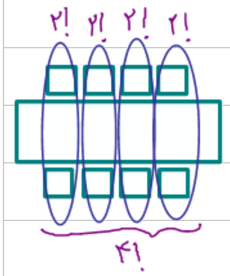
حل تمرینات گسسته فصل ۳ درس ۱



۱ می‌خواهیم ۸ نفر را که دوبه‌دو برادر یکدیگرند در دو طرفِ طولِ یک میز مستطیل شکل بنشانیم. اگر بخواهیم هر نفر روبه‌روی برادرش بنشیند، به چند طریق می‌توان این کار را انجام داد؟

جواب: ۴!۲!۲!۲!۲!

باتوجه به شکل رسم شده هر نفر با برادرش می‌تواند جابه‌جا بشود ← ۲! صندلی‌های روبه‌رو به هم برادرند و در یک دسته قرار می‌دهیم.

جابه‌جایی دسته‌ها باهم ← ۴!

۲ اگر داشته باشیم $A=\{1,2,3,4\}$ و $B=\{5,6,7,8,9\}$، در این‌صورت چند رمز یا کد ۵ رقمی می‌توان نوشت که هر یک شامل دو رقم از A و سه رقم از B باشد؟

ابتدا ۲ رقم از A و ۳ رقم از B انتخاب می‌کنیم. حالا ۵ رقم متفاوت داریم و جایگشت ۵ رقم می‌شود ۵!

$$\binom{4}{2}\binom{5}{3}5! = \frac{4!}{2!\,2!}\times\frac{5!}{3!\,2!}\times 5! = \frac{\cancel{4}^{2}\times 3\times\cancel{2!}}{\cancel{2}\times\cancel{2!}}\times\frac{5\times\cancel{4}^{2}\times\cancel{3!}}{\cancel{3!}\times\cancel{2}}\times 5! = 6\times 10\times 5! =$$

۳ ۴ کتاب فیزیک متفاوت و ۵ کتاب ریاضی متفاوت را می‌توانیم به چند طریق در قفسه‌ای و در یک ردیف بچینیم. به نظر شما، این عمل به چند روش امکان‌پذیر است؟ اگر:

الف) هیچ محدودیتی نباشد؛

۹ کتاب مختلف داریم که جایگشت آنها می‌شود: ۹!

ب) همواره کتاب‌های فیزیک کنار هم باشند؛

اگر کتاب‌های ریاضی را با R و کتاب‌های فیزیک را با F نشان دهیم. کتاب‌های فیزیک را در یک دسته کنار هم قرار می‌دهیم: جابه‌جایی خود کتاب‌های فیزیک با هم ۴! و جابه‌جایی دسته فیزیک با ۵ کتاب ریاضی ۶!

$$\underbrace{R_2\ \overset{4!}{\boxed{F_1F_2F_3F_4}}\ R_1R_3R_4R_5}_{6!}$$

جواب: ۶!۴!

پ) هیچ دو کتاب ریاضی کنار هم نباشند؛

چون تعداد کتاب‌های ریاضی یکی بیشتر از کتاب‌های فیزیک است برای اینکه کتاب‌های ریاضی کنار هم قرار نگیرند باید آنها را یک در میان چید و با کتاب ریاضی شروع کرد

$$\underline{R_1}\ F_1\ \underline{R_2}\ F_2\ \underline{R_3}\ F_3\ \underline{R_4}\ F_4\ \underline{R_5}$$

جابه‌جایی فیزیک‌ها با هم ← ۴!

جابه‌جایی کتاب‌های ریاضی با هم ← ۵!

جواب: ۵!۴!

ت) یک کتاب ریاضیِ خاص و دو کتاب فیزیک خاص همواره کنار هم باشند.

فرض می‌کنیم R_1 و F_1 و F_2 آن کتاب‌های خاصی باشند که قرار است کنار هم قرار بگیرند

$$\underbrace{R_2\ \overset{3!}{\boxed{R_1F_1F_2}}\ R_3R_4R_5F_3F_4}_{7!}$$

۷!۳!

۴ برای کنار هم قرار گرفتن ۴ دانش‌آموز پایهٔ دوازدهم و ۶ دانش‌آموز پایهٔ یازدهم مسئله‌ای طرح کنید که پاسخ آن $7!\times 4!$ باشد.

دانش‌آموزان پایه‌های دوازدهم و یازدهم را در یک صف کنار هم قرار دهیم به طوری که همه دانش‌آموزان پایه دوازدهم کنار هم باشند.

۵ با ارقام ۵، ۶، ۷، ۷، ۵ و ۷ چه تعداد کد ۶ رقمی می‌توان نوشت؟

۶ رقم داریم که عدد ۷ سه بار تکرار شده و عدد ۵ هم دو بار، طبق جایگشت‌های باتکرار داریم

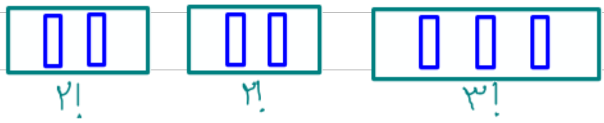
$$\frac{6!}{3!\,2!} = \frac{6\times5\times\cancel{4}^{2}\times\cancel{3!}}{\cancel{3!}\times\cancel{2}} = 60$$

۶ می‌خواهیم روی تعدادی جعبهٔ حاوی اجناس تولید شدهٔ خاصی را کدگذاری و هر جعبه را با یک کد، شاملِ ۹ حرفِ a,a,b,a,c,c,d,d,d، از بقیه مجزا کنیم. حداکثر چند جعبه را می‌توانیم با این کدها از بقیه مجزا کنیم؟

a سه بار تکرار شده ـ c دوبار ـ d سه بار . طبق جایگشت با تکرار داریم :

$$\frac{9!}{3!2!3!}$$

۷ ۷ نفر به چند طریق می‌توانند در دو اتاق دونفره و یک اتاق سه نفره قرار بگیرند؟



اگر اتاق‌ها را به صورت روبه‌رو درنظر بگیریم ۷ نفر را می‌شود به $7!$ روی تخت‌های اتاق جای داد ولی از آنجایی که جابه‌جایی دو نفر که در یک اتاق دونفره هستند و سه نفری که در اتاق سه نفره هستند تفاوتی ایجاد نمی‌کند و از طرفی اگر خود اتاق‌های ۲ نفره هم با هم تفاوتی نداشته باشند (مثلا اتاق‌ها شماره نداشته باشند) طبق جایگشت با تکرار خواهیم داشت :

$$\frac{7!}{2!\,2!\,3!\,2!}=105$$

جابه‌جایی خود اتاق‌های دونفره

جابه‌جایی در اتاق دونفره

جابه‌جایی در اتاق دونفره

جابه‌جایی در اتاق سه نفره

اما اگر اتاق‌ها شماره یا اسم داشته باشند و متفاوت باشند :

$$\frac{7!}{2!\,2!\,3!}=210$$

۸ به چند طریق می‌توان از بین ۵ نوع گل ۱۱ شاخه گل انتخاب کرد اگر بخواهیم :

الف) به دلخواه انتخاب کنیم؛

۵ نوع گل را x_1 و x_2 و x_3 و x_4 و x_5 درنظر می‌گیریم که جمع انتخاب‌هایمان باید بشود ۱۱

$$\boxed{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=11} \quad \boxed{n=11} \quad \boxed{k=5}\,,\ k-1=4$$

۱۱ ستاره و ۴ خط داریم :

جواب‌های صحیح و نامنفی برای معادله مسأله فوق

$$\boxed{\frac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!}}=\frac{15!}{11!\,4!}=\frac{15\times\cancel{14}^{7}\times13\times\cancel{12}\times\cancel{11!}}{\cancel{11!}\times\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}}=1365$$

ب) از هر نوع گل حداقل ۱ شاخه انتخاب کنیم؛

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=11 \qquad x_i\geq 1$$

$$x_i-1\geq 0 \rightarrow y_i\geq 0$$

$$-1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \quad -1 \qquad -5$$

$$\boxed{y_1+y_2+y_3+y_4+y_5=6} \quad \boxed{n=6} \quad \boxed{k=5}$$

جواب‌های صحیح و نامنفی برای معادله

$$\frac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!}=\frac{10!}{6!\,4!}=\frac{10\times\cancel{9}^{3}\times8\times7\times\cancel{6!}}{\cancel{6!}\times\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}}=210$$

پ) از گل نوع دوم حداقل دو شاخه و از گل نوع پنجم بیش از سه شاخه انتخاب کنیم؛

$$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=11 \qquad x_2\geq 2 \qquad x_5\geq 4 \rightarrow y_2\geq 0 \text{ و } y_5\geq 0$$

$$-2 \qquad -4 \qquad -6$$

$$\boxed{x_1+y_2+x_3+x_4+y_5=5} \quad \boxed{n=5} \quad \boxed{k=5}$$

جواب‌های صحیح و نامنفی برای معادله

$$\frac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!}=\frac{9!}{5!\,4!}=\frac{9\times\cancel{8}^{2}\times7\times\cancel{6}\times\cancel{5!}}{\cancel{5!}\times\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}}=126$$

ت) از گل نوع سوم انتخاب نکرده و از گل نوع چهارم حداقل ۵ شاخه انتخاب کنیم.

$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=11 \qquad x_3=0 \qquad x_4\geq 5$

$x_1+x_2+0+y_4+x_5=6 \longrightarrow \boxed{x_1+x_2+y_4+x_5=6} \quad n=6,k=4 \longleftarrow$ جواب‌های صحیح نامنفی برای معادله

$$\frac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!}=\frac{9!}{6!3!}=\frac{\overset{3}{\cancel{9}}\times\overset{4}{\cancel{8}}\times7\times\cancel{6!}}{\cancel{6!}\times\cancel{3}\times\cancel{2}}=84$$

۹ مطلوب است تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی هریک از معادلات زیر با شرط‌های داده شده:

الف) $x_1+x_2+\cdots+x_5=10 \qquad x_i>0\ ,\ 2\leq i\leq 5$ $\qquad y_i\geq 0 \quad 2\leq i\leq 5$

جواب‌های صحیح و نامنفی برای معادله

$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=10$

$\boxed{x_1+y_2+y_3+y_4+y_5=6} \quad n=6,k=5 \longrightarrow \frac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!}=\frac{10!}{6!\,4!}=\frac{\cancel{10}\times\cancel{9}\times\cancel{8}\times7\times\cancel{6!}}{\cancel{6!}\times\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}}=210$

ب) $x_1+x_2+\cdots+x_6=12 \qquad x_1>2\ ,\ x_5\geq 4$ $\qquad x_1-3\geq0\to y_1\geq0$, $\quad x_5-4\geq0\to y_5\geq0$

$x_1+x_2+x_3+x_4+x_5+x_6=12$

$\boxed{y_1+x_2+x_3+x_4+y_5+x_6=5} \quad n=5\ ,\ k=6 \xrightarrow[\text{نامنفی}]{\text{جواب‌های صحیح}} \frac{10!}{5!\,5!}=\frac{\cancel{10}\times\cancel{9}\times\cancel{8}\times7\times6\times\cancel{5!}}{\cancel{5!}\times\cancel{5}\times\cancel{4}\times\cancel{3}\times\cancel{2}}=252$

پ) $x_1+x_2+\cdots+x_5=11 \qquad x_i\geq1\ ,\ 1\leq i\leq5$

جواب‌های صحیح و مثبت معادله را می‌خواهیم.

$\boxed{x_1+x_2+x_3+x_4+x_5=11} \quad \boxed{n=11},\boxed{k=5}$

$$\binom{n-1}{k-1}=\binom{10}{4}=\frac{10!}{4!\,6!}$$

ت) $x_1+3x_2+x_3+x_4=7 \qquad x_i\geq0\ ,\ 1\leq i\leq4$

برای این معادله سه حالت داریم x_2 یا برابر صفر، یا ۱ و یا ۲ می‌باشد.

$x_2=0 \longrightarrow x_1+x_3+x_4=7 \quad n=7,k=3 \longrightarrow \frac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!}=\frac{9!}{7!\,2!}=\frac{9\times\overset{4}{\cancel{8}}\times\cancel{7!}}{\cancel{7!}\times\cancel{2}}=36$

$x_2=1 \longrightarrow x_1+3+x_3+x_4=7 \to x_1+x_3+x_4=4 \xrightarrow{\text{جواب‌های صحیح نامنفی}} \frac{6!}{4!\,2!}=\frac{\overset{3}{\cancel{6}}\times5\times\cancel{4!}}{\cancel{4!}\times\cancel{2}}=15$

$n=4,\ k=3$

$x_2=2 \longrightarrow x_1+6+x_3+x_4=7 \to x_1+x_3+x_4=1 \longrightarrow \frac{3!}{1!\,2!}=\frac{3\times\cancel{2}\times\cancel{1}}{1\times\cancel{2}\times\cancel{1}}=3$

$n=1\ ,k=3$

جواب نهایی $\longrightarrow 36+15+3=54$

ث) $x_1+\sqrt{x_2}+x_3+x_4=3 \qquad x_i\geq0\ ,\ 1\leq i\leq4$

x_2 می‌تواند مقادیر ۰، ۱، ۴ یا ۹ را داشته باشد.

$x_2=0 \longrightarrow x_1+\sqrt{0}+x_3+x_4=3 \longrightarrow x_1+x_3+x_4=3 \xrightarrow{\text{جواب‌های صحیح نامنفی}} \frac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!}=\frac{5!}{3!\,2!}=\frac{5\times4\times\cancel{3!}}{\cancel{3!}\times2}=10$

$n=3,\ k=3$

$x_2=1 \to x_1+\sqrt{1}+x_3+x_4=3 \longrightarrow x_1+x_3+x_4=2 \longrightarrow \frac{4!}{2!\,2!}=\frac{\overset{2}{\cancel{4}}\times3\times\cancel{2}}{\cancel{2}\times\cancel{2}}=6$

$n=2,k=3$

$x_2=4 \to x_1+\sqrt{4}+x_3+x_4=3 \to x_1+x_3+x_4=1 \longrightarrow \frac{3!}{1!\,2!}=3$

$n=1,k=3$

$x_2 = 9 \to x_1+\sqrt{9}+x_3+x_4 = 3 \to x_1+x_3+x_4 = 0 \to \frac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!} = \frac{2!}{0!\,2!} = 1$

$n=0 \,,\, k=3$

جواب کلی $= ۱۰+۶+۳+۱ = ۲۰$

۱۰ به چند طریق می‌توان ۵ توپ یکسان را بین ۳ نفر و به دلخواه توزیع کرد؟

اگر ۳ نفر را x_1, x_2, x_3 در نظر بگیریم که مجموعاً ۵ توپ باید به آن‌ها بدهیم جواب سؤال از طریق پیدا کردن جواب‌های صحیح نامنفی معادله‌ی زیر به دست می‌آید.

$x_1+x_2+x_3 = 5 \qquad x_i \geq 0$

$n=5 \,,\, k=3$

$$\to \frac{(n+k-1)!}{n!(k-1)!} = \frac{7!}{5!\,2!} = \frac{7\times \cancel{6}^{3}\times \cancel{5!}}{\cancel{5!}\times \cancel{2}\times 1} = 21$$

۱۱ به چند طریق می‌توان ۸ توپ یکسان را بین ۴ نفر توزیع کرد هرگاه بخواهیم هر نفر حداقل یک توپ داشته باشد؟

اگر ۴ نفر را x_i در نظر بگیریم $1 \leq i \leq 4$ که مجموعاً باید ۸ توپ به آن‌ها بدهیم به طوری که هر نفر حداقل یک توپ داشته باشد.

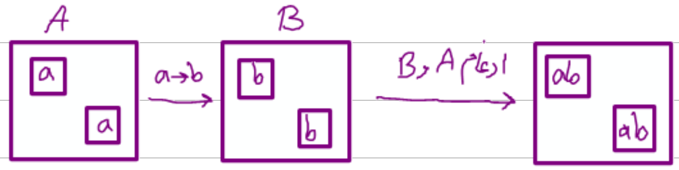
$x_1+x_2+x_3+x_4 = 8 \qquad x_i \geq 1$

$n=8 \,,\, k=4$

$$\xrightarrow{\text{جواب‌های صحیح مثبت}} \binom{n-1}{k-1} = \binom{7}{3} = \frac{7!}{4!\,3!} = \frac{7\times\cancel{6}\times 5\times\cancel{4!}}{\cancel{4!}\times\cancel{3}\times\cancel{2}} = 35$$

۱۲ آیا مربع لاتینِ حاصل از اِعمال یک جایگشت روی اعضای یک مربع لاتین دلخواه می‌تواند با مربع اولیه متعامد باشد؟ خیر فرض کنیم با اعمال جایگشت روی مربع لاتین A

عضو a تبدیل به b شود و مربع لاتین B به وجود بیاید.



چون در ادغام A و B دو درایه یکسان به وجود آمده پس

A و B نمی‌توانند متعامد باشند.

۱۳ مربع لاتین ۳ × ۳ مقابل را در نظر بگیرید.

$A =$

۳	۱	۲
۱	۲	۳
۲	۳	۱

$\xrightarrow{\text{جابه‌جایی سطر دوم و سوم}}$ $A_1 =$

۳	۱	۲
۲	۳	۱
۱	۲	۳

الف) سطر دوم و سوم مربع A را جابه‌جا کنید و مربع حاصل را A_1 بنامید. آیا A و A_1 متعامدند؟

ادغام A و A_1

۳۳	۱۱	۲۲
۱۲	۲۳	۳۱
۲۱	۳۲	۱۳

بله متعامدند

جابه‌جایی سطر اول و سوم A

۲	۳	۱
۱	۲	۳
۳	۱	۲

ب) ابتدا سطرِ اول و سطرِ سوم مربع A را جابه‌جا کنید. سپس در مربع حاصل، سطر دوم و سوم را جابه‌جا کنید و مربع حاصل را A_2 بنامید. آیا A و A_2 متعامدند؟

جابه‌جایی سطر دوم و سوم

$A_2 =$

۲	۳	۱
۳	۱	۲
۱	۲	۳

ادغام A و A_2

۳۲	۱۳	۲۱
۱۳	۲۱	۳۲
۲۱	۳۲	۱۳

خیر متعامد نیستند

زیرا اعداد تکراری ساخته شد

پ) با توجه به قسمت‌های (الف) و (ب) به سؤالات زیر جواب دهید.

۱ـ آیا می‌توان گفت با تعویض جای سطرهای یک مربع لاتین، همواره مربع لاتینی متعامد با مربع لاتین اول به دست می‌آید؟ خیر. مثال نقض: قسمت ب

۲ـ آیا می‌توان گفت با تعویض جای سطرهای یک مربع لاتین، همواره مربع لاتینی غیرمتعامد با مربع لاتین اول به دست می‌آید؟ خیر، مثال نقض: قسمت الف

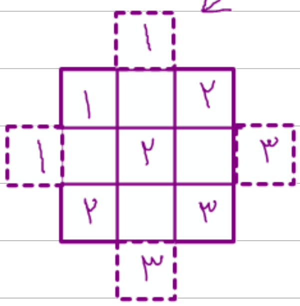
۱۴ قرار است شش مدرس T_1، T_2 و ... و T_6 در شش جلسهٔ متوالی در شش کلاسِ C_1، C_2 و ... و C_6 به گونه‌ای تدریس کنند که هر مدرس در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. برای این منظور برنامه‌ریزی نمایید.

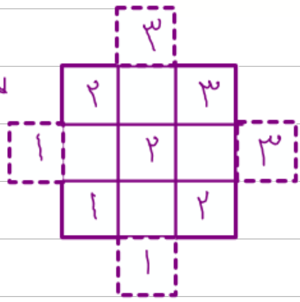
	اول	دوم	سوم	چهارم	پنجم	ششم
C_1	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6
C_2	T_6	T_1	T_2	T_3	T_4	T_5
C_3	T_5	T_6	T_1	T_2	T_3	T_4
C_4	T_4	T_5	T_6	T_1	T_2	T_3
C_5	T_3	T_4	T_5	T_6	T_1	T_2
C_6	T_2	T_3	T_4	T_5	T_6	T_1

مربع لاتین ۶×۶ می‌سازیم

۱۵ دو مربع لاتین متعامد از مرتبهٔ ۳ و دو مربع لاتین متعامد از مرتبهٔ ۷ بنویسید.

از مرتبه ۳





$A=$

۱	۳	۲
۳	۲	۱
۲	۱	۳

$B=$

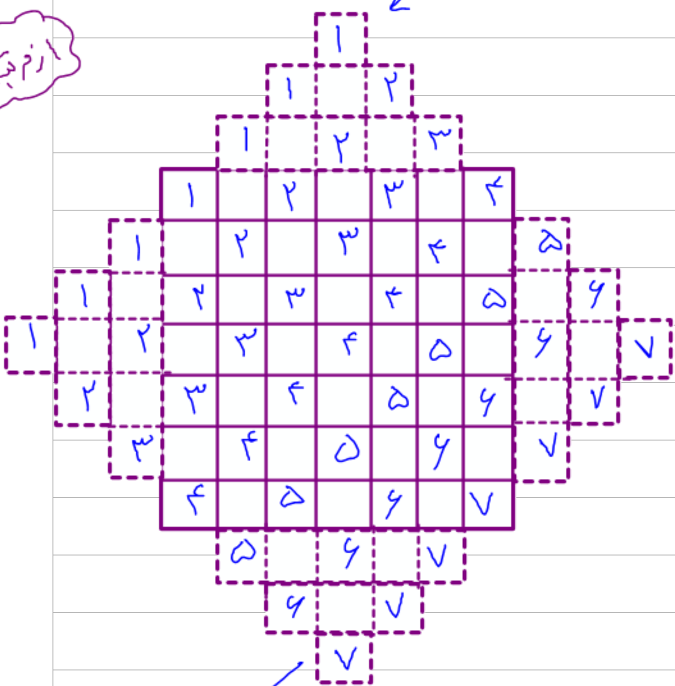
۲	۱	۳
۳	۲	۱
۱	۳	۲

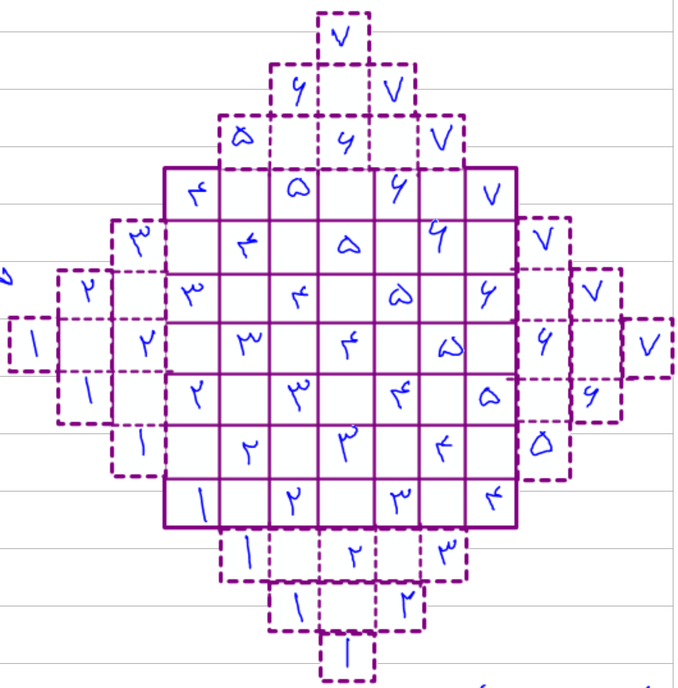
ادغام A و B

۱۲	۳۱	۲۳
۳۳	۲۲	۱۱
۲۱	۱۳	۳۲

A و B متعامدند

از مرتبه ۷





هر کدام از درایه‌هایی که خارج از مربع اصلی قرار دارند را ۷ واحد انتقال می‌دهیم تا درایه‌های خالی داخل مربع را پر کنند.

$$A = \begin{bmatrix} ۱ & ۵ & ۲ & ۶ & ۳ & ۷ & ۴ \\ ۵ & ۲ & ۶ & ۳ & ۷ & ۴ & ۱ \\ ۲ & ۶ & ۳ & ۷ & ۴ & ۱ & ۵ \\ ۶ & ۳ & ۷ & ۴ & ۱ & ۵ & ۲ \\ ۳ & ۷ & ۴ & ۱ & ۵ & ۲ & ۶ \\ ۷ & ۴ & ۱ & ۵ & ۲ & ۶ & ۳ \\ ۴ & ۱ & ۵ & ۲ & ۶ & ۳ & ۷ \end{bmatrix} \qquad B = \begin{bmatrix} ۴ & ۱ & ۵ & ۲ & ۶ & ۳ & ۷ \\ ۷ & ۴ & ۱ & ۵ & ۲ & ۶ & ۳ \\ ۳ & ۷ & ۴ & ۱ & ۵ & ۲ & ۶ \\ ۶ & ۳ & ۷ & ۴ & ۱ & ۵ & ۲ \\ ۲ & ۶ & ۳ & ۷ & ۴ & ۱ & ۵ \\ ۵ & ۲ & ۶ & ۳ & ۷ & ۴ & ۱ \\ ۱ & ۵ & ۲ & ۶ & ۳ & ۷ & ۴ \end{bmatrix}$$

۱۶ در یک مسابقهٔ اتومبیل‌رانی قرار است ۷ راننده در هفت روزِ هفته با هفت ماشین مختلف در هفت مسیر مختلف مسابقه دهند به‌طوری که شرایط زیر برقرار باشد:

الف) هر راننده هر روز با یک ماشین در یک مسیر رانندگی کند؛

ب) هر راننده با هر ماشین دقیقاً یک روز رانندگی کند؛

پ) هر راننده هر روز دقیقاً در یک مسیر رانندگی کند؛

ت) هر ماشین در هر مسیر دقیقاً یک‌بار به‌کار گرفته شود.

ـ برای این منظور یک برنامه‌ریزی انجام دهید.

برای این که شروط داده شده برقرار شوند باید دو مربع لاتین از مرتبه ۷ بنویسیم که متعامد باشند.
راننده‌ها را با حرف D، ماشین‌ها را با حرف C و مسیرها را با حرف R نشان می‌دهیم.
در سؤال قبل مربع ۷×۷ متعامد ساخته بودیم و از همان کمک می‌گیریم.

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
شنبه	C_1	C_5	C_2	C_6	C_3	C_7	C_4
یکشنبه	C_5	C_2	C_6	C_3	C_7	C_4	C_1
دوشنبه	C_2	C_6	C_3	C_7	C_4	C_1	C_5
سه‌شنبه	C_6	C_3	C_7	C_4	C_1	C_5	C_2
چهارشنبه	C_3	C_7	C_4	C_1	C_5	C_2	C_6
پنج‌شنبه	C_7	C_4	C_1	C_5	C_2	C_6	C_3
جمعه	C_4	C_1	C_5	C_2	C_6	C_3	C_7

و

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
شنبه	R_4	R_1	R_5	R_2	R_6	R_3	R_7
یکشنبه	R_7	R_4	R_1	R_5	R_2	R_6	R_3
دوشنبه	R_3	R_7	R_4	R_1	R_5	R_2	R_6
سه‌شنبه	R_6	R_3	R_7	R_4	R_1	R_5	R_2
چهارشنبه	R_2	R_6	R_3	R_7	R_4	R_1	R_5
پنج‌شنبه	R_5	R_2	R_6	R_3	R_7	R_4	R_1
جمعه	R_1	R_5	R_2	R_6	R_3	R_7	R_4

ادغام →

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5	D_6	D_7
شنبه	C_1R_4	C_5R_1	C_2R_5	C_6R_2	C_3R_6	C_7R_3	C_4R_7
یکشنبه	C_5R_7	C_2R_4	C_6R_1	C_3R_5	C_7R_2	C_4R_6	C_1R_3
دوشنبه	C_2R_3	C_6R_7	C_3R_4	C_7R_1	C_4R_5	C_1R_2	C_5R_6
سه‌شنبه	C_6R_6	C_3R_3	C_7R_7	C_4R_4	C_1R_1	C_5R_5	C_2R_2
چهارشنبه	C_3R_2	C_7R_6	C_4R_3	C_1R_7	C_5R_4	C_2R_1	C_6R_5
پنج‌شنبه	C_7R_5	C_4R_2	C_1R_6	C_5R_3	C_2R_7	C_6R_4	C_3R_1
جمعه	C_4R_1	C_1R_5	C_5R_2	C_2R_6	C_6R_3	C_3R_7	C_7R_4

این درایه به این معناست که راننده D_3 در روز جمعه با ماشین C_5 در جاده R_2 بوده.

با احترام
علائی پور