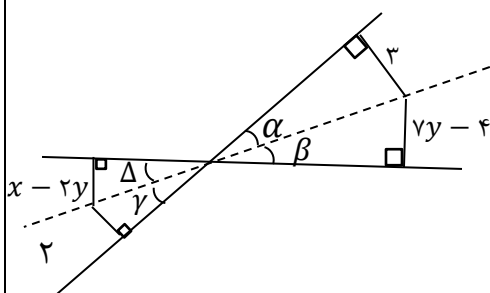


	سال تحصیلی: ۱۴۰۰-۱۴۰۱ امتحان مستمر	آزمون فصل: دوم (هندسه) کتاب: ریاضی ۲ پایه: یازدهم رشته: تجربی	باسمه تعالی
	تاریخ: آذر ماه ۱۴۰۰ ساعت: ۱۰ صبح مدت آزمون: ۶۰ دقیقه	اداره آموزش و پرورش ناحیه ۱ رشت دبیرستان کوثر	نام و نام خانوادگی: نام دبیر: اقدامی مقدم
نمره	سوالات		ردیف
۱ نمره	می دانیم فاصله نقطه A از خط l به اندازه $2x - y$ و فاصله نقطه A از خط d به اندازه $4x + y$ است. اگر تنها یک نقطه روی l باشد که از A به فاصله ۷ واحد باشد، x, y را بیابید.		۱
۲ نمره	نقطه های A, B به فاصله ۱۲ سانتی متر از هم قرار دارند. چند نقطه در صفحه می توان یافت که: الف. از A به فاصله ۵ و از B به فاصله ۸ باشند؟ ب. از A به فاصله ۵ و از B به فاصله ۷ باشند؟ ج. از A به فاصله ۵ و از B به فاصله ۳ باشند؟		۲
۳ نمره	الف. اگر خطوط l, d موازی نباشند، چند نقطه وجود دارد که از خطوط d, l به فاصله ۴ واحد باشد؟ ب. نقطه A از خط d ، ۶ واحد فاصله دارد. چند نقطه وجود دارد که از نقطه A به اندازه ۷ واحد و از خط d به اندازه ۳ واحد فاصله داشته باشد؟		۳
۴ نمره	در رسم مثلث ABC با معلوم بودن اضلاع $AB = 7 - x$ و $AC = 2x + 2$ و ارتفاع AH وارد بر BC بصورت $2x - 5$ ، اگر یک مثلث قائم الزاویه تشکیل شده باشد، اندازه ضلع BC را بیابید.		۴
۵ نمره	اگر زوایای $\alpha, \beta, \gamma, \Delta$ مساوی باشند، x, y را بیابید.		۵



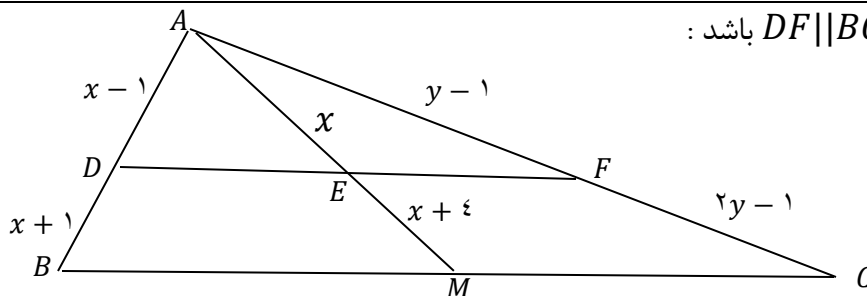
انمره	انمره	۶
انمره	انمره	۷
انمره	انمره	۸
انمره	انمره	۹
انمره	انمره	۱۰
انمره	انمره	۱۱

اگر $\frac{a+2b}{a-2b} = \frac{1}{2}$ و $\frac{c}{c-2b} = \frac{3}{1}$ ، در اینصورت: $\frac{a+c}{b}$ را بیابید.

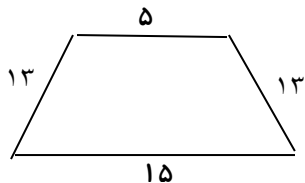
در اثبات حکم به روش پرهان خلف، با دانستن اینکه a, b, c, d اعدادی طبیعی هستند، جمله اول در روند اثبات هر مورد را بنویسید:
 الف. اگر $a < b$ آنگاه $a^2 < b^2$
 ب. نمی توان برای یک زاویه دو نیمساز رسم کرد.
 ج. یک مثلث متساوی الاضلاع، متساوی الساقین است. د. $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow ad = bc$

احکام زیر را با یک مثال نقض، رد کنید:
 الف. هر عدد مثبت از مربع آن عدد کوچکتر است.
 ب. هر چهارضلعی که دو ضلع موازی و دو ضلع مساوی داشته باشد، متوازی الاضلاع است.
 ج. برای هر عدد طبیعی n ، $3n^2 + n + 23$ عددی اول است.
 د. تنها زاویه ای تانژانت مثبت دارد که در ربع اول مثلثاتی باشد.

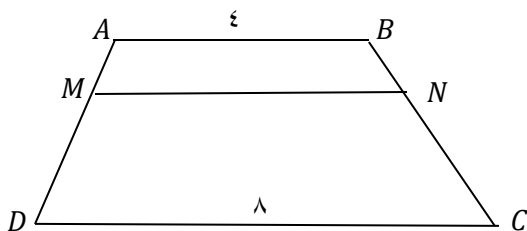
x, y را بیابید اگر $DF \parallel BC$ باشد:

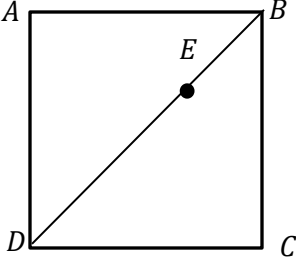
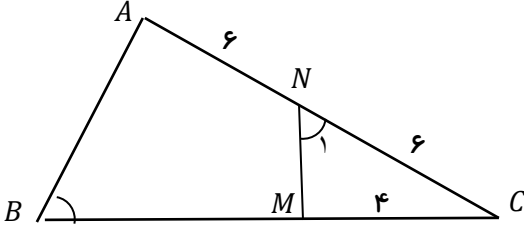
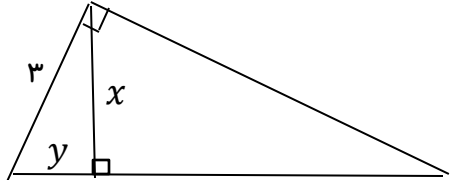
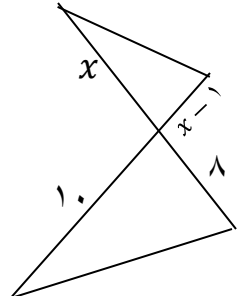


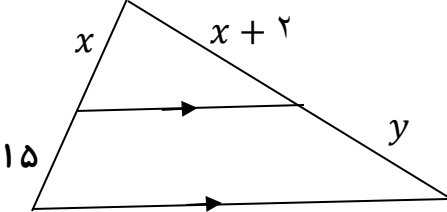
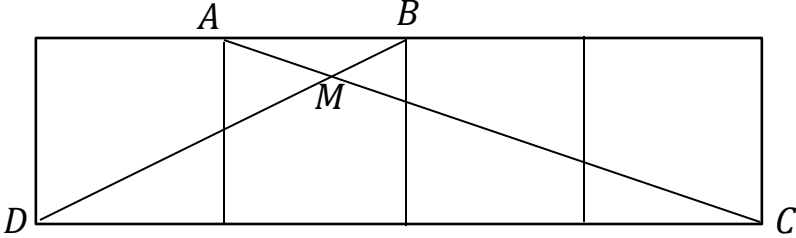
در دوزنقه متساوی الساقین زیر، فاصله نقطه برخورد ساق های دوزنقه از قاعده کوچکتر را بیابید.



در دوزنقه $ABCD$ داریم: $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{4}$ ، در اینصورت MN را بیابید.

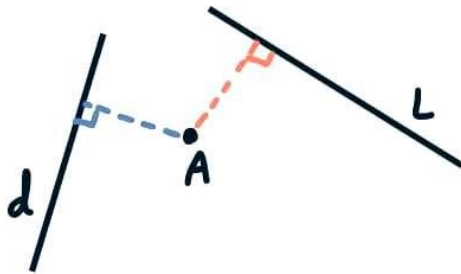


انمره	<p>اگر $\frac{a_1}{2} = \frac{a_2}{5} = \frac{a_3}{8} = \dots = \frac{a_n}{59}$ باشد، مجموع $a_1 + a_2 + \dots + a_n$ چند برابر a_2 است؟</p>	۱۲
۱.۵ نمره	<p>اگر در مربع به ضلع $2\sqrt{2}$ زیر داشته باشیم: $\frac{BE}{ED} = \frac{3}{5}$، فاصله نقطه E از وسط مربع را بیابید.</p> 	۱۳
۱.۵ نمره	<p>اگر $\widehat{B} = \widehat{N}$ باشد، اندازه BM را بیابید.</p> 	۱۴
انمره	<p>در مثلث زیر، x و y را بیابید.</p> 	۱۵
انمره	<p>دو مثلث زیر متشابهند. نسبت مساحت های دو مثلث را بیابید.</p> 	۱۶

<p>انمره</p>	<p>۱۷ اگر در شکل زیر نسبت مساحت مثلث کوچکتر به بزرگتر، $\frac{4}{9}$ باشد، x, y را بیابید.</p> 	<p>۱۷</p>
<p>۲ انمره</p>	<p>۱۸ در شکل زیر چهار مربع به ضلع ۱ واحد کنار هم رسم شده است. اندازه AM را بیابید.</p>  <p>موفق باشید. اقدامی مقدم</p>	<p>۱۸</p>

پاسخ ها در ادامه مطلب...

جواب سوال ۱:



چون فاصله A تا L بصورت $y - 2x$ است و تنها یکی نقطه روی L هست که فاصله اش تا A به اندازه ۱ است پس:

$$\textcircled{1} \quad y - 2x = 1$$

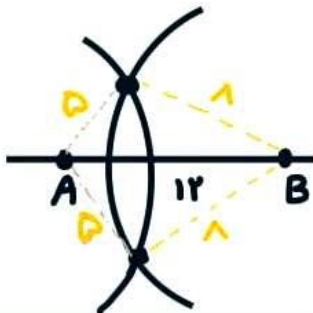
چون فاصله A تا d بصورت $4x + y$ است و تنها یکی نقطه روی d هست که فاصله اش تا A به اندازه ۷ است پس:

$$\textcircled{2} \quad 4x + y = 7$$

$$\begin{cases} \textcircled{1} & y - 2x = 1 \\ \textcircled{2} & 4x + y = 7 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} 2y - 4x = 2 \\ 4x + y = 7 \end{cases} \rightarrow y = 3, x = 1$$

جواب سوال ۲:

الف)



از A به شعاع ۵ و از B به شعاع ۸ کمان می‌زنیم. محل برخورد دو دایره، نقاطی هستند که از A به اندازه ۵ و از B به اندازه ۸ واحد فاصله دارند. (دو نقطه) چون $5 + 8 = 13 > 12$

ب)



اگر از A به شعاع ۵ و از B به شعاع ۷ کمان بزنیم دو کمان تنها یک نقطه برخورد روی خط AB دارند. چون $5 + 7 = 12$ (یک نقطه)

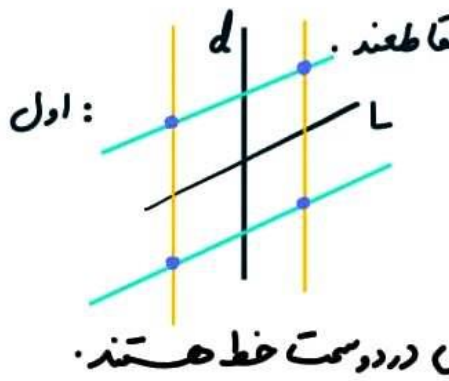
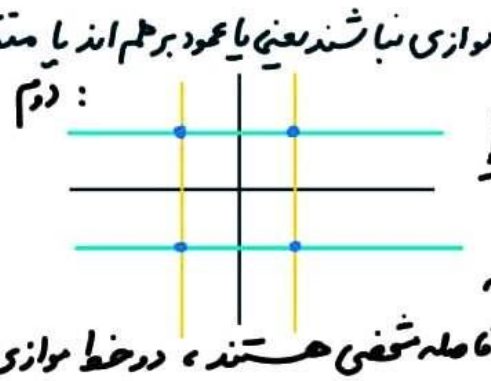
ج)



اگر از A به شعاع ۵ و از B به شعاع ۳ کمان بزنیم دو کمان با هم نقطه برخوردی ندارند. (هیچ نقطه) چون $5 + 3 = 8 < 12$

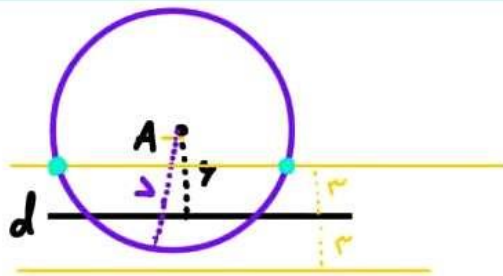
جواب سوال ۳:

الف. دو خط L و d موازی نباشند یعنی یا عمود بر هم اند یا متقاطعند.

اول:  دوم: 

در هر دو حالت ۴ نقطه وجود دارد که در شرایط صدق می‌کنند.

توجه: می‌دانیم مجموعه نقاطی که از یک خط به فاصله مشخص هستند، در خط موازی در دو سمت خط هستند.



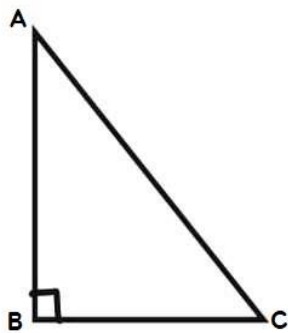
ب. می‌دانیم نقاطی که از A به فاصله ۷ واحد هستند روی محیط دایره این به شعاع ۷ هستند.

از طرفی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ هستند، در خط موازی در دو طرف خط به فاصله ۳ واحد هستند که نقاط برخورد این دایره و آن دو خط، دو نقطه است.

(در حقیقت این دو نقطه تنها نقاطی هستند که همزمان از نقطه A ، ۷ واحد و از خط d ، ۳ واحد فاصله دارند.)

دارند.

جواب ۴:



زمانی مثلث ABC با اطلاعات داده شده قابل رسم است که $AC \neq AB$ و $AH = AC$ یا $AH = AB$ باشد. یعنی AH یکی از اضلاع AB و AC باشد.

$$AB \neq AC \rightarrow 2x + 2 \neq 7 - x \rightarrow 3x \neq 9 \Rightarrow x \neq 3$$

$$\text{الف) } AH = AC \rightarrow 2x - 5 = 2x + 2 \rightarrow -5 = 2$$

جواب حقیقی ندارد.

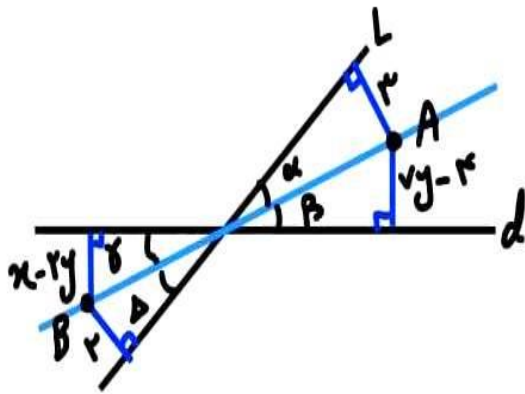
$$\text{ب) } AH = AB \rightarrow 2x - 5 = 7 - x \rightarrow 3x = 12 \rightarrow x = 4$$

حالت الف امکان ندارد. حالت ب ممکن است. پس $x = 4$ را درست در نظر می‌گیریم و داریم:

$$AB = 7 - 4 = 3, \quad AC = 2(4) + 2 = 10 \rightarrow BC^2 = AC^2 + AB^2 \rightarrow BC^2 = 100 + 9 = 109$$

$$BC = \sqrt{109}$$

جواب ۵:



چون $\hat{\alpha} = \hat{\beta}$ پس نقطه A روی خطی از زاویه دو خط L و d قرار دارد. پس از دو خط L و d به یک فاصله است:

$$7y - 4 = 3 \rightarrow y = 1 \quad *$$

چون $\hat{\delta} = \hat{\delta}$ پس نقطه B روی خطی از زاویه دو خط L و d قرار دارد. پس از دو خط L و d به یک فاصله است:

$$x - 2y = 2 \xrightarrow{*} x - 2(1) = 2 \rightarrow x = 4$$

جواب ۶:

می دانیم $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \rightarrow \frac{a+b}{b} = \frac{c+d}{d}$ پس:

$$\frac{a+2b}{a-2b} = \frac{1}{2} \rightarrow \frac{a+2b+a-2b}{a-2b} = \frac{1+2}{2} \rightarrow \frac{2a}{a-2b} = \frac{3}{2} \rightarrow 4a = 3a - 6b \rightarrow \underline{a = -6b} \quad (1)$$

از طرفی:

$$\frac{c}{c-2b} = \frac{3}{1} \rightarrow c = 3c - 6b \rightarrow 2c = 6b \rightarrow \underline{c = 3b} \quad (2)$$

$$(1), (2) \rightarrow a + c = -6b + 3b = -3b \rightarrow \text{پس: } \frac{a+c}{b} = \frac{-3b}{b} = -3$$

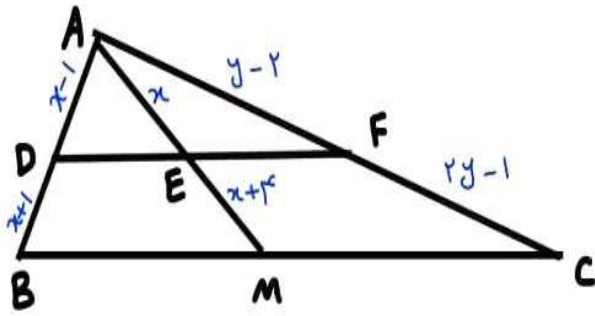
جواب سوال ۷:

- می‌دانیم در اثبات به روش برهان خلف، باید برعکس حکم را، درست فرض کنیم.
- الف. فرض خلف: (فرض می‌کنیم $a^2 \nmid b^2$) یا اینکه بنویسیم (فرض می‌کنیم $a^2 \geq b^2$).
- ب. فرض خلف: (فرض می‌کنیم برای یک زاویه دو ضلعی از رسم شده باشد.)
- ج. فرض خلف: (فرض کنیم مثلثی متساوی الساقین نباشد.)
- د. فرض خلف: (فرض می‌کنیم $ad \neq bc$)

جواب سوال ۸:

- الف. اگر آن عدد مثبت را کسر کوچکتر از واحد (عددی بین صفر و یک) در نظر بگیریم، مثال نقض می‌شود. مثلاً: $\frac{1}{4} \nmid \frac{1}{2}$ و $(\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$
- ب. دو زنگه متساوی الساقین، مثال نقض است. چون دو ضلع موازی در دو ضلع مساوی دارد ولی متوازی الاضلاع نیست.
- ج. کافی است n را عدد ۲۳ فرض کنیم آنجا از محل عبارت می‌توان از ۲۳ فاکتور گرفت. پس بر آن کسب پذیر می‌شود و عدد اول نیست: $3(23)^2 + (23) + 23 = 23(3 \times 23 + 1 + 1) = \dots$
مرکب
- د. اگر سینوس و کسینوس هم علامت باشند تا فرانت مثبت می‌شود. پس هم در ربع اول و هم در ربع سوم این امکان وجود دارد. مثال نقض می‌تواند هر زاویه‌ای از ربع سوم باشد مثلاً:
- $\alpha = 225^\circ \rightarrow \tan 225 = 1$
در ربع سوم مثبت

جواب سوال ۹:



در مثلث ABM : $DF \parallel BC \rightarrow$ تناسب : $\frac{x-1}{x+1} = \frac{x}{x+4}$

$$\rightarrow (x-1)(x+4) = x(x+1) \rightarrow$$

$$\rightarrow x^2 + 3x - 4 = x^2 + x \rightarrow x = 2 \quad *$$

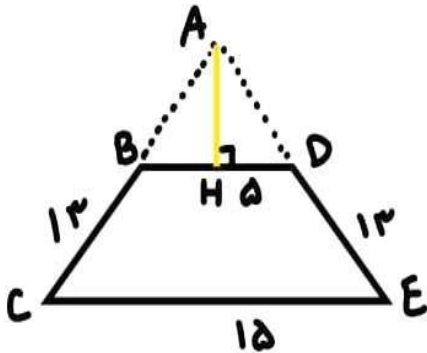
در مثلث AMC : $EF \parallel MC$: تناسب : $\frac{AE}{EM} = \frac{AF}{FC} \rightarrow \frac{x}{x+4} = \frac{y-2}{2y-1}$

↑ قسمتی از خط BC
↑ قسمتی از خط DF

$$* \rightarrow \frac{2}{6} = \frac{1}{3} = \frac{y-2}{2y-1} \rightarrow 2y-1 = 3y-6$$

$$\rightarrow y = 5$$

جواب سوال ۱۰:



$BD \parallel CE \rightarrow$ تناسب : $\frac{AB}{AC} = \frac{BD}{CE}$

پس : $\frac{AB}{13+AB} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3} \rightarrow 13+AB = 3AB$
 $\rightarrow AB = \frac{13}{2}$

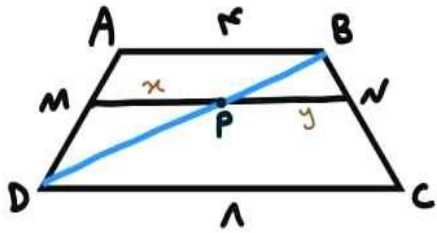
از طرفی : $BH = \frac{1}{2} BD = \frac{5}{2}$

$$AH^2 = AB^2 - BH^2$$

پس طبق رابطه فیثاغورس در مثلث ABH داریم :

$$AH^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2 - \left(\frac{5}{2}\right)^2 = \frac{169}{4} - \frac{25}{4} = \frac{144}{4} = 36 \rightarrow AH = 6$$

جواب سوال ۱۱:



چون $\frac{AM}{AD} = \frac{BN}{BC} = \frac{1}{4} \rightarrow$ عکس متقابل $\rightarrow MN \parallel DC$
 ناس

خط DB را رسم می‌کنیم:

$\Delta BDC : PN \parallel DC : \frac{BN}{BC} = \frac{PN}{DC} \rightarrow \frac{1}{4} = \frac{y}{8} \rightarrow y = 2$

دقت کنیم که چون AM به نسبت یک به چهار از AD قرار دارد پس:

$$\frac{DM}{DA} = \frac{3}{4}$$



پس در مثلث ADB داریم:

$$MP \parallel AB \rightarrow \frac{DM}{DA} = \frac{MP}{AB} \rightarrow \frac{3}{4} = \frac{x}{4} \rightarrow x = 3$$

بنابراین:

$$MN = MP + PN = x + y = 3 + 2 = 5$$

جواب سوال ۱۲:

می‌دانیم $\frac{a}{b} = \frac{c}{d} = \frac{e}{f} = \dots$ نتیجه می‌دهد: $\frac{a+c+e+\dots}{b+d+f+\dots}$

پس داریم:

$$\frac{a_r}{5} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{2 + 5 + 8 + \dots + 59} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{?}$$

از طرفی:؟

$$2 + 5 + 8 + \dots + 59 = \frac{r}{p} (2 + 59) = 61.$$

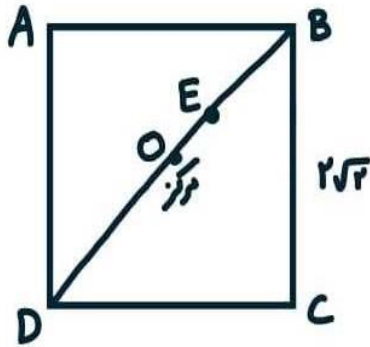
دنباله حسابی با قدر نسبت ۳

$d=3 \rightarrow a_n = 3n - 1 \rightarrow 59 = 3n - 1 \rightarrow n = 20$

(می‌دانیم $S_n = \frac{n}{2} (a_1 + a_n)$ مجموع n جمله اول)

$$\frac{a_r}{5} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{61} \rightarrow \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_n}{a_r} = \frac{61}{5} = 12.2$$

جواب سوال ۱۳:



$$\frac{BE}{ED} = \frac{3}{5} \rightarrow \frac{BE}{BE+ED} = \frac{3}{3+5} \rightarrow \frac{BE}{BD} = \frac{3}{8}$$

از طرفی می دانیم قطر مربع به ضلع x برابر است با $x\sqrt{2}$ ، پس:

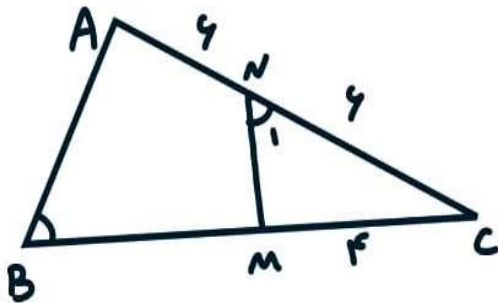
$$BD = (2\sqrt{2})\sqrt{2} = 4$$

بنابراین: $\frac{BE}{BD} = \frac{3}{8} \rightarrow \frac{BE}{4} = \frac{3}{8} \rightarrow BE = \frac{3}{2} = 1,5$

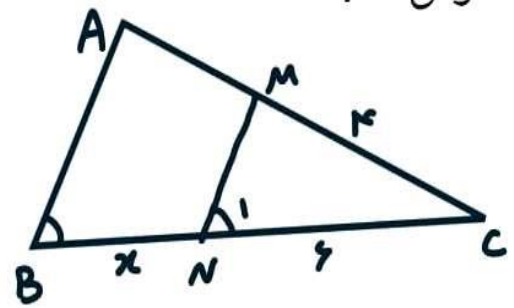
چون قطر مربع ۴ است، پس نصف قطر برابر است با $OB = 2$ و داریم:

$$OE = OB - BE \rightarrow OE = 2 - 1,5 = 0,5$$

جواب سوال ۱۴:



چون $\hat{B} = \hat{N}_1 \rightarrow$



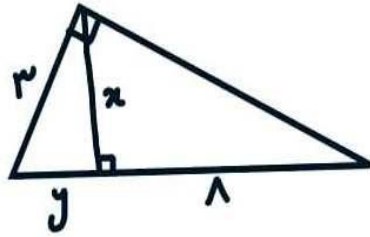
پس از تساوی زوایای \hat{B} و \hat{N}_1 نتیجه می گیریم $AB \parallel MN$ و می توانیم با برقراری تالس بنویسیم:

$$\frac{CM}{AC} = \frac{CN}{BC} \rightarrow \frac{4}{12} = \frac{6}{BC} \rightarrow BC = 18$$

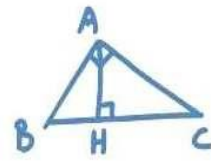
و چون قبلاً به اندازه $MC = 4$ از ضلع BC شطرنج شده بود، پس:

$$BM = BC - MC = 18 - 4 = 14$$

جواب سوال ۱۵:



می دانیم در مثلث قائم الزامیه ABC



این رابطه را داریم :

$$AH^2 = BH \cdot HC$$

داریم : $x^2 = y \times 8 \rightarrow x^2 = 8y$ ①

از طرفی فیثاغورس : $x^2 = 3^2 - y^2 \rightarrow x^2 = 9 - y^2$ ②

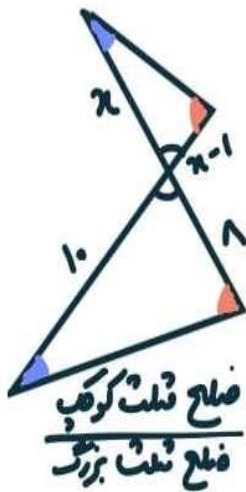
①, ② $\rightarrow x^2 = 8y = 9 - y^2 \rightarrow y^2 + 8y - 9 = 0 \rightarrow \begin{cases} y = 1 & \text{قابل قبول} \\ y = -9 & \text{غ}$

پس : $x^2 = 8y = 8(1) \rightarrow x = \sqrt{8}$

جواب سوال ۱۶:

چون گفته شده دو مثلث متساهند پس زاویه های نظیر مساوند
و ضلع های نظیر، متناسبند. و داریم :

$$\frac{x-1}{8} = \frac{x}{10} \rightarrow 10x - 10 = 8x \rightarrow 2x = 10 \rightarrow \underline{x = 5}$$

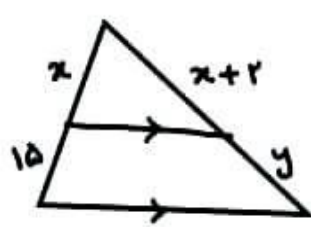


پس نسبت اضلاع دو مثلث برابر است با : $\frac{\text{ضلع مثلث کوچک}}{\text{ضلع مثلث بزرگ}} = \frac{x-1}{8} = \frac{5-1}{8} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$

پس بر این نسبت مساحت های دو مثلث، مجذور نسبت اضلاع آن است :

$$\frac{\text{مساحت مثلث کوچک}}{\text{مساحت مثلث بزرگ}} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}$$

جواب سوال ۱۷:



$$\frac{\text{مساحت مثلث کوچک}}{\text{مساحت مثلث بزرگ}} = \frac{4}{9} \rightarrow \frac{\text{ضلع مثلث کوچک}}{\text{ضلع مثلث بزرگ}} = \sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

پس :

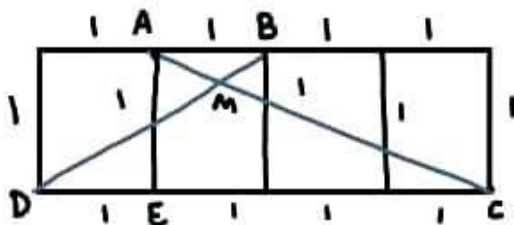
$$\frac{x}{x+15} = \frac{x+2}{x+2+y} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{x}{x+15} = \frac{2}{3} \Rightarrow 3x = 2(x+15) \Rightarrow 3x = 2x + 30 \Rightarrow \underline{x = 30}$$

$$\frac{x+2}{x+2+y} = \frac{2}{3} \xrightarrow{x=30} \frac{32}{32+y} = \frac{2}{3} \Rightarrow 32 \times 3 = 2(32+y) \Rightarrow 96 = 64 + 2y$$

$$\Rightarrow 32 = 2y \Rightarrow \underline{y = 16}$$

جواب سوال ۱۸ :



می دانیم $AB \parallel DC$ پس در مثلث MAB و MDC از زاویه دو زاویه برابر با هم متساویند و داریم :

$$\frac{AM}{MC} = \frac{AB}{DC} \rightarrow \frac{AM}{MC} = \frac{1}{4} \rightarrow \frac{AM}{AM+MC} = \frac{1}{1+4} \rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{1}{5}$$

از طرفی در مثلث AEC داریم :

$$AC^2 = AE^2 + EC^2 \rightarrow AC^2 = 1^2 + 3^2 = 10 \rightarrow AC = \sqrt{10}$$

پس :

$$\frac{AM}{AC} = \frac{1}{5} \rightarrow \frac{AM}{\sqrt{10}} = \frac{1}{5} \rightarrow AM = \frac{\sqrt{10}}{5}$$

موفق باشید. (اقدامی مقدم)