ایستگاه مطالعه

درس دوم: مجموعه های برابر و نمایش مجموعه ها

تعریف دو مجموعه برابر: دو مجموعه را برابر گوییم درصورتی که عضوهایشان کاملا یکسان باشد.(دقت کنید جابه جایی عضو ها ایرادی ندارد.) درصورتی که مجموعه های A و B مساوی باشند با نماد A=B این موضوع را بیان میکنیم.

مثال: دو مجموعه ی $A = \{۰ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱\}$ و $B = \{۲ \text{ و } ۱ \text{ و } ۰\}$ با هم برابرند.

آقا علی: آقا اجازه یعنی برای اینکه دو مجموعه برابر باشند هر چی اولی داشت دومی هم باید داشته باشه و برعکس درسته؟

دقیقا علی جان ما با توجه به همین نکته سوالات این قسمت رو حل میکنیم. به این مثال توجه کنید:

مثال: اگر دو مجموعه زیر مساوی باشند، جاهای خالی را با عدد مناسب پر کنید؟

$$\{۲^۳ \text{ و } ... \text{ و } ۵\} = \{... \text{ و } \sqrt{۲۵} \text{ و } \sqrt{۸۱}\}$$

پاسخ: اگر اعضای مجموعه ها را ساده کنیم آنگاه جاهای خالی را به سادگی میتوان با عدد مناسب کامل کرد.

$$\{\underset{۸}{\cancel{۲^۳}} \text{ و } ۹ \text{ و } ۵\} = \{۸ \text{ و } \underset{۵}{\cancel{\sqrt{۲۵}}} \text{ و } \underset{۹}{\cancel{\sqrt{۸۱}}}\}$$

ایستگاه حل سوال

۱ . جاهای خالی را طوری کامل کنید که تساوی بین مجموعه ها برقرار باشد.

الف) $\{۹ \text{ و } ... \text{ و } \sqrt{۴۹} \text{ و } \frac{۱}{۳}\} = \{۳^۲ \text{ و } \frac{۰}{۲۵} \text{ و } \sqrt{\frac{۱}{۹}} \text{ و } ...\}$

پاسخ:

الف) $\{۹ \text{ و } ۰ \text{ و } \underset{۷}{\cancel{\sqrt{۴۹}}} \text{ و } \frac{۱}{۳}\} = \{\overset{۹}{\cancel{۳^۲}} \text{ و } \underset{۰}{\cancel{\frac{۰}{۲۵}}} \text{ و } \overset{\frac{۱}{۳}}{\cancel{\sqrt{\frac{۱}{۹}}}} \text{ و } ۷\}$

۲. اگر دو مجموعه $A = \{a + ۵ \text{ و } ۲ \text{ و } ۶\}$ و $B = \{۶ \text{ و } ۹ \text{ و } -۷ + b\}$ با هم مساوی باشند. مقدار a و b را بدست آورید؟

پاسخ: $\{a + ۵ \text{ و } ۲ \text{ و } ۶\} = \{۶ \text{ و } ۹ \text{ و } -۷ + b\}$

با تشکیل معادله مقدار a و b را بدست می آوریم. چون دو مجموعه برابرند و در مجموعه A عضو ۲ قرار دارد پس این عضو در مجموعه B نیز باید وجود داشته باشد در نتیجه:

$$-۷ + b = ۲ \quad \rightarrow \quad b = ۲ + ۷ = ۹$$

و همچنین در مجموعه B عدد ۹ قرار دارد ولی در مجموعه A قرار ندارد که با توجه به تساوی این دو مجموعه نتیجه میگیریم:

$$a + ۵ = ۹ \quad \rightarrow \quad a = ۹ - ۵ = ۴$$

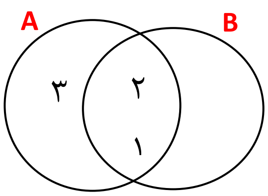
۳ . در صورتی که $\{-۳\} = \{x + ۲ \text{ و } -۳\}$ آنگاه مقدار x را تعیین کنید.

پاسخ: $\{-۳\}$ این مجموعه **یک عضوی** است پس مقدار X را طوری تعیین میکنیم که مجموعه دوم نیز یک عضوی شود و تنها عضوش نیز ۳- باشد. در نتیجه با تشکیل معادله داریم:

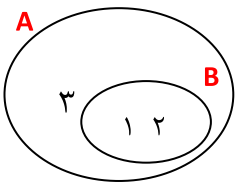
$$x + ۲ = -۳ \quad \rightarrow \quad x = -۳ - ۲ = -۵$$

ایستگاه مطالعه

مثال: نمودار ون مجموعه های $A = \{۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱\}$ و $B = \{۲ \text{ و } ۱\}$ را رسم کنید.



اگر دقت کنید تمام اعضای B در درون مجموعه A وجود دارند در این حالت بهتر است حلقه ی B را درون حلقه ی A رسم کنیم. در واقع نمودار دوم رایج تر میباشد.



زیر مجموعه: اگر همه ی اعضای مجموعه B در مجموعه A وجود داشته باشند، میگوییم B زیرمجموعه ی A است.

زیر مجموعه بودن را با علامت $\subseteq$ و زیر مجموعه نبودن را با علامت $\nsubseteq$ نشان میدهیم.

مثال: مجموعه های $A = \{۵ \text{ و } ۴ \text{ و } ۳ \text{ و } ۲ \text{ و } ۱\}$ و $B = \{۳ \text{ و } ۴ \text{ و } ۵\}$ و $C = \{۶ \text{ و } ۴ \text{ و } ۵\}$ را در نظر بگیرید روابط زیر بین این سه مجموعه برقرار است:

$B \subseteq A$ و $C \nsubseteq A$

$A \nsubseteq B$ و $A \nsubseteq C$ و $B \nsubseteq C$ و $C \nsubseteq B$

دقت کنید که اگر حتی یک عضو در مجموعه B باشد که در مجموعه ی A نباشد B زیرمجموعه A نخواهد بود.

نکته ۱: با توجه به تعریف زیرمجموعه واضح است، هر مجموعه زیر مجموعه خودش است. که بصورت جبری مینویسیم: $A \subseteq A$

آقا علی: آقا اجازه چرا هر مجموعه زیرمجموعه خودشه؟

علی جان چون اگر یک مجموعه دلخواه مثل $A = \{۲ \text{ و } ۱\}$ داشته باشیم همه ی عضوهای A در خودش قرار دارند.

آیا مجموعه تهی عضوی وجود دارد که در مجموعه دلخواهی مانند A وجود نداشته باشد؟

پاسخ: خیر، چون تهی عضوی ندارد.

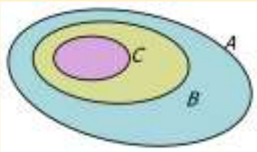
با توجه به سوال میتوان نکته زیر را بیان کرد:

نکته ۲: مجموعه تهی زیر مجموعه هر مجموعه دلخواه مانند A است. که به صورت جبری مینویسیم:

$$\emptyset \subseteq A$$

نکته ۳: با توجه به دو نکته بالا میتوان نتیجه گرفت که مجموعه تهی زیر مجموعه خودش نیز است. که بصورت جبری مینویسیم: $\emptyset \subseteq \emptyset$

نکته ۴: مانند نمودار داده شده اگر مجموعه C زیر مجموعه ی، مجموعه B و مجموعه B نیز زیرمجموعه ی، مجموعه A باشد؛ آنگاه مجموعه C نیز زیرمجموعه، مجموعه ی A است. و بطور کلی میتوان نوشت: $C \subseteq B \subseteq A$



مثال: $A =$ {۱ و ۲ و ۳} و $B =$ {۱ و ۳} و $C = $ {۳} باشد آنگاه:

$(C \subseteq B$ و $B \subseteq A) \rightarrow C \subseteq A$

نوشتن زیرمجموعه های یک مجموعه:

با توجه به عضوهای یک مجموعه میتوان زیرمجموعه های آن را تعیین کرد؛ با استفاده از راهبرد الگوسازی که در پایه هفتم آموختید به شیوه زیر عمل میکنیم:

۱ . نوشتن زیرمجموعه صفر عضوی (یعنی تهی)

۲ . نوشتن زیر مجموعه های یک عضوی (هر عضو مجموعه را اگر داخل یک آکولاد قرار دهیم یک زیرمجموعه یک عضوی ساخته میشود)

۳ . نوشتن زیر مجموعه های دو عضوی (هر دو عضو را داخل آکولاد قرار می دهیم تا زیر مجموعه دو عضوی بوجود آید)

۴ . این مراحل را آنقدر ادامه میدهیم تا آخرین زیر مجموعه که خود مجموعه میباشد برسیم.

مثال ۱: زیر مجموعه های مجموعه ی $A =$ {۱ و ۲} را بنویسید.

پاسخ: به ترتیب بالا ۱. تهی $\emptyset$ ۲. زیرمجموعه های یک عضوی {۱} و {۲} و ۳. زیرمجموعه های دو عضوی(خود مجموعه) {۱ و ۲}

در نتیجه مجموعه A، ۴ زیرمجموعه دارد.

مثال ۲: زیر مجموعه های مجموعه $B =$ {۱ و ۴ و ۵} را بنویسید.

پاسخ: به ترتیب ۱. تهی $\emptyset$ ۲. زیرمجموعه های یک عضوی {۵} و {۱} و {۴} و ۳. زیرمجموعه های دو عضوی {۱ و ۴} و {۱ و ۵} و {۴ و ۵} ۴. زیرمجموعه های ۳ عضوی {۱ و ۴ و ۵} (خود مجموعه.)

در نتیجه تعداد زیر مجموعه های مجموعه B، ۸ تا است.

آقا علی: آقا اجازه تعداد عضو های مجموعه B یدونه بیشتر از A هست و تعداد زیرمجموعه هاش ۲ برابر تعداد زیر مجموعه های A پس میشه نتیجه گرفت اگر به مجموعه ای یک عضو اضافه کنیم تعداد زیر مجموعه هاش۲ برابر میشه؟

بله علی جان دقیقا به همین صورت . و اگر بخواهیم این نتیجه رو دقیق تر بیان کنیم، الگویی بین تعداد عضوهای مجموعه و تعداد زیرمجموعه هاش هست به جدول زیر دقت کن و الگو رو حدس بزن:

تعداد عضو های مجموعه	۰ عضو	۱ عضو	۲ عضو	۳ عضو	...	n عضو
تعداد زیر مجموعه ها	۱	۲	۴	۸	...	؟

آقا علی: آقا اجازه اگر الگو یابی کنیم مفهمیم که هر مرحله دوبرابر مرحله قبلشه (البته بجز مرحله اول) که گفتیم علتش یک عضو بیشتر داشتن نسبت به مرحله قبلشه پس میشه گفت

تعداد زیرمجموعه های یک مجموعه که n عضو دارد ۲^n است.

ایستگاه حل سوال

۱ . یک مجموعه ۴ عضوی چه تعداد زیر مجموعه دارد؟

پاسخ: $n = ۴ \rightarrow ۲^n = ۲^۴ = ۱۶$

۲. اگر مجموعه ای ۳۲ زیر مجموعه داشته باشد، چند عضو دارد؟

پاسخ: ۳۲ را تجزیه میکنیم تا توان عدد ۲ را تعیین کنیم که همان تعداد عضوها می باشد.

$$۳۲ = ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ \times ۲ = ۲^۵$$

پس میتوان نتیجه گرفت این مجموعه ۵ عضو دارد.

۳. مجموعه $B = \{$۱ و ۲ و ۳ و ۴$\}$ را در نظر بگیرید؛

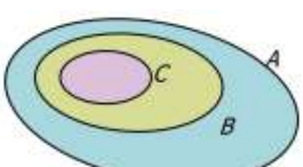
الف) زیر مجموعه های ۲ عضوی این مجموعه را بنویسید.

ب) زیر مجموعه هایی را بنویسید که شامل اعداد ۳ و ۴ باشد.

پاسخ:

الف) {۳ و ۴} و {۲ و ۴} و {۲ و ۳} و {۱ و ۴} و {۱ و ۳} و {۱ و ۲}

ب) {۳ و ۴} و {۱ و ۳ و ۴} و {۲ و ۳ و ۴} و {۱ و ۲ و ۳ و ۴}



۴. با توجه به نمودار ون مقابل گزینه صحیح را انتخاب کنید.

الف) $A \subseteq B \subseteq C$ ب) $A \subseteq C \subseteq B$ ج) $C \subseteq A \subseteq B$ د) $C \subseteq B \subseteq A$

پاسخ: پاسخ گزینه د، چون حلقه ی C داخل حلقه ی B و حلقه ی B نیز داخل حلقه ی A قرار گرفته است پس میتوان نتیجه گرفت: $C \subseteq B \subseteq A$

۵. باتوجه به مجموعه های A و B در جالی علامت $\subseteq$ یا $\nsubseteq$ قرار دهید.

$$B = \{-۱ \text{ و } -۳ \text{ و } -۵\} \quad \text{و} \quad A = \{-۱ \text{ و } ۳ \text{ و } -۵ \text{ و } ۷\}$$

$B \ldots A$ $A \ldots B$ $\{۷\} \ldots A$ $\{\,\} \ldots A$ $-۳ \ldots B$ $B \ldots B$

پاسخ: $B \nsubseteq A$ $A \nsubseteq B$ $\{۷\} \subseteq A$ $\{\,\} \subseteq A$ $-۳ \nsubseteq B$ $B \subseteq B$

$-۳ \nsubseteq B$ چون ۳- آکولاد ندارد پس مجموعه نمیتواند باشد و چون مجموعه نیست، زیرمجموعه هم نیست.

۶. با توجه به مجموعه های A و B درستی یا نادرستی هر قسمت را تعیین کنید.(دانش آموزان عزیز به این سوال توجه کنید تا کاربرد نمادها را بهتر درک کنید)

$$B = \{۱ \text{ و } b \text{ و } ۴\} \quad \text{و} \quad A = \{۱ \text{ و } a \text{ و } ۵\}$$

$۱ \in B$ $b \notin A$ $A \subseteq \{۱ \text{ و } a \text{ و } ۵\}$ $\{۱ \text{ و } b \text{ و } ۴\} \in B$ $b \nsubseteq B$ $۵ \subseteq A$

$۵ \subseteq A$ نادرست چون ۵ آکولاد ندارد ساختار مجموعه ندارد پس زیرمجموعه نیست.

$۱ \in B$ درست. $b \notin A$ درست $A \subseteq \{۱ \text{ و } a \text{ و } ۵\}$ درست $\{۱ \text{ و } b \text{ و } ۴\} \in B$ نادرست. $b \nsubseteq B$ درست.

۷ . با توجه به مجموعه $A = \{۱ \text{ و } \{۱\}\}$؛

الف) این مجموعه چند عضو دارد؟   ب) زیر مجموعه های یک عضوی اش را مشخص کنید؟

پاسخ:

الف) در اینگونه سوالات به اعضایی که در آکولاد قرار گرفته اند دقت کنید، در این سوال ۱ و $\{۱\}$ دو عضو متفاوت هستند و آکولاد باعث این تفاوت شده است. در نتیجه این مجموعه دو عضو دارد.

ب) اگر عضو یک را در نظر بگیریم آنگاه با قرار دادن آکولاد برای آن زیر مجموعه خواهد بود یعنی: $۱ \rightarrow \{۱\}$

با در نظر گرفتن $\{۱\}$ بعنوان عضو دیگر این مجموعه آنگاه: $\{۱\} \rightarrow \{\{۱\}\}$

نتیجه مهم: اگر عضوی خودش در آکولاد قرار داشت برای اینکه ساختار زیر مجموعه بودن به خود بگیرد به یک جفت آکولاد دیگر نیاز دارد.

۸ . با توجه به مجموعه $A = \{۱ \text{ و } ۲ \text{ و } \{۱ \text{ و } ۲\}\}$؛

الف . این مجموعه چند عضو دارد؟   ب) تعداد زیر مجموعه های، مجموعه A را تعیین کنید.

پاسخ:

الف) این مجموعه سه عضو دارد. ۱ ، ۲ و $\{۱ \text{ و } ۲\}$(به تاثیر آکولاد روی این عضو توجه کنید)

ب) طبق رابطه بیان شده در ایستگاه مطالعه : ۲^n و اینکه $n = ۳$ پس $۲^۳ = ۸$ زیرمجموعه دارد.

۹. با توجه به مجموعه $A = \{۱ \text{ و } ۲ \text{ و } \{۲ \text{ و } ۳\}\}$ کدام گزینه نادرست است؟

الف. $n(A) = ۳$ ب. $۲ \in A$ ج. $\{۲ \text{ و } ۳\} \subseteq A$ د. $\{۲ \text{ و } \{۲ \text{ و } ۳\}\} \subseteq A$

پاسخ: گزینه ج نادرست است در صورتی که $\{\{۲ \text{ و } ۳\}\} \subseteq A$ یا $\{۲ \text{ و } ۳\} \in A$ درست بود.

@riazicafe

ایستگاه مطالعه

یک جمع بندی: ارتباط تساوی دو مجموعه و مفهوم زیرمجموعه:

با توجه به تعریف تساوی دو مجموعه میتوان گفت:« اگر مجموعه A زیرمجموعه B و همچنین مجموعه B نیز زیر مجموعه A باشد، مجموعه A و B مساوی اند.

$$(B \subseteq A \text{ و } A \subseteq B) \rightarrow A = B$$

برعکس: اگر دومجموعه $A=B$ باشند آنگاه A زیرمجموعه B و همچنین B زیرمجموعه A میباشد.

$$A = B \rightarrow (A \subseteq B \text{ و } B \subseteq A)$$

مجموعه های عددی مهم:

در بحث مجموعه ها بیشمار مجموعه عددی میتوان نوشت. اما برخی از مجموعه ها پرکاربرد تر هستند، بنابراین این مجموعه ها را با اسامی و حروف خاصی نامگذاری میکنند برخی از این مجموعه ها عبارت اند از:

مجموعه اعداد طبیعی با حرف N نامگذاری میشود: $\mathbb{N} = \{۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ...\}$

مجموعه اعداد حسابی که با حرف W نامگذاری میشود: $\mathbb{W} = \{۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ...\}$

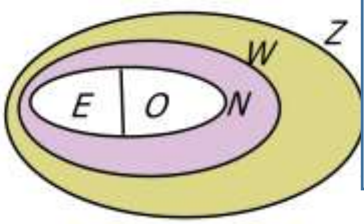
مجموعه اعداد صحیح که با حرف Z نامگذاری میشود: $\mathbb{Z} = \{... \text{ و } -۲ \text{ و } -۱ \text{ و } ۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و } ...\}$

مجموعه اعداد طبیعی دو زیر مجموعه مهم دارد که عبارت اند از:

مجموعه اعداد فرد طبیعی که با حرف O نامگذاری میشود: $\mathbb{O} = \{۱ \text{ و } ۳ \text{ و } ۵ \text{ و } ...\}$

مجموعه اعداد زوج طبیعی که با حرف E نامگذاری میشود: $\mathbb{E} = \{۲ \text{ و } ۴ \text{ و } ۶ \text{ و } ...\}$

آقا علی: آقا اجازه ما در پایه هشتم خوندیم که مثلا هر عدد طبیعی عددی صحیح است با توجه به این میشه گفت مجموعه اعداد طبیعی زیرمجموعه اعداد صحیح هستند؟



بله علی جان . و اگر بخوایم کلی تر بیان کنیم میشه گفت:

$$\mathbb{E} \text{ و } \mathbb{O} \subseteq \mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z}$$

که اگر به اعضای این مجموعه ها و نمودار ون دقت کنی این رابطه قابل درک خواهد بود.

محدوده های عددی:

دانش آموزان عزیز شما با نمادهای $<$ و $\leq$ آشنا شده اید. با ترکیب کردن این نماد ها و یک متغیر محدوده ای عددی برای آن متغیر ساخته میشود. برای درک بهتر این موضوع به مثال های زیر دقت کنید:

مثال ۱: $-۳ \leq x$ **اعداد مورد نظر کوچکتر یا مساوی ۳- هستند.**

مثال ۲: $-۳ < x < ۴$ **اعداد مورد نظر از ۳- بزرگتر و از ۴ کوچکتر هستند.**

مثال ۳: $-۳ < x \leq ۴$ **اعداد مورد نظر از ۳- بزرگتر و کوچکتر یا مساوی ۴ هستند.**

مثال ۴: $-۳ \leq x < ۴$ **اعداد مورد نظر از بزرگتر یا مساوی ۳- و کوچکتراز ۴ هستند.**

مثال ۵: $-۳ \leq x \leq ۴$ **اعداد مورد نظر از بزرگتر یا مساوی ۳- و کوچکتر یا مساوی ۴ هستند.**

ایستگاه حل سوال

۱ . هر کدام از محدوده های عددی با توجه به شرط مشخص شده چه اعدادی را مشخص میکند.

الف) $x \in \mathbb{N}$ و $-۳ \le x < ۴$ **ب) $x \in \mathbb{W}$ و $-۳ \le x < ۴$**

ج) $x \in \mathbb{Z}$ و $-۳ \le x < ۴$ **د) $x \in \mathbb{W}$ و $۳ \le x$**

پاسخ: الف) اعدادی که مد نظر است که بزرگتر یا مساوی ۳- و کوچکتر از ۴ هستند فقط بایستی در نظر داشت که این اعداد طبیعی هستند در نتیجه : اعداد ۱ و ۲ و ۳ را مشخص میکند.

ب) مشابه قسمت الف اعدادی مد نظر است که بزرگتر یا مساوی ۳- و کوچکتر از ۴ باشد به شرط آنکه این اعداد، عدد حسابی باشند. در نتیجه: اعداد ۰ و ۱ و ۲ و ۳ را مشخص میکند.

ج) اعداد مد نظر بزرگتر یا مساوی ۳- و کوچکتر از ۴ هستند به شرط آنکه این اعداد، عدد صحیح باشند. در نتیجه: اعداد: ۳- و ۲- و ۱- و ۰ و۱ و ۲ و ۳ را مشخص میکند.

د) اعداد مورد نظر بزرگتر مساوی سه و عدد حسابی هستند در نتیجه: اعداد ۳ و ۴ و ۵ و ۶ و ... را مشخص میکند.

ایستگاه مطالعه

نمایش مجموعه ها به زبان ریاضی:

ابتدای فصل عبارت های کلامی را آموختیم که یک مجموعه را مشخص میکردند حال میخواهیم عبارت های ریاضی (جبری) را بیاموزیم که یک مجموعه را با استفاده از علائم و نماد ها توضیح میدهند. هر عبارت ریاضی که یک مجموعه را بصورت جبری نمایش میدهد معمولا به صورت زیر نوشته میشود:

$$\{\text{قسمت اول} \mid \text{قسمت دوم}\}$$

قسمت اول: یک الگو یا رابطه ی کلی است که با استفاده از آن اعضا مجموعه را تعیین میکنیم.

خط عمودی « | » که دو قسمت را از هم جدا میکند « بطوری که یا به شرطی که» خوانده میشود.

قسمت دوم: یک محدوده عددی برای ما مشخص میکند که اعداد این محدوده را در رابطه ای که در قسمت اول آمده قرار میدهیم تا اعضا مشخص شوند.

مثال ۱: اعضای مجموعه های زیر را تعیین کنید؟

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } ۲ \le x < ۵\}$$

پاسخ:

محدوده عددی
X=۲و۳و۴

رابطه ای مشخص کننده اعضا

$$A = \{x \mid x \in \mathbb{N} \text{ و } ۲ \le x < ۵\}$$

نحوه خواندن مجموعه: اعدادی(X هایی) عضو مجموعه A است بطوریکه این اعداد، طبیعی و بزرگتر یا مساوی ۲ و کوچکتر از ۵ باشند. در نتیجه : $A = \{۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۴\}$

آقا علی: آقا اجازه یعنی محدوده عددی همون اعضای مجموعه ست؟

علی جان در این مثال اینطور بود. از اشتباهات رایج دانش آموزان در این بخش اینه که برای هر سوالی محدوده رو بعنوان اعضای مجموعه در نظر میگیرن. بطور کلی نمیشه اینو گفت به مثال های بعدی توجه کنید:

$B = \{-x \mid x \in \mathbb{N}$ و $۲ < x \leq ۵\}$

پاسخ: نحوه ی خواندن مجموعه: قرینه اعدادی (X-هایی) عضو مجموعه B است بشرطی که خود اعداد طبیعی و بزرگتر مساوی ۲ و کوچکتر از ۵ هستند.

$$x = ۳ \text{ و } ۴ \text{ و } ۵ \quad \rightarrow \quad -x = -۳ \text{ و } -۴ \text{ و } -۵$$

در نتیجه مجموعه B: $B = \{-۳ \text{ و } -۴ \text{ و } -۵\}$

توجه: در صورتی که رابطه ی مجموعه در قسمت اول پیچیده بود برای اینکه بدون اشتباه بتوانید اعضا هر مجموعه تعیین کنید میتوانید از جدول زیر استفاده کنید:

اعداد محدوده ای که در قسمت دوم مشخص شده اند	؟	؟	...
جایگذاری رابطه ای که در قسمت اول بیان شده است	؟	؟	..

مثال ۳: اعضای مجموعه زیر را تعیین کنید.

$A = \{۲x + ۱ \mid x \in \mathbb{N}$ و $۲ \leq x < ۵\}$

پاسخ: عبارت $۲ \leq x < ۵$ و $x \in \mathbb{N}$ محدود عددی را مشخص میکند که باید در عبارت $۲x + ۱$ جایگذاری کنیم تا اعضا مشخص شود. محدوده عددی که برای ما مشخص میشود : ۲ و ۳و ۴ میباشد که با استفاده از جدول زیر اعضای مجموعه را تعیین میکنیم.

x	۲	۳	۴
$۲x + ۱$	۲×۲+۱=۵	۲×۳+۱=۷	۲×۴+۱=۹

مجموعه A: $A = \{۵ \text{ و } ۷ \text{ و } ۹\}$

ایستگاه حل سوال

۱ . اعضای هر مجموعه را تعیین کنید.

الف) $M = \{۳x \mid x \in \mathbb{Z}$ و $-۳ < x \leq ۰\}$

ب) $B = \{۵x - ۲ \mid x \in \mathbb{W}$ و $x < ۴\}$

ج) $C = \{x^۲ \mid x \in \mathbb{Z}$ و $-۲ < x \leq ۲\}$

د) $\mathbb{W} = \{x - ۱ \mid x \in \mathbb{N}\}$

پاسخ:

الف $M = \{-۶ \text{ و } -۳ \text{ و } ۰\}$

x	−۲	−۱	۰
$۳x$	۳× (−۲)=−۶	۳×(−۱)=−۳	۳×۰=۰

ب)

$B = \{-۲ \text{ و } ۳ \text{ و } ۸ \text{ و } ۱۳\}$

x	۰	۱	۲	۳
$۵x - ۲$	۵×۰−۲=−۲	۵×۱−۲=۳	۵×۲−۲=۸	۵×۳−۲=۱۳

ج)

x	-۱	۰	۱	۲
$x^{۲}$	$(-۱)^{۲} = ۱$	۰	۱	۴

دقت کنید عضو ۱ تکرار شد.

$C = \{۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۴\}$

د)

x	۱	۲	...
$x - ۱$	۱-۱=۰	۲-۱=۱	...

مجموعه اعداد حسابی : $\mathbb{W} = \{۰ \text{ و } ۱ \text{ و } ۲ \text{ و} ......\}$

ایستگاه مطالعه

نوشتن مجموعه به زبان ریاضی:

در این حالت اعضای مجموعه مشخص است و از ما میخواهند که زبان ریاضی مجموعه را بیان کنیم. برای این کار ابتدا رابطه ی بین اعضا را با استفاده از الگویابی مشخص میکنیم، سپس با توجه به رابطه محدوده عددها را مشخص میکنیم.

مثال ۱: مجموعه $A = \{-۵ \text{ و } -۴ \text{ و } -۳ \text{ و } ... \text{ و } ۲\}$ را به زبان ریاضی بنویسید.

پاسخ: با توجه به اعضا: $A = \{x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -۵ \leq x \leq ۲\}$

مثال ۲: مجموعه $E = \{۲ \text{ و } ۴ \text{ و } ۶ \text{ و} ...\}$ (مجموعه اعداد زوج طبیعی) را به زبان ریاضی بنویسید.

پاسخ:

ابتدا رابطه ی بین اعضا را تعیین میکنیم: ۲ و ۴ و ۶ و... $\rightarrow$ ۲k

حال محدوده مناسب را برای متغییر k در نظر میگیریم که: $k \in \mathbb{N} \text{ و } ۱ \leq k$

در نتیجه: $E = \{۲k \mid k \in \mathbb{N} \text{ و } ۱ \leq k\}$

مثال ۳: مجموعه های زیر را به زبان ریاضی بنویسید.

الف) مجموعه اعداد فرد طبیعی　　　ب) $B = \{-۳۵ \text{ و } -۳۰ \text{ و} ... \text{ و } ۴۵\}$

پاسخ:

الف) اعداد طبیعی فرد عبارت اند از ۱ و ۳ و ۵ و ...

پس رابطه بین اعداد $۲k - ۱$ میباشد. برای محدوده ای که k از آن انتخاب میشود نیز میتوان اعداد طبیعی را در نظر گرفت. در نتیجه: $O = \{۲k - ۱ \mid k \in \mathbb{N} \text{ و } ۱ \leq k\}$

ب) رابطه ی بین : $۵x$ برای تعیین محدوده ای که x از آن انتخاب میشود با تقسیم اعضا به ۵ میتوان دریافت که: $-۷ < x \leq ۹ \text{ و } x \in \mathbb{Z}$ در نتیجه داریم: $B = \{۵x \mid x \in \mathbb{Z} \text{ و } -۷ < x \leq ۹\}$

مجموعه اعداد گویا و نمایش جبری آن

تعریف اعداد گویا: هر عدد که بتوان بصورت کسری نوشت بطوریکه صورت و مخرج آن عدد صحیح باشد و مخرج عددی غیر صفر باشد را عدد گویا می نامیم.

مجموعه اعداد گویا: مجموعه ایست شامل همه ی اعداد گویا که با حرف $\mathbb{Q}$ نامگذاری میشود.

نمایش جبری مجموعه اعداد گویا:

$$\mathbb{Q} = \left\{\frac{a}{b} \middle| a \text{ و } b \in \mathbb{Z} \text{ و } b \neq 0\right\}$$

نکته : در پایه هشتم خواندید که هر عدد صحیح ، عدد گویاست (چون میتوانیم برای آن مخرج یک قرار دهیم) پس میتوان گفت مجموعه اعداد صحیح زیرمجموعه، مجموعه اعداد گویا هستند.

به نمودار ون و رابطه زیر دقت کنید:

$$\mathbb{E} \text{ و } \mathbb{O} \subseteq \mathbb{N} \subseteq \mathbb{W} \subseteq \mathbb{Z} \subseteq \mathbb{Q}$$

در فصل دوم بیشتر با مجموعه اعداد گویا بیشتر آشنا خواهید شد.

برای درک بهتر مفاهیم کاردرکلاس صفحه: ۶ و ۸تمرین صفحه: ۱۰ را حل کنید.