد. به چند طریق می توان یک نوع غذا یا یک نوع دسر سفارش داد؟

این مسئله اصل جمع است زیرا نهایتاً قرار است عمل مورد نظر فقط با یکی از روش ها انجام شود.

$$\text{تعداد انتخاب ها} = ۳ + ۵ = ۸$$

صفحه ۳ کتاب درسی

تمرین تکمیلی

سوال ۱۶: در منوی پذیرایی رستورانی ۵ نوع غذا و ۴ نوع نوشیدنی و ۳ نوع دسر وجود دارد. به چند طریق می توان سفارش داد طوری که مجاز باشیم از منوی نوشیدنی و دسر موردی را انتخاب نکنیم ولی حتما می بایست از منوی غذا چیزی را انتخاب کنیم؟

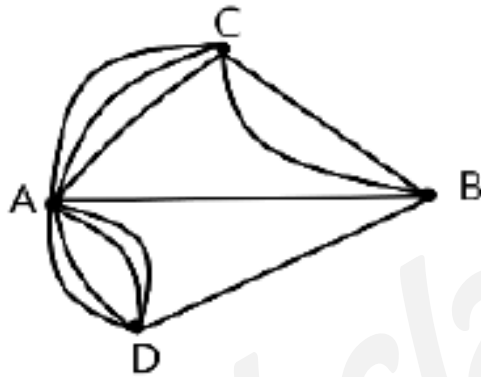
$$\boxed{۵} \boxed{۴} \boxed{۵} = ۱۰۰$$

۳ نوع دسر یا عدم سفارش آن
۴ نوع نوشیدنی یا عدم سفارش آن
۵ انواع غذا



امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۰

میان ۴ شهر A ، B ، C ، D مطابق شکل زیر، راه هایی وجود دارد. مشخص کنید که به چند طریق می توان از شهر C و بدون عبور از شهر B به شهر D مسافرت کرد؟



با فرض این که راه ها دوطرفه هستند.

این مسئله اصل ضرب است، از شهر C به شهر A و سپس از شهر A به شهر D باید رفت.

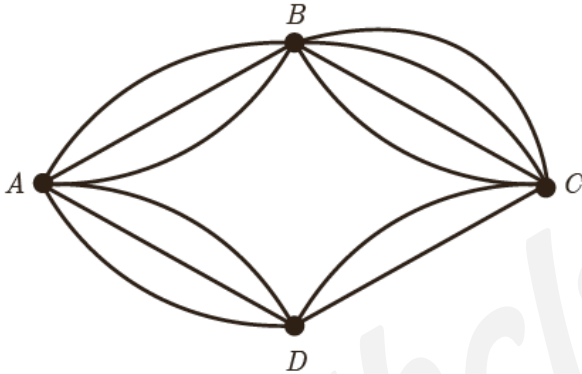
$$از مسیر شهر A = 3 \times 4 = 12$$

مشابه کار در کلاس صفحه ۴ کتاب درسی



امتحان نهایی خرداد ۱۳۹۹

مطابق شکل زیر، میان ۴ شهر A ، B ، C ، D راه هایی وجود دارد که همه دوطرفه اند. مشخص کنید که به چند طریق می توان از شهر A به شهر C سفر کرد؟



از مسیر شهر B به شهر C برویم یا از مسیر شهر D به شهر C .

$$\text{از مسیر شهر } B + \text{از مسیر شهر } D = 3 \times 4 + 3 \times 2 = 18$$

دقیقا قسمت «ب» کار در کلاس صفحه ۴ کتاب درسی



امتحان نهایی خرداد ۱۳۹۹

با ارقام ۱، ۲، ۴، ۶، ۸، ۷، ۹ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

چاپگشت ۳ شی از ۷ شی متمایز $\longrightarrow P(7, 3) = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{7!}{4!} = 7 \times 6 \times 5 = 210$

روش دیگر
(با استفاده از اصل ضرب)

۷ تا	۶ تا	۵ تا	= 7 × 6 × 5 = 210
------	------	------	-------------------

یکی از ۷ رقم \longleftarrow یکی از ۶ رقم باقی مانده \longleftarrow یکی از ۵ رقم باقی مانده \longleftarrow

مثال صفحه ۸ کتاب درسی



امتحان نهایی شهریور ۱۴۰۰

با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

$$\text{چاپگشت ۳ شی از ۵ شی متمایز} \longrightarrow P(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = 5 \times 4 \times 3 = 60.$$

روش دیگر
(با استفاده از اصل ضرب)

۵ تا	۴ تا	۳ تا
------	------	------

$$= 5 \times 4 \times 3 = 60.$$

یکی از ۵ رقم یکی از ۴ رقم باقی مانده یکی از ۳ رقم باقی مانده

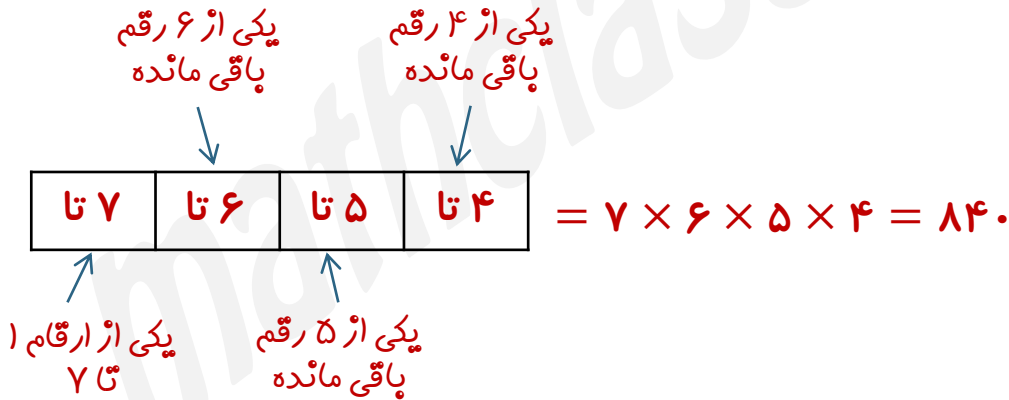
مشابه مثال صفحه ۸ کتاب درسی



امتحان نهایی شهریور ۱۳۹۸

به چند طریق می توان با ارقام ۱ تا ۷ عددی ۴ رقمی ساخت؟ (تکرار مجاز نیست)

جایگشت ۴ شی از ۷ شی متمایز $\longrightarrow P(7, 4) = \frac{7!}{(7-4)!} = \frac{7!}{3!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$.



روش دیگر
(با استفاده از اصل ضرب)

دقیقا فعالیت (صفحه ۷ کتاب درسی)



امتحان نهایی دی ماه ۱۳۹۷

ارقام ۱ تا ۹ مفروض اند. بدون تکرار ارقام

دقیقاً کار در کلاس (صفحه ۹ کتاب درسی

الف) چند عدد ۵ رقمی می توان نوشت؟

مشابه تمرین ۶ صفحه ۱۱ کتاب درسی

ب) چند عدد ۴ رقمی زوج می توان نوشت؟

در ساختن عدد ۵ رقمی با ارقام متمایز، ترتیب قرار گرفتن ارقام مهم است؛ به عبارتی دیگر با جابه جایی ارقام عددی جدید تولید می شود. بنابراین، از جایگشت استفاده می کنیم.

الف

$$P(9, 5) = \frac{9!}{(9-5)!} = \frac{9!}{4!} = 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 = 15120$$

یکی از ۲ رقم
باقی مانده ۸ یا ۶ یا ۴ یا ۲

ب

۸ تا	۷ تا	۶ تا	۴ تا
------	------	------	------

$$= 8 \times 7 \times 6 \times 4 = 1344$$

یکی از ۸ رقم
باقی مانده

یکی از ۶ رقم
باقی مانده



امتحان نهایی تیر ماه ۱۳۹۸

با توجه به ارقام ۲ و ۸ و ۳ و ۵ و ۷ و ۹، به سوالات زیر پاسخ دهید. (بدون تکرار ارقام)

الف) چند عدد ۴ رقمی می توان نوشت؟

ب) چند عدد ۵ رقمی فرد می توان نوشت؟

پ) چند عدد ۴ رقمی که یکان آن فقط عدد ۸ باشد، می توان نوشت؟

الف

چاپیکشت ۴ شی از ۶ شی متمایز $\rightarrow P(6, 4) = \frac{6!}{(6-4)!} = \frac{6!}{2!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$.

ب

یکی از ارقام ۳ یا ۵ یا ۷ یا ۹ یکی از سه رقم باقی مانده یکی از ۵ رقم باقی مانده

۵	۴	۳	۲	۴
---	---	---	---	---

 $= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 4 = 480$

یکی از دو رقم باقی مانده یکی از ۴ رقم باقی مانده

پ

یکی از سه رقم باقی مانده یکی از ۵ رقم باقی مانده

۵	۴	۳	۸
---	---	---	---

 $= 5 \times 4 \times 3 \times 1 = 60$

فقط ۸ یکی از ۴ رقم باقی مانده



امتحان نهایی دی ماه ۱۳۹۹

با ارقام ۹ و ۷ و ۴ و ۲ و ۱، چند عدد ۳ رقمی فرد بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

یکی از رقم
باقی مانده

یکی از ارقام
(۷ یا ۹)

تا ۴	تا ۳	تا ۳
------	------	------

$$= 4 \times 3 \times 3 = 36$$

یکی از ۳ رقم باقی مانده

مشابه کار در کلاس صفحه ۶ کتاب درسی



امتحان نهایی تیر ماه ۱۳۹۸

با حروف کلمه «ولایت» و بدون تکرار حروف: (با معنی یا بی معنی)

(الف) چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت؟

(ب) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که با «ل» شروع و به «و» ختم شوند؟

الف

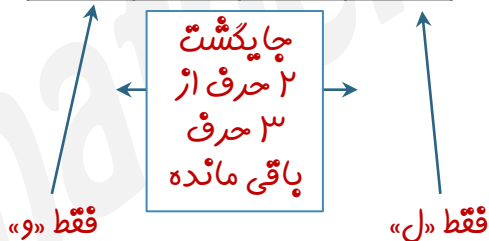
۵	۴	۳	۲	۱
---	---	---	---	---

$$= 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

ب

۱	۳	۲	۱
---	---	---	---

$$= 1 \times 3 \times 2 \times 1 = 6$$



مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی



امتحان نهایی شهریور ۱۳۹۹

با حروف کلمه «خورشید» و بدون تکرار حروف: (با معنی یا بی معنی)

الف) چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت که به «د» ختم شوند؟

ب) چند کلمه ۴ حرفی می توان نوشت که با «ی» شروع و به «خ» ختم شوند؟

الف

فقط «د»

ا	ت	ا
---	---	---

$= 1 \times 5 \times 4 = 20$

چاپگشت ۲ حرف از
۵ حرف دیگر

ب

ا	ت	ا	ت
---	---	---	---

$= 1 \times 4 \times 3 \times 1 = 12$

فقط «ی»

فقط «خ»

چاپگشت ۲ حرف از
۴ حرف دیگر

مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی

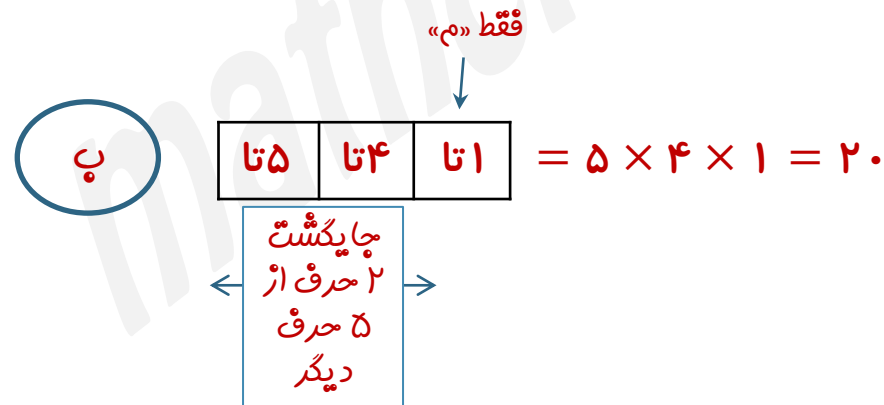
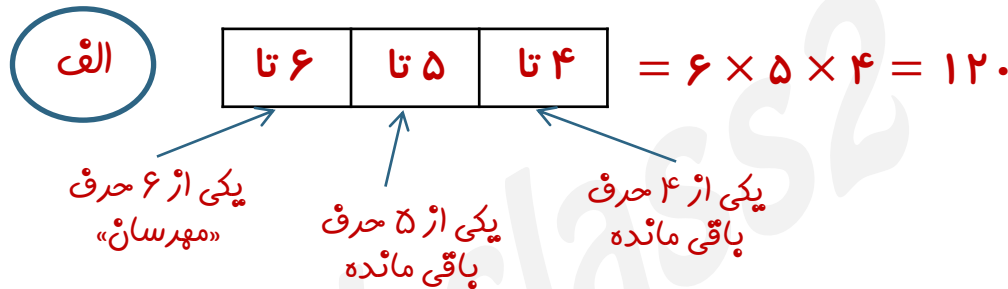


امتحان نهایی دی ماه ۱۴۰۰

با حروف کلمه «مهرسان» و بدون تکرار حروف: (با معنی یا بی معنی)

الف) چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت؟

ب) چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت که با «م» شروع شوند؟



مشابه تمرین ۳ صفحه ۱۱ کتاب درسی



امتحان نهایی خرداد ۱۳۹۹

به چند طریق می توانیم ۳ کتاب را از بین ۷ کتاب انتخاب کنیم و به دوستان هدیه بدهیم؟

در هدیه دادن، ترتیب مهم نیست؛ بنابراین، از ترکیب استفاده می کنیم.

$$\text{ترکیب ۳ شی از ۷ شی متمایز} \rightarrow C(7, 3) = \binom{7}{3} = \frac{7!}{3!(7-3)!} = \frac{7 \times \cancel{6} \times 5 \times \cancel{4}!}{3! \times 4!} = 35$$

دقیقا مثال صفحه ۹ کتاب درسی



امتحان نهایی خرداد ۱۳۹۹

به چند طریق می توان ۴ کتاب را از بین ۹ کتاب انتخاب کرد؟

ترتیب مهم نیست؛ بنابراین، از ترکیب استفاده می کنیم.

$$\text{ترکیب ۴ شی از ۹ شی متمایز} \rightarrow C(9, 4) = \binom{9}{4} = \frac{9!}{4!(9-4)!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5!}}{4! \times \cancel{5!}} = 126$$

مشابه مثال صفحه ۹ کتاب درسی



امتحان نهایی شهریور ۱۳۹۸

به چند طریق می توانیم ۳ کتاب را از بین ۸ کتاب انتخاب کنیم؟

ترتیب مهم نیست؛ بنابراین، از ترکیب استفاده می کنیم.

$$\text{ترکیب ۳ شی از ۸ شی متمایز} \rightarrow C(8, 3) = \binom{8}{3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3! \times 5!} = 56$$

مشابه مثال صفحه ۹ کتاب درسی



امتحان نهایی خرداد ۱۳۹۹

روی محیط یک دایره ۵ نقطه وجود دارد. مشخص کنید با این ۵ نقطه، چه تعداد وتر می توان تشکیل داد؟

برای رسم یک وتر به دو نقطه نیاز داریم که در انتخابشان ترتیب اهمیتی ندارد.
پس مسئله از نوع ترکیب است.

$$C(5, 2) = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3!}}{2 \times 3!} = 10$$

مشابه تمرین ۷ صفحه ۱۱ کتاب درسی



امتحان نهایی شهریور ۱۳۹۹

امتحان نهایی خرداد ۱۳۹۸

حساب کنید که مجموعه ۸ عضوی $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$ چند زیرمجموعه سه عضوی دارد؟

در مجموعه ها چاره چایی اعضا اهمیت ندارد؛ بنابراین، از ترکیب استفاده می کنیم.

ترکیب ۳ شی از ۸ شی متمایز $\rightarrow \binom{8}{3} = \frac{8!}{3!(8-3)!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{3! \times 5!} = 56$

دقیقا کار در کلاس ۳ صفحه ۱۰ کتاب درسی



امتحان نهایی دی ماه ۱۳۹۸

مجموعه ۵ عضوی $\{1, 2, 4, 6, 8\}$ چند زیرمجموعه دو عضوی دارد؟

در مجموعه ها چاره چایی اعضا اهمیت ندارد؛ بنابراین، از ترکیب استفاده می کنیم.

ترکیب ۲ شی از ۵ شی متمایز \rightarrow
$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2!(5-2)!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2! \times 3!} = 10$$

مشابه کار در کلاس ۳ صفحه ۱۰ کتاب درسی



امتحان نهایی خرداد ۱۳۹۹

به چند طریق می توان ۳ توپ هم رنگ را از بین ۵ توپ قرمز و ۴ توپ آبی انتخاب کرد؟

$$\boxed{\text{۳ توپ آبی}} \text{ یا } \boxed{\text{۳ توپ قرمز}} \\ \binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 4 + 10 = 14$$

سوالی از مبحث ترکیب



امتحان نهایی شهریور ۱۴۰۰

از بین ۳ کتاب ریاضی متمایز، ۲ کتاب فیزیک متمایز و ۴ کتاب ادبیات متمایز به چند طریق می توان:

(الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کرد؟

(ب) یک کتاب ریاضی، انتخاب کرد؟

یک کتاب ریاضی یا یک کتاب فیزیک یا کتاب ادبیات

$$\binom{4}{1} + \binom{2}{1} + \binom{3}{1} = 4 + 2 + 3 = 9$$

اصل جمع

الف

ب

یک کتاب ریاضی

$$\binom{3}{1} = 3$$

مشابه تمرین (صفحه ۱) کتاب درسی



امتحان نهایی دی ماه ۱۳۹۹

مهدی از بین ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب عربی و ۴ کتاب ادبیات به چند طریق می تواند:

(الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند؟

(ب) یک کتاب ریاضی، یک کتاب عربی و یک کتاب ادبیات انتخاب کند؟

یک کتاب ریاضی یا یک کتاب عربی یا کتاب ادبیات

$$\binom{4}{1} + \binom{2}{1} + \binom{3}{1} = 4 + 2 + 3 = 9$$

اصل جمع

الف

مشابه تمرین ۱ صفحه ۱۱ کتاب درسی

یک کتاب ریاضی و یک کتاب عربی و کتاب ادبیات

$$\binom{4}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{3}{1} = 4 \times 2 \times 3 = 24$$

اصل ضرب

ب

مشابه تمرین ۵ صفحه ۱۱ کتاب درسی



امتحان نهایی دی ماه ۱۴۰۰

می خواهیم از بین ۲ سیب، ۳ کیوی و ۴ نارنگی یکی را انتخاب کنیم. به چند طریق می توانیم این میوه را انتخاب کنیم؟

اصل جمع

یک میوه سیب یا یک میوه کیوی یا میوه نارنگی

$$\binom{4}{1} + \binom{3}{1} + \binom{2}{1} = 4 + 3 + 2 = 9$$

$$\binom{9}{1} = 9$$

به بیان دیگر: انتخاب یکی از ۹ میوه ذکر شده

مشابه تمرین (صفحه ۱) کتاب درسی