

۲ فصل دوم: تابع

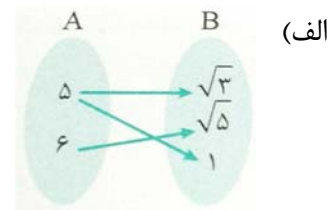
۱- کدام یک از گزاره های زیر درست است؟ چرا؟ برای گزاره های نادرست یک مثال نقض بزنید که نادرستی آن را نشان دهد.

(الف) اگر دامنه و برد یک تابع برابر باشند، آن تابع، قطعاً تابع همانی است.

(ب) اگر دامنه یک تابع همانی، مجموعه R باشد، آن گاه حاصل $f(x) + f(-x)$ همواره برابر صفر است.

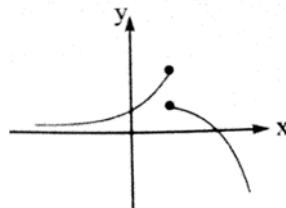
(پ) اگر f یک تابع ثابت و k عدد حقیقی باشد، آن گاه $f(kx) = kf(x)$.

۲- تابع بودن یا نبودن هر یک از روابط، نمودارها و جدول های زیر را بررسی کنید.



(ب) $f = \{(4^\circ, 2), (2, 5^{-2}), (1, 2), (2, \frac{1}{\sqrt{5}})\}$

(پ)



(ت)

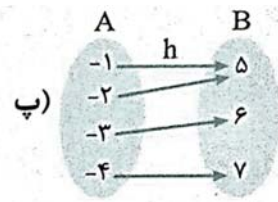
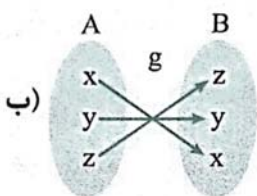
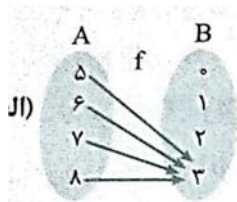
x	۱	۲	۳	۴	۵
y	۲	۳	۴	۵	۶

جزوه کار ریاضی ۲ پایه یازدهم انسانی

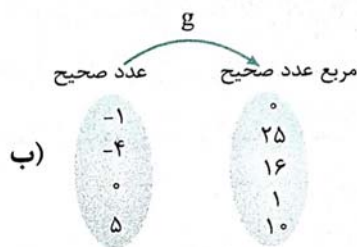
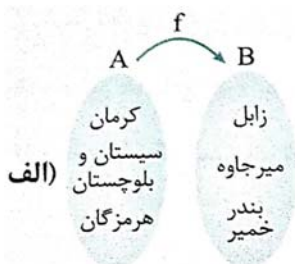
دبیر ریاضی: عادل آخندی

فصل دوم: تابع

۳- کدام یک از توابع زیر، ثابت و کدام یک همانی است؟



۴- ابتدا نمودارهای ون (پیکانی) زیر را با رسم فلش های مناسب کامل کنید؛ سپس هر رابطه ای که نمایش دهنده یک تابع است را به شکل زوج مرتبی و هندسی نیز نمایش دهید.



۵- اگر رابطه f تابع باشد، مقادیر m و n را به دست آورید:

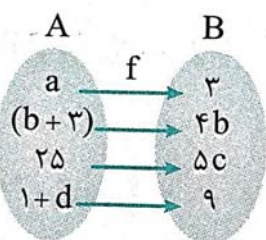
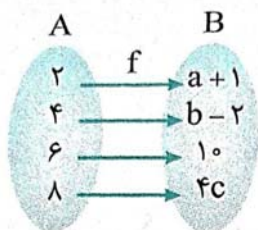
$$f = \{(3, m + 2), (3, -4), (m, n + 7), (-6, 4)\}$$

۶- با فرض آن که $f(x) = 2x^2 + 3$ و $A = \{-1, \sqrt{2}, 0\}$ باشد، برد تابع f را به دست آورید.

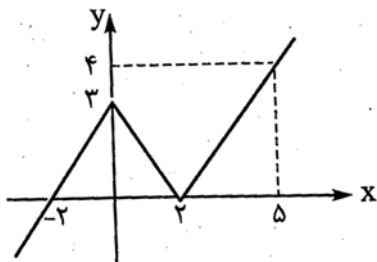
۷- دامنه توابع زیر را به دست آورید.

الف) $y = \frac{x + 5}{x^2 - 4x + 4}$ ب) $y = x^3 - 7x^2 + 8$ پ) $y = \frac{1}{x^2 - 25x}$ ت) $y = \frac{x - 3}{x^2 - 36}$

۸- اگر تابع f تابعی ثابت باشد، میانگین a ، b و c را به دست آورید.



۹- اگر تابع f تابعی همانی باشد، میانگین اعداد a ، b ، c و d را به دست آورید.



۱۰- برای نمودار مقابل، یک ضابطه مناسب بنویسید. دامنه و برد این تابع چیست؟

۱۱- نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x - 1 & x < 0 \\ 2 - x^2 & x \geq 0 \end{cases}$ را رسم کرده، سپس مقدار $f(\sqrt{3})$ ، $f(-\frac{1}{5})$ و $f(1 + \sqrt{2})$ را به دست آورید.

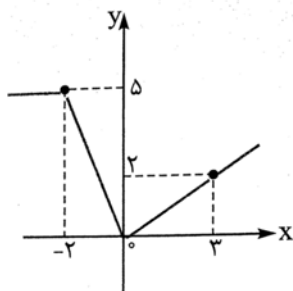
۱۲- هزینه بازی در یک شهر بازی بر اساس مدت زمان بازی (بر حسب ساعت) به شکل زیر به دست می آید: نمودار تابع هزینه (بر حسب تومان) را با توجه به زمان بازی (بر حسب ساعت) رسم کنید. (هر واحد روی محور y را معادل ۱۰۰۰ تومان فرض کنید.) اگر شخصی سه ساعت بازی کند، چه هزینه ای باید بپردازد؟

$$C(x) = \begin{cases} 3 & 0 \leq x < 1 \\ 2x + 4 & 1 \leq x < 4 \\ x^2 - 4x & 4 \leq x \leq 6 \end{cases}$$

۱۳- در تابع $f(x) = \begin{cases} 2x - 1 & x < -2 \\ |x^2 - 3| & -2 \leq x < 4 \\ 10 & x \geq 4 \end{cases}$ حاصل مقادیر زیر را به دست آورید.

الف) $f(-2) \times f(4)$

ب) $f(\sqrt{2}) - f(-\sqrt{3})$



۱۴- ضابطه تابع مقابل را مشخص کنید.

۱۵- مقدار n را طوری بیابید که نقطه $A(n^2 + n, 5n^2 + n - 4)$ روی خط نیمساز ربع اول و سوم واقع باشد.

۱۶- در تابع ثابت $f(x) = k$:

الف) مقادیر $f(a)$ ، $f(b)$ و $f(a + b)$ را تعیین کنید.

ب) اگر در این تابع $f(a + b) = f(a) \times f(b)$ باشد، k چه مقادیری را انتخاب می کند؟ a ، b و k اعداد

حقیقی هستند.

۱۷- اگر $f = \{(1, x - y), (2, 4), (10, 4y)\}$ تابعی ثابت باشد، میانگین، میانه و واریانس اعضای دامنه و برد را به دست آورید.

۱۸- اگر $f = \{(4, a), (b, 8), (10, 2a - b)\}$ تابعی ثابت باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

۱۹- برای هر تابع زیر، یک ضابطه مناسب نوشته و نمودار آن را رسم کنید. سپس مشخص کنید که کدام یک از آن ثابت، همانی یا چند ضابطه ای است.

الف) هزینه یک لیتر بنزین معمولی در هر ساعت شبانه روز ۱۰۰۰ تومان است.

ب) برای هر یک متر مربع نقاشی یک ساختمان، ۱ قوطی رنگ کوچک لازم است.

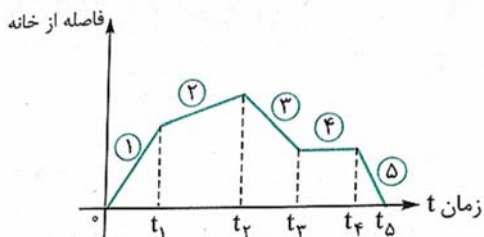
پ) بلیط یک سینما در ۴ سانس اول ۳۰۰۰ تومان و در سانس آخر ۸۰۰۰ تومان است.

ت) موتور سواری با سرعت ثابت از نقطه A شروع به حرکت کرده و پس از ۱۰ دقیقه به نقطه B به فاصله ۱۰۰ متری A می رسد. سپس با سرعت کم تری پس از ۳۰ دقیقه از شروع حرکت به نقطه A بر می گردد. (نمودار به صورت تقریبی رسم شود.)

۲۰- تابع f به هر عضو از دامنه خود، عکس و قرینه اش را نشان می دهد. اگر $D_f = \{-2, \frac{3}{5}, \frac{-1}{3}\}$ باشد، برد این تابع را به دست آورده و نمودار آن را رسم کنید.

۲۱- برای نمودار زیر، یک داستان مناسب بنویسید. (مقایسه قدر مطلق شیب خط ها به صورت

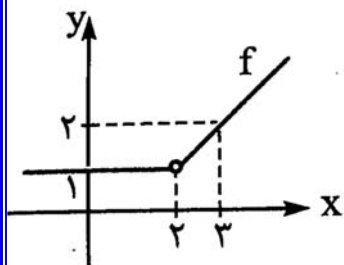
$5 > 1 > 3 > 2 > 4$ می باشد).



۲۲- f تابعی خطی است که در آن $D_f = \{-4, 0, 2\}$ و $R_f =$

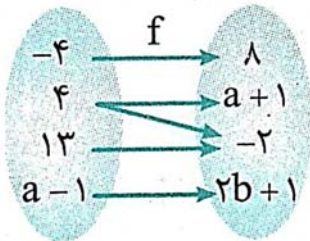
$\{8, 0, -16\}$ می باشد. ضابطه این تابع را نوشته و نمودار آن را

رسم کنید.



۲۳- ضابطه، دامنه و برد تابع مقابل را تعیین کنید.

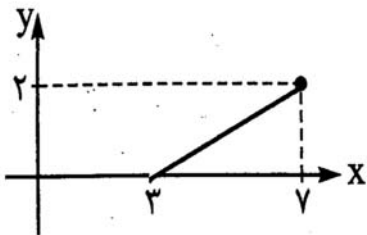
A B



۲۴- اگر نمودار ون مقابل، بیانگر یک تابع باشد، مقادیر a و b را به دست آورید.

۲۵- ضابطه تابع f و نمودار آن را کامل کنید.

$$f(x) = \begin{cases} 1 - 4x & -2 \leq x \leq 3 \\ \dots & 3 \leq x \leq 7 \end{cases}$$



۲۶- حاصل عبارت $A = [0/59] + [-0/08] + [4/95] - [-3/8]$ را به دست آورید.

۲۷- تابع $y = |3x - 6|$ را به کمک مفهوم قدر مطلق، دو ضابطه ای کرده و نمودار آن را رسم کنید. دامنه و برد

این تابع را تعیین کنید.

۲۸- نمودار توابع $y = |x - 5|$ و $y = |x| - 5$ را به کمک انتقال نمودار تابع $y = |x|$ رسم کنید. دامنه و برد آن ها را نیز مشخص کنید.

۲۹- نمودار توابع $y = -|x| + 6$ و $y = -|x + 6|$ را به کمک انتقال نمودار تابع $y = -|x|$ رسم کرده، دامنه و برد آن ها را نیز تعیین کنید.

۳۰- نمودار توابع $y = |x - 1| - 1$ و $y = -|x + 4| + 2$ را به کمک انتقال نمودار تابع $y = |x|$ و $y = -|x|$ رسم کرده، دامنه و بردشان را تعیین کنید.

۳۱- توابع زیر را دو ضابطه ای کرده، نمودارشان را رسم کنید:

الف) $y = |2x - 6|$

ب) $y = |3x - 1|$

۳۲- با توجه به تعریف تابع جزء صحیح، جدول زیر را کامل کنید:

ضابطه تابع	مقدار x	مقدار $f(x)$
$f(x) = [x]$	$x = -\frac{1}{2}$ $x = \pi$ $x = 9$	
$f(x) = [-x] + 1$	$x = \frac{1}{75}$ $x = \frac{2}{8}$	
$f(x) = [-x] + [x]$	$x = 2$ $x = \frac{1}{5}$ $x = \frac{3}{6}$ $x = -7$	
$f(x) = [2x]$	$x = 2$ $x = \frac{1}{3}$	

۳۳- تابع چند ضابطه ای مقابل را به یک تابع ۲ ضابطه ای تبدیل کرده و نمودار آن را رسم کنید.

$f(n)$ هزینه پارکینگ و n شماره ماه سال است.

$$f(n) = \begin{cases} 0 & 1 \leq n \leq 7 \\ 200 & n = 8 \\ 300 & n = 9 \\ 400 & n = 10 \\ 500 & n = 11 \\ 600 & n = 12 \end{cases}$$

۳۴- برای جدول زیر یک ضابطه مناسب بنویسید و سپس نمودار آن را رسم کرده و بگویید نام این نوع تابع چیست؟ دامنه و برد آن را تعیین کنید.

بسته ۲۴۰ کیلویی که وارد گمرک می شود، چه هزینه ای باید بپردازد؟ اگر فردی برای یک بسته ۳۰۰۰ تومان پرداخت کرده باشد، وزن بسته او در چه محدوده ای است؟

لازمه های ورودی به گمرک در هر ساعت (کیلوگرم)	لازمه های دریافتی از هر بسته (تومان)
۰ - ۱۰۰	رایگان
۱۰۰ - ۲۰۰	۱۰۰۰ تومان
۲۰۰ - ۳۰۰	۲۰۰۰ تومان
۳۰۰ - ۴۰۰	۳۰۰۰ تومان

۳۵- طبق جدول مالیاتی زیر:

میزان مالیات بر دریافتی (درصد)	پله های دریافتی های ماهانه (تومان)
معاف از مالیات	دریافتی تا ۲۰۰۰۰۰۰ تومان
٪۱۰	مازاد بر ۲۰۰۰۰۰۰ تا ۲۵۰۰۰۰۰ تومان
٪۲۰	مازاد بر ۲۵۰۰۰۰۰ تا ۳۰۰۰۰۰۰ تومان
٪۳۰	مازاد بر ۳۰۰۰۰۰۰

- الف) فردی که درآمدش ۱۸۰۰۰۰۰ تومان است چه قدر مالیات می دهد؟
 ب) فردی که درآمدش ۲۴۰۰۰۰۰ تومان است چه میزان مالیات می دهد؟
 پ) فردی که درآمدش ۴۰۰۰۰۰۰ تومان است چه میزان مالیات می دهد؟

۳۶- اگر $f = \{(2,9), (8,-3), (1,7), (3,6)\}$ و $g = \{(-1,2), (8,2), (5,1), (3,16)\}$ باشند، حاصل $(f+g)(8)$ ، $(g-f)(3)$ ، $(f \cdot g)(8)$ و $(\frac{g}{f})(3)$ را به دست آورید.

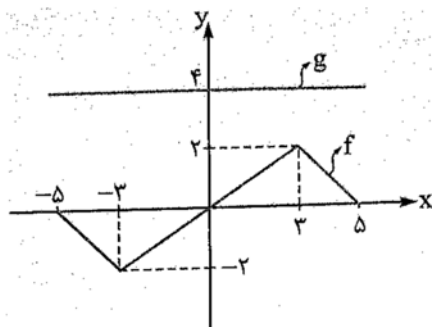
۳۷- اگر $f(x) = x^2 - x + 1$ و $g(x) = \text{sign}(x)$ باشند، مطلوب است محاسبه:

- الف) مقدار تابع $(f+g)$ به ازای $x = 0$
 ب) مقدار تابع $(f-g)$ به ازای $x = 2$
 پ) مقدار تابع $(\frac{f}{g})$ به ازای $x = -2$
 ت) مقدار تابع $(g \cdot f)$ به ازای $x = 1$
 ث) مقدار تابع $(f \cdot f)$ به ازای $x = 3$
 ج) مقدار تابع $(g+g)$ به ازای $x = -5$

۳۸- اگر $f(x) = x^2 - 4x$ و $g = \{(1,2), (5,6), (8,10)\}$ باشند، حاصل

$(f+g)(1)$ ، $(g-f)(8)$ و $(\frac{f}{g})(5)$ را به دست آورید.

۳۹- با توجه به نمودارهای f و g ، حاصل قسمت های خواسته شده را به دست آورید:



- الف) مقدار تابع $(f+g)$ به ازای $x = 3$
 ب) مقدار تابع $(f-g)$ به ازای $x = 5$
 پ) مقدار تابع $(\frac{g}{f})$ به ازای $x = -3$
 ت) مقدار تابع $(f \times g)$ به ازای $x = -5$

۴۰- توابع $f(x) = x + 5$ و $g(x) = \frac{4x}{x^2 - 7x}$ داده شده اند:

- الف) دامنه تابع $\frac{g}{f}$ را به دست آورید.
 ب) حاصل $(f \cdot g)(1)$ را محاسبه کنید.

۴۱- اگر $f(x) = |x^2 - 3x - 1|$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ باشند، حاصل $(\frac{g}{f})(2) - (f+g)(1)$ را به دست آورید.

۴۲- اگر $f(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & x \leq -2 \\ \sqrt{x+2} & x > -2 \end{cases}$ و $g(x) = \frac{1-3x}{1-2x}$ باشند، مقدارهای $(f \cdot g)(-3)$ و $(\frac{f}{g})(2)$ را به دست آورید.

۴۳- اگر $f(x) = x^2 - 4x$ و $g(x) = \frac{1}{x}$ باشند، دامنه و ضابطه توابع $(f+g)$ ، $(f-g)$ ، $\frac{f}{g}$ و $\frac{g}{f}$ و $g \times f$ را به دست آورید.

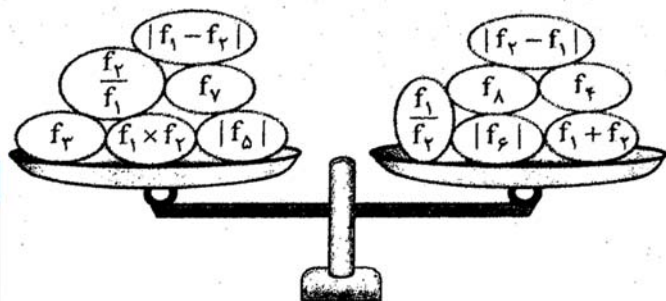
۴۴- اگر $f = \{(1,4), (2,-1), (5,0), (9,10)\}$ و $g = \{(2,8), (5,3), (1,20), (7,8)\}$ باشند، توابع زیر را به دست آورید

- | | | |
|--------------|-----------------|-----------------------|
| الف) $f + g$ | ب) $f \times g$ | پ) $\frac{g}{f}$ |
| ت) $f - g$ | ث) $f \times f$ | ج) $(f + g) \times g$ |

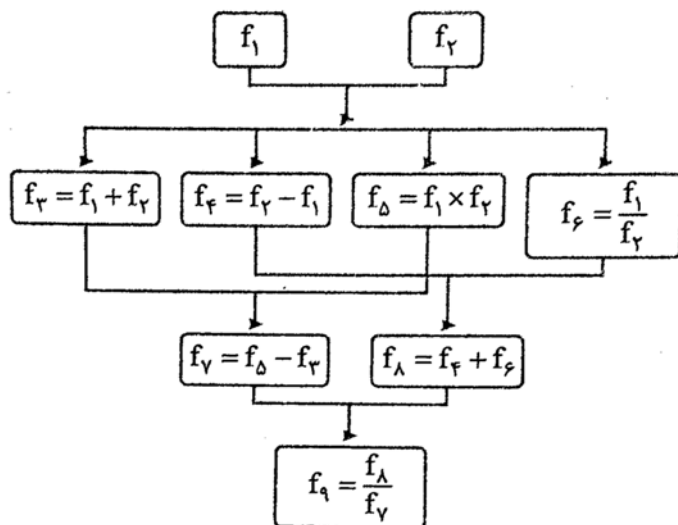
۴۵- اگر $f_1 = \frac{x}{y} - 1$ و $f_2 = 2x$ باشند و داشته باشیم:

$$f_3 = f_1 + f_2, f_4 = f_1 \times f_2, f_5 = f_1 - f_2, f_6 = f_2 - f_1, f_7 = \frac{f_1}{f_2}, f_8 = \frac{f_2}{f_1}$$

حال اگر مقادیر تابع های f_1 تا f_8 به ازای $x = 4$ نامادهایی از وزن های روبه رو باشد، کفه کدام سمت ترازو سنگین تر است؟



۴۶- با توجه به ضابطه $f_1 = |x - 3|$ و $f_2 = x + 4$ درخت رو به رو را به ازای $x = 1$ کامل کنید.



۴۷- با توجه به ضابطه های $f(x) = x^2 - 3x$ و $g(x) = x - 3$ ضابطه توابع زیر را به همراه دامنه آن ها به دست آورید:

الف) $h(x) = f(x) + g(x)$ ب) $k(x) = g(x) - f(x)$ پ) $i(x) = f(x) \times g(x)$

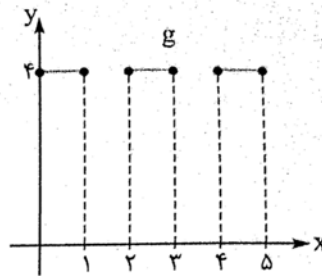
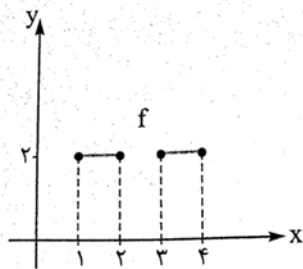
ت) $j(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ ث) $l(x) = \frac{g(x)}{f(x)}$ ج) $m(x) = \frac{f(x)}{f(x)}$

۴۸- با توجه به تعریف اعمال روی توابع و تعیین دامنه آن ها، جدول مقابل را کامل کنید:

	$f(x)$	$g(x)$	$(f + g)(x)$	$(f - g)(x)$	$(f \times g)(x)$	$\left(\frac{f}{g}\right)(x)$
ضابطه تابع						
دامنه تابع						

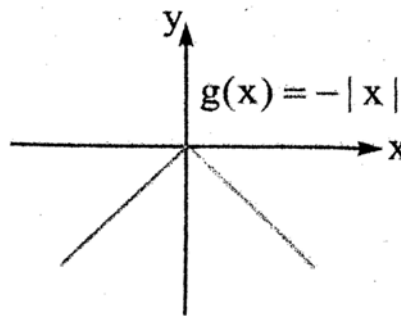
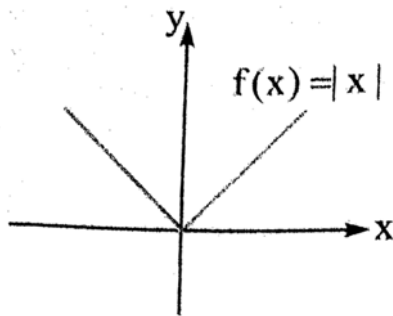
۴۹- در هر یک از حالت های زیر، ابتدا ضابطه و دامنهٔ توابع مطلوب را به دست آورید و سپس نمودار مورد نظر را

رسم کنید:

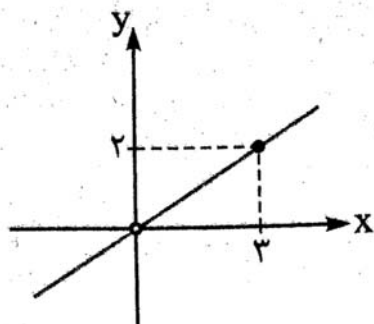


الف) مجهول: $f - g$ و $f + g$

ب) مجهول: توابع $f \cdot g$ و $\frac{f}{g}$ (راهنمایی: $|x| \times |x| = x^2$)

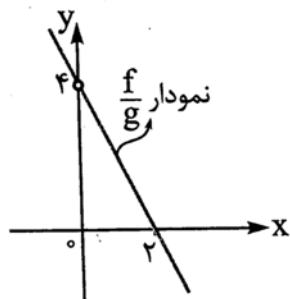


۵۰- اگر $g(x) = 3x^2$ و نمودار تابع $(\frac{g}{f})(x)$ به شکل مقابل باشد، ضابطهٔ تابع $f(x)$ را به دست آورید.



۵۱- اگر $f(x) = -2x^2 + 4x$ و نمودار تابع $(\frac{f}{g})(x)$ به شکل مقابل باشد، ضابطه تابع $g(x)$ را به دست

آورید:



۵۲- اگر $f(x) = |x - 5|$ و $g(x) = \sqrt{2x - 1}$ باشند، حاصل عبارات زیر را به دست آورید:

الف) مقدار $(f + g)(x)$ به ازای $x = 4$ ب) مقدار $(f \cdot g)(x)$ به ازای $x = 1$

ت) $(f - g)(5)$

پ) $(\frac{f}{g})(2)$

۵۳- یک شرکت هولدینگ، دارای دو کارخانه A و B است. اگر توابع درآمد و هزینه برای تولید x تن کالا در کارخانه A به ترتیب $10x - x^2$ و $4x + 2$ و در کارخانه B به ترتیب $8x - 2x^2$ و $2x - 30$ واحد باشد، (هر واحد معادل یک میلیون تومان است). الف) تابع سود شرکت هولدینگ را به دست آورید.

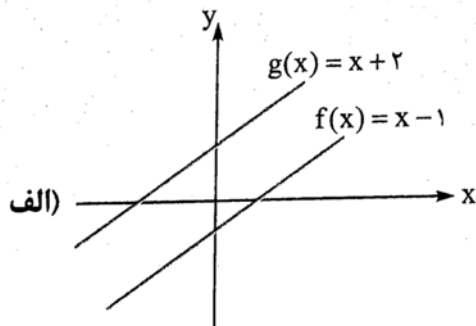
ب) این شرکت چه مقدار کالا تولید کند تا سودش ماکزیمم (حداکثر) شود؟

پ) بیشترین مقدار سود شرکت را به دست آورید.

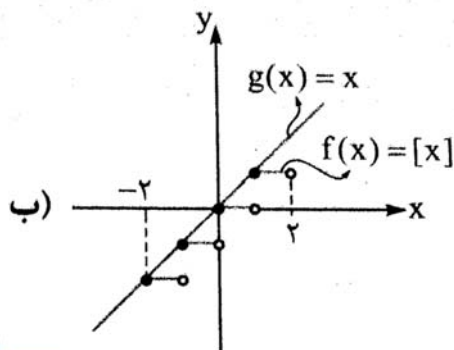
۵۴- اگر $f(x) = [x]$ با دامنه $0 \leq x \leq 2$ و $g(x) = x$ با دامنه $1 \leq x < 2$ و $h(x) = x^2 + 4$ با دامنه $1 \leq x \leq 1$ باشند، جدول زیر را کامل کنید:

نمودار تابع	دامنه تابع	ضابطه تابع	تابع مجهول
			$s(x) = f(x) - g(x)$
			$k(x) = \frac{f}{g}(x)$
			$i(x) = g(x) \times h(x)$

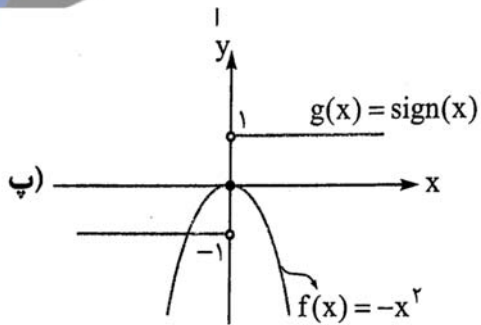
۵۵- با توجه به نمودارهای f و g در هر قسمت، ابتدا ضابطه و دامنه تابع خواسته شده را به دست آورید، سپس نمودار خواسته شده را رسم کنید:



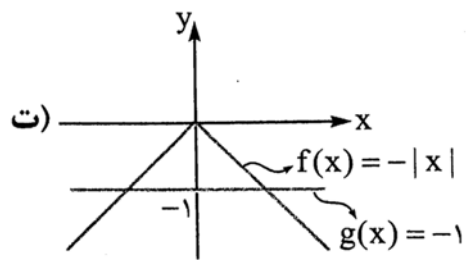
مجهول: $y = f + g$



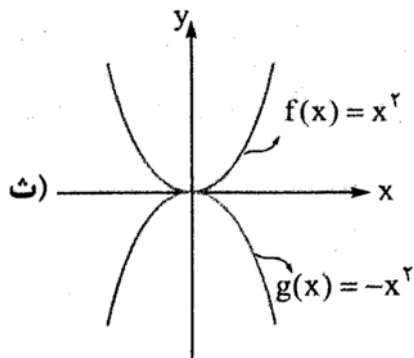
مجهول: $y = f - g$



مجهول: $y = f \cdot g$



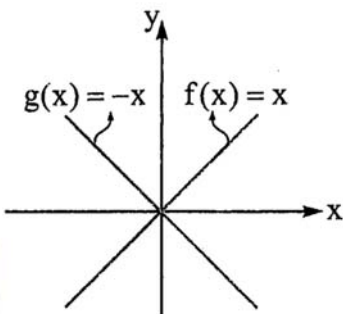
مجهول: $y = \frac{f}{g}$



مجهولات $\begin{cases} y = (f + g) \\ y = (f - g) \end{cases}$

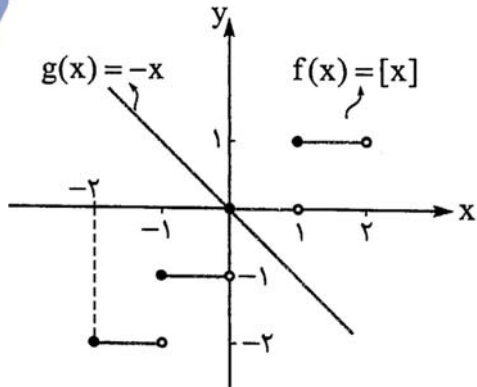
۵۶- با توجه به نمودار توابع f و g ، ابتدا ضابطه و دامنه تابع های $(f + g)(x)$ ، $(f - g)(x)$ ، و $(f \cdot g)(x)$

را به دست آورید، سپس نمودار هر یک را رسم کنید.

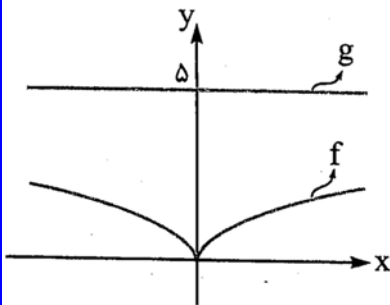


۵۷- با توجه به نمودارهای f و g که داده شده اند، ابتدا ضابطه و دامنه تابع $(f - g)$ را تعیین کنید، سپس

نمودار آن را رسم کنید:



۵۸- با توجه به نمودارهای f و g نمودارهای $(f + g)$ و $(f - g)$ را رسم کنید.



۵۹- اگر $f(x) = \begin{cases} x + 1 & x < 0 \\ 2 & x \geq 0 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} 5 & x < 0 \\ x - 2 & x \geq 0 \end{cases}$ باشند، ابتدا ضابطه توابع

$(f + g)$ و $(f - g)$ را به دست آورده، سپس نمودار آن ها را رسم کنید. هم چنین مقادیر $(f \cdot g)(2)$ و

$(\frac{f}{g})(-1)$ را بدون تشکیل ضابطه آن ها محاسبه کنید.